31 3 .A211 58094 Smith 76

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXVI

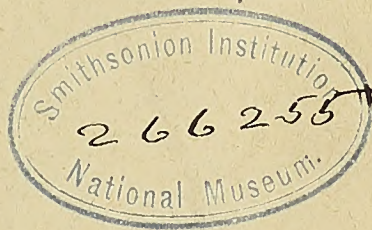
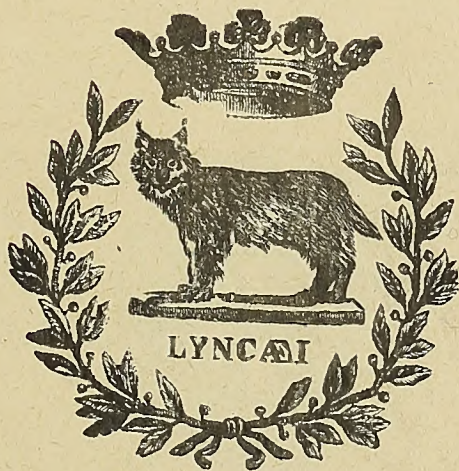
1919

SERIE QUINTA

MEMORIE

DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE MATEMATICHE E NATURALI

VOLUME XII.

Smithsonian Institution
266255
National Museum.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1919

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

(Anno CCCXIII 1916)

Serie Quinta — Volume XII — Fascicolo I.

ANNA FOÀ

STUDIO SUL POLIMORFISMO UNISESSUALE

DEL

RHIZOGLYPHUS ECHINOPUS (FUM. E ROB.) MURRAY

CORREDATO

DA OSSERVAZIONI BIOLOGICHE, ANATOMICHE E CITOLOGICHE

E DA UN'APPENDICE RIGUARDANTE L'IMPORTANZA DI QUESTO ACARO

DAL LATO AGRARIO

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1916

RELAZIONE

letta dal Socio GRASSI, relatore, a nome anche del Socio TODARO, sulla Memoria della Dr. A. FOÀ, avente per titolo: *Polimorfismo unisessuale del Rh. echinopus*, nella seduta del 7 maggio 1916.

Un fatto interessante che è stato messo in luce già da molti anni per varî Artropodi, è il polimorfismo unisessuale, cioè la presenza in una data specie di due o più sorta di forme in un sesso, e di una sola nell'altro.

Questi casi servirono come argomento in appoggio ai concetti Darwiniani della influenza dell'ambiente e della selezione sessualo. Dopo il nuovo indirizzo dato alla genetica dal Mendelismo, e il tentativo di ridurre la determinazione del sesso ad un fenomeno Mendeliano, facendolo dipendere da una copia di fattori allelomorfi, si cercò di spiegare con l'eredità Mendeliana anche il polimorfismo unisessuale.

Furono studiati, a tale scopo, quelle farfalle a cui per un solo maschio corrispondono due o più femmine. Ma durando le generazioni molto tempo, gli esperimenti furono limitati e i dati ottenuti relativamente pochi e sempre molto lontani dal riprodurre in condizioni sperimentali tutte le combinazioni teoricamente possibili, così che il problema non fu mai risolto esaurientemente.

A questa risoluzione si è avvicinata molto più dei precedenti sperimentatori la Dr. Foà, nella Memoria in esame. Essa ha scelto come oggetto di studio un acaro, con polimorfismo maschile, specie che dalla primavera all'autunno si riproduce continuamente compiendo una generazione in meno di un mese. Gli esperimenti furono continuati con pertinacia per più di tre anni. Il primo resultato notabile ottenuto è stato quello di poter isolare le culture pure di ciascuna forma, ottenere cioè, colonie di acari nei quali si producevano esclusivamente maschi dell'una, oppure dell'altra sorta. Mentre la cultura pura di una sorta si ottenne facilmente — e anzi si può trovare anche in natura —, quella dell'altra sorta si ebbe solo dopo due anni di tentativi e rappresenta un prodotto che non ha riscontro in natura. L'importanza di queste culture pure per lo studio del problema dal punto di vista Mendeliano è evidente, perchè soltanto così si può essere sicuri della costituzione gametica degli individui che si accoppiano per gli esperimenti. Appunto dagli incroci di questi individui a costituzione gametica sicuramente definibile si attendeva la dimostrazione assoluta dell'ipotesi che il poliformismo unisessuale seguisse le norme dell'ereditarietà Mendeliana. Invece si sono avuti resultati che sono diversi da quelli che si prevedevano secondo le formule. Ciò lascia adito alla supposizione che se anche nelle farfalle si fossero potute isolare le culture pure di tutte le forme si sarebbero avuti

resultati simili. Moltissimi accoppiamenti rimasti sterili sia nel caso del *Rhyzoglyphus*, sia nel caso delle farfalle, fanno pensare che le specie con polimorfismo unisessuale debbano scindersi in specie o razze, diverse. Ma questa ipotesi resta un po' scossa dalle recenti scoperte sulla sterilità in certi casi degli individui isogeni (appartenenti ad una linea pura).

Questo studio della Dr. Foà è stato integrato da prolungate ricerche biologiche, anatomiche e citologiche dirette a risolvere le questioni che mano in mano si presentavano. L'A. si era domandata se non potesse darsi che le femmine, oppure una delle due forme maschili, provenissero da uova non fecondate, ipotesi apparentemente molto verosimile perchè la partenogenesi esiste sicuramente in acari affini. Gli sperimenti dimostrarono invece che nelle femmine non fecondate, le uova non maturano. Questa osservazione però non bastava a dimostrare che nelle femmine fecondate in tutti i casi avvenisse la riunione dei cromosomi paterni e materni. Ma anche questa dimostrazione si è ottenuta da prolungate ricerche citologiche. Inoltre è risultato che le uova emettono sempre i due polociti, e che presentano tutte prima della formazione del pronucleo maschile lo stesso numero di cromosomi; apparentemente quelli di un individuo sono uguali, o meglio non distinguibili con sicurezza, da quelli dell'altro.

Nessuna differenza si è potuta riscontrare nel numero e nell'aspetto dei cromosomi neppure tra le due forme di maschi; sì nell'una che nell'altra si producono spermi di due sorta: gli uni con lo stesso numero di cromosomi delle uova mature, gli altri con uno di meno. Così la presenza di un eterocromosoma sessuale risulta dimostrata anche negli Acari.

Nel corso di queste osservazioni sono venuti in luce due ulteriori fenomeni interessanti. Il primo consiste nella fecondazione precoce, che avviene esclusivamente negli oociti di 1° ordine ancora piccoli e sforniti di tuorlo; se manca la fecondazione, gli oociti restano piccoli, senza tuorlo, non passano nell'ovidotto e degenerano. Tutto l'organismo femminile si risente di questa mancata funzione; l'alterazione si rileva specialmente nelle cellule del corpo adiposo che acquistano uno sviluppo straordinario. È degno di nota il fatto che la fecondazione nel caso del Rizoglifo è indispensabile per l'accrescimento dell'uovo.

Il secondo fenomeno è un movimento ritmico dell'ovidotto, che si trasmette alle uova e che probabilmente ha grande importanza per la loro nutrizione.

Questo lavoro è seguito da uno studio riguardante l'importanza del rizoglifo, dal punto di vista agrario, che era stata molto esagerata.

In complesso la Memoria della Foà, che contiene molti altri interessanti fatti particolari, è condotta con rigore scientifico e porta risultati nuovi, meritevoli di essere conosciuti. L'esposizione è chiara e ordinata; le figure illustrative ben eseguite.

Se ne propone perciò la stampa in esteso nelle Memorie dell'Accademia.

Studio sul polimorfismo unisessuale del Rhizoglyphus echinopus (Fum. e Rob.) Murray corredato da osservazioni biologiche, anatomiche e citologiche e da un'appendice riguardante l'importanza di questo acaro dal lato agrario.

Memoria della Dr. ANNA FOÀ [1]

(CON QUATTRO TAVOLE)

presentata nella seduta del 16 aprile 1916.

INTRODUZIONE.

Lo studio della biologia del *Rhizoglyphus echinopus* (Fum. e Rob.) Murray [2] fu da me iniziato all'Osservatorio antifillosserico di Fauglia (Pisa) nel 1909, mentre mi occupavo della fillossera della vite. Sembrava allora, come esporrò estesamente nel testo, che la presenza nel terreno dell'acaro sunnominato, fosse in stretto rapporto coll'andamento dell'infezione fillosserica, perciò io intrapresi le mie ricerche con la sola intenzione, dapprincipio, di chiarire l'importanza dell'acaro dal punto di vista agrario in generale, ed in rapporto alle viti fillosserate in particolare. Ma nel corso del lavoro mi è avvenuto di occuparmi di altre questioni più o meno intimamente collegate a quella che mi ero proposta, e di fare intorno al *Rh. echinopus* varie osservazioni, le quali mi hanno poi allontanato molto dalla via che in origine avevo divisato di seguire. La divergenza delle opinioni dei varî autori riguardo al parassitismo e al saprofitismo del *Rh. echinopus*, unita all'imperfezione delle figure e delle

(1) Dal Laboratorio di Anatomia Comparata della R. Università di Roma.

(2) Nelle mie precedenti pubblicazioni (v. Bibliografia) quest'acaro viene da me indicato come *R. echinopus* (Fum. e Rob.) Moniez. Nel Reuter (1901) in una nota a pag. 123 è detto che il *Tyroglyphus echinopus* è stato collocato dal Murray (1877) prima che dal Moniez (anno 1894) nel genere *Rhizoglyphus* e che perciò deve denominarsi *R. echinopus* (Fum. e Rob.) Murray, e non Moniez come fa il Berlese.

Attenendomi a queste notizie, che non ho modo di controllare, ho mutato la designazione.

descrizioni riportate in molti lavori, mi indussero ad impiantare una serie di culture in ambienti differenti per conoscere almeno approssimativamente i limiti di variabilità di questa forma così poco nettamente definita, e poter quindi stabilire se le ricerche che avevano condotto i varî autori ai varî risultati, avessero avuto per base animali della stessa specie.

Così ho potuto verificare che la gran maggioranza degli acari viventi sulle radici fillosseriche delle viti di Fauglia non erano *Rhizoglyphus echinopus*, ma con ragione potevano costituire un genere ed una specie nuova, che ho denominato *Heteroglyphus vitium*; insieme ad essi coabitavano i veri *Rh. echinopus*. Le femmine dell'*H. vitium* differiscono molto poco dalle femmine del *Rh. echinopus* ed in certi casi possono le une confondersi con le altre, ma i maschi non lasciano adito a nessun equivoco. È vero però che i maschi dell'*Heteroglyphus vitium* sono rarissimi mentre quelli del *Rh. echinopus* sono abbondantissimi e presentano, come è noto, il fenomeno del dimorfismo. Questa considerazione mi ha condotto a domandarmi se esistesse o no la partenogenesi nelle due specie o in una sola di esse, e in caso affermativo se fosse costante o si verificasse solo in circostanze speciali, e infine, per il caso del *Rh. echinopus*, se questà modalità della riproduzione non fosse collegata alla presenza di una delle due sorta di maschi.

Tali questioni non potevano essere risolute in breve tempo, ma mentre le ricerche erano ancora in corso venne chiuso l'Osservatorio antifillosserico di Fauglia. A Roma nell'Istituto di anatomia comparata, in obbedienza alla legislazione antifillosserica, non ho potuto portare l'*H. vitium* con le radici fillosserate, e non ho avuto l'opportunità di ricercarlo in altro ambiente, così non mi sono mai determinata a pubblicarne la descrizione; mi è stato agevole invece proseguire ed estendere le ricerche sul *Rh. echinopus* che è forma diffusissima e frequentissima ovunque.

Oltre all'occuparmi ancora dei quesiti che già mi ero proposti a Fauglia, riguardanti, come ho detto, l'importanza dell'acaro dal punto di vista agrario, la variabilità della specie, il modo di riproduzione ed i suoi supposti rapporti colla presenza dell'una e dell'altra forma maschile, ho cercato di studiare il più estesamente possibile il fenomeno del dimorfismo maschile, indotta a ciò dalla pratica acquistata nella coltura di quest'acaro e della constatazione da me fatta che l'animale era opportuno per un tal genere di ricerche perchè offriva la possibilità di seguire numerose generazioni in tempo relativamente breve.

Ai resultati degli allevamenti ho voluto aggiungere l'indagine citologica con la lusinga che essa mi offrisse la conferma delle prove sperimentali. Debbo dire fin d'ora che, per il materiale assolutamente inadatto, questa parte che mi è costata moltissima fatica, è riuscita la più incompleta; tuttavia i resultati ottenuti, sebbene parziali, dànno un contributo alla conoscenza citologica dell'oogenesi, della spermatogenesi e della fecondazione del *Rh. echinopus*.

Ho riferito la storia dell'origine e del proseguimento delle mie ricerche per chiarire le cause per le quali questo lavoro può sembrare a tutta prima senza unità di indirizzo. Aggiungo che nell'esporre i resultati ho cercato di ordinarli quanto meglio mi è stato possibile e che quindi non ho seguìto l'ordine cronologico in cui furono ottenuti.

Metodi di ricerca. — La piccolezza degli acari mi ha reso assai difficile giovarmi delle dissezioni, tuttavia con tal mezzo ho potuto preparare l'apparato riproduttore femminile. Per tutto il resto ho dovuto ricorrere alle sezioni; por le indagini citologiche sull'oogenesi e sulla spermatogenesi avrei preferito evitarle, per esser certa di osservare cellule intiere, ma non ostante ripetuti tentativi con le maggiori cautele, non sono mai riuscita per mezzo delle dilacerazioni ad ottenere preparati delle gonadi maschili o femminili, in cui gli elementi non fossero un po' disseccati o altorati.

Per le sezioni ho provato moltissimi fissativi; molti ne ho dovuti eliminare a cagione della poca penetrabilità. È inutile riferire tutte le prove non riuscite, dirò soltanto che le miscele a base di acido osmico (liquidi di Flemming, di Hermann) non penetrano quasi affatto attraverso la cuticola chitinosa, un poco meglio riesce la fissazione col sublimato alcoolico acetico (tanto secondo la formula di Mingazzini, che secondo quella di Schaudinn) usato sempre a caldo, ma i resultati migliori, molto superiori agli altri, si ottengono con la miscela di Leewen (acido picrico in alcool assoluto 1 % parti 6, cloroformio parte 1. formalina parte 1, acido acetico, da aggiungersi al momento dell'uso, parte $^1/_4$ o $^1/_8$). Questo fissativo usato a caldo mi ha fatto mettere da parte gli altri. Presenta l'inconveniente di ostacolare un po' le colorazioni a causa dell'acido picrico che resta in parte nei tessuti, ma si può eliminare con lunghi lavaggi delle sezioni, in alcool forte.

Per la colorazione ho usato l'ematossilina preparata secondo varie formule (di Carazzi, di Ehrlich, ecc.), il carminio boracico, l'ematossilina ferrica di Heidenhain. Quest'ultima colorazione, come si sa, ha la supremazia per mettere in evidenza i dettagli citologici, ma nel caso mio speciale presenta l'inconveniente di colorire in nero il tuorlo delle uova, per cui non ho potuto valermene in ogni caso.

PARTE I

CONSIDERAZIONI ED ESPERIMENTI.

A) Il polimorfismo unisessuale in varii animali.

L'espressione « polimorfismo unisessuale » che trovo nel trattato di entomologia dell' Henneguy (1904) è la più appropriata a dinotare quei casi in cui esistono due o più forme d'individui per uno dei sessi, mentre se ne presenta una sola per l'altro.

Questo è appunto quanto si verifica nel *Rh. echinopus*, acaro in cui sono note due forme di maschi dette l'una maschio omeomorfo, l'altra, maschio eteromorfo. L'omeomorfo somiglia di più alla femmina, ha le zampe del terzo paio sviluppate normalmente e terminate, al pari delle altre e al pari di quelle della femmina, da un'unghia sottile e articolata sul tarso; l'eteromorfo ha il terzo paio di zampe sviluppate straordinariamente, terminate da un'unghia potente meno ricurva, e non articolata sul tarso. A queste due sorta di maschi se ne può aggiungere una terza costituita da maschi, relativamente rari, in cui una zampa del terzo paio è ingrossata e l'altra è normale (tav. I, figg. 1-4).

Il Canestrini (1888) fu il primo ad accorgersi di questo polimorfismo (Le due forme di maschi erano già state vedute dal Claparède nel 1869, ma erroneamente interpretate). Però il dimorfismo maschile era già allora noto nella sottoclasse degli acari. Così molti Analgesidi (acari che vivono sulle penne degli uccelli) hanno certi maschi diversissimi dalle femmine loro per lo sviluppo enorme di certi piedi e delle mandibole e per la forma del corpo, ed altri maschi che somigliano molto più alle femmine per lo sviluppo assai minore delle sopra nominate parti. Dice il Berlese (1900) che tra gli uni e gli altri vi sono gli intermedî. Questo non può dirsi per il *Rh. echinopus*. È vero che la grossezza del terzo paio di zampe nel maschio eteromorfo è assai variabile, e che, come nota anche il Canestrini, a volte è addirittura mostruosa, mentre altre volte supera sì quella del quarto paio, ma non in modo così straordinario; però non è mai possibile rimanere incerti nel definire un maschio come omeomorfo e come eteromorfo, a meno di non avere a che fare con quelle forme assimetriche che hanno una zampa di omeomorfo e una di eteromorfo.

Casi di polimorfismo unisessuale se ne conoscono moltissimi tra i crostacei e tra gli insetti. L'Henneguy (1904) ne enumera parecchi. Secondo me, per studiare il fenomeno, si devono distinguere quelli nei quali tra le varie forme di un sesso non vi sono stadî intermedi e quelli nei quali questi stadî di passaggio esistono. I primi possono considerarsi come veri casi di polimorfismo unisessuale, i secondi come esempî

di specie nelle quali l'uno dei sessi presenta una variabilità molto maggiore dell'altro. Tra i casi citati dall'Hennegny come esempî di polimorfismo unissessuale, considero come veramente tali quelli del *Bledius taurus*, uno Stafilinide che presenta due sorta di maschi, gli uni col corno del torace molto grande e le corna cefaliche rudimentali, gli altri coi corni cefalici ben sviluppati e il corno toracico corto; quello della *Blastophaga grossorum* con maschi alati come le femmine ed altri atteri con caratteri talmente differenti che si potrebbero riportare ad un altro genere. Sono anche casi di polimorfismo unisessuale quelli noti per molte farfalle, dove ad una sola sorta di maschi corrispondono due o anche tre femmine differenti. Di questi dovrò occuparmi estesamente più avanti. Molti altri se ne potrebbero citare.

Ritengo invece casi di variabilità unisessuale quello delle Forficule dove la pinza delle femmine ha sempre presso a poco la stessa forma e lo stesso sviluppo, mentre quella dei maschi offre un numero grandissimo di variazioni tanto nella lunghezza come nella figura, ma tra i gradi estremi di queste variazioni si riscontrano tutti gli stadî di passaggio. Analogo a quello delle Forficule è il caso dei Lucanidi che è stato studiato dal Griffini (1905). I Lucanidi presentano vistosissime differenze sessuali. Moltissime specie di Lucanidi offrono grandi variabilità nella mole dei loro individui, però assai più nei maschi che non nelle femmine trovandosi dei maschi grandi, mediocri e piccoli e spesso individui relativamente giganteschi ed altri relativamente nani, con tutte le forme intermedie fra tali estremi.

Ora in proposito il Griffini scrive che non vede nei *Lucanus cervus* e in tanti altri Lucanidi un vero polimorfismo maschile e crede quindi inesatta questa parola quando si voglia con essa indicare la grande variabilità di statura e la grandiosa variazione dei caratteri sessuali secondarî di quelle specie, « poichè nel cervo volante non dobbiamo credere si osservi la coesistenza di due o più qualità di maschi, diversi e costantemente differenti ». Nei Lucanidi, per quanto si sa, e per quelli meglio noti, esiste in ciascuna specie una sola espressione del sesso maschile, variabilissima, è vero, per mole e per sviluppo di certi caratteri, ma con tutti i gradi intermedî di passaggio. Ciò non sembra al Griffini che debba chiamarsi polimorfismo. Egli dice che il Peyerimhoff per indicare questo fenomeno usa il nome di *polimorfismo diffuso*, che però non gli sembra molto felice. Io trovo più appropriato quello di *variabilità unisessuale*. Di questa io non mi sono occupata e per ora non sono in grado di dire se e come possa collegarsi col vero polimorfismo unisessuale.

*
* *

I tentativi di spiegazione dei fenomeni di polimorfismo unisessuale risentono la influenza dell'epoca in cui furono formulati.

Quando le idee darwiniane e lamarkiane sul modo d'origine delle specie avevano il predominio nel campo della scienza, e la dimostrazione della variabilità appariva molto meno ardua di quanto si sia rivelata in seguito, gli studiosi avevano la tendenza a considerare le differenze morfologiche riscontrate in individui ritenuti appartenenti ad una stessa specie, come variazioni prodotte dall'ambiente o influenzate dalla selezione sessuale. Così, a proposito dei due maschi del *Rh. echinopus*, il Canestrini dice (1888): « In ordine filogenetico il maschio anormale deve considerarsi

come un discendente del normale; non so poi dire se ciò sia avvenuto gradatamente o per la conservazione di una forma mostruosa. Certo è però che le zampe del terzo paio servono ad agevolare la copula poichè ho più volte osservato che con esse il maschio abbraccia l'estremità posteriore dell'addome femminile ». Ed altrove: « I maschi anormali sono molto più rari dei normali edappariscono quando la putrefazione dei bulbi o tuberi è molto avanzata »; con le quali parole, per quanto non sia detto esplicitamente, viene messa in rapporto la produzione dei maschi eteromorfi con le condizioni di nutrimento.

Il Berlese (1900), considerando il polimorfismo unisessuale degli Acari, scrive che gli acarologi hanno provveduto a spiegare i fatti di dimorfismo unisessuale con la scelta sessuale, ed in proposito osserva: « L'argomento è stato opportunamente invocato per gli Artropodi e se considero gli insetti non ho molta ragione di dubitarne sia perchè in questi le forme sono bene oculate e le femmine si trovano ad avere una certa libertà di scelta dipendente dalla mobilità loro e da quella dei maschi che le corteggiano, talora in gran numero, e possono scegliere tra queste. Io invocherò anche la lotta per il possesso delle femmine per piccolissimi acari, come sono i *Pediculoides*, nei quali io ho veduto bene questa accanita lotta, ma nè l'una nè l'altra applicazione faranno al caso mio per l'esempio così appariscente degli *Analgesidi* trattandosi di forme cieche, pressochè immobili e nelle quali la femmina senza curarsi di dove gli possa venire, accoglie il primo maschio che le si avvicina da tergo. Escluderò dunque volentieri la scelta sessuale e sarò disposto a fare grandi riserve circa all'influenza della migliore armatura dei maschi nella perpetuazione loro ... ».

« Nel mio concetto sta un'idea diversa ed è questa. È notorio che lo scarso nutrimento durante lo sviluppo e le cause patologiche le quali impoveriscono l'organismo giovane, in questi animali ed in altri ancora soggetti a metamorfosi, sono di grandissima influenza più sugli organi sessuali che su quelli esterni e, se troppo si accentuano, i genitali possono essere del tutto atrofici, pur essendo il resto dell'organismo in istato discreto per compiere tutte le altre funzioni, però sempre con uno sviluppo notevolmente ridotto; e come possiamo dire che gli organi sessuali ridotti in un'ape operaia portano alla conseguenza di una minor mole in tutto il corpo e ad altri caratteri secondari di degradazione, così possiamo anche dire che l'*affare* di questi ultimi caratteri accenna ad atrofia degli organi sessuali ... ».

« Il grande sviluppo dei caratteri sessuali secondari è certamente un indice sicuro dello sviluppo corrispondentemente notabile degli organi sessuali interni, ne viene quindi che un maschio meglio provveduto di ricchi testicoli più femmine e meglio può fecondare e ciò indipendentemente dai caratteri sessuali esterni, cioè senza che questi abbiano influenza notevole in questa faccenda. Quanto poi al come questi caratteri sessuali secondari abbiano potuto svilupparsi ed aumentare fino all'odierna straordinaria misura, qui può essere più complessa questione, la quale del resto non si spiegherà con la scelta sessuale che troppe cose esplica, nè con la lotta pel possesso delle femmine la quale può avere influito altra volta, ma non ha occasione palese ora ».

Pure il Berlese immagina una spiegazione e prendendo in considerazione le forme asimmetriche di parecchi maschi di acari, emette l'ipotesi che « lo sviluppo del tessuto

ipodermico e della corrispondente chitina trovi modo di adattarsi qua più e là meno non in rapporto alla necessità dell'arto, ma quasi indipendentemente secondo altre influenze. Con ciò si potrebbe dire che ad un testicolo di determinato sviluppo deve corrispondere una determinata massa ipodermica e che questa se non esagera in ampiezza uniformemente, conducendo così ad una troppo grande dimensione dell'individuo, può però esagerare nei particolari ed accrescere così straordinariamente una parte oltre la simmetria del tutto e questo eccessivo accrescimento, venendo poi a nostro giudizio, è considerato come un carattere sessuale secondario dipendente da altre cause più lontane.

« Questa legge di correlazione tra gli organi sessuali interni e lo sviluppo del sistema tegumentare deve essere presente in questa questione per darci possibile ragione delle svariate forme mascoline. L'eredità poi ha la sua parte, ma se la conservazione della forma meglio evoluta e più adatta allo scopo è legge in mezzo alla dura lotta per l'esistenza. la presenza in misura larga dei maschi omeomorfi, cioè di quelli certamente meno bene costituiti. non fosse altro che per gli atti della riproduzione, deve insegnarci che non da maschi omeomorfi sorgono altri maschi consimili, ma che questi dipendono da altre cause e possono derivare anche dagli eteromorfi sia per effetto dipendente dagli spermatozoi o più facilmente dalle nova che non possono essere nè tutte eguali nè tutte egualmente costituite, o più facilmente ancora da altre difficoltà incontrate dalla forma nella vita della larva ad adulto ecc. ».

Il Brunelli (1915) accenna alla possibilità che il dimorfismo maschile sia in rapporto al predominio numerico dei maschi. Dico fin d'ora che nel caso del *Rh. echinopus* si ha costantemente una prevalenza numerica del sesso femminile.

Ho voluto citare estesamente questi varî modi di considerare il fenomeno perchè rappresentano un ordine di idee il quale è stato in generale abbandonato senza discussioni dopo che la scienza biologica hà veduto aprirsi nuove vie per lo studio dei fenomeni ereditarî, mentre non si può escludere *a priori* che possa racchiudere una parte di verità.

L'epoca nuova comincia dal 1900 quando dai botanici Correns, Tschermak e De Vries furono riscoperte le leggi che il Mendel aveva già scoperte una cinquantina d'anni prima e che poi erano state obliate.

Con la chiave dell'ereditarietà mendeliana, si è cercata la soluzione di infiniti problemi connessi alla riproduzione, e mirabili risultati si sono ottenuti. Tra le questioni sottoposte a questa analisi, vi è stata anche quella del polimorfismo unisessuale; ma essa è rimasta per lo più coinvolta nell'altra dell'ereditarietà mendeliana del sesso e dei caratteri sessuali secondarî. Per la chiarezza della discussione che dovrò fare più avanti sui risultati degli esperimenti, e per l'intelligenza delle formule che dovrò usare, non posso fare a meno di riassumere brevemente la storia del concetto dell'ereditarietà mendeliana del sesso per seguire le modificazioni che via via, col progredire degli studî, gli autori hanno creduto necessario di introdurvi. Per questo riassunto mi sono basata principalmente sulle pubblicazioni di Goldschmidt (1912), di R. Hertwig (1912-1913), di Schleip (1912), sui trattati di Haecker (1912) e di Baur (1914) ed infine su quello recentissimo di Morgan e colleghi (1915).

B) EREDITARIETÀ MENDELIANA DEL SESSO E DEI CARATTERI SESSUALI SECONDARII.

Alla possibilità che la determinazione dei sessi potesse spiegarsi come un fenomeno di ereditarietà mendeliana, aveva pensato lo stesso Mendel (lettere a Nägeli) osservando che in un caso, il rapporto numerico dei sessi nei bastardi tra due piante di *Lychnis diurna* e *L. vespertina* era circa 3 : 1 (151 piante femmine e 52 piante maschi). Castle nel 1903 enunciò l'ipotesi che i due sessi fossero eterozigoti rispetto all'accenno (fattore) del sesso, ma nella femmina dominasse l'accenno femminile ($= f$) nel maschio il maschile ($= m$). Per spiegare come non esistessero omozigoti puri (cioè *mm* o *ff*) egli aggiunse l'altra ipotesi di una fecondazione selettiva per la quale un uovo coll'accenno maschile poteva venir fecondato solo da uno spermio con accenno femminile e viceversa. Quest'ipotesi appare poco probabile. Essa fra l'altro è contraria a quello che si sa sulla determinazione del sesso nelle api (fatto che sembra verificarsi anche nelle formiche e in generale in tutti gli Imenotteri sociali e pure per le api solitarie) dove tutte le uova fecondate sono femminili e le non fecondate maschili. Correns e Bateson invece ammisero che uno dei sessi fosse eterozigote, cioè contenesse tanto l'accenno maschile che quello femminile, uno dominante l'altro recessivo, e che l'altro sesso fosse omozigote e contenesse soltanto gli accenni recessivi. La fecondazione darebbe gli stessi resultati che nei casi di caratteri mendelizzanti si ottengono con un incrocio tra un bastardo (etorozigote) e il genitore a caratteri recessivi (omozigote) cioè una discendenza in cui la metà degli individui ha caratteri paterni, e l'altra metà ha caratteri materni. Nel caso dei sessi ciò vuol dire metà maschi e metà femmine. Così in ogni generazione si mantengono le stesse condizioni.

Il Correns nel 1907 venne a questo concetto in seguito alle sue ricerche di ibridamento tra due piante, la *Bryonia alba* (che è monoica) e la *Bryonia dioica* (già definita dal suo nome).

Facendo fecondare i fiori femminili di *Bryonia dioica* dai fiori maschili della stessa specie, vide che si ottenevano 50 % maschi e 50 % femmine. Questo resultato si può spiegare coll'ipotesi che nella *B. dioica* gli individui maschili siano eterozigoti, con mascolinità dominante, e i femminili omozigoti. Si può rappresentare così il fenomeno, indicando con la lettera maiuscola il carattere dominante

$$\mathrm{M}f \times ff = \mathrm{M}f + ff.$$

Sostituendo invece al polline della *B. dioica* quello della *B. alba*, ottenne tutti individui femminili. Ciò si spiega ammettendo che in ogni caso l'accenno del monoicismo (che indicherò con *mo*) sia recessivo rispetto a quelli del dioicismo, tanto maschile che femminile. Si ha così

$$\mathrm{FF} \times mo\,.\,mo = \mathrm{F}\,mo.$$

Con la stessa ipotesi si spiega anche la terza esperienza.

Incrociando maschi di *B. dioica* con femmine di *B. alba* ottenne 50 % di maschi e 50 % di femmine. Il che si può rappresentare così:

$$\mathrm{M}f \times mo\,.\,mo = \mathrm{M}mo + \mathrm{F}mo$$

in cui l'accenno della pianta monoica è recessivo sempre rispetto a quello della dioica.

Mentre il Correns ha spiegato così i resultati ottenuti, ammettendo che il sesso eterozigote fosse il maschile, il Bateson nel 1909 ha verificato che molti resultati di incroci fatti nel regno animale, si spiegano meglio coll'ipotesi che il sesso eterozigote sia il femminile con femminilità dominante.

Un esempio particolarmente dimostrativo a questo riguardo è quello fornito dalla farfalla *Abraxas grossulariata* la cui ereditarietà fu studiata dal Doncaster.

Di questa farfalla, oltre alla forma tipica che indicheremo semplicemente con la parola *grossulariata*, si conosce una varietà *lacticolor* la quale se ne distingue per avere le macchie nere delle ali meno numerose, più piccole e di forma differente. Per quanto la *grossulariata* tipica sia molto variabile e a volte si avvicini molto alla *lacticolor*, pure è sempre possibile distinguerla da essa. Tutti gli individui dellla varietà *lacticolor* trovati in natura sono di sesso femminile. Le esperienze di Doncaster possono riassumersi come segue:

1ª) *lacticolor* ♀ × *grossulariata* ♂. Prole costituita da *grossulariata* ♂ e *grossulariata* ♀ circa in numero eguale;

2ª) *grossulariata* ♀ × *grossulariata* ♂ (ibrido). Prole costituita da *grossulariata* ♂, *grossulariata* ♀ e *lacticolor* ♀;

3ª) *lacticolor* ♀ × *grossulariata* ♂ ((ibrido). Prole costituita da *grossulariata* ♂, *grossulariata* ♀, *lacticolor* ♂ e *lacticolor* ♀, circa in numero eguale. (È notevole la produzione del *lacticolor* ♂ che non si riscontra in natura);

4ª) *grossulariata* ♀ (ibrido) × *lacticolor* ♂. Prole costituita da *grossulariata* ♂ e *lacticolor* ♀ circa in numero eguale. Questo caso in cui nei figli si presentano le condizioni inverse a quelle che si avevano dai genitori è stato più tardi denominato criss-cross (croce);

5ª) *lacticolor* ♀ × *lacticolor* ♂. Prole costituita da *lacticolor* ♂ e ♀.

Da questi risultati si ritraggono le seguenti conclusioni:

1°) La colorazione *grossulariata* è dominante sulla *lacticolor* (esp. 1ª).

2°) Tutte le femmine *grossulariata* che esistono in natura devono essere eterozigote rispetto alla colorazione *grossulariata*, perchè incrociate con maschi *lacticolor* dànno sempre femmine *lacticolor*; invece i maschi *grossulariata* trovati in natura debbono essere tutti omozigoti perchè trasmettono il colore *grossulariata* alla prole dei due sessi.

3°) Il maschio *grossulariata* eterozigote trasmette la colorazione *grossulariata* tanto alla metà dei figli maschi che alla metà delle femmine (esp. 3ª), mentre la femmina *grossulariata* eterozigote la trasmette a tutti i maschi e a nessuna delle femmine (esp. 4ª). Ciò vuol dire che la trasmissione di questo carattere non è collegata al sesso nel maschio ed è completamente collegata al sesso nelle femmine. Il che si spiega ammettendo che gli spermi siano tutti eguali tra loro, mentre le uova siano di due sorta: le une che trasmettono la proprietà *grossulariata* e producono maschi, e le altre che non la trasmettono e producono femmine.

Il sesso delle uova è determinato prima della fecondazione.

Altri casi di ereditarietà collegata al sesso sono stati ben studiati. Di ciò parlerò più avanti.

Tanto l'interpretazione di Correns come quella di Bateson hanno alcuni fatti in loro favore ed altri contrarî, ma è certo che una gran parte delle divergenze vengono eliminate quando si ammette che in alcuni casi il sesso omozigote sia il maschile, in altri il femminile.

* * *

A sostegno dell'ipotesi che l'incrocio di due sessi fosse paragonabile a quello di due forme, una omozigote e l'altra eterozigote rispetto ad una coppia di caratteri mendelizzanti, era di sommo interesse di poter riscontrare tra i gameti maschili e quelli femminili di individui della stessa specie, qualche differenza che giustificasse una tale supposizione.

Questa differenza esiste realmente; essa è stata messa in luce, per merito principalmente degli americani, con la scoperta del cromosoma accessorio.

Per primo l'Henking nel 1891 studiando la spermatogenesi del *Pyrrhocorus apterus* (la comune cimice rossa dei giardini) contò 12 cromosomi nella piastra equatoriale della prima e della seconda divisione maturativa, ed osservò che nella seconda divisione maturativa la cromatina si divideva inegualmente, di guisa che uno spermatidio conteneva 11 cromosomi, e l'altro oltre agli 11 cromosomi corrispondenti, aveva in più un elemento cromatico indiviso. L'Henking però non mise questo fatto in rapporto con la determinazione del sesso, come non ve lo misero altri autori che successivamente riscontrarono un fenomeno analogo in altre forme.

Mc. Clung, che studiò la spermatogenesi in diversi Acridi, ritrovò in ogni caso lo speciale elemento cromatico che denominò « cromosoma accessorio » e per primo nel 1902 pensò ad un collegamento tra il cromosoma accessorio e la determinazione del sesso. Ma la spiegazione da lui immaginata è diversa da quella che ora generalmente si ammette.

Seguirono poi molti lavori contraddittorî di modo che la questione fu di nuovo oscurata fino all'anno 1905 in cui altra luce fu portata sull'argomento per merito delle ricerche della Stevens e di quelle del Wilson.

La Stevens, nel *Tenebrio molitor*, stabilì per il sesso femminile l'esistenza di 20 cromosomi simili tra loro, pel sesso maschile l'esistenza di 19 cromosomi simili tra loro e di 1 più piccolo. La metà degli spermatidi contiene 10 cromosomi simili tra loro, l'altra metà ne contiene 9 simili, ed 1 più piccolo. La Stevens comprese molto bene il significato di questa osservazione e ne dedusse che dalle uova fecondate cogli spermi a 10 cromosomi eguali si svolgevano femmine, e da quelle fecondate cogli altri si svolgevano maschi.

Il Wilson in varî eterotteri trovò reperti simili a quello della Stevens, estese le sue ricerche a molte forme, e infine nel 1906 pubblicò uno studio molto interessante nel quale trattò in modo teoretico i rapporti tra la cromatina e la differenziazione del sesso.

In seguito a questo e ad altri lavori del Wilson e di altri autori, si sono venuti a distinguere varî tipi principali di eterocromosomi, i quali tipi vengono denominati dagli animali che li presentano. Essi sono:

1°) Tipo *Protenor*. — In questo e negli animali che si comportano nella stessa maniera si trovano nel maschio e nella femmina lo stesso numero di cromosomi ordinarî, detti anche autosomi (Mongomery), inoltre nella femmina vi sono due eterocromosomi, ed in ciascuna delle uova mature la metà, cioè uno; nel maschio invece vi è un solo eterocromosoma che nelle divisioni riduzionali rimane indiviso, così che solo la metà degli spermi lo contiene. Questo cromosoma unico viene detto cromosoma accessorio (Mc. Clung) e anche cromosoma X o monosoma. Il sesso maschile produce perciò due sorta di gameti ed il sesso femminile una sola. Wilson denomina il primo *sesso digametico*, il secondo *monogametico*.

2°) Tipo *Lygaeus*. — In questi animali e in altri che si comportano in modo analogo i due sessi contengono lo stesso numero di cromosomi comuni, inoltre ambedue i sessi contengono due eterocromosomi, ma quelli della femmina sono eguali tra loro, invece quelli del maschio sono differenti, uno grande, l'altro piccolo. Tutte le uova mature e la metà degli spermi contengono, oltre ai cromosomi comuni, un eterocromosoma grande, la metà degli spermi contiene un eterocromosoma piccolo. Questa sorta di eterocromosomi, eguali tra loro nel sesso femminile, diseguali nell'altro, dal Wilson vengono chiamati idiocromosomi o cromosomi X e Y.

3°) Tipo *Fragmatobia*. — In questa farfalla è stata dimostrata l'esistenza di una coppia di idiocromosomi diversi nella femmina, a cui corrisponde nel maschio una coppia di cromosomi eguali. Così gli spermi sono tutti eguali tra loro, le uova invece sono di due sorta. Ciò è molto interessante perchè, come si è visto a pag. 11 i fatti di ereditarietà collegata al sesso nelle farfalle facevano concludere che le uova dovevano essere di due sorta.

Questi tipi possono presentare modificazioni secondarie, così per es. nel tipo *Lygaeus* al cromosoma X possono corrispondere due, tre o quattro elementi, oppure la differenza tra i due idiocromosomi può essere minima o inapprezzabile.

Gli eterocromosomi detti anche anche cromosomi sessuali sono stati riscontrati in moltissimi artropodi, in vermi, in molluschi, e sembra anche in uccelli e mammiferi ecc.

*
* *

I resultati degli studi citologici sulle uova e sugli spermi, in linea generale sono un forte argomento in favore della ereditarietà mendeliana del sesso, ma moltissime difficoltà sorgono quando si cerchi di precisare il significato dell'eterocromosoma nella determinazione del sesso. Su queste difficoltà tornerò più avanti. Per ora voglio mettere in luce il rapporto tra il sesso e il numero dei cromosomi in alcuni casi di generazione alternata.

A questo riguardo esistono due serie di ricerche: le une sugli Afidi (Morgan, Stevens, v. Baehr), le altre sui Nematodi (Boveri, Schleip).

È noto che negli Afidi, a molte generazioni partenogeniche, composte esclusivamente di individui di sesso femminile, ne segue una composta di individui dei due sessi; questi si fecondano, e dall'uovo fecondato nasce sempre un individuo di sesso femminile.

È stato dimostrato che le uova delle femmine partenogenetiche, da cui nascono solo femmine partenogenetiche, non subiscono nessuna divisione riduzionale, quindi

conservano inalterato il numero dei cromosomi femminili (per es. 6). Le uova di femmine partenogenetiche da cui si originano individui sessuali, sono, come è noto, di due sorta: quelle maschili, più piccole, e quelle femminili più grandi. Si è visto che quelle maschili contengono una cromosoma di meno (5) di quelle femminili. Come ciò avvenga (poichè entrambe non sono fecondate) è stato dimostrato per una fillossera. Nella formazione dell'unico corpuscolo direttivo di queste uova partenogenetiche, quando dall'uovo nascerà un maschio, va tutto un cromosoma senza dividersi. Le femmine sessuali dànno luogo ad uova col numero ridotto di cromosomi (3). I maschi dovrebbero dar luogo a due sorta di spermi (gli uni con 3 cromosomi, gli altri con 2), ma dopo la prima divisione maturativa, gli spermatociti con un cromosoma di meno (2) vanno distrutti e così si formano solo gli spermi che contengono l'eterocromosoma. Ecco perchè dalle uova fecondate nascono solo individui femminili (con 6 cromosomi).

Nel Nematode *Angiostomum nigrovenosum* si alterna regolarmente una generazione ermafrodita con una a sessi separati, perciò dalle uova fecondate della generazione a sessi separati vengono fuori individui ermafroditi e viceversa. Le femmine della generazione a sessi separati hanno 12 cromosomi, le loro uova mature ne hanno 6; i maschi hanno 11 cromosomi e gli spermi in parte 5 e in parte 6. La generazione ermafrodita contiene 12 cromosomi. donde risulta che gli spermi con 5 cromosomi non devono essere atti alla fecondazione. Le uova mature degli ermafroditi hanno 6 cromosomi, anche negli spermatociti si trovano 12 cromosomi, ma uno di questi va distrutto e si formano così alcuni spermi con 6 ed altri con 5 cromosomi.

Dunque anche in questi casi la determinazione dei sessi è in rapporto con un cromosoma accessorio.

***

I casi di ereditarietà collegata al sesso, uno dei quali è quello già citato dell'*Abraxas*, trovano una spiegazione molto semplice nell'ipotesi che le proprietà collegate al sesso abbiano i loro geni nel cromosoma X a cui può corrispondere a seconda dei casi, o un cromosoma Y o nessun cromosoma. (Il Morgan non attribuisce alcun valore al cromosoma Y nella determinazione del sesso).

Come esempio tipico che può servire di illustrazione a tutta una serie di casi analoghi, riporto quello che si riferisce all'ereditarietà degli occhi bianchi nel moscerino *Drosophila ampelophila* (v. fig. 1 nel testo pag. 16). Normalmente la *Drosophila ampelophila* ha gli occhi rossi, ma eccezionalmente compaiono maschi con occhi bianchi. Se uno di questi maschi viene accoppiato con una femmina ad occhi rossi, tutti i figli maschi e femmine hanno occhi rossi. Se questi figli sono incrociati tra loro dànno tre figli rossi ed uno bianco, ma i bianchi sono tutti maschi. Il complesso dei fenomeni messi in luce dal Morgan nell'ereditarietà dei caratteri della *Drosophila* conduce questo autore ad ammettere che in essa, contrariamente all'*Abraxas*, vi siano due sorta di spermi ed una sola di uova, per cui tutte le uova contengono due cromosomi X e metà degli spermi contengono un cromosoma X, e l'altra metà un cromosoma Y.

Nella madre con occhi rossi ciascun uovo contiene un cromosoma X con un fattore per gli occhi rossi, nel padre con occhi bianchi vi è solo un cromosoma X che porta un fattore per gli occhi bianchi.

Un uovo fecondato da uno spermio col cromosoma X, produce una femmina con due cromosomi X, uno contenente il fattore rosso, e uno il fattore bianco. Essa ha gli occhi rossi perchè il rosso è dominante. Un uovo fecondato da uno spermio con un cromosoma Y, produce un maschio il quale ha un solo cromosoma X col fattore degli occhi rossi proveniente dalla madre. Questo maschio ha pure occhi rossi.

La femmina della generazione filiale produce due sorta di uova: una col cromosoma X che porta il fattore per gli occhi rossi, l'altra col cromosoma X che porta il fattore per gli occhi bianchi. Il maschio produce spermi con cromosoma X e col fattore per gli occhi rossi e spermi senza cromosoma X e quindi senza fattore per il colore degli occhi.

Gli spermi col cromosoma X, fecondando le uova delle due sorta, dànno sempre origine a femmine che hanno gli occhi rossi perchè contengono o due cromosomi col fattore degli occhi rossi, od uno col fattore degli occhi rossi ed uno col fattore degli occhi bianchi. Gli spermi senza cromosoma X dànno luogo a maschi i quali hanno gli occhi rossi o bianchi a seconda del fattore contenuto nell'X della femmina.

Tutto ciò è rappresentato nello schema (fig· 1 nel testo).

Si può anche fare l'incrocio reciproco tra femmine ad occhi bianchi (le quali possono derivare dall'incrocio di femmine ad occhi rossi eterozigote con maschi bianchi) e maschi ad occhi rossi. Allora si hanno femmine ad occhi rossi e maschi ad occhi bianchi circa in egual numero; questi individui incrociati tra loro dànno femmine con occhi rossi e ad occhi bianchi, maschi ad occhi rossi e ad occhi bianchi circa in egual numero.

Ciò si spiega con lo schema riportato a fig. 2 nel testo (pag. 17) che, dopo quanto si è detto per il caso precedente, non ha bisogno di maggiori delucidazioni.

Questi schemi si possono applicare a molti altri casi tra i quali particolarmente interessanti sono certe anomalie e infermità dell'uomo, come per esempio l'emofilia, ed il daltonismo. Queste malattie sono più o meno frequenti nell'uomo, ma estremamente rare nella donna. Un uomo malato unito ad una donna sana ha tutti i figli normali; i maschi non hanno tendenza a trasmettere l'infezione, ma una parte delle femmine può invece trasmetterla ai suoi figli maschi. Il modo di trasmissione si comprende ammettendo che anche nell'uomo, come nella Drosofila, il sesso digametico sia quello maschile e paragonando l'emofilia dell'uomo, alla proprietà di avere gli occhi bianchi nella Drosofila.

Abbiamo già parlato dell'ereditarietà collegata al sesso nell'*Abraxas* (pag. 11). Si vede ora che i resultati ottenuti con la Drosofila sono esattamente gli inversi di quelli ottenuti nell'*Abraxas*.

Nell'*Abraxas* è stato veduto che tutte le femmine sono eterozigote per il carattere *grossulariata* e producono due sorta di uova: quelle determinanti il maschio che contengono questo fattore, e quelle determinanti la femmina che non l'hanno. L'ereditarietà della proprietà *grossulariata* nella *Abraxas* si spiega analogamente a quella degli occhi bianchi della *Drosophila*, quando si ammetta che nell'*Abraxas* la femmina abbia un solo cromosoma X e che in questo sia il gene della colorazione *grossulariata*.

***

Abbiamo veduto come la presenza o l'assenza di un cromosoma X si accordi con una spiegazione mendeliana di moltissimi casi di ereditarietà del sesso e di proprietà collegate al sesso, ma non tutte le lacune sono colmate; così per esempio

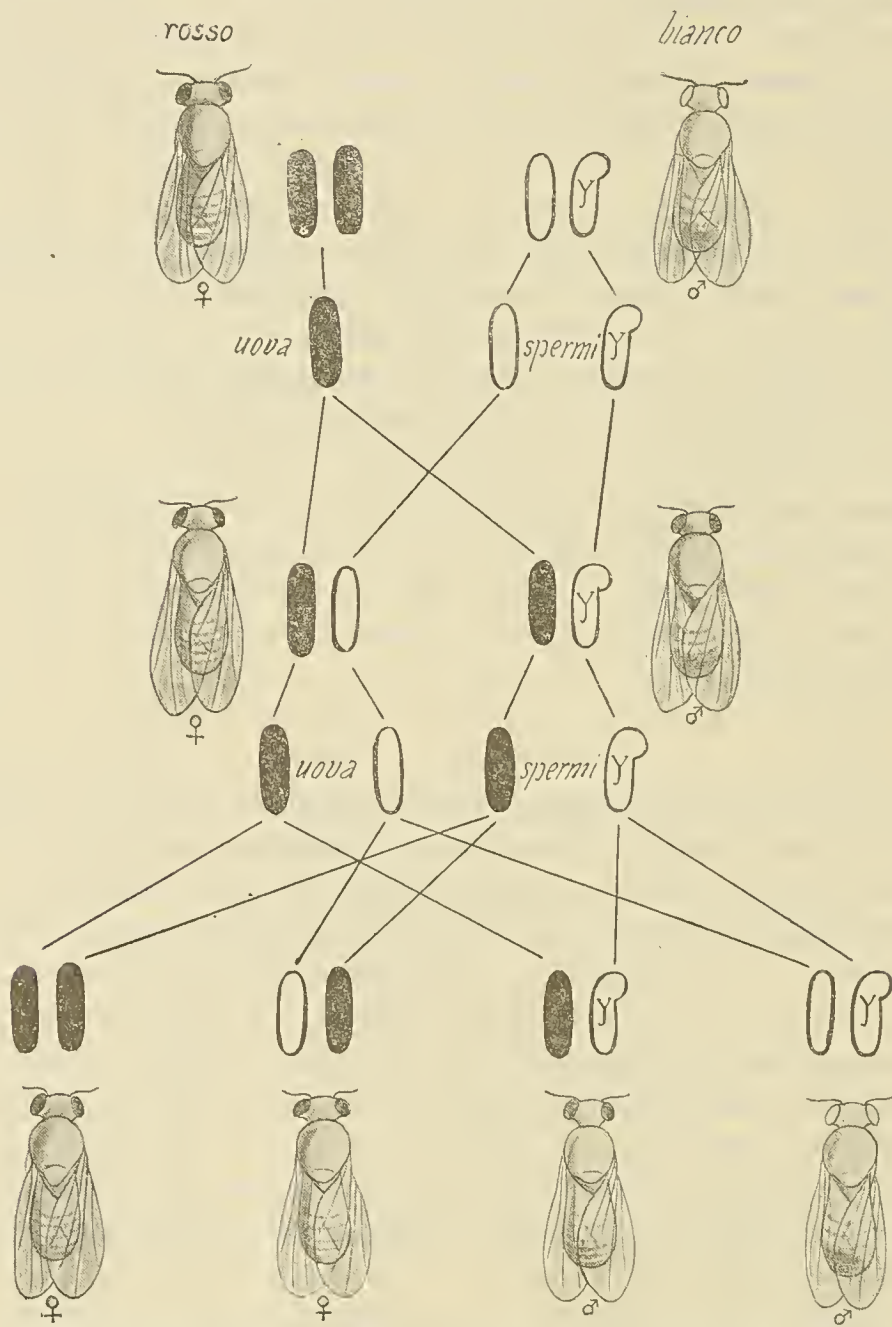



Fig. 1. — *Drosophila ampelophila.* Discendenza di una femmina ad occhi rossi accoppiata con un maschio ad occhi bianchi (Da Morgan).

non rientra nella regola il caso delle api e in generale di quegli imenotteri (come si è detto), in cui i maschi derivano da uova non fecondate. Qui il sesso femminile non dipende da un cromosoma, ma da una serie di cromosomi; inoltre tutte le uova fecondate dànno femmine, quindi gli spermi sono tutti di una sola sorta. Forse nella sper-

matogenesi che avviene in un modo particolare, l'accenno degli spermi determinante il sesso maschile va distrutto, ma questo non si è ancora dimostrato.

Lo studio degli ibridi tra forme in cui l'eterocromosoma è diverso, avrebbe

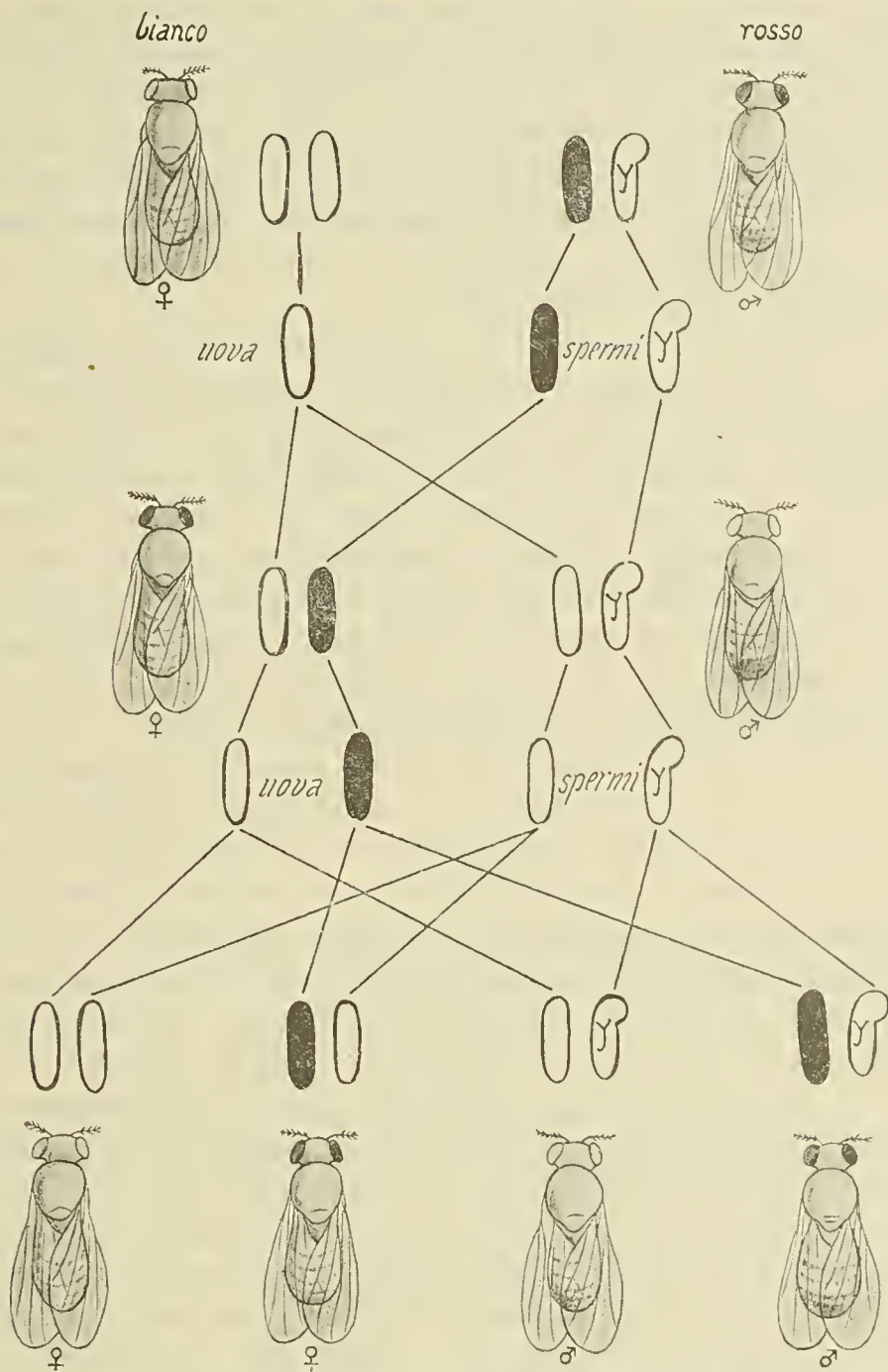



Fig. 2. — *Drosophila ampelophila.* Discendenza di una femmina ad occhi bianchi accoppiata con un maschio ad occhi rossi (da Morgan).

dovuto dare conferma della regola, perchè nel maschio si sarebbe dovuto trovare solo l'eterocromosoma della forma materna e nelle femmine l'eterocromosoma paterno e quello materno, invece nei casi finora studiati non si sono trovati nella femmina i due diversi eterocromosomi.

Un'altra difficoltà sembra sorgere dalla considerazione che mentre in un numero grandissimo di animali il rapporto tra i sessi è di 100 : 100 cioè conforme alla regola di Mendel, in altri invece è costantemente diverso. Ma a questa obiezione è stato risposto che la mortalità può essere diversa negli embrioni dei due sessi, oppure che delle due sorta di spermi, negli animali in cui il sesso digametico è il maschile, una sia più attiva dell'altra (il che è in accordo col fatto che in insetti in cui esiste nel maschio un cromosoma impari, esistono spermi di due grandezze) o che negli animali in cui il sesso digametico è il femminile, nella formazione dei corpuscoli polari si verifichi più spesso la divisione che porta alla formazione di un sesso che quella che determina la formazione dell'altro (il che è stato dimostrato per una razza di *Abraxas grossulariata*). Dunque il rapporto diverso da 100 : 100 non esclude l'ereditarietà mendeliana del sesso.

Oltre ai casi in cui i rapporti dei sessi sono costantemente diversi da quelli mendeliani, si debbono prendere in considerazione quelli in cui i rapporti sono alterati per influenze esterne, naturali o artificiali. Di questi esempî se ne potrebbero citare moltissimi; io mi limito a accennare ad alcuni. Molte prove sperimentali hanno infatti dimostrato che è possibile in svariati gruppi di animali (Cladoceri, Afidi, Rotiferi), favorire o ritardare la comparsa dei maschi con modificazione di temperatura o di nutrimento. Negli uccelli con variazioni di temperatura e nutrimento sono state ottenute alterazioni nei rapporti numerici tra i due sessi. Nel baco da seta e nelle mosche, per mezzo di sali metallici ingeriti dai genitori in vari stadi di sviluppo, si è modificato nei figli il rapporto numerico tra i sessi.

R. Hertwig, seguito dai suoi scolari, in certe razze di rane è riuscito ad alterare la proporzione normale tra gli individui di sesso maschile e quelli di sesso femminile, che è circa metà e metà, facendo avvenire la fecondazione quando le uova erano sopramature, cioè maturate da alcuni giorni. Con la sopramaturazione degli spermi, invece, non ottenne nessun cambiamento. Da questo sembrava di poter dedurre che le rane sperimentate appartengonó a quegli animali in cui la determinazione del sesso è data dalle uova, ma lo stesso Hertwig, successivamente, con altri esperimenti, ha dimostrato che una tale conclusione sarebbe stata erronea. Dividendo in varie porzioni la massa di uova di una stessa femmina e facendole artificialmente fecondare da spermi di maschi differenti, ottenne dalle varie porzioni di uova, maschi e femmine in rapporti numerici differenti, fino ad avere esclusivamente femmine. In seguito alle sue esperienze riconobbe che, mentre in alcune razze di rane i testicoli si distinguono dagli ovarî fin nei giovani stadî, in altre razze di località differenti, il sesso non è visibilmente differenziabile finchè gli animali non sono giunti ad un certo stadio di sviluppo. Egli chiamò queste razze « indifferenti ». Siccome il rapporto dei sessi negli adulti delle razze « indifferenti » è normale, così bisogna concludere che alcuni individui diano luogo a maschi ed altri a femmine. Gli esperimenti hanno dimostrato che la tendenza a formare gonadi « indifferenti » può esser determinata tanto dagli spermi quanto dalle uova. Egli spiega i fenomeni coll'ipotesi che la parte che il maschio e la femmina posseggono nella determinazione del sesso non sia costante in una data specie, ma possa essere soggetta a variazioni individuali. Questo concetto, come vedremo più avanti, è stato poi da altri espresso con formule mendeliane.

Un caso di rapporto numerico anormale tra i sessi trovato dal Morgan fu da lui spiegato in senso mendeliano. In una cultura di *Drosophila* egli trovò costantemente un rapporto anormale di 1 ♂ : 2 ♀, e osservò che la tendenza a produrre prole in queste proporzioni era ereditaria per mezzo della femmina. Morgan immaginò che questo resultato fosse dovuto ad un fattore letale il quale causava la morte prematura degli individui che ne erano affetti, se non era controbilanciato da un altro fattore ricevuto dall'altro genitore. Siccome questi fattori sono collegati al sesso, nel maschio ne potrà esistere uno solo, ma non tutti e due, quindi ogni maschio che contiene il fattore letale non può vivere. La femmina che è eterozigote rispetto a questo fattore, lo trasmette alla metà della sua prole di ciascun sesso, e siccome la metà dei maschi scompare, ne viene un rapporto di 2 ♀ : 1 ♂.

Dagli esempî citati si vede come sia possibile con ipotesi sussidiarie di mantenere il concetto della ereditarietà mendeliana del sesso, anche tenendo conto delle variazioni che possono prodursi per effetto di cause esterne. In tal modo si potrà forse riuscire a far rientrare nella norma generale anche quei casi in cui la determinazione del sesso avviene evidentemente dopo la fecondazione. Tra questi voglio citare quello del verme Bonellia, studiato dal Baltzer. In questa forma la femmina è grande, ovale, con una lunga proboscide. Il maschio è piccolissimo e degenerato e dapprima vive come parassita sulla proboscide della femmina, poi migra nell'utero dove feconda le uova. Baltzer trovò che se le giovani larve di Bonellia sono messe in un acquario in cui esistono vecchie femmine, esse vanno sulla loro proboscide e diventano maschi, se invece sono allevate da sole diventano il 90 % femmine, e il 10 % ermafroditi.

***

Ammesso in linea generale che l'ereditarietà del sesso si possa considerare dipendente da una coppia di fattori mendelizzanti, si presentano altre difficoltà quando si tratta di determinare il significato degli eterocromosomi nella determinazione del sesso e di trovare delle formule mendeliane che siano d'accordo tanto coi reperti citologici quanto coi resultati degli incroci tra i due sessi.

Non mi occupo del significato degli eterocromosomi nella determinazione del sesso perchè è questione assai controversa che non ha alcun rapporto col polimorfismo; mi basta ad accennare che gli eterocromosomi sono considerati da alcuni i determinanti del sesso, da altri gli esponenti del sesso, da altri gli effetti del sesso.

Mi devo invece trattenere intorno alle formule, che dovrò poi adoperare, per discutere l'ereditarietà nel polimorfismo unisessuale.

Dapprincipio, nella rappresentazione dei fenomeni mendeliani, si usava contrapporre un fattore ad un altro fattore; per esempio al fattore « nero » si opponeva il fattore « bianco » ma poi è stata generalmente accettata la formula della presenza e della assenza di Correns, sviluppata poi da Bateson e da Shull, per cui ad un dato fattore, si contrappone non un altro fattore, ma l'assenza di quel fattore. La presenza di un fattore si indica con una lettera maiuscola, la sua assenza, con la

stessa lettera minuscola [1]. Nel caso del sesso, al fattore M maschio, non si opporrà come fattore corrispondente o allelomorfo, come si suol dire, un fattore F = femmina, ma un fattore m = non maschio. Se ora, in un caso in cui il sesso digametico sia il maschile, adottiamo le formule Mm = ♂; mm = ♀, veniamo ad ammettere che M impari nel ♂ sia il latore della mascolinità, mentre invece si sa che gli spermi col cromosoma X determinano il sesso femminile. Queste formule perciò non sono accettabili. Siccome la femmina ha due cromosomi XX ed il maschio uno solo, sembrerebbe di poter adottare le formule ♀ = FF e ♂ = Ff ed in tal modo l'eterocromosoma del maschio indicherebbe la femminilità. Ma l'individuo Ff è un maschio, quindi si verrebbe all'assurdo che f, cioè la mancanza di femminilità, è dominante su F cioè sulla presenza. Si è anche pensato che i due cromosomi X della ♀ determinino l'uno il sesso maschile e l'altro quello femminile, mentre il cromosoma X del ♂ determini il maschile. Allora la femmina si può indicare con MF e produce due sorta di uova, quelle con M e quelle con F; il maschio si può indicare con Mf e produce pure due sorta di spermi con M e con f. Tale schema ha il grave difetto di ammettere implicitamente la fecondazione selettiva per spiegare come non avvengano le combinazioni MM e Ff.

Questi ed altri tentativi di spiegazione non completamente soddisfacenti avevano già indotto i varî ricercatori a rinunciare ad ammettere un comportamento mendeliano degli eterocromosomi, ma in seguito a nuovi studî sull'ereditarietà dei caratteri sessuali secondarî (Goldschmidt) e sull'ereditarietà collegata al sesso (Morgan) si è visto che era possibile l'accordo tra i risultati delle ricerche sui cromosomi e gli esperimenti mendeliani. Indipendentemente l'uno dall'altro il Goldschmidt ed il Morgan erano venuti alla conclusione che in ogni sesso si devono trovare anche i determinanti del sesso opposto.

Nel caso in cui il sesso digametico sia il maschile si usano perciò le formule

♂ = FfMM che forma due sorta di gameti MF ed Mf;
♀ = FF MM che forma solo gameti FM.

Nel caso in cui il sesso digametico è il femminile si ha invece

♂ = FF MM che forma solo gameti MF ;
♀ = FF Mm che forma gameti FM ed Fm.

Però il Morgan nel suo volume del 1915 trova che i fattori M nel primo caso e i fattori F nel secondo che sono eguali nei due sessi, non rappresentano niente e possono sopprimersi. Secondo il Goldschmidt invece sono molto importanti perchè possono dare ragione delle variazioni della potenza sessuale, a cui si è accennato nelle esperienze di Hertwig (pag. 18), come ora vedremo.

[1] Recentemente il Morgan (1915) solleva varie obiezioni alla teoria della presenza-assenza, tra cui quella che sono noti casi di caratteri dominanti nel maschio e recessivi nella femmina, e l'altra che a volte ad un fattore invece di un solo fattore allelomorfo ne possono corrispondere parecchi. Senza entrare a discutere il significato del simbolo, certo è che, come modo di rappresentazione, quello di contrapporre ad un carattere indicato con lettera maiuscola la mancanza di questo carattere indicata con lettera minuscola, è molto comodo e si può conservare.

Il Goldschimdt è venuto alle suddette formule in seguito alle ricerche sull'ereditarietà dei caratteri sessuali secondarî nella farfalla *Lymantria dispar* detta così per la grande differenza di aspetto tra i maschi e le femmine. Di questa farfalla esiste una varietà *japonica* che i sistematici distinguono per una serie di caratteri; in complesso si può dire che la *japonica* è di maggiori dimensioni, e di colore più intensivo.

Se si incrocia *japonica* ♀ × *dispar* ♂ la generazione F_1 è composta di figli normali, la generazione F_2 è composta di $^5/_8$ di femmine normali, $^3/_8$ di femmine ginandromorfe, 1 di maschi normali (Le femmine ginandromorfe sono femmine che hanno più o meno l'abito maschile). L'incrocio reciproco tra *dispar* ♀ × *japonica* ♂, dà subito alla prima generazione femmine ginandromorfe e maschi normali, ed alla generazione F_2, $^5/_8$ di femmine normali, $^3/_8$ ginandromorfe, 1 di maschi normali.

Per spiegare questi resultati il Goldschmidt ammette che oltre ai fattori determinanti il sesso ve ne siano altri per i caratteri sessuali secondarî i quali si possono indicare con G (fattore per i caratteri sessuali secondarî femminili), *g* (assenza di questo fattore), A (fattore per i caratteri sessuali secondarî maschili), *a* (assenza di questo fattore). Questi fattori sono uniti a quelli che determinano il sesso, così che si hanno le seguenti formule complete:
per il sesso digametico maschile

$$♂ = \mathrm{F}f\mathrm{MMG}g\ \mathrm{AA};\ ♀ = \mathrm{FFMMGGAA}$$

e per il sesso digametico femminile

$$♂ = \mathrm{FFMMGGAA};\ ♀ = \mathrm{FFM}m\mathrm{GGA}a$$

I fattori F ed M da un lato a G ed A dall'altro non hanno la stessa potenza. o forza.

Se il sesso digametico è il maschile, F ha maggior forza di M (è epistatico su M) e G ha maggior forza di A (è epistatico su A) però due M hanno maggior forza di una F e due A hanno maggior forza di una G. Così nel sesso digametico maschile la prima formula, normalmente, dà origine ad un maschio con caratteri sessuali secondarî maschili e la seconda ad una femmina con caratteri sessuali secondarî femminili. L'inverso si ha nel caso del sesso digametico femminile. Il Goldschmidt aggiunge l'ipotesi che la differenza di potenza tra i fattori della mascolinità e quelli della femminilità debba raggiungere un certo valore minimo, il « minimo epistatico », perchè possa apparire un maschio puro, od una femmina pura. Ed ecco come queste formule si possono mettere in rapporto con la presenza e coll'assenza degli eterocromosomi.

Nell'ipotesi che il sesso digametico sia il maschile, il cromosoma X conterrà il fattore della femminilità F, ma nei due sessi vi deve anche essere il fattore M della mascolinità e questo sarà contenuto in un cromosoma che si potrà indicare con Z, ma che non è distinto dagli altri e si divide normalmente. Viceversa se il sesso digametico è femminile, il cromosoma X conterrà il fattore M della mascolinità, mentre il fattore F della femminilità sarà contenuto nel cromosoma Z indistinguibile dagli altri. Normalmente i caratteri sessuali secondarî seguono l'ereditarietà del sesso;

così si ammette che il fattore dei caratteri sessuali secondarî sia contenuto nello stesso cromosoma che porta il fattore della sessualità. Ciò si può render chiaro nel seguente schema che riporto dal Goldschmidt (fig. 3).

Esso rappresenta le divisioni maturative di un ♂ e di una ♀ nel caso che il sesso digametico sia femminile. Ogni sesso contiene due piccoli cromosomi Z coi fattori del sesso femminile e dei caratteri sessuali secondarî femminili, la ♀ contiene un solo grande cromosoma X coi fattori del sesso maschile e dei caratteri sessuali secondarî maschili, il ♂ contiene invece due di questi cromosomi X.

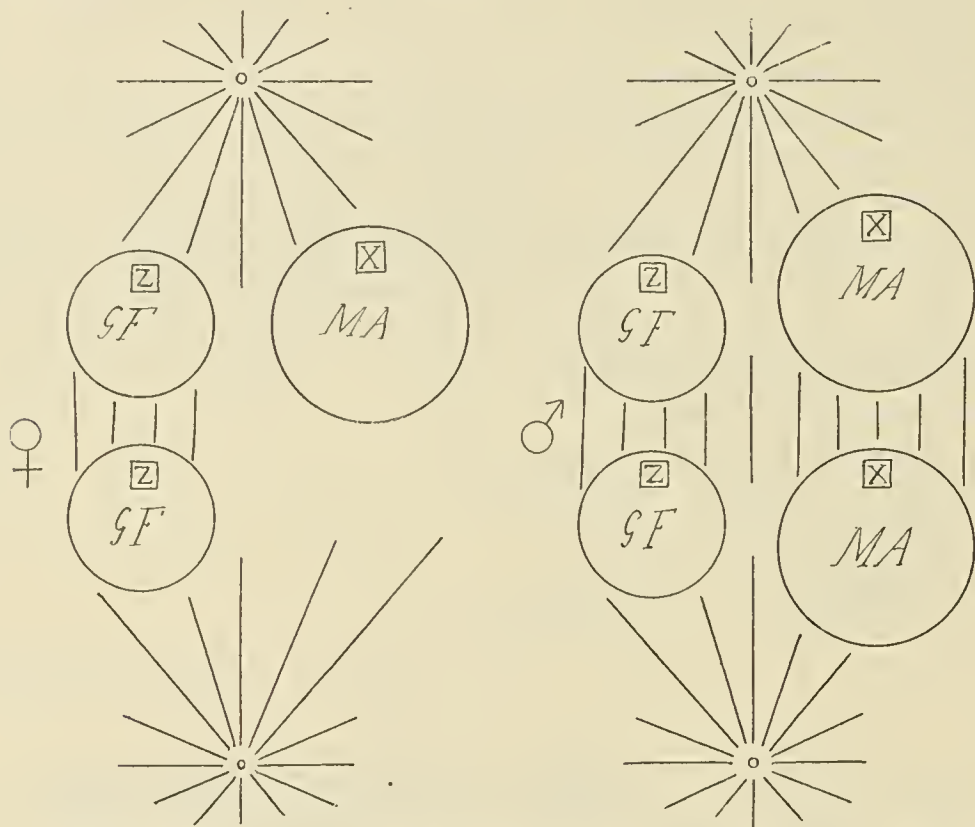



Fig. 3. — Schema della divisione maturativa nella ♀ e nel ♂ secondo l'ipotesi che ciascuno dei due sessi abbia due piccoli cromosomi Z coi fattori GF, la ♀ contenga pure un grande cromosoma X coi fattori MA, ed il ♂ due grandi cromosomi X (Da Goldschmidt).

Per spiegare la presenza delle forme ginandromorfe negli incroci tra la *Lymantra dispar* e la sua varietà *japonica*, il Goldschmidt fa l'ipotesi che la potenza dei varî fattori nella varietà *japonica*, che è più grande e più colorita, sia maggiore dei corrispondenti della *dispar*. Questo concetto della potenza non è nuovo e serve a spiegare una quantità di resultati che a tutta prima sembrerebbero contrari all'ipotesi dell'eredità mendeliana. Per esprimere la cosa chiaramente si può immaginare che nella *dispar* sia per esempio $A = 60$, $G = 40$, nella *japonica* sia $A = 120$; $G = 80$. Una femmina ottenuta coll'incrocio *dispar* ♀ *japonica* × ♂ corrisponderà alla formula FFM*m*GGA*a*. Siccome $GG = 2 \times 40 = 80$ ed $A = 120$, così nella ♀ si avrà ancora un predominio dei caratteri sessuali secondarî maschili, i quali si manifestano esternamente e dànno luogo alla forma ginandromorfa. Se un ragionamento simile a

quello fatto per i caratteri sessuali secondarî si ripete per i fattori del sesso, si comprende come si arrivi alla relatività della potenza sessuale, e come si possano spiegare i resultati degli esperimenti di Hertwig sulle rane, di cui si è parlato.

Una modificazione alle formule di Goldschmidt in seguito ad uno studio ulteriore sulla determinazione del sesso nelle rane è stato fatta da Witschi (1914), scolaro di Hertwig e di Goldschmidt, il quale ha preso in considerazione gli esperimenti di Hertwig, e per suo conto ne ha compiuti altri sulla *Rana temporaria*. Egli ha veduto che anche in questa specie possono distinguersi due razze, una a differenziazione precoce, in cui fin dagli stadî giovanili si riconoscono gli individui dei due sessi, in proporzione numerica normale, ed una che dà luogo ad individui ermafroditi dove i sessi si differenziano tardivamente. Anche in questa con le variazioni di temperatura e con la sopramaturazione delle uova, potè influire notevolmente sui rapporti numerici dei sessi. Dall'insieme dei fatti osservati venne a concludere che alla determinazione del sesso partecipano di regola tre componenti: i fattori ereditari del sesso, le influenze esterne (ambiente) ed i fattori interni (che naturalmente restano i più indeterminati). Questi tre componenti possono esercitare un'influenza maggiore o minore dipendentemente dal valore della potenza sessuale.

Tutti i resultati, secondo l'autore, possono essere spiegati con le formule di Goldschmidt purchè un po' modificate. Invece di ♀ = FFMM ; ♂ = FfMM (dove f rappresenta l'assenza del fattore femminile) si devono, a suo avviso introdurre i simboli ♀ = FFMM; ♂ = FF_1MM in cui F_1 rappresenta una piccola femminilità minore tanto di F quanto di M; devono esistere i rapporti $F > M$; $F > F_1$; $M > F$.

L'A. considera le variazioni che subiscono le formule attribuendo ai fattori F, M, ed F_1 una serie di valori differenti, per i quali nella formula muta il valore epistatico (cioè la differenza della potenza di un sesso su quella dell'altro) e suppone che occorra un certo minimo epistatico perchè la potenza predominante di un sesso possa manifestarsi; se il valore epistatico risulta inferiore a questo limite, si ha un individuo ermafrodito. Nella serie di valori considerata vi sono due casi limiti, il primo quando si ammette $F = M = F_1$ allora tanto per il maschio come per la femmina il valore epistatico è $= 0$; ciò vuol dire che in questo caso la determinazione del sesso non è influenzata affatto dai fattori ereditarî. Il secondo si verifica quando $F_1 = 0$; allora le formule ritornano ad essere quelle di Goldschmidt, ma con un valore epistatico molto alto, così che la determinazione del sesso è influenzata per la massima parte della distribuzione dei fattori ereditari, e pochissimo dalle altre cause. L'autore nota che questo suo modo di vedere è in accordo con le ricerche sull'eterocromosoma. Infatti il tipo *Protenor* corrisponde al caso limite rappresentato dalle formule di Goldschmidt, in cui l'eterocromosoma è impari, il caso *Lygaeus* corrisponde a quelli in cui si ha un valore per F ed uno per F_1, i casi in cui non si distinguono eterocromosomi potrebbero corrispondere al caso limite in cui $F = M = F_1$.

In conclusione, un'imponente serie di prove sperimentali e di osservazioni citologiche sta in favore dell'ipotesi che il sesso e le proprietà sessuali secondarie siano determinati da fattori che seguono l'eredità mendeliana. Esiste tuttavia altra serie di fatti per i quali non si può ammettere l'eredità mendeliana del sesso e dei carat-

teri sessuali secondarî, se non sussidiandola con ipotesi accessorie, che possono essere geniali, ma difficili a dimostrarsi. Perciò gli autori, nello stato attuale della scienza, tendono ad ammettere che nella determinazione del sesso e dei caratteri sessuali, oltre ai fattori ereditari che seguono le regole mendeliane, influiscono anche altri fattori.

C) Il polimorfismo unissessuale studiato col concetto mendeliano.

Il primo a considerare il polimorfismo unisessuale come un fenomeno sottoposto alle leggi dell'ereditarietà Mendeliana fu il De Meijere (1910). Egli scelse come materiale di studio il *Papilio memnon*, farfalla tropicale in cui tutti i maschi appaiono uniformi, mentre le femmine si presentano sotto tre aspetti assai diversi tra loro che prendono il nome di *P. Achates*, *P. Agenor*, *P. Laomedon*. Le tre forme femminili possono andare soggette a variazioni secondarie, ma non tali da costituire stadî intermedî tra le une e le altre.

Il De Meijere non fece esperimenti, ma basò le sue considerazioni sui resultati delle culture fatte dallo Jacobson, il quale si era proposto di stabilire se ciascuna femmina fosse in grado di procreare tutte e tre le sorta di femmine, e quali prodotti derivassero dall' incrociamento di maschi e femmine di discendenza nota. A tale scopo aveva coltivato tre famiglie di *Papilio memnon* riuscendo a seguirne una fino alla quinta generazione.

Coll'esame delle tabelle di Jacobson, il De Meijere verifica che l'ipotesi che ogni femmina possa produrre tutte e tre le forme femminili, non è conforme ai fatti perchè in nessun caso, nella discendenza di una femmina, si sono presentate le tre sorta di femmine, ma per lo più due e qualche volta una sola. I rapporti numerici tra le femmine di due sorta, figlie degli stessi genitori, gli fanno pensare ad una ripartizione secondo le cifre mendeliane.

Ecco come egli spiega i fenomeni.

Poichè ogni femmina può dar luogo a due forme diverse di femmine (delle quali una è però sempre eguale alla madre) bisogna ammettere che essa possa avere in sè i determinanti per i caratteri di due forme; il fattore dominante determina l'abito esterno. I maschi apparentemente sono tutti eguali, tuttavia per la questione dell'ereditarietà possono esser considerati come differenti, come dimostra il fatto che femmine di una stessa forma, accoppiate con maschi diversi, possono dar luogo a figlie differenti. Si deve ammettere che nella femmina siano rappresentate le proprietà del maschio della stessa specie e viceversa, il che è già noto per molti casi, come, per esempio, il carattere di una ricca secrezione lattifera trasmesso in certe razze bovine per mezzo dei maschi. Rimane la questione se un carattere come la colorazione delle ali della femmina, sia rappresentato nel maschio da due soli geni o da uno solo. Il De Meijere, per spiegare i fatti, ritiene necessario ammettere che i maschi di una farfalla sessualmente dimorfa accanto ai due geni o complesso di geni che determinano la sua particolare colorazione e la forma delle sue ali, ne possegga anche altri due per la colorazione e la forma delle ali femminili; questi nelle specie in cui le femmine sono polimorfe, possono essere eguali o differenti.

In ciascun sesso sono quindi presenti anche i determinanti dei caratteri sessuali dell'altro; ma vi si trovano allo stato latente. Però nell'ereditarietà i determinanti maschili e femminili si separano e seguono ciascuno per suo conto la regola di Mendel. Il carattere esterno di un individuo dipende dalle leggi della dominanza; quale sia il carattere dominante si può tentare di dedurre osservando i prodotti degli incroci.

Secondo il concetto di De Meijere, l'ereditarietà dei caratteri sessuali secondarî è indipendente dall'ereditarietà del sesso. Questo concetto dell'ereditarietà separata, enunciato a proposito del polimorfismo del *Papilio memnon*, dall'autore è poi estesamente sviluppato in due pubblicazioni del 1911 e del 1913. Egli ammette che tanto il maschio quanto la femmina siano omozigoti rispetto al sesso e rispetto ai caratteri sessuali secondarî, ma il maschio e la femmina abbiano una tendenza sessuale differente, per la quale i determinanti dell'altro sesso in ogni individuo restino allo stato latente. Non si comprende che substrato possa avere questa latenza, ma sorvoliamo su questo punto, e continuiamo l'esposizione delle idee del De Meijere. A suo avviso, nell'ereditarietà i caratteri sessuali secondarî di ciascuno dei sessi seguono la regola di Mendel separatamente, cioè i caratteri maschili del padre si incrociano con quelli maschili (latenti) della madre, e quelli femminili (latenti) del padre si incrociano con quelli femminili della madre. Si hanno così un certo numero di combinazioni per i caratteri maschili ed un certo numero per i caratteri femminili. Le combinazioni maschili si uniranno colle femminili in tutti i modi possibili. L'unione di una combinazione maschile e di una femminile si trova tanto nei maschi che nelle femmine, ma in ciascun individuo è visibile solo quella dei caratteri corrispondenti al proprio sesso, mentre l'altra è latente.

Nel caso speciale del *Papilio memnon* i caratteri maschili sono sempre eguali e si possono rappresentare con due MM. L'incrocio dei caratteri maschili non potrà mai dare una combinazione diversa da MM. Invece i caratteri femminili (latenti nel maschio e palesi nella femmina), sono in tutti e due i sessi rappresentati da due geni, non necessariamente eguali e perciò possono dar luogo a svariate combinazioni. Indichiamo questi geni con 1, 2, 3. Le varie combinazioni possibili sono le seguenti:

$$1.\,1. \times 1.\,1. = 1.\,1.$$

$$1.\,1. \times 1.\,2. = \frac{1}{2}\,1.\,1. + \frac{1}{2}\,1.\,2.$$

$$1.\,1. \times 1.\,3. = \frac{1}{2}\,1.\,1. + \frac{1}{2}\,1.\,3.$$

$$1.\,1. \times 2.\,2. = 1.\,2.$$

$$1.\,1. \times 2.\,3. = \frac{1}{2}\,1.\,2. + \frac{1}{2}\,1.\,3.$$

$$1.\,1. \times 3.\,3. = 1.\,3$$

più tutte le altre che si possono ottenere da queste sostituendo in tutta la serie al primo fattore 1. 1. successivamente gli altri 1. 2; 1. 3; 2 . 2; 2. 3; 3. 3.

Sono 36 combinazioni possibili. È da notarsi che 15 di esse si ottengono da

altre 15 scambiando i fattori portati dal maschio con quelli portati dalla femmina, e con questo scambio non si muta il resultato per quanto riguarda la prole, ma i genitori sono differenti a seconda che una data combinazione è portata dal maschio o dalla femmina.

Siccome ogni femmina presenta quella colorazione che le è data dal gene dominante, così senza conoscere quale sia il gene dominante non si può prevedere il resultato di un incrocio. Ma dalla considerazione delle formule si ha modo di dire che in certi casi si avrà nella prole una sola sorta di femmine, in altri due, e solo la combinazione

$$1.\,2. \times 2.\,3. = \frac{1}{4}\,1.\,2. + \frac{1}{4}\,1.\,3. + \frac{1}{4}\,2.\,2. + \frac{1}{4}\,2.\,3.$$

può dar luogo a tutte e tre le forme femminili se si ammette che 1 sia dominante su 2 e su 3, e 3 sia dominante su 2.

Questa combinazione non si presenta certo nelle culture di Jacobson, perchè mai si sono prodotte le tre femmine.

Per stabilire quale sia il gene dominante, il De Meijere analizza i dati che sono a sua disposizione, ma naturalmente si trova dinnanzi a gravi difficoltà. Non avendo in nessun caso una forma proveniente da una cultura pura, seguìta per più generazioni, non può mai sapere se una femmina che presenta una data colorazione sia omozigote od eterozigote rispetto ad essa; la difficoltà è accresciuta dall'uniformità apparente dei maschi.

Così egli arriva a delle supposizioni che si adattano (per quanto riguarda la forma e la colorazione delle femmine) ai resultati delle culture di Jacobson, ma queste culture non bastano a dimostrare che la supposizione fatta abbia un valore generale. Si aggiunga che i rapporti numerici tra le varie sorta di femmine ottenute dagli stessi genitori sono fatti in base a cifre assai piccole, e non dimostrano nè escludono le proporzioni mendeliane. Per tutte queste ragioni si può dire che le interpretazioni di De Meijere non sono dimostrate, ma solo appoggiate dai fatti.

*
* *

Un altro caso di questo polimorfismo è stato studiato dal naturalista americano Gerould il quale si è servito per le sue ricerche della *Colias philodice*, farfalla del trifoglio, nella quale esistono femmine con ali gialle e femmine con ali bianche, i maschi invece sono quasi sempre gialli. L'albinismo non è esclusivamente limitato alla femmina, ma il Gerould su 900 discendenti di una femmina bianca da lui coltivata non ottenne un sol maschio bianco. È stato trovato in natura qualche maschio bianco nelle regioni dove la femmina bianca è specialmente abbondante.

L'attenzione di Gerould fu attratta sulla questione dell'ereditarietà del colore in queste farfalle, dall'osservazione di Edward, pubblicata nel volume *Butterflies of North America*, che la prole di una femmina albina è composta di femmine bianche e di femmine gialle, e di maschi tutti gialli. Gerould ha pensato che questi dati si potessero interpretare in senso mendeliano e da ciò è stato indotto a studiare il problema.

I resultati del Gerould, brevemente riassunti, sono i seguenti:

1°) La femmina bianca è in ogni caso eterozigote per il colore perchè, incrociata con un maschio giallo puro (preso in natura o fratello della femmina), produce circa un numero eguale di femmine bianche e di femmine gialle, in accordo con la regola di Mendel; i maschi però sono tutti gialli.

Egli spiega questo fatto coll'ipotesi che il colore giallo sia dominante nel maschio, recessivo nella femmina, analogamente a quanto si verifica negli incroci tra le pecore Dorset colle corna e quelle Suffolk senza corna, dove si vede che la condizione di avere le corna è dominante nel maschio, recessiva nella femmina.

I maschi gialli sarebbero perciò metà omozigoti e metà eterozigoti.

2°) Se una femmina eterozigote bianca è incrociata con un maschio giallo eterozigote per il colore (e questo è indicato dal fatto che incrociato con una femmina gialla omozigote produce figlie bianche e figlie gialle), si hanno femmine bianche e femmine gialle, ma non nel rapporto 3 : 1 che si aspetterebbe secondo la regola di Mendel, bensì in una proporzione che si avvicina di più a quella 2 : 1.

Gerould per suggerimento di Castle spiega questo reperto coll'ipotesi che non si producano femmine bianche omozigote, cioè che la combinazione di due geni bianchi sia sterile. Esempio simile è fornito dai topi gialli i quali, secondo quello che è stato dimostrato da Cuénot, Castle ed altri, sono sempre eterozigoti, così che incrociati tra loro non dànno mai tutti topi gialli, ma topi gialli in proporzione di 66,6 % e non gialli in proporzione del 33,3 %.

3°) Il maschio bianco che si trova in natura raramente, è presumibilmente recessivo omozigote bianco, ma non è mai comparso negli incroci che avrebbero potuto produrlo, cioè quelli di un maschio eterozigote giallo con una femmina eterozigote bianca, e perciò non fu mai potuto esperimentare.

4°) Le femmine gialle, probabilmente omozigote per il giallo, incrociate con maschi gialli, probabilmente eterozigoti, producono femmine bianche e gialle, a volte in egual numero, in accordo colla regola di Mendel, ma a volte il doppio circa di bianche.

5°) La femmina gialla omozigote, incrociata con un maschio giallo presumibilmente omozigote produce solo prole gialla.

L'autore mette in rapporto l'inversione della dominanza coll'ereditarietà mendeliana del sesso. Egli parte dal presupposto che in queste farfalle la femmina sia eterozigote per il sesso ed il maschio omozigote. La presenza di due fattori X permette al fattore giallo (rappresentato con Y) di comparire tanto se è omozigote (YY) come se è eterozigote (Y*y*), mentre la presenza di un solo fattore X non fa comparire il giallo altro che nel caso in cui è omozigote, così che i maschi Y*y* sono gialli, le femmine Y*y* sono bianche. L'autore nota che l'ereditarietà di queste forme però è diversa da quella dell'*Abraxas*, dove pure di solito in natura si trovano due sorta di femmine (*grossulariata* e *lacticolor*) (v. pag. 11) ed una sola sorta di maschi. La diversità consiste nel fatto che nell'*Abraxas* il tipo fondamentale di colorazione è dominante nei due sessi, mentre in *Colias* lo è solo nel maschio; che le femmine della forma tipo, omozigote per il colore, sono state trovate in *Colias* e non in *Abraxas* nella quale tutte le forme tipo sono eterozigote, mentre in *Colias*

sono eterozigote tutte le femmine bianche finora ottenute. La separazione del colore e del determinante del sesso nella femmina *grossulariata* e nella femmina bianca *Colias*, entrambe eterozigote sotto questi due aspetti, deve presumibilmente avvenire in maniera totalmente differente (Takes place presumably by quite different methods).

*
* *

Dopo questi due lavori sul polimorfismo unisessuale, ne è comparso un altro del Goldschmidt (1912) il quale, ragionando sui dati discussi da De Meijere e su quelli trovati da Gerould e discussi secondo i suggerimenti di Castle, ha immaginato per tutti quanti una spiegazione facile ed uniforme che veramente sembrava allora dare ragione di tutti i fenomeni verificati.

Goldschmidt parte dal principio che indiscutibilmente le proprietà della forma e della colorazione delle ali, di cui si tratta, appartengono al gruppo dei caratteri sessuali secondarî. La varietà delle femmine significa che è avvenuta una mutazione nei caratteri sessuali secondarî femminili. La sua ereditarietà perciò deve seguire il modo di ereditarietà normale dei caratteri sessuali secondarî, e presentarsi come se venissero incrociate due varietà, differenti soltanto per un carattere sessuale secondario di un sesso.

Abbiamo già veduto indietro (pag. 21) la formula immaginata dal Goldschmidt in seguito ai suoi studî sull'ereditarietà della *Lymantria*, per rappresentare l'ereditarietà del sesso e dei caratteri sessuali secondarî.

Come si è detto, nel caso in cui il sesso digametico sia il femminile, la formula per i caratteri sessuali secondarî è $GGAa = ♀$; $GGAA = ♂$ dove A è il fattore per i caratteri sessuali secondarî maschili e G quello per i femminili. Se nei fattori G avviene una mutazione dominante (per es. le ali bianche invece di gialle) questa potrà essere indicata con G'.

Si potranno avere quattro casi:

1°) $GG'Aa = ♀$
2°) $G'G'Aa = ♀$
3°) $GG'AA = ♂$
4°) $GG'AA = ♂$

Le femmine saranno con ali bianche, i maschi però avranno sempre ali gialle perchè A è epistatico su G, e quindi è indifferente se al luogo di G vi sia o no G'.

Con questo modo di rappresentazione si spiegano i casi osservati da Gerould in *Colias* senza ricorrere all'ipotesi del cambio di dominanza. La conferma della fondatezza della spiegazione di Goldschmidt avrebbe potuto essere fornita da altre combinazioni che però nelle culture di Gerould mancano. Quindi la dimostrazione non è sufficiente. Due altri punti non sono neanche bene chiariti, quello riguardante i maschi bianchi che Gerould non ha mai ottenuto nelle sue culture, ma che esistono in natura, benchè rari, e il rapporto di femmine bianche a femmine gialle 2:1 e non 3:1.

Per spiegare tanto la mancanza di maschi bianchi quanto i rapporti numerici delle femmine bianche alle gialle diversi da quelli aspettati secondo la legge di Mendel, il Gerould, come si è detto, aveva ammesso che non si producessero, se non eccezionalmente, le forme omozigote bianche; l'esistenza di maschi bianchi che sono

necessariamente omozigoti, era un fatto imbarazzante per lui perchè è contrario alla ipotesi.

Nemmeno secondo le formule di Goldschmidt questi maschi dovrebbero mai presentarsi. Tuttavia il Goldschmidt dice che la loro presenza si può spiegare senza difficoltà; perchè o sono mutanti ordinari che si formano indipendentemente dai caratteri sessuali secondarî e non hanno interesse, oppure eccezionalmente la mutazione invece che prodursi nel fattore G si è prodotta nel fattore A.

A me sembra che queste due ipotesi tutt'altro che dimostrate, non abbiano alcun valore come spiegazione del fenomeno, e che la questione dei maschi bianchi rimanga insoluta al pari di prima.

Per il Goldschmidt il rapporto 2:1 invece che 3:1 si spiega colla mortalità di alcune femmine.

Le stesse formule vengono applicate dal Goldschmidt a interpretare i risultati delle culture del *Papilio memnon*. Siccome in questo caso le femmine sono tre, così le modificazioni nei caratteri sessuali secondarî femminili sono due, una rappresentabile con G_1, l'altra con G_2. La forma tipo col fattore G è la *Laomedon*, se G si muta in G_1, si ha forma *Agenor* e se si muta in G_2, la forma *Achates*.

Achates è dominante rispetto *Agenor*; *Agenor* è dominante rispetto *Laomedon*. I maschi sono sempre eguali perchè AA è epistatico su GG.

Sono dunque possibili 6 combinazioni per il ♂ e 6 per la ♀ e precisamente:

	per il maschio		per la femmina
1°)	AAGG	1°)	$AaGG$ = *Laomedon* omozigote
2°)	$AAGG_1$	2°)	$AaGG_1$ = *Agenor* con *Laomedon* eterozigote
3°)	$AAGG_2$	3°)	$AaGG_2$ = *Achates* con *Laomedon* eterozigote
4°)	AAG_1G_1	4°)	AaG_1G_1 = *Agenor* omozigote
5°)	AAG_2G_2	5°)	AaG_2G_2 = *Achates* omozigote
6°)	AAG_1G_2	6°)	AaG_1G_2 = *Achates* con *Agenor* eterozigote

Tra i 6 maschi e le 6 femmine sono possibili 36 incroci, ma non tutti dànno resultati differenti, come si è visto per le formule di De Meijere. Per esempio $AaGG_1 \times AAGG_2$ per quanto si riferisce alla colorazione delle femmine figlie, dà lo stesso resultato di $AaGG_2 \times AAGG_1$; però la femmina $AaGG_1$ non è eguale alla $AaGG_2$.

Paragonando la spiegazione del De Meijère con quella di Goldschmidt, si nota che nonostante le vedute profondamente differenti dei due autori sull'ereditarietà del sesso e dei caratteri sessuali secondarî, per il caso speciale del polimorfismo unisessuale essi vengono a dire con parole diverse le stesse cose.

Infatti secondo il De Meijere ogni maschio possiede due geni MM per la propria colorazione e forme delle ali, oltre a ciò due geni per la forma e la colorazione delle ali della femmina, e questi possono essere tra loro eguali o differenti; anche secondo il Goldschmidt il maschio ha due fattori AA per i caratteri sessuali secondarî maschili e due fattori GG per i caratteri sessuali secondarî femminili, i quali possono essere eguali o differenti, presentando le stesse combinazioni ammesse dal

De Meijere. Secondo il De Meijere la femmina possiede due geni per la forma ed il colore del maschio e due per la propria forma ed il proprio colore; secondo il Goldschmidt ne ha uno solo per il maschio e due per la propria forma ed il proprio colore. Essendo i maschi sempre eguali, questa differenza di concezioni non può manifestarsi in nessun modo nei resultati degli incrociamenti.

Secondo il De Meijere i caratteri di ciascun sesso esistono anche nell'altro, ma non possono manifestarsi esternamente perchè vi si trovano allo stato latente; secondo il Goldschmidt i caratteri sessuali maschili normalmente non compaiono nella femmina perchè essa, se è digametica, ha un solo fattore per i caratteri del sesso opposto, e i femminili non compaiono nel maschio perchè sono ipostatici rispetto ai maschili. Come spiega lo stesso De Meijere nella sua pubblicazione del 1913, tra il suo modo di vedere e quello di Goldschmidt esiste completo accordo per quanto si riferisce alla forma ed al colore delle ali della femmina, vi è invece contrasto per la forma ed il colore delle ali del maschio; rispetto a questi caratteri maschili, secondo il Goldschmidt (come ho detto) il maschio è omozigote, la femmina eterozigote; secondo il De Meijère i due sessi sono omozigoti.

Siccome tutte le formule non possono riguardare in questo caso che la forma e la colorazione delle ali femminili, così le due spiegazioni vengono a coincidere.

* * *

Un modo assai diverso di considerare questo fenomeno è quello immaginato dal Baur (1911-1914). Egli premette che il gene il quale determina le differenze tra il maschio e la femmina esercita la sua influenza non solo sugli organi sessuali e le cellule sessuali, ma su tutte le possibili proprietà di un individuo. Nel caso del polimorfismo unisessuale del *Papilio memnon*, egli ammette che il colore e la forma delle ali delle farfalle siano dati da due unità ereditarie, mendelizzanti indipendentemente l'una dall'altra, e le denomina A e B. Se queste due unità ereditarie mancano entrambe, si ha la forma *Laomedon* (allora la formula è *aabb* indicando al solito colle minuscole l'assenza di un carattere); se è presente solo l'unità A si ha la forma *Agenor* (formula AA*bb*); se sono presenti tutte e due si ha la forma *Achates* (formula AABB).

Può essere presente anche la sola unità B senza A; allora si ha ancora la forma *Laomedon* perchè, per ipotesi, il fattore B da solo non può manifestarsi. Nel maschio queste stesse unità esistono come nella femmina, ma non si manifestano esternamente. Ogni forma rispetto ad una data unità ereditaria può essere omozigote od eterozigote.

Risulta da quanto si è detto che, mentre colle interpretazioni di De Meijere e di Goldschmidt si avevano sei formule diverse per le possibili combinazioni dei geni relativi alla forma e colorazione delle ali femminili, col sistema di Baur se ne hanno nove, che voglio raccogliere nel presente prospetto:

1°) *aabb* = *Laomedon*	4°) A*abb* = *Agenor*	7°) AA*bb* = *Agenor*
2°) *aa*B*b* = *Laomedon*	5°) A*a*B*b* = *Achates*	8°) AAB*b* = *Achates*
3°) *aa*BB = *Laomedon*	6°) A*a*BB = *Achates*	9°) AABB = *Achates*

Come si vede dal prospetto, la femmina *Laomedon* può corrispondere a 3 formule differenti, la femmina *Agenor* a 2, la femmina *Achates* a 4. Ad ogni maschio se ne possono attribuire 9. L'incertezza che era già grande quando si trattava di stabilire la formula relativa ad un dato individuo coi sistemi di formule precedenti, con questo sistema viene ancora aumentata. Se i dati di cui si può disporre erano insufficienti precedentemente per verificare le supposizioni teoriche, ora lo diventano ancora di più. Le possibilità sono tante, che è sempre lecito dare la preferenza a quella supposizione che non contraddice ai resultati sperimentali, ma con ciò quella supposizione non può dirsi dimostrata. Questo è come un problema in cui il numero delle incognite sia superiore al numero delle equazioni. Molte, anzi troppe soluzioni sono possibili.

***

Per seguire l'ordine cronologico dovrei parlare ora del mio primo lavoro sul polimorfismo unisessuale del *Rh. echinopus* uscito sul periodico Bios nel 1914, ma presentato alla stampa nell'agosto 1913; ritengo invece più opportuno riunire le mie osservazioni a quelle successive ed esporle tutte insieme e qui accennare ad un altro studio sul polimorfismo femminile delle farfalle, molto più completo dei precedenti, uscito quasi contemporaneamente al mio. Si tratta dello studio di Fryer « An Investigation by Pedigree Breeding in the Polymorfism of *Papilio polytes* Linn. ».

Il *Papilio polytes*, analogamente al *Papilio memnon*, presenta una sola forma maschile e tre forme femminili, cioè: la forma *cyrus* Fabr. rassomigliante al maschio, la forma *romulus* Cram. rassomigliante al *P. hector* Linn. e la forma *polytes* Linn. rassomigliante al *P. aristolochiae* Fabr.

In un anno e mezzo, a Ceylon, l'autore ha potuto osservare 82 covate, e seguire alcune famiglie per 3 generazioni; molti altri accoppiamenti sono rimasti sterili. Il Fryer ha verificato il caso, che non si era mai presentato nelle culture di Jacobson studiate da De Meijere, in cui le tre sorta di femmine si sono prodotte in una stessa generazione dagli stessi genitori.

Il Fryer considerando i quadri degli allevamenti trova che in molti casi le cifre relative alla femmina di forma *cyrus* possono contrapporsi alla somma di quelle relative alle forme *romulus* e *polytes*, perciò riunisce insieme queste due ultime sotto la denominazione di forma mimetica. Così scinde il problema in due parti: 1° relazioni tra la forma *cyrus* e la forma mimetica; 2° relazione tra la forma *romulus* e la forma *polytes* che insieme, come si è detto. costituiscono la forma mimetica.

Per spiegare i rapporti tra la forma *cyrus* e la forma mimetica, egli immagina che la forma mimetica sia determinata dalla presenza di un fattore H. La manifestazione di questo fattore H è inibita dalla presenza di un altro fattore P, il quale può considerarsi presente ed eterozigote nel maschio e assente nella femmina. Il fattore P è respinto dal fattore del sesso M. (In accordo a questa supposizione egli modifica il solito modo di rappresentare i fattori determinanti il sesso e introduce i simboli MMF*f* per la femmina e M*mff* per il maschio; non entra però nella discussione di questo modo di rappresentazione, e siccome i fattori determinanti il sesso non hanno influenza sui risultati degli incrociamenti, così li sopprime dalle formule).

Le formule per il colore delle ali restano per tanto le seguenti:

per il maschio	P*phh*;	P*p*H*h*;	P*p*HH
per la femmina	*pphh* = *cyrus*;	*pp*H*h* = mimetica;	*ppHH* = mimetica.

Con questo raggruppamento ha il vantaggio di introdurre una sola formula per la forma *cyrus*, e di ridurre il numero degli incroci possibili a 9, mentre coi sistemi di De Meijere e di Goldschmidt erano 36 e con quello di Baur 81!

Per spiegare le relazioni tra la forma *romulus* e la forma *polytes* l'autore immagina che esista un'altra coppia di fattori R*r*. La presenza di R converte la forma mimetica in forma *romulus*. Il fattore R non si manifesta nel maschio per la presenza del fattore inibitore P, non si manifesta nella femmina *cyrus* perchè in essa manca il fattore H che determina la forma mimetica.

Applicando le sue formule l'autore spiega la massima parte dei resultati ottenuti, ma qualche volta si trova davanti a difficoltà per cui conclude soltanto che il fenomeno dell'ereditarietà in *P. polytes* sembra si possa esprimere in termini mendeliani. « The work as a whole seem to show conclusively that the inheritance phenomena in *P. polytes* can be expressed in Mendelian terms ».

Considerando i casi di polimorfismo delle farfalle precedentemente studiati dagli altri autori, il Fryer esprime l'opinione che il caso della *Colias philodice*, per quanto apparentemente somigli a quello del *Papilio polytes*, in realtà sia molto differente perchè in *C. philodice*, sebbene di regola vi sia una sola sorta di maschi e due di femmine, esiste anche la seconda forma di maschio, che non è stata sperimentata. Invece nel *P. polytes* e nel *P. memnon* non vi è che una forma maschile.

Le formule di Goldschmidt spiegano tutti i resultati ottenuti nelle culture del *P. memnon*, ma non sono applicabili ad alcuni resultati ottenuti nel *P. polytes*. Così per esempio la forma *cyrus* che corrisponde alla *Laomedon* perchè è la più recessiva, secondo lo schema di Goldschmidt, dovrebbe avere la formula A*a*GG e questa con nessun maschio potrebbe produrre tutte e tre le forme femminili (v. pag. 26 e 29) mentre invece le ha prodotte; analogamente in altri casi le tre forme sono derivate da incroci con maschi che per la loro origine dovevano ritenersi della formula AAGG. Fryer esclude perciò lo schema di Goldschmidt.

Lo schema di Baur corrisponde a quello adottato dallo stesso Fryer, quando, come sopra si è fatto, si tolgano i fattori relativi al sesso e il fattore P inibitore della forma mimetica. I fattori A e B di Baur corrispondono ad H ed R di Fryer; se H ed R sono presenti si ha la forma *romulus*, se è presente solo H si ha la forma *polytes*, se mancano entrambi si ha la forma *cyrus*.

Finalmente riguardo al polimorfismo del *P. polytes* considerato da un punto di vista generale, l'autore dice che è impossibile venire ad una conclusione definitiva. Egli dà una grande importanza alla prolificità irregolare messa in luce dagli esperimenti; dice che essa non fu ancora sufficientemente studiata, ma che suggerisce un metodo col quale le specie polimorfe possono essere divise in specie monomorfe.

Come appare da questo riassunto, anche il lavoro di Fryer, tanto più completo dei precedenti, non arriva a dimostrare che il polimorfismo di queste forme si erediti con processo mendeliano; la ragione dell'incertezza sta nella mancanza di culture

pure di tutte le forme, così che la costituzione gametica degli individui scelti per gli incroci resta in parte ipotetica.

D) Resultato dei miei allevamenti di *R. Hechinopus* proseguiti dal 1912 al 1915.

Vengo ad esporre i risultati delle mie ricerche sull'acaro *Rh. echinopus*. Il materiale di cultura di tutte le colonie è sempre stato le stesso, cioè fettine di patata guasta. Per ogni accoppiamento, volendo essere certa di avere a che fare con femmine non fecondate, ho preso sempre individui femminili ottenuti da ninfe isolate durante il periodo di riposo in cui avviene l'ultima muta (ved. le osservazioni biologiche a pag. 51 e seg.). Siccome non sempre queste ninfe in muta si trovano numerose, e una volta trovatele, bisogna attendere per uno o due giorni l'uscita della forma adulta, e questa non è sempre del sesso che si desidera, così non ho adottato lo stesso procedimento per i maschi, e nel formare le coppie li ho tolti dalle culture che avevo, certa che non ne potesse derivare alcun equivoco.

In seguito, riflettendo alle esperienze di Hertwig sulla determinazione del sesso nelle rane, mi è venuto in mente che l'età del maschio se certamente non poteva mutare la sua costituzione gametica rispetto ai fattori che determinano la forma omeomorfa od eteromorfa, poteva forse negli individui eterozigoti rispetto a questi fattori, influire in modo diverso sull'uno e sull'altro fattore, e alterare i rapporti tra il numero dei maschi omeomorfi ed eteromorfi prodottisi in una stessa generazione. La cosa però è poco probabile, perchè come si vede anche dalle esperienze di Hertwig, la natura dello spermio è molto meno labile di quella dell'uovo. Debbo inoltre notare che io ho segnato nei miei libri di appunti, giorno per giorno, il numero e la qualità degli individui adulti, figli degli stessi genitori che comparivano in ciascuna cultura; ho segnalato una variabilità sia nei rapporti tra il numero dei maschi e quello delle femmine, sia tra quello dei maschi omeomorfi ed eteromorfi, ma questa variabilità è apparsa disordinata e non in relazione coll'età dei genitori, eccetto in qualche caso eccezionale, che metterò in evidenza più avanti.

Ho voluto accennare a questi dubbî per dimostrare quante cause d'errore si incontrino in questo genere di studî, e come sia facile venire a conclusioni premature.

Un'altra circostanza, che avrebbe potuto dar luogo ad equivoci, è la sovrapposizione delle generazioni, cioè la possibilità di confondere i nipoti con i figli di una stessa coppia. A questo però ho pensato dal principio ed ho posto rimedio sia togliendo i figli adulti man mano che comparivano, sia trasportando i genitori in un'altra capsula una diecina di giorni dopo che avevano cominciato a fare le uova, in modo da separare gli ultimi figli dai primi nipoti che fossero potuti comparire, nel caso che qualcuno dei primi figli comparsi avesse prolificato.

La possibilità che qualche individuo riesca a nascondersi e quindi non sia computato nei resultati, non appare importante quando si rifletta che ciò può avvenire soltanto se la prole è molto numerosa, e che questa prole spesso si avvicina al centinaio, e qualche volta lo supera di molto.

Riporto ora il prospetto degli allevamenti in seguito ai quali pubblicai la mia prima Nota (1914).

Prospetto degli allevamenti dal maggio 1912 al luglio 1913.

I.

Numero d'ordine	DATA della formazione della coppia	Padre	Madre	PROLE ♂ omeom.	♂ eterom.	♂ asimm	♀	Numero complessivo dei figli	Proporzione dei ♂ su 100 ♀	Osservazioni
1	22 maggio 1912	♂ omeom.	♀	10	6	0	11	27	144	N. 1 — Il padre e la madre furono presi in una colonia dove non esistevano ♂ eteromorfi. La ♀ fu separata dal ♂ dopo alcuni giorni.
2	giugno 1912	♂ omeom. figlio di 1	♀ figlia di 1	23	0	0	28	51	82	
3	luglio 1912	♂ omeom. figlio di 2	♀ figlia di 2	65	0	0	87	152	74	
					II.					
4	maggio 1912	♂ omeom.	♀	20	0	0	32	52	62	N. 4 — Il padre e la madre furono presi nella stessa colonia di quelli della cultura 1, ma furono scelti individui di dimensioni maggiori.
5	25 giugno 1912	♂ omeom. figlio di 4	♀ figlia di 4	32	0	0	44	76	72	
6	luglio 1912	♂ omeom. figlio di 5	♀ figlia di 5	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	N. 6 — Non essendo stati raccolti i figli nel mese di agosto, in settembre si trovarono moltissimi individui con numerose ninfe ipopiali. Tra i ♂ ve ne erano anche di eteromorfi.
	settembre 1212			*n*	*m*	0	*p*			

Queste due serie di allevamenti hanno avuto lo scopo di ottenere gli omeomorfi puri. Dapprima lo scopo sembrava conseguito; ma, avendo poi dopo due mesi ritrovato il ♂ eteromorfo, ho dovuto ripetere un'altra volta la prova. Non posso escludere che il ♂ eteromorfo fosse migrato da altre culture.

III.

Numero d'ordine	DATA della formazione della coppia	Padre	Madre	PROLE ♂ omeom.	♂ eterom.	♂ asimm.	♀	Numero complessivo dei figli	Proporzione dei ♂ su 100 ♀	Osservazioni
7	maggio 1912	♂ eter.	♀	33	24	0	70	127	81	N. 7 — Essendosi disseccata la patata, una parte della prole è andata perduta.
8	luglio 1912	♂ eter. figlio di 7	♀ figlia di 7	13	18	9	43	74	72	
9	luglio 1912	♂ eter. fratello di 8	♀ sorella di 8	14	4	1	42	61	45	N. 9 — I ♂ rispetto alle ♀ sono in numero assai più esiguo del normale.

IV.

Numero d'ordine	DATA della formazione della coppia	Padre	Madre	PROLE ♂ omeom.	♂ eterom.	♂ asimm.	♀	Numero complessivo dei figli	Proporzione dei ♂ su 100 ♀	Osservazioni
10	giugno 1912	♂ eter.	♀	52	61	4	161	278	72	N. 10 — Il padre è certa mente figlio di ♂ eteromorfo, perchè preso in una colonia fondata da meno di tre settimane da 2 ♂ eteromorfi e 2 ♀.
11	25 giugno 1912	♂ eter. fratello di 10	♀	32	8	0	49	89	81	

V.

Numero d'ordine	DATA della formazione della coppia	Padre	Madre	PROLE ♂ omeom.	♂ eterom.	♂ asimm.	♀	Numero complessivo dei figli	Proporzione dei ♂ su 100 ♀	Osservazioni
12	17 settembre 1912	♂ asimm.	♀	37	33	0	109	179	64	N. 12 — Il padre e la madre provengono da una colonia vivente sulle cipolle, nella quale la proporzione dei ♂ eteromorfi agli omeomorfi è circa ::3:1.
13	11 ottobre 1912	♂ eter. figlio di 12	♀ figlia di 12	17	12	1	36	66	83	
14	15 ottobre 1912	♂ eter. figlio di 12	♀ figlia di 12	0	0	0	0	0		Le ♀ delle culture 14 e 15 furono unite ai ♂ alcuni giorni dopo che erano uscite dallo stadio di ninfa. Si ingrossarono molto senza produrre nessun figlio. L'esame microscopico dimostrò che nella spermateca vi erano spermi.
15	22 ottobre 1912	altro ♂ eter. figlio di 12	♀ figlia di 12	0	0	0	0	0		

Le culture appartenenti ai gruppi III, IV e V erano state fatte con lo scopo di isolare gli eteromorfi omozigoti, invece nessuna ha dato esclusivamente maschi eteromorfi, nemmeno per una generazione, non solo, ma in due casi si è avuta sterilità per quanto le femmine fossero fecondate. Questo fatto mi ha suggerito l'ipotesi che le forme omozigote rispetto ai fattori del maschio eteromorfo incrociate tra loro fossero sterili, ipotesi concordante col fatto che in natura non si riscontrano colonie di *Rh. echinopus* con soli ♂ eteromorfi.

VI.

Numero d'ordine	DATA della formazione della coppia	Padre	Madre	PROLE ♂ omeom.	♂ eterom.	♂ asimm.	♀	Numero complessivo dei figli	Proporzione dei ♂ su 100 ♀	Osservazioni
16	17 settembre 1912	♂ omeom. fratello di 12	♀	24	0	0	34	58	70	N. 16 — La madre fu presa in una capsula dove non c'erano ♂ eteromorfi.
17	8 ottobre 1912	♀ omeom figlio di 16	♀ figlia di 10	p	0	0	q			N. 17 — Non contati perchè fu osservato che tutti i ♂ erano omeomorfi.
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮			Non ho più isolato singole coppie ma ho avuto cura di tener separata la colonia dagli altri acari in esperimento e di sopprimere una parte degli individui quando diventavano troppo numerosi. Si sono prodotti migliaia di ♂ sempre tutti omeomorfi.
n	fino al 31 luglio 1913			p'	0	0	q'			
18	22 maggio 1913	♂ omeom. della cult. n	♀ della cult. n	68	0	0	77	145	88	N. 18 — L'isolamento non ha mutato il resultato.

Il tentativo di avere una cultura di omeomorfi omozigoti con questi allevamenti è riuscito senza alcun dubbio. Perciò, prendendo le femmine in questa cultura, posso essere sicura che, per quanto apparentemente eguali alle altre, non contengono nessun fattore per il maschio eteromorfo.

VII.

Numero d'ordine	Data	Padre	Madre	♂ omeom.	♂ eterom.	♂ asimm.	♀	Numero complessivo dei figli	Proporzione dei ♂ su 100 ♀	Osservazioni
19	7 aprile 1913	♂ eter.	♀	7	21	1	56	85	51	N. 19 — La madre apparteneva alla cultura n composta di omeomorfi puri.
20	10 maggio 1913	♂ eter figlio di 19	♀ figlia di 19	0	0	0	0	0		N. 20 — La ♀ fu unita al maschio appena uscita dallo stadio di ninfa.
21	8 aprile 1913	♂ eter.	♀	2	4	0	7	13	85	N. 21 — La madre apparteneva alla cultura n composta di omeomorfi puri.
22	6 giugno 1913	♂ eter.	♀	25	21	0	52	98	88	N. 22 — La madre apparteneva alla cultura n composta di omeomorfi puri.
23	23 giugno 1913	♂ eter. figlio di 22	♀ figlia di 22	8	31	1	48	88	83	

VIII.

Numero d'ordine	DATA della formazione della coppia	Padre	Madre	PROLE ♂ omeom.	♂ eterom.	♂ asimm.	♀	Numero complessivo dei figli	Proporzione dei ♂ su 100 ♀	OSSERVAZIONI
24	13 aprile 1913	♂ omeom. omozigote	♀	31	29	2	96	158	64	N. 24 — Il padre appartiene alla cultura *n*, la madre fu presa in una colonia ove erano ♂ eteromorfi.
25	18 maggio 1913	♂ omeom. figlio di 24	♀ figlia di 24	27	3	3	76	109	43	
26	23 maggio 1913	♂ eter. figlio di 24	♀ figlia di 24	0	0	0	0	0		N. 26 — La ♀ fu unita al ♂ appeno uscita dallo stadia di ninfa. Sezionati, dopo venti giornrpresentava la spee mateca contenenta spermatozoi.
27	13 giugno 1913	♂ eter. figlio di 25	♀ figlia di 25	3	5	1	33	42	27	
28	18 giugno 1913	♂ omeom. figlio di 25	♀ figlia di 25	0	0	0	0	0		
29	1 luglio 1913	♂ eter. figlio di 27	♀ figlia di 27	6	9	1	14	30	116	
30	5 luglio 1913	♂ eter figlio di 27	♀ figlia di 27	0	0	0	0	0	0	N. 30 — Il padre e la madre erano ancora vivi al 31 luglio, senza aver prodotto nessun figlio.

L'insieme dei fatti osservati, veniva da me riassunto nel 1914 nel seguente modo:

1°) da ciascuno dei maschi (omeomorfo, eteromorfo e asimmetrico) convenientemente accoppiato, si possono ottenere tutte e tre le forme; le femmine restano sempre uniformi;

2°) le femmine portano invisibili i fattori che determinano nei maschi la proprietà di avere le zampe ingrossate. Il fatto analogo era stato ammesso anche dagli altri autori, nei casi da loro studiati; per i miei acari risulta dimostrato sperimentalmente dalla cultura n. 24, di cui il ♂ apparteneva alla cultura *n* del gruppo VI dove non si formavano più eteromorfi da tanti mesi;

3°) i rapporti tra la quantità dei maschi dell'una e dell'altra sorta fanno pensare ad una ripartizione secondo le leggi di Mendel.

Nel mio caso la maggior parte di questi rapporti può ridursi ad 1 : 1. Vedi cultura n. 7 (33 om. : 24 et.); n. 8 (13 om. : 18 et.); n. 10 (52 om. : [61 et. + 4 as.]);

n. 12 (37 om. : 33 et.); n. 13 (17 om. : [12 + 1 as.]; n. 22 (25 om. : 21 et.); n. 24 (31 om. : [29 et. + 2 as.]) [1].

In molti casi ho ottenuto tutti omeomorfi come risulta dalle colture N. 2, 3, 4, 5, 16, 18.

Quando però l'una delle due forme predomina in modo sensibile sull'altra, le cifre si presentano con una variabilità tale da lasciar luogo a diversissime interpretazioni. Vedi infatti le culture n. 1 (10 om. : 6 et.); n. 9 (14 om. : [4 et. + 1 as.]); n. 11 (32 om. : 8 et.); n. 19 (7 om. : [21 et. + 1 as.]); n. 21 (2 om. : 4 et.); n. 23 (8 om. : [3 et. + 1 as.]; n. 25 (27 om. : [3 et. + 3 as.]); n. 27 (33 om. : [5 et. + 1 as.]); n. 29 (6 om. : [9 et. + 1 as.]).

Molto probabilmente parecchi di questi casi debbono ancora ridursi al rapporto 1 : 1. In ogni modo mi sembra che anche con queste incertezze non possa escludersi l'ereditarietà secondo la legge del Mendel;

4°) è possibile ottenere da una coppia col maschio omeomorfo una prole in cui tutti i maschi siano omeomorfi e passare da questa ad una coltura pura che non produce più gli eteromorfi;

5°) per quanto ho visto finora, non si può ottenere da una coppia, qualunque sia il maschio, una prole con maschi esclusivamente eteromorfi, e quindi non si può giungere ad una cultura senza omeomorfi;

6°) se in una coppia il maschio è eteromorfo, qualcuno almeno dei figli di sesso maschile è eteromorfo;

7°) esistono individui non distinguibili dagli altri che sono tra loro sterili.

Per spiegare questi fatti ho cercato di verificare se potevano accordarsi con lo schema di Goldschmidt (v. pag. 22) adattato per il sesso digametico maschile. La ipotesi che nel *Rh. echinopus* il sesso digametico fosse il maschile, dapprima mi è stata suggerita dalla circostanza che in questo acaro il sesso maschile è quello polimorfo, mentre nelle farfalle, dove il sesso digametico è il femminile, il sesso polimorfo è quello femminile. In seguito ho potuto dimostrarla con le indagini citologiche (ved. più avanti pag. 82 e seg.).

Ho attribuito al carattere eteromorfo la dominanza sull'omeomorfo, soprattutto perchè il maschio omeomorfo, accoppiato con una femmina presa a caso, molto facilmente dà soli maschi omeomorfi ed i figli ottenuti accoppiati tra loro producono ancora soli maschi omeomorfi; perciò ho concluso che l'omeomorfismo è recessivo e che il maschio omeomorfo è sempre omozigote.

Il fatto di non aver mai ottenuto da una coppia tutti maschi eteromorfi è stato da me spiegato con l'ipotesi che i maschi eteromorfi omozigoti e le femmine omozigote rispetto ai fattori del maschio eteromorfo fossero sterili. Quest'ipotesi era fortemente appoggiata dagli accoppiamenti N. 14, 15, 30, rimasti sterili, in cui il maschio si poteva supporre eteromorfo omozigote. Nelle formule di Goldschmidt ho indicato con A′ la modificazione del fattore A che è causa dell'eteromorfismo; facendo astrazione dai fattori determinanti il sesso, ho usato quindi le seguenti espressioni:

[1] Ho riunito insieme gli eteromorfi e gli asimmetrici, perchè ho considerato questi ultim come eteromorfi anomali, non trovando una spiegazione migliore.

$GgAA$ = ♂ omeomorfo; $GgA'A$ = ♂ eteromorfo eterozigote; $GgA'A'$ = ♂ eteromorfo omozigote. $GGAA$ = ♀ coi fattori del ♂ omeomorfo; $GGAA'$ = ♀ eterozigote rispetto ai fattori del ♂ eteromorfo; $GGA'A'$ = ♀ omozigote rispetto ai fattori del ♂ eteromorfo.

Occorre notare che solo agli individui maschi e femmine presi nelle colonie degli omeomorfi puri si poteva assegnare con certezza la formula corrispondente; i maschi eteromorfi e gli asimmetrici fecondi sono stati sempre supposti eterozigoti per le considerazioni sopraccennate; infine le femmine prese fuori della colonia degli omeomorfi puri e feconde potevano arbitrariamente considerarsi eterozigote rispetto ai fattori del maschio eteromorfo oppure prive di questi fattori.

Con queste ipotesi nessuno dei resultati ottenuti, analizzato colle formule di Goldschmidt, era contrario alle previsioni per quanto si riferisce alla comparsa di una o di tutte e due le sorta di maschi, ma i rapporti numerici in molti casi differivano da quelli aspettati. Non ho mancato di notare questa circostanza, ma non le ho attribuito molto valore, pensando che potesse essere spiegata con la mortalità di parecchi individui.

Come ho avvertito, dopo la pubblicazione del lavoro ho seguitato gli allevamenti, e con mia grande sorpresa un bel giorno ho ottenuto un resultato inatteso, cioè una generazione in cui tutti i maschi erano eteromorfi. Incrociando tra loro maschi e femmine di questa generazione, sono riuscita ad ottenere quella cultura di eteromorfi puri che invano, per due anni, avevo tentato di isolare. Quali modificazioni l'ambiente abbia prodotto negli acari per cui le forme che prima tra loro erano sterili sono diventate feconde, io non so; certo è che mentre scrivo (giugno 1916) nella colonia non è ancora comparso un maschio omeomorfo.

Avendo così ottenuto le colonie pure di tutte e due le sorta di maschi, possedevo il materiale opportuno per dimostrare definitivamente l'eredità mendeliana del polimorfismo unisessuale, che finora mi resultava molto probabile. La dimostrazione doveva resultare dagli incroci tra gli omeomorfi e gli eteromorfi omozigoti. Purtropppo le previsioni non si sono avverate.

Riporto i prospetti degli allevamenti:

Numero d'ordine	DATA della formazione della coppia	Padre	Madre	PROLE				Numero complessivo dei figli	Proporzione dei ♂ su 100 ♀	Osservazioni
				♂ omeom.	♂ eterom.	♂ asimm.	♀			
31	27 novembre 1914	♂ eter.	♀ omeom	4	19	0	34	57	67	
32	28 dicembre 1914	♂ eter. figlio di 31	♀ figlio di 31	11	21	0	32	64	100	

Secondo lo schema di Goldschmidt, gli individui accoppiati della cultura 31 dovevano corrispondere alle seguenti formule:

$GgA'A'$ (maschio eteromorfo omozigote) × $GGAA$ (♀ coi fattori del maschio omeomorfo).

Gameti GA' GA

gA'

Combinazioni GGA′A + GgA′A cioè, trascurando le femmine, tutti maschi eteromorfi eterozigoti.

Invece sono comparsi anche 4 maschi omeomorfi. Il primo maschio omeomorfo della generazione F_1 è comparso il 29 dicembre contemporaneamente a due eteromorfi; i primi individui adulti della stessa generazione erano comparsi il 21 dicembre. Dal 21 al 28 erano nati 13 maschi eteromorfi, nessun omeomorfo e 20 femmine; se per una causa qualunque la produzione dei figli si fosse arrestata a questo punto, avrei potuto dire che i risultati erano conformi all'aspettativa. Invece sono comparsi altri tre maschi omeomorfi, oltre a quello di cui ho parlato, uno il 30 dicembre, due altri il 4 gennaio 1915. Si deve escludere che sia avvenuta una sovrapposizione di generazioni perchè dalla comparsa dei primi figli di F_1 a quella del primo maschio omeomorfo, intercorrono soli 8 giorni, tempo assolutamente insufficiente per lo svolgersi di una generazione.

La cultura 32 doveva corrispondere alla formula GgAA′ (♂ eteromorfo eterozigote) × GGAA′ (♀ eterozigote rispetto ai fattori del ♂ eteromorfo).

Gameti GA ; gA GA
GA′ ; gA′ GA′

Combinazioni possibili per la prole di sesso maschile

$$\frac{1}{4}\ GgAA + \frac{1}{2}\ gGAA' + \frac{1}{4}\ gGAA'$$

cioè $\frac{1}{4}$ omeomorfi + $\frac{1}{2}$ eteromorfi eterozigoti + $\frac{1}{4}$ eteromorfi omozigoti.

Invece i maschi omeomorfi ed eteromorfi sono comparsi nel rapporto 1 : 2.

Questo resultato non può dirsi contrario all'aspettativa perchè si può sempre immaginare che una parte degli eteromorfi non si sia sviluppata; dunque proprio incompatibile con le formule, finora resta soltanto l'incrocio 31. Ma altri incroci tra individui presi nelle culture pure, hanno dimostrato senza nessun dubbio che le formule mendeliane pure e semplici non possono spiegare il fenomeno, perlomeno senza il sussidio di ipotesi accessorie.

Questi incroci sono esposti nei due prospetti seguenti

Numero d'ordine	DATA della formazione della coppia	Padre	Madre	PROLE				Numero complessivo dei figli	Proporzione dei ♂ su 100 ♀	OSSERVAZIONI
				♂ omeom.	♂ eterom.	♂ asimm.	♀			
33	12 decembre 1914	♂ omeom	♀ eter.	27	4	0	39	70	79	Denomino ♀ eteromorfa quella presa nelle culture degli eteromorfi puri.

Secondo le formule di Goldschmidt si doveva avere

GgAA (maschio omeomorfo) × GGA′A′ (♀ omozigote rispetto ai fattori del ♂ eteromorfo).

Gameti GA GA′
gA

Combinazioni possibili per la prole di sesso maschile $GgA'A$, cioè tutti maschi eteromorfi.

Invece di ♂ eteromorfi ne sono comparsi solamente 4 e, quello che è più strano, tutti e 4 in principio, così che questa cultura può quasi dirsi la reciproca di quella del n. 31. Precisamente i primi individui adulti della generazione F_1 sono comparsi il 31 dicembre ed erano un maschio omeomorfo ed una femmina; il 2 gennaio 1915 è comparso il primo maschio eteromorfo insieme ad un omeomorfo e ad una femmina, il 4 gennaio un secondo eteromorfo insieme a 3 omeomorfi e ad una femmina, il 5 gennaio 2 maschi eteromorfi ed una femmina, dal 5 gennaio al 16 gennaio sono comparsi altri 22 maschi omeomorfi, molte femmine, ma nessun eteromorfo.

In seguito a questo risultato così diverso dall'aspettativa ho ripetuto ancora la prova. Ecco con quale esito:

Numero d'ordine	DATA della formazione drlla coppia	Padre	Madze	PROLE				Numero complessivo dei figli	Proporzione dei ♂ su 100 ♀	Osservazioni
				♂ omeom.	♂ eterom.	♂ asimm.	♀			
34	2 febbraio 1915	♂ omeom,	♀ eter.	12	11	0	33	66	100	

Questa volta in tutto il periodo della prolificazione il rapporto tra il numero dei maschi omeomorfi e quello degli eteromorfi si è mantenuto presso a poco costante.

Ho analizzato i resultati ottenuti, seguendo lo schema di Goldschmidt. Osservo che alle stesse conclusioni sarei venuta cogli schemi di Baur, o di Fryer, perchè in questo caso in cui il sesso polimorfo ha due sole forme, i tre schemi si riducono alla stessa cosa. Infatti non abbiamo che una sola variazione (in questo caso l'eteromorfismo) che esiste in tutti i due sessi, ma si manifesta in uno solo. Le cause per cui nell'altro resta nascosta sono assai diverse secondo le concezioni dei varî autori, e perciò le formule complessive per indicare ogni individuo sono pure molto diverse. Ma in tutte le formule vi è sempre una parte costante per tutti i maschi, ed una costante per tutte le femmine che non influisce sul resultato degli incroci. Togliendo questa parte costante, che è quella che fa differire le formule dei varî autori, in qualunque caso non resta come variabile che una coppia di caratteri mendelizzanti presente nei due sessi, ma manifestantesi in uno solo e cioè AA' secondo le formule di Goldschmidt, Hh secondo quelle di Fryer, Aa secondo quelle di Baur.

Dopo questi resultati ho cercato di ripetere ancora gli incrociamenti tra le forme omozigote e quelle eterozigote (prese nelle culture pure), ma non mi è stato possibile perchè la colonia degli omeomorfi è andata distrutta, non per negligenza nè per accidente. Essa presentava segni di deperimento, e per quanto io abbia cercato di mantenerla in vita sia cambiando le capsule e il nutrimento, sia regolando l'umidità, verso l'autunno 1915 si è estinta.

Approfittando della circostanza che in natura si rinvengono facilmente colonie di *Rh. echinopus* in cui tutti i maschi sono omeomorfi, mi è stato molto facile avere altre colonie di omeomorfi puri. Con queste ho tentato ripetutamente di ripetere gli

incroci, ma è sorta una nuova difficoltà Tutti gli accoppiamenti sono riusciti sterili tanto tra femmine eteromorfe e maschi omeomorfi, quanto tra femmine omeomorfe e maschi eteromorfi.

La laureanda in scienze naturali sig.[na] Divizia, che dietro la mia guida si è dedicata anch'essa a queste esperienze, ha potuto constatare che le femmine sterili erano state fecondate e che gli oociti erano penetrati negli ovidotti, ma erano degenerati prima di maturare.

Di accoppiamenti rimasti sterili ne sono stati fatti almeno una ventina, alcuni in inverno, alla temperatura costante di circa 25 gradi ottenuta col termostato, altri in primavera alla temperatura ambiente.

* * *

Questi resultati fanno sorgere molte questioni intorno alle quali si può ragionare, per quanto non sia possibile, per ora, dare una risposta esauriente. È certo che i dati ottenuti non corrispondono a quelli aspettati secondo le formule. Si deve escludere senz'altro che anche il polimorfismo unisessuale sia soggetto alle leggi ereditarie mendeliane, oppure vi sono elementi sufficienti per supporre che questa ereditarietà sia mascherata da altre cause le quali, oltre ai fattori ereditarî, concorrano a determinare i caratteri del sesso polimorfo?

Finchè la divergenza tra i resultati ottenuti e quelli previsti consisteva solo nell'essere i rapporti numerici diversi da quelli di 1 : 2 o di 1 : 3, la difficoltà di trovare una spiegazioni era piccola. Anche gli altri autori che si sono occupati di polimorfismo unisessuale, poche volte hanno ottenuti i rapporti numerici mendeliani; la deviazione è stata sempre attribuita al mancato sviluppo di qualche forma. Siccome nel *Rh. echinopus* i figli di una sola coppia sono molto numerosi e spesso hanno superato il centinaio, io mi sono domandata se dalle cifre da me riportate non poteva trarsi una maggior luce.

Anzitutto ho notato che la prolificità più o meno grande non è in rapporto coll'essere il maschio dell'una piuttosto che dell'altra sorta; poi mi sono accertata che una grande variabilità, sia nel numero dei figli, sia nei rapporti tra le due sorta di maschi esiste anche in quegli allevamenti che avrebbero dovuto dare resultati simili (vedi per esempio gli allevamenti N. 19, 21, 22, dove i rapporti tra gli omeomorfi e gli eteromorfi sono rispettivamente 1 : 3; 1 : 2; 1 : 1) Infine confrontando il numero di maschi con quello delle femmine prodottesi in ciascuna generazione, ho trovato ancora delle enormi differenze, così che la proporzione dei maschi per 100 femmine va da 27 a 144. Lasciando da parte i casi estremi evidentemente prodotti da condizioni eccezionali, si può stabilire soltanto, come norma generale, che il numero dei maschi è inferiore a quello delle femmine (facendo la somma dei resultati di 27 allevamenti fecondi si trovano 972 maschi e 1343 femmine, per cui il rapporto dei maschi alle femmine è un po' maggiore di 72 : 100).

Da queste considerazioni si deduce che certamente in ogni allevamento possono andare distrutti o non prodursi affatto molti individui e quindi è giustificato il non attribuire soverchia importanza ai rapporti numerici.

Una difficoltà ben più grande presenta l'interpretazione dei casi in cui compaiono forme che, secondo l'aspettativa, non avrebbero dovuto presentarsi. In proposito devo notare che casi eccezionali si sono presentati a volte anche negli allevamenti dell'*Abraxas* e della *Drosophila*, che pure, come si è detto, sono serviti come tipo per stabilire le leggi dell'ereditarietà collegata al sesso. Così per es. il Doncaster coll'incrocio tra *grossulariata* ♀ e *lacticolor* ♂ che normalmente dà *grossulariata* ♂ e *lacticolor* ♀, eccezionalmente ha ottenuto 3 ♀ *grossulariata* tra 611 *lacticolor* (in un totale di 27 incrociamenti) e di queste 3. 2 erano in una sola cultura. Però, aggiunge il Doncaster, in altri animali nei quali si verifica lo stesso tipo di ereditarietà limitata al sesso, tali eccezioni sono meno rare, e si può dire che si riscontrano in tutti i casi di ereditarietà collegata al sesso, che sono stati bene studiati.

Nella *Drosophila* il Morgan, incrociando maschi cogli occhi bianchi e femmine con occhi rossi, ottenne oltre a più di 1000 individui dei due sessi con occhi rossi, 3 maschi con occhi bianchi, che considera dovuti alla perdita indipendente del fattore degli occhi rossi, come nella prima origine degli individui ad occhi bianchi.

Ma nelle mie culture N. 31, 33, 34 in cui avrebbero dovuto comparire solo maschi eteromorfi, si hanno invece complessivamente 43 maschi omeomorfi su 34 eteromorfi, una deviazione dalla norma senza confronto superiore a quelle ora ricordate.

Si potrebbe obbiettare che la colonia da me supposta di eteromorfi puri non fosse in realtà tale e contenesse ancora delle forme eterozigote, e che tutti i rapporti ottenuti tra i maschi omeomorfi ed eteromorfi dovrebbero ridursi a quello 1 : 1.

Questa ipotesi non regge perchè quando ho messo insieme le coppie N. 31, 33, 34, nella colonia degli eteromorfi non compariva più un maschio omeomorfo già da molti mesi, si erano perciò già svolte molte generazioni, ed i fattori che producono il maschio omeomorfo, se esistevano allo stato recessivo, avrebbero dovuto incontrarsi una volta o l'altra e produrre qualche maschio omozigote rispetto ad essi. Quindi è certo che i fattori del maschio omeomorfo nelle culture 31, 33, 34, provengono dal genitore che apparteneva agli omeomorfi puri.

Gli ultimi resultati hanno sollevato ancora un'altra difficoltà: quella di decidere quale sia la forma dominante sull'altra.

Ho già detto per quali ragioni avevo concluso che ritenevo l'eteromorfismo dominante sull'omeomorfismo. Mentre secondo questo concetto, come ho ripetuto, negli allevamenti 31, 33 e 34 avrei dovuto ottenere tutti maschi eteromorfi, ho avuto invece in complesso un predominio di maschi omeomorfi. Davanti a questo resultato mi è sorto il dubbio che l'omeomorfismo fosse invece la forma dominante, ed ho analizzato i prodotti dei varî allevamenti precedenti partendo da questo nuovo presupposto. Ma l'analisi ha dimostrato che esso si accorda ancor peggio dell'altro coi reperti ottenuti.

Infatti consideriamo per es. gli allevamenti 9 ed 11 che dànno un rapporto di maschi omeomorfi agli eteromorfi non molto dissimile da 3 : 1. In tutti e due questi allevamenti il padre era eteromorfo.

Con qualsiasi ipotesi il rapporto di 3 omeomorfi per 1 eteromorfo ottenuto col padre eteromorfo non può spiegarsi se non ammettendo che sia avvenuta una mor-

talità di un certo numero di maschi eteromorfi. Infatti se il gene dell'eteromorfismo fosse recessivo, il maschio eteremorfo dovrebbe essere omozigote rispetto a questo gene; perciò, incrociato con una femmina pure omozigote rispetto ad esso, dovrebbe dare tutti maschi eteromorfi; incrociato con una femmina eterozigote contenente il gene dominante ed il recessivo, dovrebbe dare metà maschi omeomorfi e metà eteromorfi; ed infine incrociato con una femmina omozigote rispetto ai geni dominanti dell'omeomorfismo, dovrebbe dare tutti maschi omeomorfi. Nell'ipotesi che invece l'eteromorfismo sia dominante, il maschio eteromorfo può essere omozigote od eterozigote rispetto al gene dell'eteromorfismo. Se si suppone omozigote rispetto a questo gene, incrociato con una femmina qualsiasi deve sempre dare tutti maschi eteromorfi; se si suppone eterozigote, può dare o metà maschi omeomorfi e metà eteromorfi (se incrociato con una femmina coi soli geni recessivi) o tre maschi eteromorfi ed uno omeomorfo (se incrociato con una femmina pure eterozigote) o tutti i maschi eteromorfi (se incrociato con una femmina coi soli geni dominanti).

L'allevamento 25 in cui con un padre omeomorfo si ha predominio notevole di figli maschi omeomorfi, potrebbe accordarsi coll'ipotesi che l'omeomorfismo sia dominante, ma contro di esso stanno gli allevamenti 19 e 23 che parlano in favore dell'ipotesi contraria.

Riunendo tutto insieme resta sempre più probabile la supposizione che l'eteromorfismo sia dominante sull'omeomorfismo, ma è certo che questa dominanza non risulta evidente come la legge di Mendel richiederebbe.

Dopo questa constatazione ho voluto rivedere se i casi di polimorfismo unisessuale delle farfalle, studiati dagli altri autori, fornissero prove più convincenti in favore della dominanza di una forma sull'altra. Dalle culture del *Papilio memnon* non vien fuori nulla di decisivo, perchè i dati che si possono prendere in considerazione sono troppo scarsi. Dagli allevamenti del *Papilio polytes* risulta invece che facilmente si possono avere per varie generazioni solo femmine della forma *cyrus*, di più in quattro incrociamenti tra una femmina *cyrus* ed un maschio si sono avute solo femmine della forma mimetica (precisamente nell'incrocio n. 7 ♀ *cyrus* × ♂ = 4 ♂ + 4 ♀ *romulus*; nel n. 16 ♀ *cyrus* × ♂ = 2 ♂ + 4 ♀ *polytes*; nel n. 10 ♀ *cyrus* × ♂ = 5 ♂ × 1 ♀ *romulus*; nel n. 50 ♀ *cyrus* × ♂ = 7 ♂ + 12 ♀ *romulus*).

Questi dati certamente appoggiano molto bene l'ipotesi che la forma *cyrus* sia recessiva rispetto alla forma mimetica. Però l'allevamento n. 73 (♀ *romulus* × ♂ = 9 ♂ + 3 ♀ *cyrus*) proverebbe il contrario, e si può spiegare solo coll'ipotesi che alcune forme mimetiche non si siano prodotte, ciò fa sorgere il dubbio che anche nei quattro allevamenti sopracitati si sia verificato lo stesso fenomeno.

Per spiegare i resultati ottenuti col *Rh. echinopus* mi sono domandata se, analogamente a quanto era stato fatto in altri casi (v. pag. 22), non si sarebbe potuto invocare anche in questo il concetto della potenza di un fattore per avere una spiegazione del fenomeno; non ho trovato però un'ipotesi che si trovasse in accordo con tutti i fatti. Supponendo che il gene determinante il maschio eteromorfo avesse una potenza capace di variare diminuendo coll'età dell'individuo in cui è contenuto, e che questo gene non riuscisse a manifestarsi quando la sua potenza non giungesse

ad un certo limite, si potrebbe comprendere, fino ad un certo punto, come nelle culture 31 e 33 i maschi eteromorfi siano comparsi soltanto in principio, ma non si spiegherebbe come contemporaneamente ad essi siano nati dei maschi omeomorfi, e tanto meno si spiegherebbe come nella cultura 34 i maschi omeomorfi ed eteromorfi, circa in numero uguale, siano comparsi contemporaneamente per tutta la durata della generazione.

Inoltre l'ipotesi che la dominanza dell'eteromorfismo abbia bisogno, per rendersi evidente, di giungere ad un certo limite, porterebbe di conseguenza che gli omeomorfi potrebbero non contenere sempre soltanto i fattori recessivi, e ciò non si accorda colla facilità di mantenere per lungo tempo pure le colonie di omeomorfi.

Si potrebbe ancora supporre che quando il gene dell'eteromorfismo ha una debole potenza, nelle forme eterozigote subisca facilmente una mutazione per cui si cambi in quello dell'omeomorfismo. In tal modo la comparsa dei maschi omeomorfi si potrebbe fino ad un certo punto paragonare a quella dei maschi con occhi bianchi nella *Drosophila*.

Questa è però un'ipotesi a cui non si può dare una base, e d'altra parte il numero di maschi omeomorfi ottenuti negli allevamenti N. 31, 33 e 34 mi sembra troppo grande per essere spiegato in questo modo.

*
* *

A proposito dei maschi asimetrici voglio ricordare che negli insetti, specialmente nelle farfalle, sono noti casi di forme in cui una metà del corpo è di un sesso, e l'altra metà dell'altro, e ciascuna parte ha i caratteri del sesso relativo. Questi casi non sono paragonabili al maschio asimetrico del *Rh. echinopus*. il quale non ha niente di femminile, e si comporta riguardo alla prole come un maschio eteromorfo qualsiasi (v. cultura 12). Nel Doncaster (1914) trovo citati casi di un'asimetria in individui di un solo sesso e precisamente uno descritto da Standfuss nella farfalla *Aglia tau* dove un lato dell'animale presenta i caratteri della forma tipica, l'altro quelli della varietà *lugens* che è dominante mendelianamente, rispetto alla forma tipica; un altro caso simile figurato da Stichel in *Lymantria monacha*, ed un altro figurato da Morgan nella *Drosophila*. Questi casi sono spiegati con la presenza eccezionale di uova binucleate, o con anomalie nella divisione dell'uovo fecondato, o con fecondazione anormale con più di un pronucleo maschile, insomma con circostanze eccezionali, che non sono in rapporto coi fattori mendelizzanti.

Posso aggiungere che nelle sezioni delle femmine di *Rhizoglyphus echinopus* una volta ho veduto un uovo nella prima divisione maturativa il quale presentava due fusi. vicini l'uno all'altro. Il caso è rimasto unico e non ho nessun altro elemento per metterlo in rapporto con l'origine del maschio asimetrico.

*
* *

Un fenomeno che ha colpito il Fryer, nei suoi allevamenti di *Papilio polites* e che mi ha fatto sempre molta impressione nei miei allevamenti del *Rh. echinopus*, è il gran numero di culture che restano sterili.

Dapprima, come ho detto, il fatto di riscontrare tanti incroci sterili, messo in rapporto con l'altro di non riuscire mai ad avere esclusivamente maschi eteromorfi, mi aveva indotto all'ipotesi che fossero sterili le forme eteromorfe omozigote. Più tardi quest'ipotesi mi è parsa per un momento non conforme ai fatti dopo che ho isolato gli eteromorfi in cultura pura, ma, riflettendo meglio, mi sono convinta che normalmente deve verificarsi, e che gli eteromorfi omozigoti fecondi, isolati dopo due anni di tentativi infruttuosi, devono rappresentare un'eccezione dovuta a qualche modificazione prodotta dall'ambiente diverso dal naturale. Se non fosse così non potrebbe spiegarsi come in natura i maschi eteromorfi, che pure rappresentano la forma dominante, si trovino quasi sempre meno numerosi dei maschi omeomorfi, e mai separati da essi.

Ma la sterilità degli eteromorfi omozigoti non è sufficiente a spiegare tutti i resultati ottenuti. Ho già detto che una ventina di incroci tentati tra gli eteromorfi fecondi della mia colonia e gli omeomorfi trovati in natura, sono rimasti tutti sterili, per quanto le femmine fossero fecondate. Questo fatto suggerisce l'ipotesi che gli omeomorfi che si trovano in natura senza eteromorfi e che sono sterili con gli eteromorfi, appartengano a razze o forse a specie diverse da quelli fecondi con gli eteromorfi. Probabilmente anche tra gli eteromorfi apparentemente eguali tra loro, possono distinguersi razze o specie diverse. Questa è in conclusione anche l'idea a cui è venuto il Fryer nei suoi studî sul *Papilio polytes*. Essa dà una spiegazione dei molti casi di sterilità, però dimostra nello stesso tempo come i resultati fin qui ottenuti negli esperimenti fatti sugli animali col polimorfismo unisessuale, debbano essere riveduti in base a queste considerazioni e come le conclusioni finora dedotte siano premature.

* * *

Un'altra questione che si presenta a proposito del polimorfismo unisessuale, è quella di determinare se si tratti o no con un caso speciale di ereditarietà collegata al sesso.

Il Morgan (1914) in un articolo *Sex limited and sex linked inheritance*, pone il problema molto nettamente. Egli denomina « sex linked inheritance » che tradurrei « ereditarietà collegata col sesso » quei casi di ereditarietà nei quali il maschio, se è eterozigote per il fattore sesso, trasmette una certa particolarità da cui è affetto, attraverso le figlie femmine, che ne appaiono immuni, alla metà sola dei suoi nipoti maschi, e reciprocamente la femmina, se è affetta da quel dato carattere trasmette la sua particolarità a tutti i suoi figli maschi, mentre le femmine ne appaiono immuni; ma tanto attraverso i figli di sesso maschile quanto attraverso quelli di sesso femminile, la particolarità viene trasmessa alla metà dei nipoti maschi e alla metà delle nipoti femmine (se il sesso eterozigote è il femminile, si invertono naturalmente i resultati) (Vedi schemi a pag. 16 e 17). Questi casi sono rappresentati dalla cecità ai colori, dall'emofilia dell'uomo, dai numerosissimi caratteri collegati al sesso nella Drosofila, e da certi caratteri degli uccelli e delle farfalle.

In tutti questi casi una certa proprietà in uno dei sessi è eccezionale o anormale, ma vi può apparire. Si ha invece « sex limited inheritance », che si può tradurre « ereditarietà limitata al sesso », quando si tratta di caratteri che appaiono solo in un sesso e mai nell'altro, come, per esempio, le corna in certe razze di pecore

che sono presenti solo nel maschio, e come il colore delle ali delle femmine nel *Papilio memnon*.

Un caso di « sex limited inheritance » è pure quello presentato da un emittero studiato da Foot e Strobell (1914). Di questo emittero furono prese in considerazione due specie affini, l'*Euchistus variolarius* e l'*Euchistus servus*. Nel *variolarius* il maschio ha una macchia nera all'addome e la femmina no, nel *servus* nemmeno il maschio ha la macchia. La femmina di *variolarius* fu incrociata con un maschio di *servus*. In F_1 si ebbero le femmine senza macchia, i maschi con la macchia più pallida di quella del *variolarius*. Incroci di questi F_1, dettero in F_2 249 femmine senza macchia, 107 maschi con macchia sviluppata in grado differente e 84 maschi senza macchia. Mentre Foot e Strobell con un'elaborata analisi vengono a conchiudere che il fattore determinante la macchia deve essere necessariamente portato dal cromosoma determinante il sesso, il Morgan invece ritiene che esista qualche cosa nelle condizioni della femmina che è contraria allo sviluppo della macchia. Poichè ciascun gamete della femmina di *variolarius*, come dimostra l'esperimento, porta il fattore determinante la macchia, questo fattore nella femmina deve esistere doppio, e tuttavia la macchia non compare.

Dice il Morgan che per l'*E. variolarius* la femmina si può rappresentare come XXAABBCCDD... ecc., il maschio come XYAABBCCDD... ecc. La reazione (interaction) chimica tra i due XX ed il resto della cellula è tale che produce una femmina, ed il complesso femminile è contrario allo sviluppo della macchia e favorevole a quello degli organi accessorî della riproduzione e dei carattteri sessuali secondarî della femmina, mentre XY ed il resto della cellula è contrario allo sviluppo degli organi accessorî e dei caratteri sessuali della femmina e favorevole allo sviluppo degli organi sessuali accessorî e degli organi sessuali secondarî del maschio.

In complesso, eccettuato il De Meijere il quale, come si è visto, considera l'ereditarietà dei caratteri sessuali secondarî separatamente da quella del sesso, ed il Baur che non precisa la ragione per cui nelle farfalle con femmine polimorfe il maschio è sempre eguale, gli altri autori che si sono occupati del polimorfismo unisessuale hanno messo in rapporto con la costituzione gametica diversa dei maschi e delle femmine il fatto di essere un sesso polimorfo ed uno omeomorfo. Ma la diversità dei due sessi rispetto al determinante del sesso, non influisce sul modo di ripartizione delle proprietà che determinano il polimorfismo; influisce soltanto per impedire che le proprietà presenti in tutti e due i sessi si manifestino in tutti e due egualmente. In tutte le formule, come ho già accennato, si possono togliere i fattori relativi al sesso senza mutare i resultati, non solo, ma si hanno ancora gli stessi resultati se, per quanto riguarda le proprietà che determinano il polimorfismo, si invertono i fattori dei maschi con quelli delle femmine. Tutto ciò dimostra che non si tratta di proprietà rappresentate nel cromosoma accessorio.

Anche lo schema di Goldschmidt implica lo stesso concetto, in quanto che fa dipendere il polimorfismo da variazioni sopravvenute nel fattore che rappresenta i caratteri sessuali secondarî del sesso polimorfo (che è pure il digametico). Questo fattore non è contenuto nel cromosoma X, ma nel cromosoma Z (vedi schema a pag. 22).

Nel caso del *Rh. echinopus*, la dimostrazione che i caratteri i quali determinano la forma maschile omeomorfa od eteromorfa (ammesso che si ereditino secondo il

meccanismo mendeliano) non sono collegati al cromosoma accessorio, risulta dagli allevamenti.

Consideriamo, infatti, le culture N. 19, 21, 22; quivi la femmina certamente non conteneva i fattori per il maschio eteromorfo. Essendo digametico il sesso maschile, ne segue che l'unico cromosoma sessuale del maschio è derivato dalla madre. Se la proprietà di essere omeomorfi od eteromorfi fosse rappresentata nel cromosoma accessorio, i maschi ottenuti nelle culture 19, 21, 22 avrebbero dovuto essere tutti omeomorfi. Invece i maschi eteromorfi sono comparsi in tutti questi casi, perciò si deve escludere che i geni determinanti il carattere dell'eteromorfismo siano nel cromosoma accessorio.

E) Conclusioni che si possono dedurre dai resultati degli allevamenti.

In conclusione si può dire:

Il polimorfismo unisessuale non può riferirsi ai casi di ereditarietà collegata col sesso (sex linked inheritance), perchè certi caratteri presenti in un sesso non si trovano mai nell'altro in nessuna delle combinazioni possibili. Per questa ragione dai casi di polimorfismo unisessuale finora generalmente considerati come tali, deve escludersi quello delle farfalle *Colias*, dove eccezionalmente il dimorfismo può manifestarsi anche nel sesso che di regola è uniforme; gli altri casi sono paragonabili tra loro.

Per tutti questi è stato dimostrato soltanto che la comparsa delle varie forme del sesso polimorfo è dipendente dalle leggi dell'ereditarietà. Gli autori che mi precedettero hanno concluso che in questi casi l'ereditarietà *sembra* conforme alla regola di Mendel. Le mie ricerche possono dirsi più conclusive di quelle precedenti, perchè io ho potuto isolare le culture pure (omozigote) di ciascuna forma e così ho avuto modo di sperimentare con individui di cui mi erano noti i fattori ereditarî relativi ai caratteri da studiare. Dall'incrocio delle forme omozigote è resultato che, contrariamente a quanto avrebbe dovuto verificarsi secondo le norme mendeliane, nella generazione F_1 non si è mai avuta la produzione di una sola forma maschile.

Considerando che sono rarissimi i casi sicuramente noti di ereditarietà certamente non mendeliana e che questi casi non corrispondono affatto ai resultati ottenuti nel *Rh. echinopus*, piuttosto che escludere per questo animale l'ereditarietà mendeliana, sembra più logico ammettere che altre cause concorrano ad alterare i resultati. Quali siano queste cause, io non posso dire con certezza.

Tenendo presente che moltissimi incroci restano sterili per quanto avvenga la fecondazione, sorge l'ipotesi che sotto il nome di *Rh. echinopus* siano comprese parecchie razze, o fors'anche specie, alcune feconde tra loro, altre no. Queste razze o specie non sono state ancora isolate.

Per il *Rh. echinopus* ho dimostrato che è da escludersi per tutte le forme la partenogenesi (ved. parte II).

Certo è che una spiegazione mendeliana pura e semplice dell'ereditarietà del polimorfismo unisessuale non è accettabile, che il fenomeno è molto più complicato di quello che appariva alle prime ricerche, e fa sorgere una quantità di questioni accessorie le quali richiedono un lungo studio prima di essere risolute.

PARTE II

OSSERVAZIONI BIOLOGICHE, ANATOMICHE E CITOLOGICHE.

A) Note biologiche.

1. *Variabilità delle dimensioni.* — Prima ancora di occuparmi dello studio del polimorfismo, quando avevo solo l'intento di stabilire l'importanza del *Rh. echinopus* come acaro agrario, tenendo presente che le imperfette descrizioni di molti osservatori i quali avevano parlato di quest'acaro in rapporto alle piante, lasciavano adito al sospetto che sotto un solo nome fossero comprese specie differenti, mi sono proposta di determinare la variabilità delle forme che avevo a mia disposizione.

I resultati riguardanti specialmente le dimensioni furono pubblicati in una Nota preliminare e sono riportati nell'appendice di questo lavoro (ved. pag. 91 e seg.).

Qui mi basta di ricordare che gli allevamenti in ambienti diversi ed in condizioni diverse, influiscono tanto sulle dimensioni degli individui che le possono far variare dal semplice al doppio, ed anche di più. In rapporto con le dimensioni è il numero di uova che si sviluppano nelle femmine, quindi si può concludere che nè le dimensioni, nè il numero delle uova possono essere considerati caratteri costanti in una data specie.

Debbo ancora notare in proposito che ogni qualvolta questi acari si propagano molto e vengono ad essere assai numerosi in un ambiente ristretto, diventano molto piccoli, anche se il nutrimento appare sufficiente per tutti.

Una coppia di *Rh. echinopus* adulti di piccolissime dimensioni, tolta dall'ambiente in cui si trova ed allevata isolatamente in un altro più opportuno, dà una prole di dimensioni maggiori di quelle dei genitori; alcune coppie di questi figli, allevate alla lor volta in ambiente favorevole, possono dare figli di dimensioni ancora più grandi, forse eguali alle massime riscontrate nella specie. Questo naturalmente non vuol dire che in una popolazione di *Rh. echinopus*, con ricerche speciali, non si potrebbero distinguere varî biotipi, anche per quanto riguarda le dimensioni.

Nelle colonie coltivate nelle capsule di Petri, su fette di patata guasta, si nota che la generazione primaverile, la quale succede ad un periodo di riposo invernale, è composta di individui più grandi di quelli delle generazioni successive.

In complesso quanto più rapido è lo sviluppo, tanto più piccole sono le dimensioni degli individui. La rapidità dello sviluppo è collegata alla temperatura; il calore lo accelera ed il freddo lo rallenta.

A parità di condizioni, cioè tra i figli degli stessi genitori allevati nello stesso ambiente, i maschi sono più piccoli delle femmine, e tra i maschi, gli eteromorfi sono più piccoli degli omeomorfi. Questa osservazione è notevole perchè è contraria all' ipotesi di Berlese che in questo ed in altri casi di polimorfismo vi sia una correlazione tra lo sviluppo degli organi sessuali e quello del sistema tegumentario, relazione la quale potrebbe darci possibile ragione delle svariate forme mascoline (ved. pag. 8). Per quanto ho detto precedentemente sulla variabilità delle dimensioni, non è da meravigliarsi, se paragonando maschi raccolti in varie colonie o anche in una colonia in cui si incontrano individui di varie generazioni, si trovino pure maschi eteromorfi più grandi degli omeomorfi.

Quando i maschi e le femmine escono dall'ultima spoglia ninfale e sono pronti per la fecondazione, hanno dimensioni press'a poco eguali. In seguito il maschio aumenta pochissimo, mentre la femmina raddoppia o triplica il suo volume. L'aumento è solo in parte dovuto allo sviluppo delle nova; esso si produce, sebbene in limiti più ristretti, anche in quelle femmine in cui le uova restano piccole (ved. più avanti). Mi sembra che anche le cellule dell' intestino nelle femmine abbiano dimensioni più grandi che nei maschi. Ciò risulta, in complesso, dall'esame delle sezioni, ma anche a questo riguardo la variabilità è grande, ed io non ho fatto in proposito ricerche speciali che troppo mi avrebbero allontanato dall'argomento.

2. *Ciclo evolutivo e sviluppo postembrionale.* — Il *Rh. echinopus* non presenta un ciclo evolutivo complicato.

Dalla primavera all'autunno inoltrato si succedono ininterrottamente una serie di generazioni; si ha una sosta nella riproduzione durante i mesi invernali. Non vi sono però speciali forme ibernanti.

La durata minima di ogni generazione, cioè il più breve periodo di tempo che può intercedere tra l'accoppiamento di due individui e la comparsa dei primi individui adulti in grado di accoppiarsi, della generazione filiale, è di 20 o 25 giorni in primavera ed in autunno, di 15 giorni soli in estate. Il numero dei figli varia moltissimo in conseguenza di cause difficili da determinare, così pure è variabilissimo il rapporto numerico tra i maschi e le femmine. Ciò risulta evidente dalle cifre riportate nei quadri degli allevamenti (ved. anche le considerazioni a pag. 42).

La deposizione delle uova da parte di una singola femmina può durare un mese ed anche più, purchè si trovi sempre insieme al maschio. Separata dal maschio, dopo una decina di giorni e anche meno non prolifica più.

La deposizione delle uova incomincia il giorno successivo a quello della fecondazione.

Di regola nell'uovo appena deposto è formato solo il blastoderma. Il Canestrini (1888) ha notato che a volte in questi acari si riscontrano femmine che presentano nell' interno del corpo le uova con embrioni avanzati nello sviluppo. Io non ho mai verificato questo fenomeno normalmente, ma ho potuto riprodurlo artificialmente mantenendo vive e digiune per parecchi giorni, in un ambiente umido, delle femmine che già presentavano uova in via di sviluppo. Evidentemente queste femmine non avevano più la forza di espellere le uova, le quali continuavano a svilupparsi negli ovidotti. Ritengo che le giovani larve saranno morte prima di arrivare nell'ambiente esterno.

Forse nei casi osservati dal Canestrini si era verificata qualche condizione che aveva prodotto gli stessi effetti.

Dalla larva esapoda, si passa ad una prima ninfa ottopoda, da questa ad una seconda ninfa ottopoda ed infine alla forma definitiva. Tra le due ninfe ottopode può intercalarsi oppure mancare lo stadio di ipopo, o ninfa ipopiale.

Gli ipopi, o ninfe ipopiali, conosciute nei Tiroglifidi, ed in alcuni Analgesini viventi sulle pinne degli uccelli, sono forme di disseminazione della specie. Esse hanno perduto l'apparato boccale, sono diventate piatte, con la cuticola ispessita, nella faccia ventrale sono munite di ventose adesive, con le quali si attaccano ad altri animali per essere trasportate da un luogo all'altro. Sull'origine e sul significato morfologico degli ipopi sono state emesse dagli autori svariate opinioni. Quest'argomento è molto estesamente trattato dal Reuter (1909, pp. 155-171), perciò io qui mi limito a qualche cenno riassuntivo delle notizie da lui riferite.

Gli ipopi dei Tiroglifidi erano stati veduti dal Claparède nel 1869 ed interpretati erroneamente come maschi sessualmente maturi. Nel 1873 il Megnin riconobbe che sono uno stadio giovanile intercalato tra la prima e la seconda forma ninfale, e ritenne che la giovane ninfa normale si potesse volontariamente trasformare in ipopo quando sopravvenivano circostanze sfavorevoli (secchezza ecc.) e che il ritorno delle condizioni opportune alla vita degli acari determinasse il passaggio dell'ipopo nella seconda ninfa normale. Questo modo di interpretazione è condiviso da molti autori (Berlese, Haller, Oudemans). Invece altri (Michael, Moniez, Lignières e Jensen) negano che la trasformazione delle ninfe normali in ipopi sia dipendente da secchezza o da circostanze sfavorevoli, perchè l'hanno verificata anche sotto le migliori condizioni; anzi, secondo le osservazioni di Michael e di Jensen, quanto più favorevoli erano le condizioni di vita degli acari, in tanta maggior quantità avveniva la trasformazione in ipopi.

Che uno stesso individuo possa trasformarsi più di una volta in ipopo, come credette Megnin, è escluso.

Jensen e Trouessart hanno stabilito che in certi Tiroglifidi lo stadio di ipopo entra normalmente nello sviluppo ontogenetico. Il Reuter considerando che gli Oribatidi, parenti dei Tiroglifidi, hanno regolarmente tre ninfe, che nelle diverse specie di Tiroglifidi gli ipopi differiscono ora più ora meno dalle ninfe normali, e infine che in alcune sono normali, in altre frequenti, in altre rari, in altre sconosciuti, conclude che lo stadio di ipopo deve considerarsi come rappresentante di uno stadio ninfale originariamente normale tanto ecologicamente che morfologicamente, stadio corrispondente alla seconda ninfa degli Oribatidi.

Nei Tiroglifidi la larva esapoda, il primo ed il terzo stadio ninfale servirebbero alla presa di nutrimento, il secondo stadio ninfale (ipopo) invece, sarebbe specialmente destinato alla diffusione della specie. Per questo compito mutando le condizioni di vita le ninfe seconde avrebbero acquistato i caratteri sopra esposti. Tale divisione di lavoro nei Tiroglifidi sarebbe una necessità, perchè questi acari sono in generale pigri e nello stesso tempo si propagano moltissimo, per cui in un dato luogo facilmente potrebbe sopravvenire una mancanza di nutrimento fatale alla specie.

La soppressione dello stadio di ipopo, osservata in molte specie di Tiroglifidi, potrebbe forse esser stata determinata da speciali circostanze favorevoli che la rendono inutile.

Questo ragionamento di Reuter è molto logico ma esso è basato sui confronti, e coi soli confronti non può risolversi la questione.

Io ritengo che qualche luce possano fornire le osservazioni da me fatte negli anni in cui ho coltivato il *Rh. echinopus*.

Anzitutto ho stabilito che nemmeno una volta si sono prodotti ipopi tra i figli di coppie allevate isolatamente, anche quando sono venute a trovarsi in circostanze sfavorevolissime per qualsiasi cagione. Di queste coppie isolate ne ho allevate moltissime in tutte le stagioni dell'anno, in ambiente umido, in ambiente più o meno asciutto, a temperatura variabile, a temperatura costante in termostato. Neanche ho mai osservato la presenza di ipopi nelle capsule dove lasciavo svolgersi due o tre generazioni di acari provenienti da una sola coppia. Li ho invece riscontrati numerosissimi nelle capsule dove per mesi e mesi lasciavo accumulare la progenie di un certo numero di individui. Avveniva allora che il coperchio della capsula sembrava come ricoperto da una polvere bruna, la quale, esaminata al microscopio, risultava costituita da migliaia e migliaia di ninfe ipopiali. Il fatto di trovare queste ninfe accumulate sul coperchio era la prova della loro tendenza a sfuggire dall'ambiente diventato inopportuno. Ma perchè era diventato inopportuno? Sembrerebbe a tutta prima di dover rispondere che l'alimento era diventato insufficiente, ma certo questa ragione non basta a spiegare il fenomeno.

Infatti, anche aggiungendo altro alimento, la produzione degli ipopi non cessava. D'altra parte tra i figli di una coppia isolata non si hanno ipopi nemmeno quando stanno su un pezzetto di patata piccolissimo, che sembrerebbe insufficiente a nutrirli tutti.

Quando in una capsula è cominciata la produzione degli ipopi, anche diminuendo il numero degli individui, mutando le condizioni di umidità, aggiungendo nutrimento, la produzione non cessa. Viceversa una parte di questi individui, trasportata in un'altra capsula, non produce più ipopi.

Nessuno ha potuto provocare la formazione di ipopi artificialmente. Una volta io ho creduto di esserci riuscita. Avevo un grosso vaso di vetro nel quale erano delle colonie di *Rhizoglyphus* viventi sulle patate. Siccome nel fondo si era accumulata una quantità di liquido proveniente dalla decomposizione delle patate, ho rovesciato il tutto in un piatto e l'ho esposto all'aria perchè asciugasse. Dopo tre giorni nel piatto pullulavano le ninfe ipopiali. Ho creduto allora che la formazione degli ipopi potesse essere in rapporto col rapido passaggio dall'ambiente umido all'ambiente secco, ma per quanto abbia ripetuto la prova non ho mai più ottenuto lo stesso resultato, per cui mi sono convinta che quelle ninfe ipopiali esistevano già dapprima e mi erano sfuggite.

Dall'insieme delle osservazioni mie e degli altri autori, mi sono formata la convinzione che le ninfe ipopiali si formano solo in un ambiente dove gli acari hanno abitato da lungo tempo. Quest'ambiente finisce per diventare saturo di materiali da

essi segregati (olio segregato dalle glandole oleipari, feci). Nell'influenza di questi materiali sullo sviluppo si debbono ricercare le cause della comparsa degli ipopi.

Dalle ninfe ipopiali possono derivare, attraverso ad un altro stadio ninfale, tanto individui di sesso femminile, come individui di sesso maschile, e tanto maschi omeomorfi quanto maschi eteromorfi.

In generale il passaggio da uno stadio all'altro (larva, ninfa, adulto) avviene con un processo complicato, che non è semplicemente una muta. Durante la trasformazione l'animale entra in un periodo di riposo nel quale giace immobile, per lo più appoggiato su un fianco, il rostro inclinato verso la faccia ventrale, le zampe anteriori incurvate e avvicinate al rostro. Con una lente si vede la parte anteriore del corpo chiara, quasi trasparente, la posteriore più bianca, opaca. Le osservazioni microscopiche dei fenomeni che avvengono in questo periodo riescono poco concludenti perchè le sezioni di queste forme piccolissime, rivestite da un doppio strato chitinoso, quello proprio e quello della nuova forma che ne uscirà, sono oltremodo difficili. Qualche cosa si può vedere a fresco osservando l'animale vivo in acqua, o soluzione fisiologica.

Il Reuter (1909) (pag. 203 e seguenti) riassume estesamente le opinioni e le osservazioni degli autori sulle mute e sugli stadî di riposo degli Acaridi, con tutte le citazioni bibliografiche relative; non sto quindi a riportarle nuovamente. Egli per suo conto nel *P. graminum* ha verificato che gli organi di escrezione, il centro nervoso, gli organi sessuali ed in parte anche l'apparato digerente durante la muta rimangono intatti; solo nell' intestino medio hanno luogo processi di degenerazione e di rigenerazione. Egli ha pure osservato un rammollimento del tessuto muscolare delle estremità e della parte boccale; i contorni dei moncherini delle zampe ritirati dall'involucro chitinoso e saldamente addossati contro la superficie ventrale del corpo, vengono ancora ridotti per il fatto che in essi avviene una limitata istolisi; poi dalle estremità regredite si sviluppano le nuove, per cui non è il caso di parlare di nuova formazione.

Queste osservazioni di Reuter sul *P. graminum* concordano con quelle di Nalepa sui Tiroglifidi confermate anche dal Michael.

Inoltre il Reuter ricorda che in quei casi in cui le mute sono accompagnate da periodi di riposo, sono state osservate cellule ameboidi fluttuanti in un liquido che circonda il corpo dell'acaro sotto la vecchia cuticola. Sul significato di queste cellule e sulla loro partecipazione nel processo della muta sono state fatte varie ipotesi. La maggior parte degli autori le ritengono veri e proprî corpuscoli sanguigni, alcuni suppongono che abbiano anche funzioni speciali. Per il Reuter è indubitato che vi sia un rapporto tra la loro presenza ed il processo istolico.

Le mie osservazioni concordano con quelle del Reuter e del Nalepa. Durante il periodo di riposo mi è stato possibile in qualche caso osservare i movimenti peristaltici dell'intestino, la cui muscolatura, dunque, deve essere conservata quasi integralmente. È anche facile riscontrare che dapprima gli arti ed il rostro della forma che uscirà dalla spoglia, corrispondono, per la posizione, agli arti ed al rostro della forma allo stadio precedente: successivamente si incurvano e si ritirano indentro, appunto come hanno osservato il Nalepa, il Reuter, ecc. (tav. I, fig. 5). Nello spazio

che per effetto di questa ritrazione rimane tra l'antica cuticola e la nuova che si va formando, spazio evidentemente riempito da un liquido, si riscontrano ora più ora meno numerose le cellule migranti osservate anche dagli altri autori. Tali cellule compiono movimenti ameboidi evidentissimi, cambiano di posto, a volte si agglomerano in parecchie, poi si separano di nuovo.

Gli altri autori non hanno avuto occasione di seguire la trasformazione delle prime ninfe in ipopi, perciò restava il dubbio che durante questo passaggio i fenomeni potessero presentarsi in maniera diversa. Il dubbio era fondato sulle considerazioni che l'ipopo è assai dissimile dalla ninfa ottopoda da cui proviene e che mentre in tutti gli altri casi dopo il periodo di riposo viene fuori una forma più grande della precedente, nel caso della formazione degli ipopi si verifica il fenomeno opposto essendo l'ipopo più piccolo della ninfa che lo ha prodotto.

Io ho avuto molte volte occasione di vedere le prime ninfe trasformarsi in ipopi ed ho così potuto verificare che essenzialmente anche questo passaggio è dello stesso tipo degli altri. Tuttavia, osservando una prima ninfa all'inizio del suo periodo di riposo, quando al disotto della cuticola non si delineano ancora i contorni della nuova forma, si può già stabilire se ne uscirà una seconda ninfa ottopoda o una ninfa ipopiale, e ciò perchè quando si origina l'ipopo, per trasparenza, nell'animale che uscirà dalla spoglia, si vedono una gran quantità di goccioline adipose più grandi e più diffuse di quello che non appaiono negli altri casi. Si potrebbe credere che questa massa di grasso provenisse da un'istolisi dei tessuti della ninfa, ma schiacciando opportunamente il preparato, o dilacerando la cuticola ninfale, almeno in principio del periodo di riposo si può scorgere l'intestino. Anche nell'ipopo libero, osservato per trasparenza, si scorgono al disotto della cuticola, specialmente dal lato dorsale, una quantità di goccioline adipose. Tenendo presente che l'ipopo ha il corpo molto più compresso di tutte le altre forme, e non ha lo stesso colore bianco opaco, si può ritenere che in esso il corpo adiposo sia alterato, ma forse anche degenera più o meno l'intestino che in questo stadio non funziona. Per decidere questo punto, occorrerebbero delle sezioni, che sono oltremodo difficili ad ottenersi.

Le goccioline adipose che si accumulano sotto la cuticola della ninfa ipopiale impediscono di vedere per trasparenza come avvenga la scomparsa dell'apparato boccale. Successivamente, quando già si distinguono i contorni dell'ipopo, cioè si è formata la sua cuticola, per conseguenza delle dimensioni diminuite, tra le due cuticole (quella dell'ipopo e quella della ninfa) resta uno spazio molto più grande di quello che si osserva negli altri passaggi da uno stadio all'altro (tav. I, figg. 5 e 6). In questo spazio, riempito da un liquido, le cellule semoventi (*c. a.*) si accumulano in grandi quantità; in esso sono compresi anche alcuni muscoli che erano in rapporto coi movimenti delle mandibole e che sono inutili nell'ipopo, il quale, com'è noto, è privo di apparato boccale. Tali muscoli vengono circondati dalle cellule ameboidi le quali evidentemente in questo caso si comportano da fagociti. Sembra che il destino di queste cellule ameboidi, sia di andare distrutte, perchè non pare verosimile che possano attraversare la cuticola dell'ipopo già formata, e rientrare a far parte del corpo dell'animale. Non si può decidere la questione osservando le spoglie, perchè in questi acari non si rinvengono le spoglie in un sol pezzo, spac-

cate in una qualche parte, come negli insetti, ma la vecchia cuticola si rompe in più punti e si distacca a frammenti. Certo è che cellule ameboidi molto simili, per non dire eguali, a quelle che si vedono durante gli stadî di immobilità, esistono anche nei periodi di vita attiva. Il modo più opportuno per osservarle è quello di mettere sotto al microscopio un maschio adulto, tra due vetrini, con un liquido indifferente qualsiasi in quantità sufficiente perchè l'animale ne sia tutto circondato, ma non tanto abbondante da permettergli di spostarsi. L'acaro deve presentare all'osservatore la faccia ventrale. In tal modo, in varie regioni del corpo, ma più specialmente nei dintorni della fessura anale, si notano cellule ripiene di granuli tondeggianti e splendenti, con tre o quattro sottili pseudopodi i quali lentissimamente possono ritirarsi o allungarsi, così che la forma della cellula appare mutevole. Queste cellule ameboidi sono forse un po' più piccole di quelle che si presentano nei periodi di riposo, si muovono meno rapidamente, ma ritengo che queste differenze siano dovute a diversi periodi funzionali e che nei due casi si tratti sempre degli stessi amebociti.

Nelle sezioni degli adulti maschi o femmine (non ho potuto avere buone sezioni di stadî larvali o ninfali) al disotto della cuticola si trova un sottilissimo ipoderma formato da cellule che nei tagli appaiono fusiformi, le quali si toccano soltanto coi loro estremi assottigliati, così che non formano uno strato continuo, ma piuttosto una rete. Non dappertutto l'ipoderma aderisce alla cuticola; in alcuni tratti ne è un po' discosto. In rapporto con l'ipoderma stanno delle cellule tondeggianti, con un nucleo pure tondeggiante e col protoplasma riempito di granuli fortemente eosinofili; evidentemente sono gli amebociti, che per effetto della fissazione hanno ritratto gli pseudopodi. Alcuni di questi stanno irregolarmente raggruppati al disotto dell'ipoderma, altri invece stanno al disopra dell'ipoderma, tra l'ipoderma e la cuticola. Nei preparati coloriti con un'ematossilina qualunque e con l'eosina appaiono evidentissimi, perchè il color rosso intenso dei granuli eosinofili spicca sulla colorazione violetta delle altre cellule. In certi tratti si ha l'illusione che l'ipoderma sia costituito da due sorta di cellule alternate, le une colorabili in rosso, le altre in violetto; quest'apparenza è dovuta al fatto che gli amebociti si adagiano esattamente negli spazi compresi tra una cellula e l'altra. Il fatto di trovare amebociti al disotto, al livello e al disopra dell'ipoderma, mi fa pensare che lo attraversino normalmente. Forse questo passaggio è in rapporto con la respirazione, che in questi acari atracheati avviene attraverso la cuticola.

Gli ipopi prima di trasformarsi nuovamente in ninfe ottopodo rigonfiano e divengono più chiari. Per trasparenza, non si può scorger nulla di quello che avviene nel loro interno. Schiacciandoli si può farne uscire la nuova ninfa la quale presenta tutte le appendici, ma imperfettamente conformate (tav. I, fig. 7).

A proposito delle mute trova qui posto un'altra osservazione. Nelle sezioni degli individui adulti, maschi e femmine, si vede facilmente da un lato e dall'altro dell'apparato boccale, una ghiandola di cui non trovo cenno in nessuno degli autori che trattano dell'anatomia dei Tiroglifi. Ogni ghiandola è costituita da due grosse cellule con un nucleo tondeggiante, pure molto grande, provvisto di uno o due nucleoli. Le due grosse cellule circondano la parte inferiore di un canalicolo rivestito da un

sottile epitelio. La parte superiore del canalicolo si apre in un pelo cavo, corto, ricurvo, terminato a guisa di penna d'oca tagliata (tav. IV, figg. 15, 16 e 17).

Ho voluto determinare la precisa posizione di questo pelo nelle forme adulte e vi sono riuscita con grande fatica perchè rimane nascosto tra il rostro e le zampe anteriori. Tuttavia si può sempre ritrovarlo nel seguente modo. Si collochi l'animale in maniera che si presenti all'osservatore o di lato o dorsalmente, e si fissi l'attenzione sui due lunghi peli che sono subito al disotto del rostro, nella parte mediana dorsale. Quivi la cuticola è oscura. Procedendo dalla linea mediana verso la parte laterale, segue un tratto dove la cuticola è chiara, e poi un altro con la cuticola oscura. All'estremo anteriore di questo secondo tratto oscuro è situato il pelo ricurvo che corrisponde al canale della ghiandola (tav. IV, fig. 15). Qui, come in tutto il resto del corpo, la cuticola oscura appare punteggiata, la chiara uniforme. Nelle sezioni si vede che quella chiara è più sottile e apparentemente omogenea, quella oscura è più spessa e traversata da strie chiare. Lo stesso pelo e la stessa ghiandola si trovano nelle ninfe e nelle larve; non li vidi negli ipopi. A volte un pelo simile a quello ora descritto si vede alla parte posteriore dello stesso tratto oscuro. (Questo secondo pelo non è rappresentato nella figura).

Credo che queste ghiandole possano essere paragonablli alle ghiandole della muta, note per molti insetti, e che esse segreghino quel liquido che si vede riempire lo spazio che resta libero al disotto della cuticola quando il rostro e le zampe escono dai loro astucci e si addossano alla parete del corpo (tav· I, fig. 5).

Ho cercato di sezionare gli animali durante il periodo di riposo, ma non sono riuscita ad avere preparati soddisfacenti e non ho insistito.

3. *Osservazioni varie.* — Poco di notevole presentano i costumi di questi acari. Nelle culture in capsula, su fette di patate guaste, essi mostrano la tendenza di andare a collocarsi alla superficie inferiore della fetta, forse per sottrarsi alla luce. forse anche per la ricerca di una maggiore umidità. Infatti la siccità è il loro peggiore nemico; nessuno stadio vi resiste, un po' meglio la sopportano gli ipopi, ma non molto. Viceversa nell'acqua non distillata questi acari possono vivere anche molti giorni, fatto questo che è già stato osservato da altri autori in altre forme. Io ho voluto verificarlo nel *Rh. echinopus* e nel mese di ottobre. alla temperatura ambiente che oscillava da 7° a 18° C. circa. ne ho messi una quantità in una piccola capsula di Petri, e sopra vi ho versato dell'acqua per l'altezza di un centimetro. Dopo una settimana ho trovato ancora vive larve esapode, ninfe ottopode prime e seconde. maschi adulti. Le femmine adulte invece erano tutte morte. Di che cosa si siano nutriti gli acari nell'acqua non saprei dire; probabilmente hanno resistito al digiuno.

Quali sensi guidino questi acari nella scelta del nutrimento è ben difficile precisare. Si trovano in corrispondenza al rostro peli sensitivi che meriterebbero uno studio ulteriore. All'infuori di questi peli non appaiono altri sensilli.

B) Influenza della fecondazione sulla maturazione delle uova.

Il fatto da me osservato (1909) che acari affini al *Rh. echinopus* si sviluppano partenogenicamente e costituiscono colonie in cui la grandissima maggioranza degli individui appartiene al sesso femminile, e d'altro lato la considerazione che nel *Rh. echinopus* il maschio omeomorfo per i caratteri esterni è molto simile alla femmina, mentre l'eteromorfo ne differisce moltissimo, mi avevano indotto a domandarmi se anche in queste forme in qualche caso non esistesse la partenogenesi, ed ho cercato di verificarlo.

Per avere femmine sicuramente non fecondate, ho dovuto isolare ad una ad una le ninfe raccolte durante il periodo di immobilità in cui avviene l'ultima muta, e ciò perchè dai caratteri esterni non è possibile distinguere le ninfe maschili dalle femminili, e, naturalmente, tanto meno si possono distinguere le larve. Si noti che in questi acari non avviene mai quella fecondazione tra maschi adulti e femmine allo stato ninfale che è stata osservata costantemente dal Reuter nel *Pediculopsis graminum* (1909, pag. 7) e che era già stata notificata da altri autori per altri acari; tanto meno vi si riscontra quella tra maschi adulti e larve, che è stata veduta dal Trouessart in un Sarcoptide del furetto e da Kramer. [Per la letteratura relativa, vedi Berlese (1900, pag. 80) e Reuter (1909, pag. 7)]. Su questi casi ritornerò più avanti.

Nel *Rh. echinopus* ho trovato i maschi accoppiati soltanto con femmine giunte alla forma definitiva, ed ho verificato che in tutte le femmine uscite da ninfe isolate e tenute separate dai maschi, la spermoteca non conteneva spermi.

Le femmine non fecondate, mantenute per qualche giorno lontane dai maschi, presentano un fatto inaspettato. Non solo non depongono alcun uovo, ma assumono un aspetto diverso da quello delle femmine fecondate in cui le uova si sviluppano normalmente. Le une e le altre raggiungono dimensioni presso a poco eguali, e questo colpisce perchè nelle femmine fecondate le uova occupano una gran parte del corpo e quindi fanno aumentare notevolmente il volume dell'animale. Mentre le femmine fecondate e ovigere hanno un colore bianco translucido, le altre hanno un colorito bianco opaco. Una notevole differenza si riscontra osservandole al microscopio, vive, dal lato ventrale, in una goccia di acqua o di soluzione fisiologica; questa differenza si riferisce ad un fenomeno di cui già altra volta mi sono occupata. Come ho pubblicato nella Nota del 1912, si rimane assai sorpresi di vedere, in una femmina fecondata, che le uova più giovani, ossia quelle che si trovano nel primo tratto dell'ovidotto, sono in preda a movimenti tali per cui la loro forma appare continuamente mutevole. Di tutti questi movimenti, quello che più attira l'attenzione è dato da contrazioni peristaltiche provocate da uno strangolamento trasversale che si produce ora in un punto, ora in un altro, senza un ordine apprezzabile. Le contrazioni si susseguono senza tregua e possono anche avvenire in due punti diversi contemporaneamente; il restringimento a cui dànno luogo è a volte così marcato che l'uovo si direbbe prossimo a dividersi in due o più parti. Oltre a queste contrazioni se ne notano altre, ma molto meno energiche, in senso longitudinale, che determinano

un accorciamento dell' uovo seguìto da un allungamento. A lungo andare si rende manifesto anche il cammino dell' uovo lungo l'ovidotto. Per di più di tratto in tratto, con una contrazione brusca, tutto l'ovidotto si sposta in vario senso.

La continuità dei movimenti è tale che non si riesce a fissare sulla carta per mezzo della camera lucida il contorno dell' uovo se non quando per le cattive condizioni in cui si trova l'animale, immerso in un liquido e chiuso tra due vetrini sotto il campo del microscopio, le contrazioni cominciano a rallentarsi per poi cessare del tutto dopo un tempo più o meno lungo, che può essere anche di qualche ora (tav. I, fig. 10).

Si può escludere in modo assoluto che questi movimenti siano artificialmente provocati o dalla compressione del vetrino coprioggetti o dal liquido (acqua o soluzione fisiologica di cloruro di sodio) adoperato per la preparazione, per il fatto che con una luce molto intensa possono osservarsi anche mettendo semplicemente le femmine sotto il campo del microscopio, in posizione opportuna, su un vetrino portaoggetti, senza nessun liquido e senza vetrino copritore.

Le uova in stadio più avanzato di sviluppo, che si trovano nella seconda parte dell'ovidotto, si presentano sempre immobili, di forma ovalare, regolare (tav. I, fig. 1).

Le uova che nell'animale vivo si vedono in movimento, si riconoscono molto facilmente nelle sezioni, sia per il loro contorno irregolare, sia per la loro posizione nel corpo dell'acaro. Si può così stabilire che esse si trovano nel periodo delle divisioni maturative.

Sono stati descritti in altri animali, mutamenti di forma dell'uovo in rapporto con l'emissione dei corpuscoli polari, ma non è questo il caso di cui mi occupo. Qui all'uovo, nei mutamenti di forma, spetta una parte assolutamente passiva e lo si può dimostrare prendendo in osservazione quelle femmine che già hanno deposto un gran numero di uova e non ne producono più che poche, oppure quelle appena fecondate nelle quali le uova in via di sviluppo sono ancora assai scarse. Nelle une e nelle altre restano tratti più o meno lunghi di ovidotti vuoti, i quali si contraggono nella stessa maniera di quelli contenenti le uova.

Nelle femmine non fecondate invece le cose procedono diversamente; in esse per trasparenza non si scorge nessun uovo in movimento, non solo, ma non è possibile neanche di rintracciare l'ovidotto vuoto. Con le dissezioni e anche con le sezioni si vede che questa opacità è dovuta all'enorme sviluppo delle cellule del corpo adiposo. Le figure 28 e 29 della tav. II dimostrano chiaramente il fatto. Le cellule adipose (*c. ad.*) che nella fig. 29 (tratta da una femmina fecondata) stanno tra l'ovidotto e la parete del corpo, nella fig. 28 (tratta da un femmina non fecondata) occupano quasi tutta la cavità addominale. Esse sono diventate enormemente grandi; non sembra che aumentino di numero. L'ovario invece (*ov.*) e tutto l'ovidotto (*ovd. p. s.*) (*ovd. p. d.*), nella femmina non fecondata sono in degenerazione.

Anche le femmine fecondate, che hanno già ovificato, se vengono separate dai maschi, dopo una quindicina di giorni non presentano più uova in via di sviluppo, hanno le cellule del corpo adiposo enormemente ingrossate, gli ovarî e gli ovidotti in degenerazione, insomma presentano lo stesso aspetto delle femmine non fecondate. Ciò dimostra che la fecondazione ha in queste forme un' importanza essenziale per

lo sviluppo delle uova, e che alla sua volta il mancato sviluppo delle uova ha un'influenza su tutto l'organismo dell'individuo. Su questo punto dovrò ritornare più avanti, parlando della formazione del tuorlo nelle uova.

Dopo aver intraveduto così grossolanamente che la fecondazione è indispensabile per la maturazione delle uova, ho voluto precisare meglio il fenomeno, ed ho cominciato con lo studiare minutamente la struttura dell'apparato genitale femminile.

C) Struttura dell'apparato genitale femminile.

Per molto tempo sull'apparato genitale femminile dei Tiroglifidi (famiglia a cui appartiene il *Rh. echinopus*) si sono avute notizie contraddittorie ed errate, ciò che si spiega tenendo presente la piccolezza degli animali, che rende difficili le dissezioni ed il loro rivestimento chitinoso, che ostacola i tagli in serie. Il Nalepa (1884-85) con le sue accuratissime osservazioni corresse gli errori precedenti, riferendosi a tutta la letteratura sull'argomento e portò un ottimo contributo alla conoscenza dell'anatomia di questi acari, compreso l'apparato genitale femminile, ma non riuscì a determinare con sicurezza alcuni punti. Nella prima parte (1904) del suo lavoro è espresso dubitativamente e nella seconda (1905) è accennato appena in una riga il fatto singolare che la spermoteca viene a mettersi in comunicazione non con la parte dell'ovidotto in cui si trovano le uova già mature, come avviene nella gran maggioranza delle forme, ma con l'ovario stesso, dove si trovano gli oociti giovani. Nelle figure tanto della prima che della seconda parte, questa comunicazione non è rappresentata, come non è rappresentato l'ultimo tratto dell'ovidotto che precede l'apertura da cui escono le uova. Così non era infondato il sospetto che potesse esistere qualche altra comunicazione tra la spermoteca ed il resto dell'apparato genitale. Il Trouessart (1893, 1904) che parla della riproduzione e della fecondazione dei Sarcoptidi e dei Tiroglifidi nemmeno accenna a questa speciale circostanza. Riguardo alla fecondazione (1904) parla del fatto singolare che nei Sarcoptidi e nei Tiroglifidi la femmina vergine non presenta un orificio esterno proprio alla copulazione, ma l'epidermide, per questo scopo, deve esser perforata dal maschio. Questo fatto, almeno nel caso del *Rh. echinopus*, non si verifica. Quivi, come dirò più avanti, esiste una vagina di fecondazione la cui apertura all'esterno è però molto piccola e sfugge molte volte all'osservazione anche nelle femmine fecondate.

Ho ripreso per mio conto lo studio dell'apparato genitale del *Rh. echinopus*, basandomi in parte sulle sezioni in serie, in parte sulle dissezioni colorite a fresco con picrocarminio o con carminio acetico. Nelle linee generali ho confermato i fatti stabiliti dal Nalepa, ma ho potuto aggiungere particolari istologici che a me sembrano notevoli, e completare la descrizione, in quei punti che il Nalepa non aveva determinati.

L'apparato genitale nelle femmine in abito definitivo è composto di una spermoteca [1], di due ovarî, e di due ovidotti i quali si riuniscono insieme in un condotto unico (tav. I, fig. 11).

[1] Molti autori scrivono invece « spermateca ». Io seguo l'ortografia adottata dal Berlese.

La spermoteca (tav. I, fig. 11 e tav. II, fig. 1: *sp.*) è situata dorsalmente verso l'estremo posteriore del corpo; viene ad essere compresa tra gli estremi dei due sacchi a fondo cieco che si dipartono dallo stomaco. Le sue dimensioni variano moltissimo a seconda che è vuota o ripiena di spermi; nel secondo caso i suoi diametri possono essere due o tre volte maggiori che nel primo. È rivestita esternamente da un epitelio (*ep.*) che, quando è disteso, si presenta appiattito a cellule molto grandi; internamente, da uno strato chitinoso (tav. II, fig. 1 *c*). Quando la spermoteca è vuota, lo strato interno chitinoso si vede più facilmente perchè è tutto ripiegato ed in tale condizione, per il suo colore giallastro, si lascia distinguere anche nell'animale vivo osservato per trasparenza; quando invece la spermoteca è ripiena ed ha le pareti distese, lo stato chitinoso appare molto sottile e non sempre ben netto. Con le dissezioni in picrocarminio diluito, o in carminio acetico o in soluzione fisiologica si rivela doppio, cioè costituito da due strati in mezzo ai quali molto prontamente si accumula il liquido usato per la preparazione, così che essi vengono ad essere molto allontanati l'uno dall'altro fuorchè alla base della spermoteca, dove questa è aperta nel modo che ora descriverò, ed al polo opposto in un punto da cui si dovrebbe dipartire un breve filamento che la fissa alla parete del corpo, filamento che però non ho veduto. Solo con grandissima difficoltà il carminio acetico ed il pirocarminio attraversano lo strato chitinoso più interno e giungono nella cavità della spermoteca, ragione per cui non si possono colorire a fresco gli spermi senza schiacciare il preparato e farli uscire nel liquido.

La spermoteca comunica all'esterno mediante un canalicolo piuttosto lunghetto, sottile, rivestito internamente da chitina, esternamente da un epitelio a cellule molto più piccole di quelle della spermoteca. Questo canalicolo si diparte dalla base (polo posteriore) della spermoteca, decorre in modo sinuoso e sbocca all'esterno dorsalmente rispetto alla fessura anale, con un foro molto piccolo, il cui margine non presenta speciali rilievi chitinosi, nè è circondato da peli, per cui facilmente può passare inosservato (tav. II, fig. 1 *ap.*). Il canalicolo serve per la fecondazione, e perciò appunto può denominarsi vagina di fecondazione.

Gli ovarî sono tondeggianti, di grandezza variabilissima. Ciascuno è costituito da un sincizio centrale, circondato da oociti. Sulla struttura istologica di queste parti dirò più avanti (ved. pag. 61). Ogni ovario è inoltre rivestito da un epitelio a cellule grandi, a contorno esagonale. le quali quando l'ovario è in attiva funzione, diventano assai appiattite; esse si vedono bene soltanto in speciali condizioni, cioè quando gli oociti in via di sviluppo sono scarsissimi, per malattia dell'animale o per altra causa, oppure sono usciti fuori da una rottura qualunque provocata artificialmente nell'allestire il preparato. Questo epitelio di rivestimento in quel lato dell'ovario che si trova verso la spermoteca sporge in una sorta di cono, il quale nell'interno, lungo la linea che ne segnerebbe l'altezza, resta vuoto (tav. II, fig. 1 *can.*). Con questo prolungamento ogni ovario viene ad avere una figura di pera (tav. I, fig. 11 e tav. II, fig. 1). Gli apici dei coni vengono a mettersi a contatto con la vescica seminale, precisamente si aprono agli estremi del diametro trasversale della comunicazione dello spermoteca con la vagina di fecondazione. Così si hanno tre aperture vicinissime l'una all'altra (tav. II, fig. 1). Mentre quella centrale, tra la spermoteca e la vagina

di fecondazione è relativamente grande, sempre visibile, le altre due sono estremamente piccole, così che non si riesce a vederne il lume nemmeno nelle sezioni. Mi sembra che questo lume sia chiuso da una valvola chitinosa che si trova nella spermoteca, ma non sono riuscita a precisare questo particolare. La difficoltà di rintracciare l'apertura degli ovarî verso la vescicola, mi aveva ispirato il dubbio che esistesse qualche altra via di penetrazione degli spermi, oppure che non vi penetrassero, ma poi mi sono persuasa che le mie supposizioni erano infondate perchè in varie sezioni ho ritrovato gli spermi nella cavità del piccolo cono dell'ovario (tav. II, fig. 1 *spz.*). Gli spermi quando stanno nella parte centrale della spermoteca sono tondeggianti, quando invece sono addossati all'apertura di comunicazione con l'ovario spesse volte assumono la figura di elissi allungata il che mi fa supporre che durante il passaggio si allunghino e si restringano. Forse anche non passano interi.

Da ogni ovario anteriormente (tav. I, fig. 11) e un po' lateralmente si diparte un ovidotto (*ovd.*). Ciascun ovidotto si ripiega ad ansa due volte; artificialmente le anse si possono distendere, ma nella posizione naturale sono tenute assieme da uno strato in cui predominano le fibre connettivali. Anteriormente i due ovidotti si riuniscono insieme in un tratto comune, breve, che si apre all'esterno in modo molto complicato, al livello degli epimeri del 4° paio di zampe (tav. I, fig. 1).

Per studiare la struttura dell'apparato genitale femminile il metodo migliore è quello delle dissezioni in picrocarminio diluito, ovvero in soluzione di cloruro di sodio più diluita di quella fisiologica, e colorazione successiva con carminio acetico o picrocarminio. I preparati così ottenuti si possono conservare per qualche tempo in glicerina diluita. È molto meno agevole orientarsi con le sezioni, per le curve che presentano gli ovidotti, e per la difficoltà di tagliare le uova dopo che si è sviluppato il corio.

Con le dissezioni si distinguono chiaramente in ogni ovidotto tre parti con caratteri differenti. La prima, che si diparte dall'ovario e descrive tutta la prima ansa e la curva della seconda, è ristretta, rivestita da un epitelio con cellule a contorno esagonale, e a protoplasma apparentemente omogeneo, chiaro e in mezzo al quale rilevasi un nucleo tondeggiante. Questo tratto dell'ovidotto, dove non è disteso dalle uova, si presenta spesso contratto. La contrazione è data dalla tunica muscolare, cosidetta peritoneale, che lo involge. Riesce spesso con le dissezioni, assai più raramente con le sezioni di mettere in evidenza la forma e la disposizione delle fibre muscolari di questa tunica. Si tratta di una rete, costituita da fibre muscolari longitudinali e trasversali (tav. I, fig. 8) che si tagliano ad angoli retti. Le fibre trasversali (*f. t.*) hanno una disposizione molto regolare, cioè sono parallele le une alle altre situate ad intervalli presso a poco eguali che corrispondono circa alla lunghezza di una cellula epiteliale, cosicchè, quando sono contratte, l'ovidotto appare strozzato regolarmente e nell'intervallo compreso tra due strozzamenti consecutivi si vede solo una fila di nuclei delle cellule epiteliali. Queste fibre sono evidentemente striate, non ramificate. Hanno piccoli nuclei tondeggianti. Le fibre muscolari longitudinali (*f. l.*) si vedono molto più difficilmente, sono più avvicinate tra loro, molto più sottili di quelle trasversali, striate anch'esse e almeno nelle maggioranza dei casi, non ramificate.

Distendendo l'ovidotto, restano qua e là aderenti alle pareti delle fibrocellule muscolari raggiate, imperfettamente striate. Devono far parte del suddetto strato, che riunisce le anse (tav. I, fig. 9. *f. s.*).

Alla contrazione delle fibre striate dell'ovidotto si devono i movimenti ritmici che si trasmettono alle uova, di cui ho fatto cenno a pag. 57.

Il Riede (1913) nelle sue ricerche comparate sull'assorbimento dell'ossigeno negli ovarî degli Insetti, mette in luce i movimenti della tunica peritoneale che circonda gli ovarî e gli ovarioli e dimostra che queste contrazioni hanno lo scopo di tenere il sangue in movimento. Il movimento del sangue è sopratutto necessario in quei casi in cui l'assorbimento dell'ossigeno negli ovarî e negli ovarioli avviene nel modo che l'autore chiama « indiretto », cioè quando tra la tunica peritoneale, dove terminano le trachee, e le parti degli ovarioli e degli ovarî, restano delle lacune nelle quali circola il sangue, mantenuto in moto appunto per le contrazioni della tunica peritoneale. Questo sangue perciò ha una parte specialmente importante per l'assorbimento dell'ossigeno da parte degli ovarioli.

Una condizione di cose paragonabile a quella ora accennata si riscontra negli acari di cui mi occupo. Vi è però una differenza notevole consistente in ciò, che il cosidetto sangue (secondo altri, linfa) in tali acari non è compreso tra la tunica peritoneale e l'epitelio delle vie genitali, ma essenzialmente sta tra la tunica peritoneale e la parete del corpo.

Questa differenza, a mio avviso, è in rapporto col modo di respirazione.

Mentre negli insetti esistono moltissimi rami tracheali che vanno a terminare nella tunica peritoneale e quivi viene a trovarsi l'ossigeno, negli acari atracheati la respirazione avviene attraverso la parete del corpo; quindi è naturale che il sangue per arricchirsi di ossigeno venga a trovarsi contro di essa. L'ipoderma non costituisce una barriera, perchè è formato di cellule appiattite a contorni non rettilinei, che lasciano tra l'una e l'altra degli spazî in cui si insinuano anche i corpuscoli ameboidi. Così nel caso degli acari le contrazioni della tunica peritoneale hanno un'importanza per la respirazione, come negli insetti.

Ritengo però che negli acari abbiano un rapporto anche con la nutrizione dell'uovo, perchè è appunto là dove le contrazioni sono più marcate, che l'uovo si provvede del tuorlo. Ora se si pensa che in questo stadio l'uovo non ha più nessuna comunicazione con l'ovario, nè è circondato da cellule nutritizie, bisogna concludere che deve prendere il suo nutrimento dal sangue attraverso la parete dell'ovidotto. Certo è che la parete del primo tratto dell'ovidotto è permeabilissima, come pure è permeabilissimo il sottile strato di corio che circonda le uova in questo stadio. Aggiungerò ancora che il movimento dell'ovidotto provoca nell'uovo una sorta di circolazione. La forma dell'uovo può divenire molto più irregolare di quello che è rappresentato a fig. 10 della tav. I dove, come ho detto, il movimento si rallentava.

La seconda parte dell'ovidotto è più breve della prima e più dilatata (tav. I, fig. 11. *p. d.*). La dilatazione non è determinata dalle dimensioni maggiori acquistate dall'uovo durante il passaggio nella prima parte, ma si osserva anche nelle femmine non fecondate in cui tutto l'ovidotto è vuoto; anzi in queste condizioni è più ovvio verificare che le cellule della seconda parte hanno un aspetto diverso da quelle della

prima, vale a dire si presentano meno rifrangenti, e con un colore tendente al giallastro. Esse hanno dimensioni quasi doppie di quelle della prima. Hanno un protoplasma d'aspetto spugnoso e sono evidentemente ghiandolari. Segregano infatti una sostanza che è fortemente colorabile col carminio e coi colori basici di anilina, la quale deve provvedere alla formazione del corio dell'uovo. Il passaggio tra le cellule piccole della prima parte dell'ovidotto e quelle grandi della seconda parte avviene tutto d'un tratto (tav. I, fig. 11. *c. p. s.*). Anche nella seconda parte esiste la tunica muscolare con la stessa struttura già descritta precedentemente. Si distingue con maggior difficoltà per lo spessore più grande delle cellule epiteliali, tuttavia, per rilevarne l'esistenza, conviene fissar l'attenzione sui piccoli nuclei delle fibre muscolari trasversali che di tratto in tratto si scorgono tra i grossi nuclei delle cellule epiteliali.

La terza parte dell'ovidotto (comincia là dove nella fig. 11 della tav. I è il richiamo *c. p. d.*), ha di nuovo un aspetto simile a quello della prima. Le cellule epiteliali sono più piccole di quelle della seconda parte, con protoplasma apparentemente omogeneo, o poco granuloso, chiaro; facilmente si vedono le fibre muscolari. Questa terza parte è breve; nelle femmine che non hanno deposto uova, decorre in senso trasversale. partendo dai lati del corpo e dirigendosi verso la linea mediana.

Sulla linea mediana i due ovidotti, destro e sinistro, si riuniscono in un tratto impari in cui sono evidentissime le fibre muscolari trasversali, molto più sviluppate che nel resto dell'ovidotto.

Questo tratto impari che decorre dall'indietro all'avanti, può denominarsi utero (tav. I, fig. 11 *ut.*). Prima di sboccare all'esterno si continua con un tratto allargato sottile, costituito da un semplice epitelio (senza cuticola?), al quale si può dare il nome di vagina (tav. I, fig. 11 *part. all.*; nella figura le cellule epiteliali non sono disegnate). Questo tratto non è descritto dal Nalepa.

Per comprendere come la vagina si metta in comunicazione coll'esterno, debbo prima descrivere la forma dell'apertura esterna (vulva), la quale è molto complicata e si presenta in modo assai diverso a seconda che è introflessa od estroflessa.

Il Nalepa (1884-1885) descrive per due casi molto minutamente questa regione che egli chiamò apparato di copulazione, sebbene con la copulazione non abbia niente a che fare; però in tutte e due le descrizioni non parla del rapporto dell'apparato con l'utero e tutte e due le figure dell'apertura genitale estroflessa rappresentano casi in cui si è prodotta artificialmente una rottura, come risulta dalla circostanza che dall'apertura non esce un uovo, ma del materiale frammentario che fa parte dei tessuti dell'animale. Per questo, sempre partendo dal concetto di stabilire se la via già descritta di comunicazione degli spermi con le uova fosse unica o no, ho insistito moltissimo a fine di precisare il modo di terminazione dell'utero e della vagina, impiegandovi un tempo molto maggiore di quello che sembrerebbe giusto accordare alla delucidazione di un simile particolare.

Per osservare la vulva aperta, io metto una femmina tra un coprioggetto ed un portaoggetto, con molta acqua distillata, così l'animale rigonfia e diviene tondeggiante; allora, facendolo rotolare tra i due vetrini, ed esercitando sul coprioggetto una leggerissima pressione col dito, o con un ago, si può provocare l'apertura della vulva.

Moltissime volte scoppia, ma in qualche caso la preparazione riesce, ed allora la vulva rimane aperta per un po' di tempo. Disgraziatamente non è possibile fissarla in questa condizione, perchè, qualunque sistema si tenti, di mano in mano che si elimina l'acqua, essa si richiude; col liquido di Faure che si mescola con l'acqua, resta per qualche tempo nella posizione voluta, ma, prima che il preparato sia solidificato, l'animale scoppia. L'apertura della vulva si può osservare molto bene mantenendo l'animale rigonfiato nell'acqua, ma si possono usare solo i piccoli ingrandimenti perchè il vetrino coprioggetto resta sollevato e impedisce di mettere a fuoco una lente forte.

Così è che le figure che riporto (tav. I, figg. 13, 14) sono eseguite in parte dopo che l'animale era scoppiato e non presentano tutti quei particolari che mi sarebbe piaciuto introdurre.

È notevole il fatto che in nessun caso dall'apparato aperto si riesce a far uscire un uovo, nemmeno quando l'uovo si intravede nel tratto impari dell'ovidotto, e quindi è poco lontano il momento della deposizione, del che ci si potrà rendere ragione quando avrò descritto la vulva. Comincio a descrivere il modo di presentarsi quando è chiusa, poi dirò come si vede aperta e della corrispondenza coll'apparato chiuso, e infine come si mette in rapporto con la vagina.

Osservando una femmina dal lato ventrale, nella grandissima maggioranza dei casi la vulva si presenta chiusa (tav. I, fig. 1 e 12). Nell' insieme ha allora l'aspetto di un triangolo isoscele il cui vertice è ad un livello un poco posteriore rispetto al principio degli epimeri del 4° paio di zampe (tav. I, fig. 1). L'aspetto di questo triangolo è mutevole a seconda del livello a cui si osserva (tav. I, fig. 12). Tenendosi quanto è più possibile superficialmente, si vede appena un triangolo isoscele, in cui è segnata la linea mediana. I lati e la mediana appaiono come linee sottili (esse sono determinate come vedremo dall' incontro di sottili membrane), non esiste una vera base rettilinea, ma due linee curve si dipartono dalla mediana e terminano rispettivamente agli estremi di ciascun lato. Queste linee curve sono scure e appaiono fortemente chitinizzate. Meglio osservando si vede che ciascuna linea è doppia, cioè costituita da una linea superficiale e da una più profonda, più interna. Anche la mediana non è semplice ma costituita da parecchie linee. Ad un livello più profondo, nel terzo anteriore (rostrale) del triangolo, un po' al disotto del vertice si vede comparire una figura subquadrangolare, coi margini finemente striati; in corrispondenza ai lati del triangolo, un po' esternamente ad essi si vedono da ogni lato due cerchi i quali corrispondono alle ventose adesive, introflesse (*v.*).

Per comprendere il significato di tutte queste linee bisogna far aprire l'apparato vulvare nella maniera che ho sopra indicata. Non sempre operando in tal modo se ne provoca l'apertura; molte volte si produce invece l'estroflessione delle ventose adesive; quando queste sono estroflesse, sotto al vetrino, non si ottiene più l'apertura della vulva. Probabilmente nella deposizione delle uova avviene il contrario, cioè si ha contemporaneamente l'estroflessione delle ventose e l'apertura della vulva; ma, come ho detto, sotto al vetrino non si riesce mai a provocare l'uscita di un uovo senza produrre rotture.

Le ventose vengono fuori in corrispondenza alle linee che segnano i lati del triangolo isoscele (tav. I, fig. 13, *v*). Quando sono completamente estroflesse i lati

del triangolo appaiono spostati; ciò significa che ciascuno di essi era delineato dall'incontro delle due pareti di una tasca in fondo alla quale stavano due ventose. Se le ventose sono introflesse, le aperture delle due tasche sono ricoperte da una membranella sottilissima che si attacca alla parete del corpo e giunge fin verso la mediana del triangolo. È molto difficile vedere questa membranella copritrice; essa appare soltanto quando per caso si solleva un poco, come è rappresentata per es. nella fig. 12 della tav. I (*m. c.*); le sezioni però ne rivelano con certezza l'esistenza in ogni caso, e dimostrano che essa è molto ristretta agli estremi ed allargata nella parte di mezzo.

Dopo che le ventose sono estroflesse, la membranella copritrice resta spinta da un lato (tav. I, fig. 13 *m. c.*) e di solito, non si distingue più nettamente; ciò non ostante resta ancora disegnata la mediana del triangolo e le due curve della base, il che significa che tali linee non erano costituite dai contorni delle membranelle.

Ogni ventosa estroflessa ha (tav. I, fig. 13, *v.*) forma di tronco di cono o di cilindro, a seconda che l'estroflessione è più o meno completa, terminata da una superficie sferica. La parte sferica appare riempita da una sostanza omogenea, rifrangente, nella parte conica, o cilindrica, entrano dei muscoli e dei nervi. Io non ho fatto in proposito studî speciali. Molto spesso una o due ventose sono colorite in bruno, forse per qualche secrezione dell'animale. La funzione probabile di queste ventose, nella femmina, è di fornire all'animale un appoggio durante la deposizione dell'uovo. Certo non hanno alcun rapporto con l'accoppiamento, perchè, durante la copula, i due individui sono rivolti in direzione opposta, e tutta questa regione del corpo della femmina resta libera.

Se, trattando la femmina nel modo sopra indicato, non si ottiene l'estroflessione delle ventose, è possibile allora ottenere l'estroflessione della vulva, specialmente se si ha a che fare con un individuo che abbia già deposto qualche uovo (ciò si deduce con un certo grado di probabilità dalle dimensioni dell'animale e dalla presenza negli ovidotti di uova in segmentazione avanzata).

La vulva estroflessa (tav. I, fig. 14), vista di lato, ha una figura quasi triangolare perchè sporge di molto di più verso l'estremità posteriore del corpo che verso l'anteriore; vista di fronte presenta un'apertura quadrangolare (*a. g.*), ampia, coi margini striati, la quale corrisponde alla figura quadrangolare che si vedeva sotto al triangolo (tav. I, fig. 12, *a. g.*), ma è di dimensioni maggiori perchè le sue pareti sono più distese. Il piano della apertura è obliquo rispetto alla faccia ventrale dell'animale.

La parte estroflessa rimane dunque limitata anteriormente da una piccola parete dove a volte si distinguono due listerelle chitinose; da ciascun lato, da una parete quasi triangolare; posteriormente da una parete molto più ampia di quella anteriore, a forma quadrangolare (*m. s.*) (corrisponde alla parte che il Nalepa denomina membrana di sostegno esterna) più fortemente chitinizzata, per la qual cosa spesso ha un colorito giallo-bruno (*m. s. i.*) (corrisponde alla parte che il Nalepa denomina membrana di sostegno interna).

Tutta questa estroflessione è doppia, la parete profonda è in rapporto con la vagina, di cui dirò più avanti, la parete superficiale è saldata con la parete del

corpo, tra l'una e l'altra si possono vedere gli amebociti. Quando la vulva si richiude, la parete laterale superficiale si ripiega per il lungo e, così raddoppiata da ciascun lato, costituisce la metà del triangolo isoscele (tav. I, fig. 12, *m. s.*). Anche la parete profonda naturalmente si introflette, le pareti anteriori e posteriori vengono tirate in dentro, con un movimento difficile a precisare, e ricoperte dalle due metà del triangolo. Le linee oscure che segnano la base del triangolo sono dovute appunto alla parete posteriore della vulva che, come si è detto, è più fortemente chitinizzata.

Per comprendere come in nessun caso sotto al microscopio si riesca a produrre artificialmente l'uscita di un uovo dalla vulva estroflessa che pure presenta un'apertura tanto ampia, bisogna studiare il modo di costituzione della vagina.

Ciò si può fare soltanto con le dissezioni, perchè, come ho detto, nei tagli in serie, a causa dei ripiegamenti delle parti è impossibile orientarsi. Con le dissezioni si possono avere preparati come quello rappresentato nella fig. 11 della tav. I, la quale raffigura l'apparato genitale femminile, dal lato dorsale. La vagina è pieghevole ed estensibile, così che permette all'utero di spostarsi molto, e anche di collocarsi anteriormente alla apertura genitale. La parete ventrale della vagina si continua con la vulva, la quale è ripiegata nel modo indicato e congiunta, con la parete del corpo; la parete dorsale invece prosegue ininterrotta e si salda alla parete del corpo in corrispondenza al vertice del triangolo (tav. I, fig. 11). Sotto al vetrino l'estroflessione della vulva si provoca quando per effetto del rigonfiamento e della pressione esercitata sull'animale, si distendono le pareti che erano ripiegate su di se stesse e costituivano le due metà del triangolo. In tal modo la vulva rimane aperta, ma contro l'apertura internamente si appoggia la parete dorsale della vagina. Se la pressione esercitata sull'animale è troppo forte, avviene il distacco della parete ventrale della vagina dalla parete profonda della vulva, e dalla rottura così ottenuta escono il corpo adiposo, i corpuscoli ameboidi, che stavano tra le due pareti, o anche la prima ansa dell'ovidotto, la cui sommità viene a corrispondere presso alla base del triangolo isoscele (ved. fig. 1 della tav. I) ma non possono uscire le uova in via di sviluppo. Le figure del Nalepa rappresentano appunto casi in cui si è prodotta una simile rottura. Se nell'eseguire la preparazione nel modo indicato, comprimendo l'acaro si produce in un punto qualsiasi dell'animale una rottura dell'integumento. dalla quale possano uscire i liquidi ed i tessuti sottostanti, non si può più ottenere l'estroflessione della vulva, perchè, naturalmente, la parete del corpo non può più venire distesa.

A complemento di quanto ho detto, posso aggiungere che alla parete dorsale della vagina si attaccano svariati muscoli, in rapporto alle ventose estroflessibili e che altri muscoli vanno dalla parte anteriore dell'utero alla parete del corpo (tav. I, fig. 11, *mus.*). Non ho fatto in proposito ricerche speciali, perchè mi sono occupata dell'apparato genitale femminile con lo scopo di determinare se esistesse o no un'altra via di penetrazione degli spermi nell'ovario, oltre a quella già indicata. Ne è resultato che ciò si deve escludere assolutamente.

D) Maturazione delle uova e fecondazione.

Passo ora ad uno studio citologico dell'ovario e delle uova.

Nelle sezioni delle femmine giunte allo stato definitivo, cioè che hanno già subìto l'ultima muta, si vede (tav. II, fig. 1, 2, 3), che ogni ovario nella parte centrale è costituito da una massa protoplasmatica sparsa di molti nuclei; la denominerò sincizio. Al sincizio sono attaccati tutto intorno gli oociti [1], i quali perciò sono provvisti di un picciuolo. Tra gli oociti vi sono moltissime piccole cellule il cui significato non ho potuto accertare. Solo molto eccezionalmente in queste cellule si vedono figure cariocinetiche, quindi devono aver superato il periodo di oogoni; possono essere interpretate come oociti non ancora avviati al periodo di accrescimento, però il loro numero è molto superiore a quello dei figli che possono nascere da una madre anche molto feconda; d'altra parte non ho mai trovato figure che accennino ad un assorbimento di queste cellule da parte degli oociti, fenomeno che invece è stato veduto dal Reuter per il *Pediculopsis graminum* (1909). È possibile che queste cellule, che suppongo sorelle degli oociti, almeno in parte vadano a fondersi col sincizio e così servano di nutrimento alle altre. Ciò deduco dall'osservazione che il sincizio è più grande nelle femmine di età più avanzata che in quelle appena uscite dalla muta.

La disposizione sinciziale non è rara negli ovarî degli Artropodi. Anche gli oociti peduncolati sono già stati veduti in un altro acaro, il *Pediculoides ventricosus* Newp. (Brucken, citato dal Reuter nel 1909) nel quale avrebbero l'aspetto di grosse masse attaccate con un peduncolo all'ovario.

Nel *Rh. echinopus* gli oociti attaccati all'ovario assumono una figura piriforme. Il picciuolo delle sezioni, di regola, sembra molto corto; ma se qualche rara volta, nelle dissezioni si riesce per caso a distaccare qualche oocito di quelli non molto grandi, si rileva che invece esso è lungo e sottilissimo e che penetra nel sincizio abbastanza profondamente. Talvolta anche sulle sezioni eccezionalmente si riesce a colorire questa parte interna (tav. II, fig. 2); giunti ad un certo periodo di accrescimento prima della formazione del tuorlo, gli oociti si distaccano dal sincizio, ed allora il picciuolo non si vede più: credo che venga riassorbito.

Nel punto in cui il picciuolo si inserisce sull'oocito, è circondato da un anello, che a fresco appare splendente, e che si colora intensamente con le varie ematossiline. Quest'anello non è di altezza uniforme, ma più alto da una parte e più basso dall'altra. Nella parte più alta si presenta una sorta di punta. Tutt'intorno all'anello si dipartono finissimi raggi, così nella parte superiore dell'oocito si viene a formare una bella figura di sole raggiante (tav. III, figg. 1 e 3, *z. r.*). Questa figura si vede, con maggior nettezza, sugli oociti già staccati dal sincizio, che non presentano più il picciuolo, ma conservano l'anello; essa somiglia moltissimo ad un centrosoma con la sua sfera, ed io ho riflettuto molto prima di escludere che dovesse proprio interpretarsi come tale, ma infine mi sono persuasa che deve essere subordinata a fenomeni di nutrizione e di assorbimento.

[1] Sinonimo: oociti di primo ordine. A volte, seguendo l'uso invalso, li denomino anche semplicemente uova.

Aggiungo che la figura di sole raggiante si osserva tanto negli oociti di femmine fecondate, quanto in quelli di femmine non fecondate, e quindi è da escludersi che sia in rapporto col fenomeno della fecondazione.

Gli oociti attaccati al sincizio si presentano di grandezze molto differenti tra loro, ma collegate da tutti i gradi di passaggio. Non sono perciò distinguibili in due sorta e non vi è quindi nessun motivo per ritenere che siano già differenziati e possano dar luogo gli uni ad uova di maschi, gli altri ad uova di femmine, caso invece che si verifica nel *Pediculopsis graminum* secondo è stato dimostrato dal Reuter (1907).

Gli oociti, finchè sono nell'ovario, presentano un grosso nucleo vescicolare, con uno o più nucleoli (tav. III, fig. 1). Nelle dissezioni trattate con carminio acetico, il protoplasma si colora intensamente in rosso, mentre il nucleo resta pallidissimo, ed il nucleolo si colora debolmente. Nelle sezioni di materiale comunque fissato, colorite con l'ematossilina (secondo le formule di Ehrlich, di Carazzi ecc.) il nucleo appare ancora molto più chiaro del protoplasma, nell'interno vi si intravedono fili sottilissimi, assai pallidi. Il nucleolo si presenta in varî modi: ora è rotondo, colorito intensamente, ora di forma irregolare, come costituito da parecchie masse sovrapposte, anch'esse intensamente colorite, a volte appare come una massa oscura nella quale si distinguono tre o quattro vacuoli chiari, a volte è colorito solo alla periferia, come se fosse costituito da un filo cromatico avvoltolato su se stesso. Se e quanto la cromatina entri nella costituzione di questo nucleolo io non so. Il materiale non si presta affatto a ricerche citologiche e non insisto su questo punto che pure è molto interessante. Nei preparati coloriti con l'ematossilina ferrica di Heidenhain, si mette in evidenza nel nucleo degli oociti un reticolo a maglie larghe costituito da fili sottilissimi: a volta compaiono anche delle macchie nere che non so interpretare. Il nucleolo presenta le stesse modalità che si osservano colle solite ematossiline. Nei preparati a fresco, non sempre il nucleo è rotondo; a volte presenta dei prolungamenti somiglianti a pseudopodi, come sono descritti in alcuni ragni.

Quando, come ho detto, gli oociti si distaccano dal sincizio, vengono fecondati dagli spermi che sono penetrati nell'ovario, attraverso la strettissima fenditura che mette in rapporto l'ovario con la spermoteca ([1]).

Come avvenga la fecondazione è difficilissimo precisare. Gli spermi, che per passare nell'ovario, come ho detto, si allungano e si restringono diventando elittici, una volta penetrativi riprendono la loro forma rotonda, ed allora non si hanno sufficienti elementi per distinguerli con sicurezza dalle piccole cellule che si trovano comprese tra gli oociti già fissati al sincizio.

Ho potuto vedere che lo spermio si addossa ad un oocite dopo che questo si è distaccato dal sincizio (tav. II, figg. 8 e 9; tav. III, figg. 6 e 7, *sp.*). Se il movimento

([1]) Rileggendo il Nalepa (1885), vedo che anch'esso accenna alla fecondazione degli oociti nell'ovario. La descrizione che egli dà dei primi stadî di sviluppo è così imperfetta, e le sue figure così poco dimostrative che è impossibile orientarsi su questo punto, e confesso che non avevo capito niente prima di aver fatto i miei preparati. Su una figurina è indicato con un punto interrogativo un piccolo corpicciuolo che l'A. si domanda se possa essere un polocito. A me sembra corrisponda a quello che io denomino anello del picciuolo; certo non è un polocito.

dello spermio sia attivo, o se l'oocite eserciti su di esso la sua attrazione in qualche modo, non mi è stato possibile verificare; mi sembra più probabile che lo spermio si muova attivamente perchè non ho mai visto oociti emettere prolungamenti. Quando lo spermio si trova aderente all'oocite, prende nuovamente una forma di elisse allungata, ha la sua cromatina raccolta in una massa nella parte centrale, il resto appare di colorito pallidissimo; e poichè, come si è detto, il protoplasma dell'oocite si colora fortemente, si può distinguere lo spermio per il suo colore pallido. In seguito lo spermio si approfonda, perde i contorni, mentre la sua sostanza cromatica si distende e assume l'aspetto di un filo grosso e corto, circondato da una zona chiara, che resta verso la periferia dell'oocite (tav. III, fig. 2, *sp.*).

In questo periodo il nucleo dell'oocite non è centrale, ma molto avvicinato alla periferia. Con tutto ciò, posso escludere che in questo momento si unisca alla cromatina dello spermio, per quanto, purtroppo, non sia riuscita a seguire il destino dello spermio nelle uova fino alla formazione del pronucleo maschile. Mi sembra però che una volta giunto nell'oocite, lo spermio entri in un periodo di riposo dal quale non esce se non dopo che gli oociti, o meglio, come ora sembra più giusto di dire, le uova, hanno emesso i corpuscoli polari.

È vero che ho studiato il processo di maturazione delle uova, ho seguìto il nucleo dell'oocite nelle sue varie fasi e accanto ad esso non ho mai trovata la cromatina dello spermio; credo però che questa cromatina, raccolta in una piccola massa, possa essere nascosta tra le sferule di tuorlo che intanto si vanno formando, anzi qualche volta mi è sembrato di poterla riconoscere, ma non mai con certezza (tav. III, fig. 12, *sp.* ?).

Nelle femmine non fecondate gli oociti, dopo che si distaccano dal sincizio, divengono grandi; il protoplasma si mostra vacuolizzato, oppure, invece di tingersi fortemente con le sostanze coloranti, rimane chiaro; il nucleo pure rigonfia, il nucleolo scompare. Essi degenerano prima di entrare nell'ovidotto.

Questo fatto che le uova non fecondate non si sviluppano, collegato con l'altro che lo spermio non si ritrova più negli oociti fecondati i quali proseguono normalmente il loro svolgimento, mi avevano indotto a sospettare che per il *Rh. echinopus* si verificasse qualche cosa di analogo al fenomeno messo in luce da Eva Kruger (1912-1913) per un Nematode a vita libera, il *Rhabditis aberrans*. In questo Nematode gli individui di sesso maschile sono in numero minimo (4 $^{0}/_{00}$); la grandissima maggioranza degli individui ha un'organizzazione somatica femminile, ma nelle ghiandole germinative si manifesta un ermafrodismo con proterandria. Gli spermi si originano al principio della maturità sessuale e si raccolgono nel *riceptaculum seminis*. Quando le uova migrano, vi penetrano gli spermi provenienti da questo ricettacolo. Però il nucleo dello spermio non si fonde col nucleo dell' uovo, ma degenera nell'ooplasma: l' uovo si sviluppa partenogeneticamente ed emette di regola un solo corpuscolo direttivo. Già durante la formazione di questo corpuscolo non si trova più traccia dello spermio. La Kruger non ammette nemmeno che lo spermio possa avere un'azione catalitica nel senso di provocare una partenogenesi artificiale, perchè si sviluppano completamente anche quelle uova dove nessuno spermio è penetrato.

Io ho supposto dapprima che nel *Rh. echinopus* lo spermio potesse avere appunto una tale azione catalitica, e che alla sua penetrazione nell'oocite non seguisse, o almeno non seguisse in tutti i casi, una vera fecondazione; ma l'osservazione diretta mi ha persuasa che la mia ipotesi non era esatta.

L'uovo appena fecondato penetra, come ho detto, nell'ovidotto; non ho mai trovato un uovo nell'ovidotto in nessuna delle moltissime femmine non fecondate che ho sezionato. L'uovo nell'ovidotto aumenta di dimensioni fino al momento dell'espulsione dei corpuscoli direttivi (tav. II, figg. 4-23). Da tondeggiante che era, assume di mano in mano una forma elittica ma, come ho detto più avanti, nei primi stadî i contorni appaiono mutevoli per le contrazioni dell'ovidotto a cui ho più volte accennato (pag. 57 e 62).

È nell'ovidotto che avviene la formazione del tuorlo, il quale dapprima appare costituito da piccole sferettine, poi di mano in mano che l'uovo aumenta di volume, da sferule sempre più grandi. Siccome le sferule di tuorlo sono distribuite tra gli alveoli del protoplasma, e non si colorano in violetto con l'ematossilina, così l'uovo appare sempre più chiaro man mano che procede nello sviluppo. Si colorano invece in rosso col carminio e in nero con l'ematossilina ferrica di Heidenhain; e ciò è purtroppo un grave inconveniente in questo caso, perchè solo col metodo dell'ematossilina ferrica si potrebbe mettere in evidenza lo spermio, o la parte di spermio rimasta nell'uovo, ma la presenza del tuorlo annerito impedisce questa ricerca.

Attorno all'uovo si va formando il corio, come si produrrebbe una membrana cellulare. Da principio è sottilissimo e appena visibile, comincia a distinguersi facilmente quando l'uovo è giunto al momento della maturazione. Probabilmente in questo periodo presenta dei pori canali, certo è permeabilissimo; infatti nelle dissezioni in picrocarminio le uova che si trovano nell'ovidotto, tanto quelle piccole appena penetratevi quanto quelle giunte allo stadio delle divisioni maturative, si colorano rapidamente ed intensamente in rosso, poichè le sferule di tuorlo assumono questo colore; nelle dissezioni in acqua distillata queste uova immediatamente rigonfiano; invece nelle dissezioni in soluzione acquosa di acido picrico e nella glicerina impiccoliscono rapidamente. Nelle dissezioni in carminio acetico, rigonfiano pure moltissimo, così che l'uovo prima dell'emissione dei corpuscoli polari sembra di dimensioni molto più grandi di quelle che avrà in seguito. Nelle sezioni le uova che si trovano nella parte sottile dell'ovidotto sono sempre fissate meglio, sia delle uova ovariche, sia delle uova in stato più avanzato, il che dimostra ancora come siano facilmente accessibili per i varî liquidi. Questa facilità di assorbimento è in accordo a quanto ho precedentemente osservato circa la nutrizione dell'uovo (pag. 62). Dopo avvenuta l'emissione dei corpuscoli direttivi, il corion diventa più compatto e meno permeabile, così che purtroppo nelle sezioni molto spesso tutto l'uovo salta via, oppure non riesce bene fissato. Nelle sezioni di uova nei primi stadî di segmentazione si rileva spesso che il corio è costituito da due strati i quali si colorano diversamente (tav. II, figg. 25, 26 e 27). Quando l'uovo vien deposto oltre che dal corio, è circondato da un largo strato di sostanza di apparenza gelatinosa, alla quale aderiscono i corpi estranei che si trovano nell'ambiente ove l'uovo è deposto. Questo strato rigonfia molto nell'acqua, è solubile nella potassa, non è solubile nell'alcool. Deve

essere segregato dalla seconda parte dell'ovidotto che ho detto a struttura ghiandolare. Probabilmente questo strato assorbe l'umidità necessaria per lo sviluppo dell'embrione.

Nell'oocito appena entrato nell'ovidotto, il nucleo è ancora vescicolare, con un nucleolo ben distinto, non è centrale, ma molto vicino alla periferia (tav. II, figg. 4-7 e tav. III, figg. 2-5).

Poco dopo il nucleo ritorna nella parte centrale, la sua forma diviene irregolare, il nucleolo si decompone in varie parti. Con l'ematossilina ferrica si distinguono allora nel nucleo, oltre a questi frammenti nucleolari, dei filamenti esilissimi e dei filamenti un po' più grossolani; gli uni e gli altri non si colorano con l'ematossilina di Ehrlich o di Carazzi o col carminio, perciò non li ritengo costituiti da cromatina; nei preparati coloriti con l'ematossilina di Ehrlich o di Carazzi si distinguono solo i frammenti del nucleolo ed un reticolo incompleto, pallidissimo.

Dopo questo periodo, con qualsiasi metodo di colorazione, si vede tutta la cromatina concentrata in due masse o anche in una, che si trova verso un'estremità del nucleo, il quale presenta ancora la sua membrana. Poi la membrana scompare, mentre sembra di vederne formare un'altra sottilissima sferica, attorno alla parte cromatica (tav. II, figg. 10, 11 e 12; tav. III, figg. 8, 9 e 10 *a* e *b*), Dall'unica o dalla doppia massa cromatica che si può interpretare forse come uno stadio di sinapsis, si vengono a formare otto complessi di cromosomi, che potrei chiamare tetradi perchè ciascuno si dividerà in quattro, ma che però di tetradi non hanno l'aspetto (tav. II. figg. 13 e 14; tav. III, figg. 11, 12, 13 *a* e *b*, 14).

Intanto è di nuovo avvenuta una migrazione del nucleo verso la periferia dell'oocite, che è ormai giunto alla profasi della prima divisione maturativa. Il periodo della prima divisione maturativa deve essere relativamente lungo, perchè le uova in questo stadio si trovano con relativa facilità. Nella profasi, gli otto complessi di cromosomi si contano con frequenza. Ad un ingrandimento moderato appaiono come punti tondeggianti, a più forte ingrandimento sembrano costituiti da due parti non bene separate. In qualche caso appaiono formati da due bastoncelli (tav. III, fig. 14), che ricordano la figura corrispondente nella formazione degli spermi. Per questa somiglianza ritengo che la loro vera forma sia presso a poco quella stessa dei corrispondenti elementi maschili, cioè di due bastoncelli con le estremità incurvate avvicinate l'una all'altra (ved. più avanti).

Le dimensioni di tutte e otto i complessi sono presso a poco eguali. Qualche volta ho creduto di vederne alcuni più piccoli degli altri, ma mi sono convinta che l'apparenza era dovuta alla direzione del taglio, non perfettamente parallela alla piastra equatoriale ed infatti nella sezione successiva ho trovato punti corrispondenti ai tre complessi apparentemente più piccoli (tav. III, fig. 13 *a* e *b*).

Molto frequentemente si presenta anche la figura del primo fuso direttivo (tav. II, fig. 15; tav. III, figg. 15 e 16). Il primo corpuscolo direttivo è, relativamente alle dimensioni dell'uovo, piuttosto grande; qualche volta può scorgersi per trasparenza anche nell'animale vivente, e ancora meglio negli ovidotti isolati in un liquido qualunque. Dopo l'emissione del primo corpuscolo direttivo, la cromatina diviene pochissima; perciò il secondo fuso, visto a ingrandimento non molto forte, appare come

una strisciolina un po' colorita, situata verso un estremo dell'uovo. Ma quello che importa a me di mettere in evidenza è che anche il secondo corpuscolo direttivo viene emesso. Le fig. 16-19 della tav. III rappresentano varie sezioni di uno stesso uovo. Nell'ultima si vede il fuso della seconda divisione maturativa, e nelle altre tre il primo corpuscolo direttivo col relativo nucleo in via di divisione. Le figure 20 e 21 della tav. II e 17 e 18 della tav. III rappresentano rispettivamente a debole ed a forte ingrandimento la seconda divisione in due uova differenti. Mentre in un caso si contano molto distintamente 8 cromosomi (fig. 18), nell'altro non se ne distinguono che 7 (fig. 17). Anche nella fig. 16 della tav. III, che si riferisce al primo fuso non se ne vedono che 7. Ritengo tuttavia che il numero aploide dei cromosomi nella femmina del *Rh. echinopus* sia sempre 8, e che il numero 7 sia dovuto ad una imperfetta visione della figura, e ciò perchè nella profasi dove gli elementi si contano molto meglio, si vedono sempre 8 complessi di cromosomi tutti press'a poco eguali; perchè nelle divisioni maturative non si osserva mai la presenza di un cromosoma accessorio e infine perchè nelle figure di segmentazione si contano 16 o 15 cromosomi; siccome nel maschio è certo che vi sono spermi con cromosoma accessorio e spermi senza, come dirò più avanti, le uova debbono avere tutte lo stesso numero di cromosomi. Quello che più interessa osservare, in rapporto col polimorfismo, è che tanto nelle femmine delle colture di omeomorfi puri, quanto in quelle delle colture di eteromorfi puri, si riscontra sempre lo stesso numero aploide di 8. In complesso nelle femmine prese dalle colture di soli eteromorfi, gli elementi mi sembrano più piccoli, ma si tratta di differenze difficilissime ad essere apprezzate.

Ho già detto che purtroppo non sono riuscita a vedere la formazione del pronucleo maschile e la sua fusione col pronucleo femminile. Ho solo una figura dubbia, che riporto senza attribuirvi soverchia importanza e che può forse interpretarsi come uno stadio vicino alla formazione del pronucleo maschile (tav. II, fig. 22; tav. III, fig. 19). In molti casi però ho potuto osservare il primo fuso di segmentazione il quale è disposto lungo l'asse maggiore dell'elisse (sezione dell'uovo), ma un po' più avvicinato ad un polo che all'altro. Dalla prima divisione derivano così due blastomeri ineguali. Subito dopo il blastomero più grande si divide alla sua volta in due, e così l'uovo presenta tre blastomeri (tav. II, figg. 23-25). Questo stadio con tre bastomeri è stato veduto anche dal Reuter nel *Pediculopsis graminum* (1908). Lo stesso Reuter osserva che è stato descritto da Ludwig nel *Philodromus limbatus* nel 1876 e nel 1890 da Kishinoya nella *Lycosa*.

Il Reuter dice che a questo stadio seguono le divisioni in 8 e in 16 blastomeri, che però non avvengono in modo regolare. Nel mio caso trovo invece spesso uno stadio con 6 blastomeri (tav. II, fig. 26 e 27) e mi sembra che il mio preparato debba corrispondere in tutto a quello che il Reuter interpreta come costituito da 5 blastomeri. Non ho rappresentato nelle mie figure altri stadî; ho veduto però che, ancora analogamente a quello che avviene nel *Pediculopsis graminum*, la segmentazione diventa poi superficiale, e alla fine del processo il tuorlo riempie la parte centrale dell'uovo. Molte volte ho potuto contare il numero dei cromosomi in questi primi stadî embrionali. Come si vede nelle figure (tav. III, figg. 22-24), a volte se ne distinguono in maniera chiarissima 15 o 16; non sempre si possono contare così

distintamente, ma in ogni caso si può riconoscere che il loro numero è maggiore di otto.

Paragonando i *Rh. echinopus* omeomorfi ed eteromorfi a due varietà di una stessa specie, e il loro incrocio ad un imbastardimento, poteva supporsi, come ho già prima accennato (pag. 69) che in qualche caso si producessero falsi bastardi, cioè che la fecondazione potesse provocare una partenogenesi artificiale, come è stato dimostrato per gli echinodermi (Baltzer, 1910) o una merogonia come nell' *Oenothera* (ved. Goldschmidt, 1912, anche per la letteratura relativa). Avendo trovato in ogni caso, nelle figure di segmentazione, un numero di cromosomi superiore ad 8, resta dimostrato che nel *Rh. echinopus* tutte le uova che si sviluppano sono state realmente fecondate.

E) La fecondazione precoce in varii animali.

A proposito della fecondazione precoce del *Rh. echinopus* voglio aggiungere alcune osservazioni e qualche considerazione.

È noto che nei varî animali l'uovo non si trova sempre nello stesso stadio di maturazione quando vi penetra lo spermio. Di regola però anche se non sono ancora avvenute le divisioni maturative, l'uovo ha già acquistato il tuorlo ed è già prossimo a maturare. Casi di fecondazione così precoce come quello da me osservato nel *Rh. echinopus* ed anche di più, studiati citologicamente, sono, per quanto io so, molto rari. Io ne ho trovati descritti due: il primo si riferisce ad un anellide, il *Saccocirrus papillocercus*; il secondo ad una turbellaria l'*Otomesostoma auditivum* Forel e Du Plessis.

La fecondazione del *Saccocirrus* fu studiata nel 1906 dall'Hempelmann, il quale fece l'interessante osservazione che in questo verme gli spermi, dal ricettacolo, migrano nell'ovario attraverso ad uno stretto passaggio, e penetrano nelle uova, che ancora non hanno raggiunto le dimensioni definitive ed incominciano appena ad acquistare il tuorlo. Durante l'ulteriore accrescimento gli spermi rimangono in completo riposo accanto alla vescicola germinativa. L'Hempelmann fa notare che sebbene gli spermi che si trovano nel ricettacolo siano innumerevoli e solo una piccola quantità migri nell'ovario, tuttavia questo piccolo numero è sufficiente a fecondare tutte le uova. Quando l'uovo si prepara alla formazione dei corpuscoli direttivi (polociti) lo spermio non si trova più.

Quasi contemporaneamente ad Hempelmann ed indipendentemente da lui, van Gaver e Stephan constatarono lo stesso fenomeno nello stesso animale. Però, secondo questi due ultimi autori, durante l'accrescimento dell'oocite vi penetrerebbero altri spermi, e la penetrazione durerebbe fino agli stadî avanzati dell'oogenesi, quindi l'azione esercitata dagli spermi sugli ovoli del *Saccocirrus* potrebbe paragonarsi a quella del nucleo vitellino nell'oogenesi degli altri animali. Essi avrebbero anche una funzione analoga a quella che in altre forme compiono le cellule sorelle dell'uovo.

In seguito, nel 1907, modificarono il loro modo di vedere riguardo alla formazione del tuorlo, ma ammisero ancora la polispermia.

Nel 1912 l'Hempelmann, ritornò sulla questione aggiungendo, a quanto aveva precedentemente pubblicato, alcuni particolari riguardanti il pronucleo maschile e quello femminile, ma negando la polispermia.

Nel 1913 lo stesso argomento venne ripreso dal von Baer, il quale confermò in gran parte i dati di Hempelmann, che, cioè, gli oociti ancora molto piccoli ricevono ciascuno uno spermio, il quale sino alla fine del periodo di accrescimento rimane inalterato nell'uovo. Negò anch'esso la polispermia ma non si trovò d'accordo con l'Hempelmann per quanto si riferisce alla formazione dei due pronuclei. Mentre secondo l'Hempelmann (1912) le uova si trovano ancora nell'ovario quando i due pronuclei sono già formati, e questi due pronuclei rimangono per lungo tempo nello stadio vescicolare di riposo, l'uno accanto all'altro, quando l'uovo è entrato nella cavità periviscerale (celoma), secondo von Baer invece la fusione dei due pronuclei avviene normalmente allorchè l'uovo è ancora nell'ovario. Tutte le uova che riempiono la cavità periviscerale avrebbero un solo nucleo, il nucleo di segmentazione, inoltre in ciascun uovo vi sarebbe un altro corpo non cromatico, che è quello ritenuto da Hempelmann come l'altro pronucleo.

L'argomento poco più tardi fu studiato anche da Buchner (1914) il quale precisò il momento della penetrazione dello spermio, ne seguì la sorte ulteriormente, e vide che la fusione dei due pronuclei solo di rado avviene nell'ovario, ma di regola nella cavità periviscerale. Egli non attribuisce alla fecondazione precoce nessuno scopo particolare, ma la considera come il resultato accidentale di componenti anatomici e fisiologici.

L'altro caso di fecondazione precoce fu fatto conoscere nel 1907 da Nils von Hofsten, il quale osservò che in tutti gli esemplari femminili dell'*Otomesostoma auditivum* Forel e Du Plessis, con le ghiandole sessuali ben sviluppate si trovano nei dintorni dell'ovario numerosi spermi sparsi in tutte le lacune del parenchima, ed inoltre riscontrò la presenza di uno spermio nel plasma di ciascun oocite, non solo nei grandi, ma anche nei piccolissimi e nei giovanissimi.

Lo spermio era sempre più o meno curvato ad arco, non presentava la coda. L'autore ritenne fuori di dubbio che questi spermi fossero destinati alla fecondazione delle uova, perchè in ogni oocite non rinvenne che un solo spermio, e perchè anche negli oociti più grandi il plasma circostante non mostrava segni di alterazione, come sarebbe avvenuto se lo spermio avesse dovuto servire di nutrimento all'oocite.

Questo resultato fu messo invece in dubbio da C. H. Martin (1907) il quale ritenne che i supposti spermi potessero essere i nuclei vitellini come sono stati figurati nel *Pholcus phalangioides*. Questo sospetto fu anche condiviso dal Bresslau nel resoconto da lui fatto del lavoro di von Hofsten per il Zool. Zentrallblatt nel 1908.

Allora (1909) l'Hofsten rispose insistendo nella primitiva interpretazione che confortò con altre figure più dimostrative e con lo studio della struttura degli spermi, ed inoltre aggiunse che lo stesso fatto fu da lui riscontrato in altre due turbellarie [*Otoplana intermedia* (Du Plessis) e *Plagiostomum lemani* (Forel e Du Plessis)]. Ciò non ostante il Bresslau nel nuovo *Referate* del 1911 sul Zool. Zentrallblatt mantenne i suoi dubbî ed in seguito il von Hofsten pubblicò di avere spedito a Bresslau i suoi preparati. Neanche in questo modo la questione potè essere finalmente risoluta,

perchè il Bresslau ammise che veramente i corpi inclusi negli ooeiti fossero spermi, ma ritenne che dovessero servire di nutrimento. Il von Hofsten ribattè con varie ragioni, ma dovette riconoscere che il materiale non si prestava per la dimostrazione della funzione fecondativa dello spermio, la quale avrebbe dovuto esser data dall'osservazione del processo di fecondazione e dalla formazione del pronucleo maschile.

Oltre ai due casi or ora citati era stato riferito un altro esempio di fecondazione precoce molto più sorprendente, ma fu poi in gran parte negato. Lo Shearer (1911-12) aveva creduto di vedere nel *Dinophilus* che già le ghiandole sessuali embrionali erano attraversate dagli spermi, e che i più giovani oogoni venivano fecondati. Il capo dello spermio si sarebbe fuso con il nucleo dell'oogonio e si sarebbe mantenuto insieme ad esso per mezzo della membrana nucleare. La parte maschile e quella femminile del nucleo si sarebbero divise indipendentemente l'una dall'altra, per divisione amitotica, in parti eguali. Dopo quaranta o cinquanta di queste divisioni ne sarebbe avvenuta una differenziale, in seguito alla quale una sola cellula avrebbe contenuto la cromatina dello spermio. Le cellule con parte maschile e parte femminile diverrebbero uova di femmine e quelle con la sola parte femminile uova di maschi.

Il Buchner (1914) nel lavoro sopra citato dice di aver studiato gli ovarî del *Dinophilus* riguardo a questa duplicità dei nuclei e di non aver trovato niente che si potesse riportare alle figure di Shearer, e perciò ritiene che l'autore sia giunto al suo concetto della duplicità dei nuclei da qualche atipica disposizione nucleolare. E aggiunge che il dott. Nachtsheim, il quale studiò l'argomento morfologicamente e sperimentalmente, lo autorizza a comunicare che, secondo le sue osservazioni, nel *Dinophilus* tanto le uova producenti maschi che quelle producenti femmine vengono fecondate allo stadio di oociti di primo ordine, ma che non sono giuste le opinioni di Shearer sulla fecondazione e sulle divisioni amitotiche degli oogoni.

Le mie ricerche sul *Rh. echinopus*, se dal punto di vista citologico, purtroppo, a causa del materiale assolutamente inadatto a questo genere di studî, non sono più convincenti delle altre ora citate, hanno però su di esse il gran vantaggio di essere state compiute su animali a sessi separati, i quali hanno permesso di isolare le femmine non fecondate e seguire in queste il destino delle uova. Così, come ho già detto, ho potuto constatare che senza lo spermio le uova non escono dall'ovario, non si forniscono di tuorlo e non maturano. Tutto l'ovario degenera, tanto che, qualche volta, alcune femmine, che ho tenute isolate dal maschio per una settimana circa, in seguito, anche riunite al maschio, non sono state più capaci di produrre uova. L'animale intero si risente dell'influenza della fecondazione, di modo che, come ho detto, le femmine non fecondate e perciò non contenenti uova in via di maturazione, dopo un po' di tempo si distinguono dalle altre, piuttosto che per le dimensioni, per un colorito bianco più opaco dato dallo sviluppo enorme delle cellule del corpo adiposo (ved. pag. 58 e figg. 28 e 29 di tav. II).

Non soltanto nelle femmine non fecondate si può verificare il fenomeno dell'ingrassamento, ma anche nelle femmine che dopo essere state fecondate vengono separate dal maschio. Una quindicina di giorni dopo la separazione, sebbene nella spermoteca sia ancora contenuto qualche spermio, queste femmine non depongono più

uova; macroscopicamente si riconoscono per il colore bianco opaco, a cui corrisponde, come si dimostra con le sezioni, anche in questo caso, l'enorme ingrandimento delle cellule del corpo adiposo.

Infine lo stesso fenomeno si verifica in quelle femmine che, pur essendo fecondate, restano sterili; caso che nelle culture si verifica, come ho dimostrato, moltissime volte. Ma nelle femmine fecondate e sterili il fenomeno si complica perchè avviene una penetrazione degli oociti nell'ovidotto. Gli oociti penetrati nell'ovidotto non hanno tuttavia l'aspetto normale, ed a mala pena si riconoscono. Restano piccoli, con poco tuorlo; sono circondati da una membrana a volte molto spessa; presentano un nucleo che si colora male e che giudico in degenerazione, a volte sembra di intravedere qualche figura che accenni ad un fuso di maturazione, ma al di là di questo stadio lo sviluppo non prosegue. Le uova non giungono mai alle dimensioni normali, non si presentano mai in segmentazione.

Tenendo presente questa circostanza, che ho verificata molte volte, ne ho concluso che nel *Rh. echinopus* l'azione dello spermio può scindersi in due parti. La prima consiste nel provocare la penetrazione dell'uovo nell'ovidotto e la conseguente formazione del tuorlo, la seconda è la vera e propria fecondazione. Nelle femmine fecondate, ma sterili, credo che gli spermi penetrino negli oociti, ma non siano adatti a fecondare le uova e quindi compiano solo la prima parte della loro funzione. Non sono in grado di determinare se per la formazione del tuorlo sarebbe sufficiente o no la penetrazione dell'oocite nell'ovidotto anche senza la presenza dello spermio; ma considerando che le uova che non proseguono nello sviluppo, pur trovandosi nell'ovidotto non hanno mai l'aspetto normale, sono inclinata a credere che lo spermio influisca attivamente anche sulla formazione del tuorlo, e che ove lo spermio non sia opportuno, anche la formazione del tuorlo resti ostacolata.

*
* *

Dopo le mie osservazioni sul *Rh. echinopus*, riflettendo sulle varie notizie riportate dagli autori intorno alla fecondazione degli acaridi, mi sono convinta che in questa classe di animali la fecondazione precoce deve essere un fenomeno molto più generale di quello che non si supponga. Ho già parlato degli accoppiamenti dei maschi con le ninfe osservate in alcuni acari dal Trouessart e dal Kramer. È poco probabile che in queste ninfe gli spermi restino immobili in una spermoteca fino a che le femmine siano giunte allo stadio adulto e le loro uova siano mature. Un caso ancora più strano è citato dal Trouessart (1895) (io lo riporto dagli acari agrari del Berlese, pag. 60). Sulla testa di un furetto morto probabilmente di scabbia corioptica auricolare egli osservò una numerosa colonia di *Chorioptes auricularum* var. *furonis* e potè constatare che molti maschi perfettamente vivi erano accoppiati con delle larve le quali tutte senza eccezione non presentavano che tre paia di zampe, senza alcun vestigio del quarto paio rudimentale che caratterizza le ninfe di questa specie. Studiando più davvicino gli individui accoppiati ha potuto osservare che quelle larve, le quali avendo subìto la loro metamorfosi durante l'atto della copula, erano sul punto di trasformarsi, diventavano subito femmine adulte e lo stato di ninfa era completamente soppresso. Ma un altro fatto più singolare lo sorprese, e cioè che

un certo numero di larve accoppiate non erano femmine, ma maschi; vi erano pressochè tante larve maschili accoppiate con dei maschi, quante larve femminili.

Di questo fenomeno il Trouessart dà la seguente spiegazione: « L'accoppiamento del maschio adulto con un giovane maschio ancora sotto forma di larva è una nuova forma di progenesi ». « Si può dire che l'accoppiamento è una vera incubazione genitale della femmina da parte del maschio, poichè questo atto provoca solo lo sviluppo finale degli organi genitali di questa femmina, e le modificazioni istologiche che la fanno apparire munita di vulva di deposizione che le fa difetto negli stadî anteriori. Per analogia si deve ammettere che l'accoppiamento del maschio adulto con un giovane maschio sotto forma di larva, atto che non è evidentemente seguito da fecondazione, costituisce almeno una incubazione genitale della stessa natura, incubazione che reca la maturità degli organi sessuali del giovane maschio e gli permette di uscire dalla sua pelle di larva sotto forma di maschio adulto, e senza passare attraverso lo stadio di ninfa ottopoda. Questa forma di progenesi non si mostra che allorquando i maschi sono molto numerosi ».

Il Berlese ricorda quest'osservazione del Trouessart anche a proposito dei cosiddetti fenomeni di superfecondazione da lui messi in luce nella cimice dei letti (1898).

Nella cimice dei letti il Berlese ha riconosciuto che la borsa speciale esistente nelle femmine di questi insetti (descritta per primo da Ribaga) è un organo incaricato, all'infuori delle spermoteche, di raccogliere l'eccesso di sperma ejaculato dal maschio, e che a questi scopi è ripieno di cellule destinate a distruggere gli spermatozoi o a ricavarne una sostanza pronta ad essere assimilata. Per tale mezzo lo sperma esercita la sua azione eccitante sul complesso degli organi sessuali femminili. L'autore chiama questo fenomeno *superfecondazione*, non trovando — egli scrive — parola meglio adatta per rappresentargli chiaramente l'idea di questa, se non fecondazione, certo eccitamento grandissimo di tutto l'organismo femminino, in seguito all'accoppiamento, per cui, di subito, da uno stato di quiete o modesto lavoro nella verginità, l'insetto femmina passa ad un attivissimo lavoro sessuale, con effetti molto appariscenti. Dopo aver esposto il fenomeno riscontrato dal Trouessart egli aggiunge: « Qui poi si può considerare che se tutte le larve accoppiate fossero femmine, potrebbe ammettersi un precoce sviluppo dei sessuali interni entro un involucro larvale, cosa non rara fra gli animali ed ancora che il seme, introdotto per l'ano nel tubo digerente abbia via alcuna da penetrare, forse in parte, nei sessuali, ma per le larve mascoline non può essere ammesso che l'ingresso del seme nel tubo digerente, quivi potranno avvenire fenomeni di assorbimento analoghi a quelli ricordati per la cimice, ma, in tutti i casi, le eccitazioni dell'organismo che subisce la copula è tale che la larva ne risente un energico incremento nel suo sviluppo così che l'intermedio stadio di ninfa è scavalcato » [1]. Il Carazzi (1902) ha confermato in massima le osservazioni di Berlese, pur facendo delle riserve sull'interpretazione dei fatti.

[1] Con questo fenomeno della superfecondazione si potrebbe collegare quello della distruzione fisiologica dei prodotti sessuali maschili assai diffuso nel regno animale. Troppo mi allontanerei dall'argomento venendo ad occuparmene diffusamente. Rimando il lettore ad una Memoria in proposito di Cognetti de Martiis (1910) ove è pure citata estesamente la letteratura relativa.

Un altro esempio dell'influenza esercitata dal maschio sullo sviluppo della femmina, viene accennato dal Reuter, però in modo dubitativo. Questo autore nel lavoro più volte citato (1909) osserva che nel *Pediculopsis graminum* le femmine sessualmente mature si presentano in numero relativamente piccolo, mentre nello stesso tempo le ninfe femminili sono in numero molto più abbondante; il numero dei maschi concorda all'incirca con quello delle femmine sessualmente mature. Per questo fatto ed anche per l'altro che i maschi, a causa della breve durata della loro vita, sono costretti ad accoppiarsi appena giunti all'epoca della maturità sessuale, e le femmine in quell'epoca si trovano ancora allo stato di ninfa, ha supposto che le femmine venissero fecondate ancora allo stato ninfale, e che di regola solo le ninfe fecondate giungessero alla forma definitiva. Egli potè con osservazioni dirette confermare la prima parte della sua ipotesi perchè ripetutamente verificò che i maschi si accoppiano solo con ninfe femminili. Per la seconda parte della sua ipotesi in qualche caso riuscì a seguire la sorte delle ninfe fecondate e le vide svilupparsi in forme definitive, mentre altre ninfe non fecondate appunto per questo scopo da lui tenute in osservazione, rimanevano allo stadio di ninfe e finalmente morivano senza aver raggiunto la forma definitiva.

Ciò non ostante, l'autore non attribuisce alle sue osservazioni un valore generale, rivolgendo a sè stesso l'obiezione che non resta dimostrato nè che le ninfe non fecondate in qualche caso possano raggiungere lo stadio definitivo, nè che questo stadio sia raggiunto da tutte le ninfe fecondate. Ritiene solo che la sua supposizione abbia acquistato un grado abbastanza alto di probabilità e che possa spiegare la causa del piccolo numero di femmine adulte, relativamente a quello delle ninfe.

Sarebbe interessante studiare il fenomeno dal punto di vista istologico. Io ritengo molto probabile che in questi casi di fecondazione di ninfe avvenga qualche cosa di analogo al fenomeno presentato dal *Rh. echinopus*; però mentre nel *Rh. echinopus* la disposizione dell'apparato genitale femminile, come ho detto, è tale per cui gli spermi vengono a contatto cogli oociti, e non con le uova mature o quasi, nel *Pediculopsis graminum* il Reuter accenna ad una disposizione differente; l'ultima parte dell'ovidotto presenta nel suo caso una dilatazione che dovrebbe funzionare come ricettacolo seminale.

In ogni modo, in tutte queste forme, la funzione della fecondazione ha certo un significato molto complesso, sia che direttamente gli spermi possano influenzare lo sviluppo di tutto l'organismo, sia che si limitino ad esercitare la loro azione sulle uova: la mancanza della fecondazione implica un'alterazione di tutte le funzioni dell'organismo, un arresto di sviluppo o una degenerazione.

F) Struttura dell'apparato genitale maschile.

Come per le femmine, così per i maschi ho cercato di conoscere meglio che mi fosse possibile la struttura dell'apparato genitale e la formazione dei prodotti sessuali. Lo scopo di questo studio minuzioso è stato quello di ricercare se esistessero tra i maschi omeomorfi e gli eteromorfi altre differenze oltre a quelle esterne ben note. Debbo dire subito che queste differenze, se pure esistono, sono molto difficilmente

apprezzabili. Ho già accennato, nella parte biologica, che a parità di condizioni, cioè tra gli individui provenienti da uno stesso stipite, ed allevati insieme, i maschi omeomorfi sono più grandi degli eteromorfi. A queste maggiori dimensioni corrisponde uno sviluppo maggiore delle ghiandole sessuali. Analogamente a quello che ho già notato per la femmina, nello studio della formazione dei prodotti sessuali, è più facile trovare figure chiare e dimostrative negli omeomorfi che negli eteromorfi. Se ciò dipenda dalle dimensioni dei cromosomi un pochino più grandi negli omeomorfi, oppure dal fatto che negli omeomorfi è maggiore la quantità di spermatociti che si vedono in via di sviluppo, non so precisare. Dai disegni compiuti con lo stesso ingrandimento e con la camera lucida, la differenza nelle dimensioni dei cromosomi non risulta evidente; tuttavia, dopo aver guardato moltissimi preparati delle due sorta di maschi, e dopo aver riscontrato sempre una maggiore chiarezza in quelli degli omeomorfi, non posso escluderla.

L'apparato sessuale maschile può essere studiato soltanto per mezzo delle sezioni in serie, perchè le dimensioni piccolissime dell'acaro rendono le dissezioni impossibili. Ben poco si può vedere per trasparenza, sia sugli animali viventi, che in quelli conservati *in toto* perchè l'apparato genitale in parte resta nascosto dai cechi dell'intestino, in parte da varî muscoli che terminano in corrispondenza all'apertura anale.

Il Nalepa, nel lavoro ripetutamente citato (1884-85) descrive e figura l'apparato genitale maschile di due Tiroglifidi. La descrizione di uno dei due apparati, quello del *Tiroglyphus longior* (1884) in complesso concorda con quanto si riscontra nel *Rh. echinopus* per ciò che si riferisce alla forma e alla disposizione delle gonadi e della ghiandola accessoria, ma ne differisce per quanto riguarda il decorso e gli sbocchi delle vie di eliminazione. Le figure relative del Nalepa sono incomplete ed imperfettissime per cui non si può decidere se le differenze riscontrate esistano realmente o siano dovute ad osservazioni errate. L'altro apparato genitale maschile, quello del *Trichodactylus anonymus* (1885) certamente è diverso da quello del *Rh. echinopus* per la sua disposizione simmetrica. Conviene quindi descrivere del tutto l'apparato genitale maschile del *Rh. echinopus*.

Nel *Rh. echinopus* maschio adulto si riscontrano due testicoli ed una grossa ghiandola accessoria (tav. IV, fig. 9).

La ghiandola accessoria (*gh.*) di regola è situata dal lato destro del corpo, ma in qualche caso invece dal lato sinistro; il trovarsi piuttosto a destra che a sinistra non è in nessun rapporto con la forma omeomorfa o eteromorfa dell'individuo. Ha la figura presso a poco di una falce. La parte anteriore, allargata, dalla quale, come vedremo, si diparte il canale di eliminazione, è presso a poco al livello dell'apertura genitale, cioè all'altezza del primo articolo del quarto paio di zampe; l'estremità posteriore, più o meno acuminata, negli individui più giovani non arriva all'estremo posteriore del corpo, in quelli più adulti si incurva ad arco e risale alquanto dal lato opposto; ma anche indipendentemente dal grado di maturità dell'individuo, nello sviluppo maggiore o minore della ghiandola si verificano differenze individuali molto notevoli. L'epitelio ghiandolare è costituito da cellule molto alte, con un nucleo che si presenta tondeggiante nelle cellule in stato di riposo, ovalare molto allungato in

quelle nello stato di attività. Il secreto si raccoglie nella parte distale della cellula ed in tal modo il nucleo si trova spinto alla parte basale. Il lume del canale di eliminazione si distingue molto difficilmente nella metà posteriore della ghiandola, un po' meglio nell'anteriore. Il Nalepa ha descritto un sincizio ghiandolare invece di un epitelio, ma si tratta evidentemente di un'apparenza dovuta a metodi imperfetti di conservazione del materiale.

Per lo sviluppo di questa grande ghiandola impari, quello dei due testicoli che si trova dalla medesima parte di essa, rimane spostato o verso la linea mediana o verso il lato opposto dell'animale e a volte resta ostacolato nello sviluppo, così che ha dimensioni più piccole dell'altro. Ma come la ghiandola può assumere proporzioni diverse nei varî individui, così anche questo spostamento può essere più o meno marcato, e la differenza tra i due testicoli può diventare minima. Qualche volta lo spazio compreso tra il retto ed i sacchi ciechi dello stomaco, a destra è occupato dalla ghiandola, a sinistra dai due testicoli, a volte invece i due testicoli sono disposti uno a destra e l'altro a sinistra quasi alla stessa distanza dalla linea mediana, ma uno più dorsalmente dell'altro: la ghiandola è ventrale rispetto al testicolo che si trova dalla sua stessa parte.

La forma dei testicoli (*test.*) è variabile; in complesso somiglia a quella degli ovarî cioè è ovalare, ma non regolare perchè i due testicoli spesso si addossano l'uno contro l'altro e si comprimono reciprocamente.

Ciascun testicolo è percorso nella sua metà anteriore da un canale che sorge dalla parte centrale e serve per l'eliminazione dei prodotti sessuali (canale deferente) (*c. d.*). Questo canale ha pareti sottilissime e diametro molto variabile a seconda che è vuoto o riempito di spermi. Il canale deferente di destra e quello di sinistra hanno una lunghezza diversa ed un decorso pure diverso in rapporto con la posizione asimetrica dei due testicoli, e per il fatto che entrambi vanno a sboccare in un serbatoio comune (*ser.*) il quale si trova non nella linea mediana del corpo, ma dalla parte della ghiandola un poco al disopra dell'estremità anteriore della ghiandola stessa.

Le pareti del serbatoio sono costituite da un epitelio cilindrico a cellule molto alte, le quali per le dimensioni, per l'aspetto del protoplasma e del nucleo somigliano moltissimo a quelle della ghiandola, ma ne differiscono perchè non presentano mai un secreto evidente. Ho pensato dapprima che questo serbatoio costituisse una parte anteriore della ghiandola stessa, o anche che rappresentasse la ghiandola del lato opposto, ridotta e spostata in alto, ma a questa interpretazione si opponeva il fatto di riscontrare il lume della cavità ben distinto e quasi sempre riempito di spermi. Infine facendo sezioni di spessore notevole (10-12 μ) di maschi appena usciti dall'ultima muta, e di maschi in uno stadio di maturità più avanzata, mi sono potuta convincere che circa all'estremo anteriore di questo serbatoio sboccano entrambi i canali deferenti. Se prima di sboccare nel serbatoio si riuniscano o no in un piccolo tratto comune, non ho potuto precisare. Nalepa dice che i due vasi deferenti vanno, dopo un decorso differente, a terminare nell'apparato sessuale esterno, e che là avviene la loro riunione e la formazione di una vescicola seminale non spaziosa, da non confondersi con la via di eliminazione della ghiandola accessoria, che è allargata, forma un

largo serbatoio al disopra della parte esterna dell'apparato genitale, ed è riunita alla vescicola seminale per mezzo di uno stretto canale. Il serbatoio ed il canale non sono da lui figurati e non so a che cosa possano corrispondere nei miei preparati. Io ritengo che egli non abbia bene osservata la terminazione dei canali deferenti, particolare che in realtà è difficilissimo ad essere messo in evidenza.

La parte che io ho chiamata serbatoio e che forse è corrispondente al serbatoio di Nalepa, si continua in un altro serbatoio che per distinguerlo denominerò cameretta (*ca.*), dove va pure a sboccare la ghiandola. Così in questa cameretta vengono ad essere contenuti nello stesso tempo gli spermi ed il secreto della ghiandola.

La cameretta (per effetto forse di un'invaginazione) appare a doppia parete; le due pareti sono nettamente separate l'una dall'altra e costituite da cellule cubiche; spesso in sezione la parete interna si vede formata da 8 cellule disposte molto regolarmente a rosetta intorno ad una cavità centrale. le cellule della parete esterna sembrano pure 8; altre volte la figura resta deformata e le cellule non si contano bene. Dalla cavità della cameretta si diparte un canale, il quale va a mettersi in rapporto con l'organo copulatorio. Questo canale (canale eiaculatore, *c. e.*) corrisponde evidentemente a quello che il Nalepa interpreta come via di eliminazione della ghiandola accessoria.

L'apparato di copulazione (tav. IV, figg. 10-14) corrisponde in complesso a quello descritto dal Nalepa per il *Tyroglyphus longior*. Nell'animale osservato per trasparenza dalla faccia ventrale si vede con difficoltà perchè rimane nascosto nell'interno del corpo. L'apertura genitale molto allungata, è limitata ai lati dal margine esterno delle tasche cutanee nelle quali si trovano le ventose, due per lato, simili a quelle che si riscontrano nella femmina. Con lo stesso metodo usato per le femmine, cioè mettendo l'animale nell'acqua finchè rigonfia e poi facendolo rotolare tra il vetrino portaoggetti ed il coprioggetto, e comprimendolo leggermente, si può provocare l'estroflessione dell'apparato di copulazione, e studiarne la struttura, che altrimenti non si riesce a comprendere. Quando l'apparato è estroflesso interamente, si rovescia verso l'estremità posteriore del corpo dell'animale: in tal modo la sua parte dorsale diventa ventrale e l'anteriore diventa posteriore; così rovesciato si trova appunto durante la copula, ed a questa circostanza è subordinata la posizione che assumono i due individui, rivolti l'uno in senso contrario all'altro.

Nell'apparato estroflesso, visto un po' di lato, si distinguono due lamine di sostegno chitinose, a forma di parallelogramma, ma con gli angoli smussati (tav. IV, figg. 10-14 *lam.*). Queste due lamine si avvicinano l'una all'altra e si saldano in qualche punto coi loro margini anteriori (*marg. ant.*) (che quando l'apparato è rovesciato restano posteriori). Siccome questi margini non sono rettilinei ma ricurvi in modo complicato, vengono a delimitare un'apertura. Al disopra del tratto in cui le lamine appaiono saldate, si appoggia il pene (*p.*) il quale ha forma di doccia allargata nella parte prossimale e più ristretta all'estremità distale, libera. La concavità della doccia, nell'apparato estroflesso, è rivolta all'esterno. I margini della doccia nei maschi omeomorfi appaiono moltissime volte dentellati, in qualche caso sembra che i dentelli di destra siano riuniti a quelli di sinistra da sottilissimi filamenti, altre volte i filamenti non si vedono, anzi in qualche raro caso non si distin-

guono nemmeno i dentelli. Nei maschi eteromorfi i margini appaiono sempre lisci; forse anche la lunghezza del pene in questi ultimi è un poco minore.

Queste differenze, le sole che ho potuto riscontrare nello studio dell'apparato riproduttore delle due sorta di maschi, apparentemente sono di importanza minima. Se però si potesse dimostrare che esse sono costanti per tutti gli omeomorfi e tutti gli eteromorfi, ovunque presi, basterebbero per conchiudere che si tratta di due specie diverse, feconde tra loro. Ma io non posso, per ora, avere *Rh. echinopus* raccolti in altre località e studiarli minutamente senza impiegare in questo lavoro un tempo lunghissimo e differire ancora questa pubblicazione già per tante ragioni ritardata. Così sono costretta ancora una volta ad accennare a questioni che non risolvo completamente, ma che tuttavia credo utile di esporre, perchè il tenerle presenti dà una idea delle difficoltà che si incontrano nello spiegare i resultati che si ottengono con le esperienze.

Ritornando alla descrizione dell'apparato copulatore, aggiungo che la doccia posa solo per un tratto sui margini riuniti dalle due lamine di sostegno, resta libera per un tratto più lungo distalmente, e per un tratto breve prossimalmente. La parte prossimale si continua in una dilatazione (*dil.*) le cui pareti sono sottili e pieghevoli per traverso, di modo che il contorno appare in modo svariato; quando è distesa la forma ovale allungata; quando invece è piegata in due, si distingue con difficoltà. Allo estremo posteriore di questa dilatazione si apre il dotto ejaculatore (*s. c. e.*), l'apertura è rotonda, circondata di un anello chitinoso e protetta da una valvola (*val.*) costituita da due pezzi. All'anello chitinoso si attacca un forte pezzo pure chitinoso (*p. s.*) che serve di protezione al canale ejaculatore; è costituito da un quadrilatero che si prolunga in ogni angolo con una listerella. Le due listerelle anteriori (*l. a.*) vanno ad articolarsi con le lamine di sostegno, le due posteriori (*l. p.*) sono incurvate ad arco con gli estremi liberi che possono venire a contatto tra loro.

Le due listerelle anteriori circa alla metà della lunghezza presentano un'articolazione per cui possono piegarsi a gomito. Quando si piegano a gomito, si piega anche la dilatazione che segue la doccia del pene e tutto l'apparato di protezione si solleva ed esce dallo spazio compreso tra le due lamine di sostegno e allora soltanto se ne può comprendere la forma. La mia descrizione si accorda in complesso con quella del Nalepa; ne differisce: 1° perchè la dilatazione che segue la doccia è, secondo me, tubulare, mentre nel caso da lui descritto sarebbe anch'essa una doccia che continua quella del pene; 2° perchè io non trovo in questa posizione la vescicola seminale, che il Nalepa descrive confusamente, nè lo sbocco dei testicoli.

Non ho ricercato le descrizioni dell'apparato copulatorio dei Tiroglifidi date dagli autori precedenti al Nalepa e da lui citate, perchè non avevo intenzione di fare un lavoro morfologico, ma solo di studiare il polimorfismo del *Rh. echinopus*, prendendo in considerazione tutte quelle circostanze che potevano servire a gettare luce sull'argomento.

G) Cenni sulla spermatogenesi.

Nei testicoli dei maschi giunti allo stadio definitivo, si riscontra ancora un sincizio paragonabile per la struttura a quello degli ovarî, ma diverso in quanto che invece di essere di forma tondeggiante e collocato nel centro della gonade, è di

forma irregolare, di dimensioni molto variabili e collocato quasi sempre verso la periferia. A volte è piccolissimo, altre volte non si riscontra affatto, probabilmente in rapporto con la maturazione più avanzata.

Il sincizio è circondato dagli spermatogoni e dagli spermatociti, nei varî stadî di maturazione; i varî stadî non sono disposti in zone nettamente delimitate, ma in complesso si può dire che i più avanzati nello sviluppo sono situati verso la periferia.

Analogamente a quanto avviene negli ovarî, non si vedono figure di divisione spermatogoniali, ma si possono seguire gli spermatociti fino alla formazione degli spermi. Per la piccolezza degli elementi non è possibile studiare il processo nei suoi particolari, tuttavia si arriva a contare molto distintamente il numero dei gruppi di cromosomi (tetradi) e quindi il numero di cromosomi degli spermatociti di secondo ordine.

Ho studiato accuratamente a questo riguardo i maschi omeomorfi e gli eteromorfi raccolti in ambiente ove coabitavano e poi gli eteromorfi delle culture pure che sono riuscita ad ottenere. Ogni speranza di trovare una differenza tra i maschi dell'una e dell'altra forma è andata delusa. Quindi una sola descrizione vale per tutte e due le forme.

Per illustrare questo processo di spermatogenesi, meglio delle parole si prestano le figure che riporto nelle tavole, indicando sempre la forma da cui provengono. Paragonando quelle che si riferiscono ai maschi eteromorfi con quelle relative agli omeomorfi, non risulta una differenza sensibile tra le une e le altre.

Le figure 1 *a*, *b*, *c*, *d*, *e* della tav. IV rappresentano spermatociti di primo ordine; le figure 2 *a*, *b*, *c* rappresentano spermatociti di primo ordine durante la formazione delle tetradi. Uso la parola tetradi perchè questo è il termine più generale per indicare i complessi di cromosomi che si producono negli oociti e negli spermatociti di primo ordine nella profasi della prima divisione maturativa. In questo caso però non sono vere tetradi, cioè gruppi di quattro elementi, ma gruppo di due bastoncini come si riscontrano anche in altri animali. Dalla fig. 2 risulta che la formazione delle tetradi è eterocrona. Le figure 3 *a*, *b*, *c* rappresentano le tetradi in un maschio omeomorfo; le figure 3 *d*, 3*e*, 3*f* quelle di uno oteromorfo.

Considerando queste figure, la cosa che più colpisce è il riscontrare che in alcuni casi i gruppi di cromosomi sono otto, in altri sette. Quando sono otto, è facile riconoscere che uno di essi (*e*) è più piccolo degli altri e situato ad un livello differente. Seguendo ulteriormente il processo di maturazione, rimane fuori di dubbio che questo gruppo in realtà è una diade e dà luogo a due soli cromosomi. Gli altri sette gruppi di cromosomi (tetradi) sono simili tra loro di forma, ma non eguali di lunghezza. Ve ne è sempre uno spiccatamente più grande degli altri.

Quando lo spermatocito sta per dividersi, le tetradi si dispongono tutte all'equatore della cellula in guisa che i due bastoncini che le compongono hanno direzione longitudinale, la diade resta invece più vicina ad un polo che all'altro, e spesso è disposta obliquamente (tav. IV, fig. 4 *a-i*). Nella prima divisione maturativa i due bastoncelli di ciascuna tetrade si separano e vanno ciascuno in uno dei due spermatociti di secondo ordine; questo processo di divisione longitudinale si rileva molto facilmente perchè la diversa lunghezza di una delle tetradi permette di riconoscero

durante la divisione gli elementi che la componevano. Dopo la divisione i bastoncelli provenienti dalle tetradi si accorciano e cambiano forma. I due bastoncelli della diade non si separano, la diade passa intatta in uno degli spermatociti di secondo ordine. In tal modo gli spermatociti di secondo ordine vengono ad essere di due sorta, alcuni con sette elementi cromatici ed alcuni con otto. Così infatti si vedono nelle figure 5 *a-f*. Ciascun elemento cromatico ha il valore di una diade ed in molti casi, con forti ingrandimenti, sembra proprio di vedere che ognuno è costituito da due parti sovrapposte.

Nella seconda divisione, essendo gli elementi molto più piccoli, si contano molto più difficilmente e non si può seguire il processo nei suoi particolari (figg. 6 *a-c*). È molto probabile, considerando la forma degli elementi cromatici, che la divisione avvenga in direzione trasversale. Dagli spermatociti di second'ordine con 8 elementi derivano due spermi con 8 cromosomi, e da quelli con 7 elementi derivano due spermi con 7 cromosomi. Tanto gli spermatociti di second'ordine con 7 quanto quelli con 8 elementi cromatici si riscontrano egualmente frequenti nei maschi omeomorfi e negli eteromorfi e quindi la differenza non è in nessun rapporto con l'una piuttosto che con l'altra sorta di maschi. È certo invece. come si è detto, che la diade sopradescritta negli spermatociti di primo ordine, ha un aspetto e un comportamento diversi dagli altri gruppi di cromosomi (tetradi); essa deve ritenersi costituita da due eterocromosomi o cromosomi X. Gli spermi con 8 cromosomi hanno un cromosoma X, quelli con 7 ne sono privi. Resta dunque dimostrato che nel *Rh. echinopus* il sesso digametico è il maschile, il che è una conferma dell'ipotesi fatta per spiegare l'ereditarietà del polimorfismo unisessuale di questi acari sulla base delle leggi di Mendel (ved. Parte I, pag. 38).

In questo caso però i rapporti tra i cromosomi X e la determinazione del sesso sono oscurati dal fatto che esistono spermatociti di primo ordine con soli 7 gruppi cromatici (tetradi). Se tutte queste spermatociti dovessero svilupparsi fino alla formazione degli spermi, potrebbero dar luogo esclusivamente a spermi con 7 cromosomi, cioè a spermi determinanti del sesso maschile. Siccome, per quanto si è detto, anche la metà degli spermi derivati dagli spermatociti di primo ordine con 8 gruppi di cromosomi, dà luogo a spermi determinanti del sesso maschile, ne risulta che gli spermi con 7 cromosomi dovrebbero essere molto più numerosi di quelli con 8 e per le leggi della probabilità, gli individui di sesso maschile dovrebbero essere molto più numerosi di quelli di sesso femminile. Invece accade proprio l'opposto: in media i maschi sono circa il 72 °/₀ delle femmine (ved. pag. 42). Non si può ammettere che la presenza del cromosoma X determini un maschio perchè le uova hanno sempre 8 come numero aploide. Per spiegare i fatti si potrebbero avanzare le ipotesi che gli spermi derivati dagli spermatociti di primo ordine con 7 gruppi di cromosomi non arrivassero a fecondare le uova, oppure che la mortalità dei maschi negli stadî precedenti la forma definitiva, fosse molto superiore a quella delle femmine. Nessuna osservazione però può dare un appoggio a queste ipotesi. Mi sono anche mossa l'obbiezione che essendo stata costretta a studiare solo le sezioni, nel vedere gli spermatociti di primo ordine con soli 7 gruppi di cromosomi, avrei potuto esser stata indotta in errore dalla posizione del taglio, e che essendo la diade ad un livello differente delle

tetradi, avrebbe potuto trovarsi fuori della sezione in cui erano le tetradi. Ma la piccolezza di questi spermatociti rende questa ipotesi assai poco verosimile; di più contro di essa sta la circostanza che di spermatociti di primo ordine senza la diade ne ho visti molti, e non si può ammettere che ogni volta si sia verificato un caso così singolare.

Per completare questi cenni sulla spermatogenesi, aggiungerò che gli spermi maturi sono presso a poco eguali agli spermatociti di secondo ordine; essi conservano la forma cellulare tondeggiante (tav. IV, fig. 8). La cromatina è raccolta nella parte centrale della cellula; molto spesso si presenta divisa in due masse più o meno nettamente separate, ma a volte è riunita in una massa unica. Il protoplasma è denso; non vi si distinguono nè flagelli, nè filamenti; non sono riuscita a mettere in rilievo strutture particolari. Ho confrontati sulle sezioni gli spermi contenuti negli ovidotti dei maschi con quelli contenuti nella spermoteca delle femmine; tra gli uni e gli altri non ho riscontrato nessuna differenza.

Nei maschi viventi non si riesce per trasparenza a distinguere gli spermi; nelle femmine viventi invece si possono vedere molto bene per trasparenza gli spermi contenuti nella spermoteca. In queste condizioni li ho osservati molte volte, tenendo d'occhio per molto tempo, pazientemente, lo stesso punto del preparato; non mi è mai riuscito di notare in essi il minimo movimento.

APPENDICE.

IMPORTANZA DEL *RHIZOGLYPHUS ECHINOPUS* COME ACARO AGRARIO

Nel 1902 tutti i viticultori e anche gli studiosi delle malattie delle piante furono assai impressionati dalle pubblicazioni di Viala e Mangin che segnalavano un acaro, il *Coepophagus echinopus*, come parassita assai dannoso alle viti, in base ad osservazioni le quali sembravano saldamente posate sui fatti.

Secondo questi autori il *Coepophagus echinopus*, sinonimo di *Rhizoglyphus echinopus*, sarebbe stato la causa di una speciale malattia delle viti capace di produrne la morte. « L'acaro — essi dicevano — non attacca immediatamente le viti sane e resistenti, ma se il suolo è poco permeabile, compatto e umido, il sistema capillizio si sviluppa male, le radichette sono meno numerose che allo stato normale, le radici mediane presentano un parenchima corticale ipertrofizzato con le cellule rigonfie di amido, i getti prendono un aspetto suffruticoso. Allora quest'acaro interviene, rosicchiando le radici, nutrendosi dell'amido e si moltiplica così rapidamente

che bentosto le radici sotto il periderma poco aderente sono piene di numerose gallerie, nelle quali si trovano una polvere bruna, costituita degli escrementi del parassita e, nelle regioni profonde, individui in tutti gli stadi di sviluppo. La vegetazione dei ceppi attaccati si indebolisce a poco a poco e in capo di tre anni, di cinque al massimo, essi muoiono. Adattato a tali condizioni di vita l'acaro diventa capace di attaccare piante ancora vigorose e nell'estensione delle macchie si può osservare dallo stato di saprofita a quello di parassita con tutte le tappe intermedie ».

Le osservazioni degli autori cominciate in Provenza fin dal 1895 su vigne piantate in terreno basso paludoso furono poi estese ai diversi vigneti francesi e ad alcune regioni estere (California, Cile, Australia, Portogallo, Palestrina). Dovunque essi trovarono lo stesso acaro che interveniva ad affrettare la distruzione dei ceppi, ogni qualvolta la loro resistenza era diminuita o per la presenza di parassiti o per altre ragioni.

Il lavoro del Mangin e del Viala in cui erano descritte minutamente, e corredate da illustrazioni, le alterazioni prodotte dall'acaro sulle radici delle viti, lavoro che rappresentava il frutto di varî anni di ricerche, fu in generale accolto con fiducia. Anche gli entomologi italiani (Silvestri, 1902) ne fecero estesi riassunti, in giornali diffusi tra gli agrarî.

In generale, prima delle pubblicazioni di Mangin e Viala, all'acaro di cui ci occupiamo, non veniva attribuita molta importanza, per quanto non mancassero voci che lo accusassero di produrre gravi danni. Anche i due sopranominati autori, nel lavoro citato, dicono: « quest'acaro era descritto sino ad ora come saprofita, benchè uno di noi l'avesse già segnalato nei bulbi del giacinto invasi dalle anguillule in Provenza, come capace di accelerare il deperimento dei bulbi contaminati ».

Il Berlese, nella sua pubblicazione *Gli acari agrarî* (1899-1900, pag. 86), a proposito del *Rh. echinopus* aggiunge la seguente Nota biologica che riassume i varî modi di vedere d'allora sul comportamento di quest'acaro: « Già il Boisduval nell'Entomologie horticole (1867) riferiva di un acaro (*Acarus hyacinthi*), il quale in certe annate si mostrava così abbondante nelle squame di certe liliacee, principalmente i giacinti, da causare talora del prurito alle persone che maneggiavano una grande quantità di detti bulbi. Forse anche il Guérin Meneville ne parlò a più riprese, chiamando la specie *Tyroglyphus feculae*. Intanto è ovvio l'acaro in discorso, specialmente sui bulbi di piante diverse e sulle radici ancora di moltissime altre, non esclusa la vite, e sui tuberi di patate in modo speciale. Il Moniez trovò la specie in bulbi disfatti di Lilio bianco e di Amarillys. L'autore crede che si sviluppi soltanto su sostanze vegetali in decomposizione, e perciò non sia dannoso. Ma il Wood afferma e dimostra che l'acaro produce realmente malanni seri alle piante. Per me ritengo che questa forma sia la più degna di essere tenuta in considerazione dagli agricoltori fra tutte quelle che compongono il gruppo dei *Tyroglyphidae*, ossia *Sarcoptidi* liberi » [1].

La questione del parassitismo e saprofitismo del *Rh. echinopus* era così posta, ma non risoluta.

[1] Altre citazioni di opinioni sul *Rh. echinopus* anteriori a quest'epoca si trovano in uno scritto di Appel e Börner (1905) di cui parlo più avanti.

Nel 1901 il Reuter aveva notificato il *Rh. echinopus* come un nuovo parassita dell'avena. Egli in principio di agosto in Finlandia, in due campi di avena, tra le piante ancora completamente verdi ne trovò altre, appassite o morte, che al livello della superficie del suolo apparivano finamente rosicchiate o dilacerate e di color bruniccio. Su questi punti o nelle loro immediate vicinanze tra le guaine fogliari si potevano trovare degli acari, ma nessuna traccia di insetti. Gli acari erano di due specie; il *Rh. echinopus*, molto numeroso, ed una sorta di *Tyroglyphus*, probabilmente non ancora descritto, notevolmente più scarso. Per il fatto che il *Rh. echinopus* è da molti ritenuto parassita, mentre i *Tyroglyphus* si nutrono di sostanze vegetali in decomposizione e perchè il Tiroglifo non fu trovato in tutti i casi, l'autore credette di poter ritenere con sufficiente sicurezza (ziemlicher Sicherheit) che il *Rh. echinopus* fosse l'animale che danneggiava l'avena. Veramente la dimostrazione non può dirsi sufficiente.

Mangin e Viala non citano questo lavoro di Reuter.

Poco dopo la comparsa del lavoro di Mangin e Viala il Jourdain (1902), contraddisse i resultati ottenuti da questi autori. Egli scrive « Cet acarien (il *Rh. echinopus*) est un animal détriticole, on le trouve frequemment sur les bulbes, tubercules et racines, qui commencent a s'altérer. Il ne produit pas ces altérations, mais se nourrit des parties altérées et s'y reproduit en grande quantité. Tout au plus, quand il pullule sur une vigne malade, peut il hâter la destruction des partie attentes comme les anguillules et toute l'armée des détriticoles ».

Anche il Dementjew (1903) dice che alcune parti del lavoro di Mangin e Viala lo lasciano dubbioso. Così la figura del maschio, data dagli autori, è identica a quella di un acaro che egli trovò frequentemente, ma che ebbe motivo di ritenere saprofita perchè non lo riscontrò mai in tessuti sani. La struttura dei tarsi di quest'acaro, il numero e la distribuzione delle setole dorsali e la presenza di una femmina della stessa struttura del maschio lo convinsero che l'acaro non appartiene al genere *Rhyzoglyphus*, ma al *Tyroglyphus*. Altrimenti il *Rh. echinopus* avrebbe non due forme di maschi, come era noto, ma tre, e non una femmina, ma due; il nuovo maschio e la nuova femmina possederebbero i caratteri del genere *Tyroglyphus*. Non ha mai osservato una tale rapida distruzione della vite quale quella descritta in Francia dal Mangin e Viala.

Il Del Guercio (1903) non riconosce il parassitismo del *Rh. echinopus*. Egli ha trovato l'acaro sulle radici di viti nostrali alterate dall'*Heterodera*. « Quest'acaro — egli scrive — ha bene occupate le caverne determinate dall'anguillula nel parenchima corticale delle radici della vite e del nocciuolo; le numerose sezioni trasversali di queste radici e l'esame ripetuto delle stesse hanno anche messo in vista le tracce da esso lasciate nel tessuto corticale, ma non ho mai avuto la prova che esso abbia attaccato elementi sani dei tessuti di quelle. In Francia, per altro, gli autori surricordati (Mangin e Viala) non trascurarono di notare che i danni attribuiti alla specie ebbero luogo in terreno torboso compattissimo nel sottosuolo, poco aerato, e di difficile scolo, così da rendere impossibile una vegetazione vigorosa. Ora queste condizioni non sono quelle dei terreni da me visitati, e può essere per questo che al momento delle mie osservazioni l'acaro (che è saprofita) non si fosse diffuso oltre l'ordinario e non avesse portato sulle piante gli effetti molesti notati in Provenza ».

Anche il Guénaux (1904) ritiene il suddetto acaro essenzialmente detriticolo e vivente delle materie vegetali in decomposizione, tuttavia riferisce, senza discuterla, l'opinione di Viala che esso possa attaccarsi anche alle radici sane.

Appel e Börner invece, nel 1905 attribuiscono una grande importanza al *Rh. echinopus* quale parassita, ritenendo di aver dimostrato sperimentalmente che questo acaro è in grado di attaccare il tessuto sano delle patate e di rappresentare nella distruzione delle patate una parte fin'allora non riconosciuta. Siccome i giudizi di questi ultimi autori differiscono notevolmente da quelli che io posso esprimere in seguito alle osservazioni da me fatte nei molti anni in cui ho coltivato questi acari, così voglio citare un po' minutamente le loro esperienze, per poter più avanti spiegare la ragione della divergenza delle nostre opinioni.

Per dimostrare che l'attacco dell'acaro non è successivo a quello di altri parassiti, essi fecero le seguenti prove. Sei patate della varietà *Weisse-Rose* vennero tagliate a metà e in ciascuna superficie di sezione, ancora fresca, vennero collocate femmine degli acari in discorso, che precedentemente erano state isolate con aghi. Già dopo alcuni giorni dove esse avevano mangiato, si vedevano macchie costituite da una fina polvere. Queste macchie si ingrandivano finchè l' intera superficie delle patate era come coperta dalla fina polvere senza che presentasse alcun marciume. A poco a poco gli acari si approfondavano ed in alcuni luoghi si producevano buchi che raggiungevano una profondità di cm. 0,7. Per altre ricerche vennero praticati in tre patate piccoli buchi ed in ciascuno di questi o nelle sue vicinanze sulla corteccia, vennero poste femmine dei soliti acari. Alcune migrarono parecchi giorni intorno alle patate, altre penetrarono nei buchi e li prolungarono verso l' interno. Dopo due mesi di osservazioni tali gallerie avevano raggiunto la lunghezza di 2-3 cm.; gli acari erano aumentati di numero, ma il marciume non si era prodotto.

Veramente il resultato non è dei più brillanti, se in due mesi non era stata distrutta neppure una patata, ma gli autori fanno notare che nelle esperienze vennero portate su ciascuna patata solo una diecina di acari mentre in natura si ha a che fare con un numero molto maggiore. E alla fine del lavoro gli stessi autori dicono di aver veduto che la distruzione diretta delle patate non è così pericolosa come il marciume, che gli acari favoriscono e trasportano. Mi permetto di osservare che questa conclusione si accorda un po' male coi resultati delle prove sperimentali, in cui dopo due mesi il marciume non appariva ancora.

Il Petri che, nell'Osservatorio antifillosserico di Fauglia, compiva importanti ricerche intorno al procedimento del marciume sulle radici delle viti fillosserate, notò che le radici intaccate dalla fillossera ospitavano numerose colonie di un acaro che poteva scambiarsi col *Rh. echinopus*, e credette di poter attribuire a quest'acaro un'azione importantissima nel disfacimento delle radici fillosserate. Nel suo lavoro, pubblicato nel 1907, a pag. 136 scrive: « Il principale distruttore delle tuberosità sottoperidermiche è un acaro, il *Rhizoglyphus echinopus*, il quale non è un vero e proprio parassita obbligato, esso attacca pertanto i tessuti viventi della tuberosità, rispettando quasi sempre la zona ipoplastica, in gran parte necrosata. Esso scava le sue gallerie costantemente lungo la zona cambiale iperplastica nelle tuberosità sottoperidermiche di primo grado e lungo la zona di accrescimento in quelle di secondo

e terzo grado. Le tuberosità sottoepidermiche sono raramente attaccate. All'azione dell'acaro si alterna quella della fillossera, la quale può fissarsi nelle gallerie scavate da quest'ultimo generando così nuovamente le condizioni predisponenti ad un successivo ritorno del *Rhizoglyphus* nei tessuti profondi della corteccia. L'alternarsi dell'azione della fillossera con quella dell'acaro spiega la rapidità della distruzione di una tuberosità, come pure il periodico avanzarsi del marciume oltrepassante gli strati suberosi che successivamente possono formarsi a profondità diverse della corteccia ».

Anche un altro osservatore attribuì al *Rhizoglyphus echinopus* un'azione funesta come parassita. È questi lo Scalia che nel 1909 descrisse minutamente una malattia del *Lilium tigrinum*, la quale aveva fatto morire un centinaio di queste piante coltivate a Catania. Egli si domandò quale potesse esserne la causa prima, e dopo avere esclusa la difettosa costituzione del suolo, l'insufficienza di acqua, fu condotto a ritenerla di natura parassitaria. Prendendo a considerare i varî organismi rinvenuti sulle piante infette trovò che due soli potevano rimanere in discussione, e cioè un batterio che « presenta delle grandi analogie col *Bacillus Hyacinthi* » ed il *Rhizoglyphus echinopus*. Riguardo a quest'ultimo l'autore così si esprime: « Il *Rhizoglyphus* si trova a scavare le sue gallerie in mezzo a tessuti perfettamente sani, di cui vengono rose le membrane cellulari, mentre il contenuto delle cellule diventa preda degli acari i quali si moltiplicano straordinariamente e sono più frequenti nella parte delle gallerie più di recente scavata, mentre quasi mai se ne rinvengono nelle gallerie più vecchie, nelle quali i tessuti circostanti alla galleria cominciano a marcire e sono ripieni di mucillagino e bacteri. Il *Bacillus* tiene una parte importantissima nella malattia in esame, provocando il marciume dei tessuti invasi. Esso però non fu che eccezionalmente osservato da solo a causare delle macchie giallo livide sulle squame di un bulbo apparentemente sano e che poi, trapiantato finì col soccombere in preda al marciume alla stessa maniera degli altri ». L'autore cerca di spiegare questo caso eccezionale con l'ipotesi che gli acari dapprima rodendo con le robuste mandibole abbiano trasportato ed iniettato il bacillo e poi si siano allontanati dal bulbo attaccato.

È notevole però che in altre gigliacee in identiche condizioni in prossimità della zona infetta non si ebbe a lamentare alcun danno, eppure sui bulbi di una di esse, il *Lilium candidum*, rinvenne qualche *Rhizoglyphus*. All'autore sfugge la ragione del diverso modo di comportarsi delle due specie di *Lilium*, a meno di non ammettere — egli dice — che il sughero di difesa il quale si forma rapidamente attorno ai tessuti basti in un caso a non permettere che l'acaro estenda le sue gallerie e sia sufficiente ad impedire la penetrazione dei batteri o di funghi, che nell'altro caso facevano marcire i tessuti già lesi.

Lo Scalia tende a ritenere che al *Rh. echinopus* si debba pure un'altra malattia da lui riscontrata a Catania sul *Sechium edule* P. Browne, una curcubitacea tropicale conosciuta ordinariamente sotto il nome di *Chayote*. Anche su queste piante malate rinvenne varî organismi, vegetali ed animali, ma per varie ragioni gli parve di poter concludere che solo al *Rhizoglyphus* si dovessero attribuire i danni lamentati. Quindi a suo avviso il *Rhizoglyphus echinopus* sarebbe capace di un parassitismo facoltativo.

***

Le mie ricerche sul *Rh. echinopus*, come ho accennato nell'introduzione (pag. 3), cominciarono a Fauglia verso il 1908. Impressionata dalla pubblicazione di Mangin e Viala (1902) e anche da quella del Petri (1907) presi in considerazione l'acaro comunissimo sulle radici di vite malate occupandomi sopratutto di verificare la parte da esso rappresentata riguardo alle viti fillosserate. La divergenza del modo di vedere dei varî osservatori relativamente al saprofitismo od al parassitismo del *Rh. echinopus*, mi avevano fatto nascere il sospetto che essi avessero preso in considerazione forme appartenenti a specie diverse, ma affini tra loro morfologicamente e che perciò sotto il nome di *Rh. echinopus* fossero confusi animali differenti. Anche il Reuter (1901) esprime lo stesso dubbio. Egli osserva giustamente che le brevi descrizioni date dagli autori non appaiono sempre sufficienti per stabilire sicuramente l'identità delle forme di cui si tratta. È vero che alcune volte le descrizioni sono accompagnate da figure di insieme o anche di dettagli; ma appunto in questi ultimi casi si può riconoscere che le cose non coincidono tra di loro.

Io avevo notato, come poi vidi che aveva già pubblicato il Dementjew (1903), che nell'opera di Mangin e Viala (1902) più volte ricordata, era figurato come maschio di *Rhizoglyphus echinopus* un maschio del genere *Tyroglyphus* e questo mi metteva in sospetto anche sull'identità delle femmine.

Volli perciò prima di ogni altra cosa stabilire quale fosse l'acaro tanto diffuso sulle radici delle viti.

I primi resultati delle mie ricerche sono esposti in una Nota preliminare pubblicata nel 1909; li riporto qui quasi integralmente.

« Ho preso in esame patate e cipolle marcite (il materiale adoprato da Canestrini) e non ho avuto nessuna difficoltà a raccogliere il *Rh. echinopus* in tutte le sue forme, cioè individui giovani, femmine adulte, maschi omeomorfi ed eteromorfi, e ninfe ipopiali. Confrontando questi acari con quelli raccolti sulle radici di viti, mi hanno colpito una quantità di differenze che mi hanno fatto a tutta prima ritenere che si trattasse di due specie distinte. Le differenze consistevano principalmente nelle dimensioni (molto maggiori nel *Rh. echinopus* delle patate e delle cipolle che non nelle forme viventi sulle radici di viti), nel numero di uova visibili per trasparenza nell'addome delle femmine (otto, dieci, dodici e più nel primo caso, uno o due nel secondo), nella forma del corpo (tondeggiante nel primo caso, allungata nel secondo), nella posizione del solco dorsale (molto più vicino all'estremità anteriore del corpo nel primo caso, che non nel secondo), nella lunghezza dei peli dorsali (maggiore nel *Rh. echinopus*), ecc. Se non che, quando volli determinare esattamente i caratteri basandomi sull'osservazione di moltissimi individui, ho trovato una così grande variabilità, che mi è venuto di mano in mano a mancare ogni criterio sicuro per separare le due specie. I confronti si basavano sulle femmine, perchè sulle radici di viti i maschi si trovano con difficoltà enorme, a differenza di quanto avviene pel *Rh. echinopus* sulle patate e cipolle, ove si trovano in abbondanza i maschi omeomorfi, e abbastanza facilmente anche gli eteromorfi. Ho intensificato le ricerche per raccogliere un certo numero di maschi sulle radici di viti e con pazienza vi

son riuscita, ma la questione non è stata risoluta neanche in questo modo, perchè ho trovato maschi di due differenti sorta: gli uni, salvo le dimensioni molto minori, in tutto eguali ai maschi omeomorfi del *Rh. echinopus*, gli altri molto più piccoli, col quarto paio di zampe ingrossato, diversi da tutte le forme descritte dagli autori. Nascevano quindi due ipotesi: o che sulle radici di viti vi fossero mischiate due specie diverse, o che il *Rh. echinopus* avesse tre sorta di maschi. Quest'ultima mi parve inverosimile e molto più probabile la prima. Non essendo però riuscita a distinguere con certezza due specie col solo esame microscopico, cercai di separarle con le culture, e nello stesso tempo di studiare la variabilità nel *Rh. echinopus*.

« Feci perciò le seguenti esperienze:

1°. Su pezzetti di radici di vite fillosserate e marcite, ma senza acari, tenute in camera umida in capsula di Petri, misi una decina di grosse femmine di *Rh. echinopus*, raccolte sulle cipolle. L'esperimento non fu fatto su larga scala per la difficoltà di trovare a Fauglia radici di vite marcite senz'acari e perchè serviva, più che altro, di confronto.

2°. Su patate tagliate a fette, in capsula di Petri, furono messi moltissimi frammenti di corteccia di radici di vite fillosserate, gremiti di acari.

« Dalla prima esperienza è risultato che il *Rh. echinopus* può vivere anche sulle radici di vite marcie, ma vi si trova evidentemente male, perchè si riproduce poco e diminuisce notevolmente di dimensioni. Le madri messe nella capsula il 10 luglio 1909 erano lunghe più di un millimetro, tondeggianti e lasciavano vedere, per trasparenza, nel loro addome un numero grande di uova; dopo più di un mese invece di queste grosse madri ve ne erano altre lunghe solo 800 μ con minor numero di uova; dopo un altro mese circa vi erano altre madri lunghe solo 440 μ, che lasciavano vedere un solo uovo: la parte posteriore del corpo appariva perciò più ristretta e l'animale, in complesso, più allungato che tondeggiante. Queste madri erano in tutto eguali a parecchie altre raccolte sulle radici di viti.

« Si potrebbe obiettare che i frammenti di radici di viti che servirono per l'esperimento, non essendo stati sterilizzati, potessero già contenere le forme piccole; ma ciò si può escludere, oltre che per l'esame accuratissimo fatto, per aver seguìto passo passo la riduzione progressiva.

« Dalla seconda serie di esperienze è risultato che gli acari delle radici di viti possono vivere sulle patate, che a poco a poco vengono invase dal marciume. In questo ambiente vengono a differenziarsi presto due specie, perchè si vedono alcune forme che s'ingrossano notevolmente, si rigonfiano, si arrotondano, mentre altre rimangono più piccole, più appiattite, più allungate. Separando le une dalle altre, trasportandole su altre fette di patate, si finisce in breve per avere isolate le due sorta. A facilitare l'esperienza contribuisce il fatto che questi acari possono vivere qualche tempo sulle patate tagliate, anche sane, nutrendosi dello straterello superficiale; così prendendo patate sane, lavate accuratamente, si può esser sicuri di avere un materiale di coltura non inquinato.

« La specie che ingrossa si riconosce facilmente come *Rh. echinopus*. Siccome nelle capsule non acquista mai le dimensioni massime, per maggior sicurezza ho portato le fette di patate marcite con gli acari in un grosso vaso di vetro, in cui

ho messo patate intere e altre spaccate per metà. Questo vaso ben chiuso, involtatto nella carta, fu sempre tenuto lontano dal luogo ove lavoravo, perchè non vi entrasse materiale estraneo. Dopo due mesi i *Rh. echinopus* erano diventati grossissimi, e vi erano numerosi maschi omeomorfi ed eteromorfi.

« Nelle altre capsule, le forme piccole sono cresciute un poco, ma sono rimaste sempre di dimensioni molto inferiori a quelle massime del *Rh. echinopus*, il numero delle uova visibili per trasparenza è aumentato e giunto in un caso fino a sei, ma non l'ha mai superato. I maschi si mantennero sempre scarsissimi; i pochi raccolti (sei o sette su molte centinaia di femmine) erano tutti piccolissimi, col quarto paio di zampe ingrossato, identici ad alcuni di quelli trovati sulle radici di viti. Una parte di questi acari, messi in vaso con patate nelle stesse condizioni delle suddette culture, rimasero invariati.

« Risulta dunque dimostrato che sulle radici di viti fillosserate, oltre ad altre forme che qui, per la loro scarsezza, non meritano di esser prese in considerazione, esistono due sorta di acari: uno è il *Rh. echinopus*, ridotto però molto piccolo e quindi di aspetto un po' diverso da quello che ha di solito sulle patate e cipolle marcie, l'altro è una specie di cui le femmine somigliano moltissimo a quelle del *Rh. echinopus*, salvo alcune piccole differenze che ora passo a precisare, mentre i maschi sono completamente diversi da quelli del genere *Rhizoglyphus*. Ritengo perciò che debba ascriversi ad un nuovo genere che denominerò *Heteroglyphus* [1]; denominerò la specie *Heteroglyphus vitium* per indicare che fu trovata a preferenza sulle viti, per quanto l'abbia rinvenuta una volta anche in una radice malata di olivo, e un'altra su una radice fillosserata di quercia.

« Le variazioni che subisce il *Rh. echinopus*, passando da un ambiente favorevole ad uno sfavorevole, sono le seguenti: scompaiono i maschi eteromorfi e restano solo gli omeomorfi [2], i quali divengono enormemente piccoli; nelle femmine, che pure impiccoliscono moltissimo, il corpo, che era arrotondato, diventa più ristretto in rapporto con la riduzione del numero delle uova, e molto più piccolo specialmente nella parte posteriore; conseguentemente il solco che separa la parte anteriore dalla posteriore del corpo, relativamente viene a trovarsi più all'indietro; il margine anteriore del corpo appare più largo, le zampe sono più deboli, i peli dorsali più corti. Quindi nessuna distinzione di specie, basata su qualcuno di questi caratteri, può avere valore assoluto.

« Le femmine di *Heteroglyphus vitium* sono in complesso molto più piccole di quelle del *Rh. echinopus*, ma le maggiori delle prime possono superare le più piccole delle seconde; per trasparenza lasciano vedere un numero di uova variabile da uno a sei, quindi anche per questo carattere possono confondersi con quelle del *Rh. echinopus*, ove il numero delle uova visibili per trasparenza varia da uno a dodici e più. La parte anteriore del corpo, relativamente alla posteriore, in complesso è più grande che nel *Rh. echinopus*, ma, come ho detto, questo carattere è variabile. Differenze

[1] Il nome mi è stato suggerito dal prof. Berlese, il quale ha avuto la cortesia, di cui vivamente lo ringrazio, di vedere i miei preparati e di aiutarmi a raccogliere la letteratura in proposito.

[2] Ho visto in seguito che anche in ambiente sfavorevole possono trovarsi gli eteromorfi (1916).

piccole e difficili a precisarsi, ma costanti, sono invece le seguenti: nel *Rh. echinopus* il quarto paio di zampe si mantiene sempre un pochino più lungo del terzo, mentre nell'*Heteroglyphus vitium* è eguale al terzo; nel *Rh. echinopus* dal lato dorsale, posteriormente al solco, esistono altri peli oltre a quelli marginali, e questi ultimi sono lunghi; invece nell'*Het. vitium* non vi sono peli dorsali se non alla estremità posteriore del corpo, e i marginali sono corti, salvo due dell'estremità posteriore del corpo che possono essere un po' più lunghi degli altri, ma sempre più brevi che nel *Rh. echinopus*.

« I maschi di *Het. vitium* si distinguono immediatamente per avere il quarto paio di zampe ingrossato, con robuste spine e con un forte sperone [1].

« Resta ora la questione principale per cui ho intrapreso queste ricerche preliminari; determinare cioè, se questi acari sieno o no dannosi alle radici di viti. I dati che ho finora a questo riguardo sono incompleti e debbono essere integrati con ricerche sperimentali; quindi mi limito a riferire i punti che ho potuto stabilire.

« Entrambe le specie, sulle patate e sulle radici di viti, non intaccano i tessuti sani; non ho ancora fatto esperimenti sui bulbi di alcune gigliacee, in cui, secondo alcuni autori, il *Rh. echinopus* si comporta come parassita.

« Il *Rh. echinopus* preferisce un marciume umido ed ha bisogno di nutrimento abbondante; l'*Het. vitium* preferisce un marciume non molto umido; se l'umidità è eccessiva, si producono una quantità di ninfe ipopiali che emigrano.

« Sulle viti ho trovato entrambi questi acari soltanto in quelle radici in cui il processo di disorganizzazione dei tessuti era già molto avanzato ed esteso, non li ho mai trovati sulle tuberosità isolate, non ancora marcite, o in cui il marciume era appena iniziato. In mezzo al materiale morto, gli acari delle due specie si inoltrano per deporre le uova e scavano gallerie, ma il caso di trovare queste gallerie occupate dalla fillossera si può dire eccezionale e si verifica solo quando le fillossere sulla vite sono state o sono numerosissime; secondo me, si tratta di pochi individui rimasti per caso poco lontani dal punto in cui si sono sviluppati, ma di regola le neonate di fillossera vanno a fissarsi dove la vite è in condizioni migliori; dove l'acaro è molto abbondante, la fillossera è già partita.

« In un solo caso la fillossera si trova regolarmente fissata più profondamente dell'acaro; ciò avviene sulle radici molto grosse in cui il ritidoma si distacca a lunghe striscie, quivi la fillossera è fissata sulla radice al disotto della scorza, mentre gli acari vivono sulla scorza a spese dei detriti dei tessuti che si distruggono. Però, anche quando mancano gli acari, la fillossera su queste grosse radici non può essere e non è superficiale, perchè non può trovare nutrimento nel ritidoma; in tutti gli altri casi, salvo eccezioni, a mio avviso trascurabili, la fillossera è alla superficie delle radici.

« Per queste osservazioni io non ritengo dimostrato che l'azione dell'acaro influisca nell'aumentare il danno prodotto dalla fillossera, e in questa opinione mi conforta lo studio dell'andamento dell'infezione fillosserica intorno all'osservatorio di Fauglia. Quivi gli acari sulle radici malate sono sempre stati numerosi. Eppure il progresso

(1) Pubblicherò a parte la descrizione e le figure relative all'*Heteroglyphus vitium*.

dell'infezione può dirsi lento; infatti una vigna di pochi filari (forse una ventina), già fortemente invasa da fillossera nel 1905, tanto che alcune viti erano già morte, ancora oggi (1909) non è completamente distrutta ».

In seguito alla mia Nota il Petri (1910) ne pubblicava un'altra relativa anche questa ai processi di distruzione delle tuberosità fillosseriche, nella quale specificava le località fillosserate dove aveva rinvenuto l'acaro (lasciando indeterminato se si trattasse del *Rhizoglyphus* e dell'*Heteroglyphus*) e quelle dove non l'aveva riscontrato. A mio avviso dai dati riferiti dall'autore non risulta la dimostrazione di un'azione efficace dell'acaro nella distruzione delle tuberosità fillosseriche. Per quanto poi egli aggiunga di non aver nulla da modificare nè alla descrizione nè all'interpretazione che aveva dato nella sua prima Memoria alle cose esaminate, a me sembra tuttavia che l'importanza dell'acaro rispetto alle viti fillosserate risulti in complesso assai attenuata. Dice infatti l'autore che la presenza degli acari nel terreno non rappresenta la condizione sufficiente perchè le radici fillosserate debbano venire gravemente danneggiate; e cita l'esempio della contrada di Bombacaro nei dintorni di Catania (verificato da lui stesso) dove le radici di alcuni esemplari di vite Aramon X Rupestris Ganzin n. 1 importati dalla Francia dal dott. Paulsen da circa 15 anni, presentavano tuberosità corrose da acari; e aggiunge che lo stesso fatto nello stesso vitigno accadeva nel R. vivaio di Palermo. E conclude che le circostanze ancora ben poco determinate delle condizioni nelle quali si compie il parassitismo secondario del *Rh. echinopus* e dell'*Heteroglypus*, rendono possibile il perdurare del disaccordo tra alcuni ricercatori.

Tenendo conto di queste considerazioni, io mi sono proposta di ristudiare la questione, facendo anche qualche esperienza in proposito. Prima di esporre i resultati delle mie ulteriori osservazioni, mi conviene però di accennare ad un altro autore che nel frattempo ha segnalato il *Rh. echinopus* come parassita nemico delle orchidee.

Il Sirks (1912) attribuisce al *Rh. echinopus* una malattia che nel 1910 colpì e distrusse quasi interamente la raccolta di *Cypripedium* del giardino botanico di Leida. La malattia dà tre manifestazioni diverse: macchie sulle foglie, colorazione bruna alla base delle foglie, alterazione delle radici (marciume). Dice l'A. che sulle origini del marciume delle radici non potè a lungo rimanere incerto perchè vi trovò una gran quantità di acari determinati sicuramente come *Rh. echinopus*. La causa del marciume è da ricercarsi quindi nell'acaro il quale si nutre della massa del parenchima radicale e lascia indietro solo l'epidermide bucherellata ed i fasci vascolari. Dopo aver trovato costantemente l'acaro nelle radici, l'A. volle ricercarlo nelle parti color te in bruno delle foglie e solo una volta vi rinvenne un esemplare di sesso maschile di *Rh. echinopus*.

In seguito a questo reperto l'autore stesso dice che in apparenza vi è poco rapporto tra le due manifestazioni, tuttavia ritiene che all'acaro debba pure attribuirsi il colore bruno della base della foglia e appoggia il suo modo di vedere alle osservazioni di Carpenter (1903) il quale in agosto ha trovato l'acaro nei bulbi dell'aglio in decomposizione alla base delle foglie, nonchè a quelle già ricordate di Reuter.

Venendo a parlare della terza manifestazione della malattia e cioè delle macchie sulle foglie, dice che la simmetria delle parti malate dimostra che queste macchie

devono la loro origine ad una causa esterna che si fece sentire già sulle giovani foglie non ancora spiegate. Questa causa esterna potrebbe essere l'acaro.

Per ora, anche senza discutere le opinioni dell'autore, debbo subito rilevare che egli ha avanzato alcune supposizioni, le quali senz'altro si possono giudicare errate da chiunque abbia osservato qualche volta il modo di comportarsi del *Rh. echinopus*. Così per es. il sospetto che i corpuscoli gialli sferici da lui trovati qua e là in piccol numero nelle cellule non approfondate dell'epidermide delle foglie e rappresentate nella sua fig. 4, siano nova di *Rhizoglyphus*, non è affatto verosimile perchè le uova di *Rh echinopus* sono bianche, ovali, molto più grandi dei corpi figurati dall'autore, protette da un guscio spesso, coriaceo, oltre che da uno strato di sostanza mucillaginosa. Tanto meno si può ammettere che l'acaro deponga l'uovo in una cellula dell'epidermide della foglia, e che l'animale si sviluppi dentro la cellula finchè si libera dalla sua prigionia, mordendo la parete esterna, così che la superficie dell'epidermide prenderebbe un peculiare aspetto, riprodotto dall'autore in altre due figure. È vero che l'autore stesso si duole di non poter appoggiare questa sua ipotesi, riconosce che tra le figure rappresentanti il supposto uovo nell'epidermide e quelle raffiguranti le aperture nelle foglie malate non trova stadî intermedî, e infine non può capire come un acaro con robusto apparato boccale masticatore e senza ovopositore, sia in grado di deporre le uova in tal modo nelle cellule epidermiche: tuttavia dice di non aver potuto trovare una spiegazione migliore.

Mi sembra che le obbiezioni siano abbastanza forti per far respingere una premessa insostenibile. Peggiore ancora è l'ipotesi che l'acaro perfori con un fino canalicolo la parete delle cellule dell'epidermide della foglia e così tragga dalla cellula il suo nutrimento. L'apparato boccale del *Rh. echinopus* l'esclude senz'altro.

Siccome quest'ultimo lavoro appare in gran parte infondato, io non ho attribuito ad esso una grande importanza; mi avevano colpito invece le osservazioni dello Scalia, e siccome l'autore, che ebbi occasione di conoscere personalmente, insistette con me sui danni prodotti dell'acaro in discorso alle piante di *Lilium tigrinum* volli verificare il fatto Mi procurai alcuni bulbi di queste piante che coltivai in vasi nella terrazza dell'Istituto di Anatomia comparata della Università di Roma. Accanto a ciascun bulbo seppellii fette di patata che mi erano servite di terreno di coltura per i miei allevamenti di *Rh. echinopus* ed erano gremite di questo acaro. È impossibile che in natura si possano trovare in piccolo spazio di terreno tanti di questi acari quanti ne ho posti io in questa maniera a contatto coi bulbi del *Lilium tigrinum*. Nonostante quest'enorme invasione le piante si svilupparono normalmente e potei raccoglierne i bellissimi fiori. Volli allora vedere cosa fosse successo degli acari e ne rinvenni ancora moltissimi attaccati alle vecchie foglie disseccate dei bulbi. Oltre a questi ne trovai ancora parecchi all'estremità prossimale di tre o quattro foglie bulbari ancora in gran parte turgide e fresche, ma marcite appunto in quella regione dove si erano raccolti gli acari. Sulla parte marcita gli acari erano numerosissimi, ma nessuno invadeva quella sana. Questo reperto mi fece pensare che forse avevo in mano il materiale adatto per convincermi del parassitismo facoltativo del *Rh. echinopus*. Raccolsi perciò accuratamente queste foglie e per molto tempo le tenni in osservazione in capsula di Petri sopra uno strato di carta bibula che conservavo costantemente inumidita, ma non tanto bagnata da permettere al vapore acquoso di

condensarsi in goccie sul coperchio. La parte sana delle foglie si mantenne tale per molti mesi, finchè le foglie intere si disseccarono prima che il marciume le avesse invase completamente. In tutto questo tempo gli acari si conservavano esclusivamente sulla parte marcita, e per quanto quivi fossero numerosissimi, nemmeno uno ne ho riscontrato in mezzo al tessuto sano. Così anche questa prova mi ha confermato il fatto che avevo già veduto sulle viti fillosserate: vale a dire, che il *Rh. echinopus* non vive se non in mezzo a tessuti già alterati per altre ragioni. Per lo studio del polimorfismo. come ho già ripetuto, da lunghi anni ho impiantato delle colture di patate, colture che conservo tuttora. In tutto questo tempo non ho avuto modo di vedere il *Rh. echinopus* comportarsi altrimenti che come saprofita.

Come spiegare allora le osservazioni sopracitate degli autori che hanno concluso per il parassitismo del *Rh. echinopus?*

Io non ho dati sufficienti per discuterle minutamente una ad una; ma pure, dopo aver seguìto il comportamento dell'acaro per tanti anni, posso dire qualche cosa in proposito, almeno per alcune di esse.

Per quanto riguarda la sua azione sulle radici di viti ritengo che tanto il Mangin e il Viala quanto il Petri ne abbiano esagerato l'importanza attribuendo all'acaro una parte principale, mentre non ne rappresentava che una secondaria. Mangin e Viala notano che le viti infestate dagli acari erano già indebolite per altre cause; ritengo che queste cause ebbero il sopravvento nella distruzione delle viti e l'acaro contribuì ad affrettarne la fine. Certo è degna di nota la circostanza che, per quanto io so, non sono stati notificati in seguito altri casi di deperimenti di vigneti causati o aiutati dall'acaro che è così diffuso ovunque, per quanto l'attenzione dei viticultori sia stata così fortemente richiamata su quest'animale. Per quanto si riferisce all'azione dell'acaro concomitante quella della fillossera, io sono sempre rimasta nella convinzione che gli acari (*Rhizoglyphus* ed *Heteroglyphus*) invadono le tuberosità fillosseriche soltanto quando sono marcite o in via di disfacimento. Le osservazioni ulteriori sulla biologia della fillossera, le quali hanno dimostrato che le neonate prima di fissarsi obbediscono ad un istinto di migrazione tendente a farle allontanare dal luogo dove nacquero; che esse sono attratte dalla luce per cui spesso escono alla superficie del terreno attraverso i crepacci; che per fissarsi scelgono di preferenza le parti delle radici di viti dove possono trovare migliore alimento, non sono certo favorevoli all'asserzione del Petri che l'azione della fillossera si alterni con quella dell'acaro, e che la fillossera vada a fissarsi nelle gallerie scavate dall'acaro, tutte riempite come sono delle deiezioni di quest'animale. L'acaro però può forse riuscire nocivo favorendo la penetrazione dei germi del marciume.

Relativamente al caso descritto dal Reuter posso dire soltanto che dalla pubblicazione stessa dell'autore il parassitismo del *Rh. echinopus* risulta più supposto che dimostrato.

Ho già detto che le osservazioni di Scalìa sul *Lilium tigrinum* non sono state confermate dai miei esperimenti. Anche lo Scalìa a mio avviso ha attribuito all'acaro troppo valore.

Il lavoro di Sirks sulle malattie delle orchidee, contiene ipotesi abbastanza inverisimili per dimostrare come l'autore non abbia un'idea esatta di quella che possa essere la biologia del *Rh. echinopus.*

Mi resta a parlare un po' più estesamente delle ricerche di Appel e di Börner relative alla distruzione delle patate per opera degli acari.

Premetto che i risultati dei loro esperimenti che più indietro ho riportati, sono certamente esatti e concordano con quanto ho avuto occasione di verificare più volte nelle mie colture, ma l'interpretazione da loro data è diversa da quella che ne dò io. Anch'io ho messo più volte gli acari su fette di patata sana, come ho già scritto nella mia prima Nota, e ve li ho mantenuti vivi, ma la patata era tagliata, come erano tagliate o perforate quelle che servirono agli autori per le loro prove. Ora per effetto del taglio o di quella qualsiasi lesione praticata per mettere gli acari a contatto con i tessuti, lo strato esterno superficiale viene ad essere costituito di cellule morte.

Gli acari possono nutrirsi dei detriti di queste cellule o, in principio, non nutrirsi affatto — perchè certamente resistono un pezzo al digiuno — finchè in mezzo ai detriti stessi si moltiplicano una quantità di germi e si forma così un materiale che può servir loro di cibo. Non sempre tra questi germi vi sono quelli che producono il marciume della patata.

Anche quando il marciume non appare, esaminando al microscopio lo strato di fina polvere che dopo qualche tempo si è prodotto sulla superficie di sezione, lo si vede costituito da granuli di amido, da micelî e da batterî svariati. In mezzo vi sono le uova e le larve dei *Rhizoglyphus*. Se con un coltello si taglia la patata poco al disotto di questo strato superficiale, si trovano i tessuti umidi e turgidi; in questi non si rinviene nemmeno un acaro anche in quei casi in cui la superficie libera ne era gremita. È anche da notare che quando non vi è marciume, gli acari restano confinati allo strato superficiale. Mano in mano che questo si distrugge, la superficie si abbassa. Se la lesione praticata nella patata era un foro, il diametro si allarga; ma sempre con molta lentezza. Se sulla superficie tagliata non si mettono acari, facilmente si forma una specie di crosta superficiale che artificialmente si può poi staccare dai tessuti sottostanti che restano freschi e inalterati, ma altre volte, forse in rapporto con la stagione, non ostante la presenza di infiniti *Rhizoglyphus* si forma egualmente la crosta che si può separare con gran facilità. Al disotto si vede la patata umida sana senza nemmeno un acaro. Queste cose furono da me verificate molte e molte volte, ma per maggior sicurezza ho voluto rivederle ancora mentre sto scrivendo queste righe.

Ed ecco precisamente che cosa osservo. In una piccola capsula di Petri del diametro di circa 5 centimetri, sta un piccolo pezzetto di patata del diametro di circa 3 centimetri e di mezzo centimetro di spessore. Non so dire precisamente da quanto tempo vi si trovi, ma certo da qualche mese, perchè su di esso gli acari hanno già avuto la possibilità di propagarsi in numero sterminato. Il fondo della capsula è ricoperto da un pezzo di carta bibula inumidita; per opera dei molti *Rhizoglyphus* esistenti nella capsula, questa carta è diventata paragonabile ad un feltro; tutte le fibre sono dissociate e gli acari riempiono gli spazî intercalari. La fettina di patata quando fu messa nella capsula era sana, però nella capsula stessa erano state tenute precedentemente patate marcie.

Ora le due superficie della fettina di patata sono gremite di acari, anzi su una di esse sono così accumulati che si accavallano gli uni sugli altri e formano dei

mucchietti bianchi ben visibili ad occhio nudo. Sul coperchio della capsula si vedono tante ninfe ipopiali, le quali, come ho detto, si producono allorchè gli acari si accumulano in gran quantità in piccolo spazio, in un ambiente divenuto sfavorevole. Con un coltello tolgo dalla superficie della patata una fettina tanto sottile quanto mi è possibile. Metto così allo scoperto una nuova superficie che è solo due o tre millimetri al disotto di quella tanto infetta. Il tessuto appare sano e turgido ovunque, solo presenta una macchia bruna di marciume verso il margine. In tutto il tessuto sano non vi è un acaro, mentre ne stanno accumulati parecchi sulla macchia bruna. Di tante e tante migliaia di acari solo i pochi che hanno trovato un punto di tessuto morto hanno dunque potuto approfondarsi alquanto.

Da tutti questi fatti io deduco che gli acari da soli non possono distruggere le patate sane. Prima di tutto essi non sono capaci di roderne la buccia (questo è stato notato anche dal Picard (1913) in un suo studio sulla tignola della patata), in secondo luogo non possono intaccare i tessuti viventi. Che tra le patate sane se ne possano trovare alcune tagliate dalla zappa o intaccate per altra ragione e che sulle superficie scoperte possano vivere i *Rhizoglyphus*, è possibile; che i *Rhizoglyphus* possano portare in esse i germi del marciume e che questo possa propagarsi ad altre patate è anche verosimile, ma in questo caso il *Rhizoglyphus* agisce come agente trasmissore e non come un vero e proprio parassita.

Avevo già scritte queste pagine quando il prof. Peglion mi ha verbalmente comunicato che il sig. Calabresi, direttore della cattedra ambulante di agricoltura di Vasto, gli aveva inviato delle cosidette zampe (radici) di asparagi piene di *Rh. echinopus*, esprimendogli il sospetto che si dovesse alla presenza di quest'acaro l'avvenuta morte delle piante. Gentilmente il sig. Calabresi ha inviato anche a me alcune di queste zampe, avvertendomi che una varietà — la varietà precoce di Argenteuil — era stata quasi interamente distrutta dal parassita, mentre un'altra — la Rosa Lhérault — pur trovandosi nello stesso appezzamento, vegetava bene.

Esaminando le zampe inviatemi ho trovato alcuni esemplari di *Rh. echinopus* soltanto in una piccola parte di una radice della varietà Rosa Lhérault, che si presentava alterata, di color bruno; le radici della varietà precoce di Argenteuil erano completamente svuotate, di esse non restavano che gli strati corticali i quali costituivano dei tubi cavi. Apertili con un coltello non vi riscontrai dentro neppure un acaro; invece vi erano abbondanti cacherelli che per le loro dimensioni e per il loro aspetto potevano giudicarsi deposti da un insetto. È da escludersi in modo assoluto che appartenessero al *Rhizoglyphus* perchè ognuno era di dimensioni molto superiori a quelle dell'acaro; certamente la morte degli asparagi inviatimi dovette dipendere da tutt'altra causa che dal *Rh. echinopus*.

*
* *

Dalle mie osservazioni posso dedurre la seguente conclusione: *Il Rhizoglyphus echinopus è un acaro saprofita incapace di intaccare tessuti vegetali sani, esso però può, stabilendosi su parti già lese, farsi propagatore di germi dannosi ed in questo senso può ritenersi alla sua volta nocivo alle piante.*

CONCLUSIONI

PARTE PRIMA

1. In natura si trovano colonie di *Rh. echinopus* in cui esistono due sorta di maschi: l'eteromorfo col 3° paio di zampe ingrossate, e l'omeomorfo con le zampe non ingrossate più somigliante alla femmina; eccezionalmente in queste colonie si può rinvenire qualche maschio asimetrico, omeomorfo da una parte, eteromorfo dall'altra; si trovano in natura altre colonie in cui non si producono che maschi omeomorfi, invece non si riscontrano mai colonie in cui esistano esclusivamente i maschi eteromorfi.

2. La presenza in una colonia delle diverse sorta di maschi ora nominate, non è provocata dalle condizioni di ambiente, di temperatura, di nutrimento e simili, ma è in rapporto con le leggi dell'ereditarietà.

3. Da una sola coppia di individui possono derivare le due sorta di maschi, tanto se il padre è omeomorfo, quanto se è eteromorfo o anche asimetrico.

4. Da una sola coppia di individui di cui il padre è omeomorfo, è molto facile ottenere una prole in cui tutti i maschi sono omeomorfi; da questa prole, col succedersi delle generazioni, si producono sempre soltanto maschi omeomorfi. Si ha quindi una colonia di omeomorfi puri (omeomorfi omozigoti).

5. Quando da una coppia in cui il padre è omeomorfo si ottengono figli maschi omeomorfi ed eteromorfi, il rapporto tra il numero degli omeomorfi agli eteromorfi spesso s'avvicina al rapporto 1:1. In qualche caso invece il numero degli omeomorfi supera quello degli eteromorfi, ma non secondo le cifre della regola di Mendel.

6. Da una coppia in cui il padre è eteromorfo, è raro il caso di una prole in cui tutti i maschi siano eteromorfi. Solo dopo due anni di prove sono riuscita, da una coppia di individui con padre eteromorfo, ad avere una prole con soli maschi eteromorfi, e da questa è derivata una coltura di eteromorfi puri (eteromorfi omozigoti) che si mantiene tale da più di un anno. Questa colonia rappresenta qualche cosa di eccezionale, un prodotto di laboratorio che non ha riscontro in natura. Molte altre coppie con padre eteromorfo, isolate allo scopo di ottenere gli eteromorfi puri, sono rimaste sterili.

7. Quando da una coppia il cui padre è eteromorfo si ottengono figli maschi omeomorfi ed eteromorfi, il rapporto tra il numero degli omeomorfi e quello degli eteromorfi, nella maggior parte dei casi si avvicina al rapporto 1:1. Quando questo rapporto non si verifica, ora predominano gli omeomorfi, ora gli eteromorfi; le cifre variano moltissimo e non appaiono conformi a quelle richieste dalla regola di Mendel. Questi dati trovano esatto riscontro in quelli riferiti al N. 5.

8. I fatti esposti nei numeri 5 e 7, verificati per la massima parte prima di aver isolato la colonia di eteromorfi puri non dimostrano chiaramente un'ereditarietà secondo la regola di Mendel, ma non la escludono neanche. [Da essi non risulta evi-

dente che una delle due forme di maschi sia dominante sull'altra; però il fatto che gli omeomorfi si ottengono facilmente puri, mentre il contrario avviene per gli eteromorfi, parla in favore del concetto che la forma omeomorfa sia quella recessiva, la quale come è noto, si isola con maggior facilità. Il rapporto 1:1 che si riscontra più comunemente è conforme alle regole di Mendel quando uno degli individui è omozigote rispetto ad un dato carattere e l'altro eterozigote. Finchè non si aveva la coltura pura di eteromorfi, si poteva sempre supporre che uno degli individui incrociati con gli omeomorfi puri fosse eteromorfo eterozigote. La variabilità dei rapporti diversi da 1:1 e la loro divergenza dal rapporto 3:1 richiesto dalla regola di Mendel, poteva spiegarsi con la mortalità di un certo numero di individui].

9. Gli incroci fatti dopo la selezione di una colonia di eteromorfi puri, invece di confermare l'ipotesi dell'eredità Mendeliana hanno dato risultati contrarî ad essa. Tanto dall'unione di maschi omeomorfi omozigoti con femmine eteromorfe omozigote, quanto dalla reciproca tra maschi eteromorfi omozigoti e femmine omeomorfe omozigote, si sono ottenuti maschi di tutte e due le sorta, in rapporti numerici varî. Ciò si oppone tanto all'ipotesi che sia dominante l'eteromorfo, quanto a quella che sia dominante l'omeomorfo, mentre entrambe le forme vengono ad avere lo stesso valore.

10. Venuta a mancare la colonia di omeomorfi puri derivata dallo stesso ceppo da cui era stata isolata la colonia di eteromorfi puri, si sono tentati gli incroci tra gli eteromorfi puri ed altri omeomorfi puri provenienti da una colonia pura trovata in natura. Tutte le coppie isolate (più di una ventina) sono rimaste sterili per quanto le femmine fossero fecondate. L'esame accuratissimo dei maschi ha dimostrato una piccolissima differenza, non sempre ugualmente visibile, nella struttura dell'organo copulatore dei maschi omeomorfi e degli eteromorfi. Tutto ciò fa supporre che la colonia di omeomorfi puri, trovata in natura, appartenga ad una razza o specie, diversa dalle colonie con maschi di due sorta [1].

11. Dall'insieme dei fatti esposti sembra di poter dedurre che in questo caso di polimorfismo unisessuale, cioè di polimorfismo limitato ad un sesso, si ha a che fare con un miscuglio di razze o forse di specie diverse, alcune feconde tra loro, altre no. Le varie razze o specie non sono ancora state isolate. Nell'ereditarietà, almeno apparentemente, non si verifica la legge di Mendel. Con ipotesi accessorie è forse possibile ricondurre anche questo caso sotto il dominio delle leggi mendeliane, ma le ipotesi accessorie dovrebbero prima venir fondate su dati positivi.

12. Gli altri casi di polimorfismo unisessuale finora studiati, che sono stati interpretati dagli autori come conformi all'ereditarietà mendeliana, presentano le stesse incertezze che si avevano per il *Rh. echinopus* prima dell'isolamento delle colture pure. Sulla costituzione gametica di almeno uno degli individui incrociati sono sempre possibili parecchie supposizioni, così che tra le tante ipotesi viene naturale di scegliere quella che più si addice al concetto che si aveva in animo di dimostrare.

[1] Mentre correggo le bozze di stampa vengo a conoscenza degli studî recentissimi di Johannsen (*Experiment. Grundlagen d. Descendenzlehre in All. Biologie.* Die Kultur d. Gegenwart, 1915) sui casi di individui isogeni (appartenenti a una linea pura) reciprocamente sterili e sulla maggiore robustezza e prolificità degli eterozigoti. Essi potrebbero suggerire un'interpretazione diversa da quella qui esposta.

Anche per essi è giustificato il sospetto che una supposta specie si debba scindere in più speciè, o almeno, suddividere in varie razze.

Questi resultati gettano un'ombra sull'esistenza di un vero polimorfismo unisessuale, ombra che sarà dissipata solo quando si potranno seguire per molte generazioni, in condizioni svariate le culture delle forme omozigote.

PARTE SECONDA

13. Nel *Rh. echinopus* manca la partenogenesi: tanto le femmine quanto ciascuna sorta di maschi derivano da uova fecondate.

14. La fecondazione avviene precocemente. Gli spermi vengono a trovarsi a contatto coi gameti femminili soltanto nell'ovario, e quivi penetrano negli oociti ancora molto giovani, privi di tuorlo e lontani dalle divisioni maturative.

15. Nelle femmine non fecondate questi oociti non escono dall'ovidotto e degenerano senza acquistare il tuorlo e senza maturare. Nelle femmine fecondate, ma sterili, qualche volta essi escono dall'ovario e penetrano nell'ovidotto dove cominciano ad acquistare il tuorlo, ma degenerano prima di maturare. Nelle femmine fecondate e feconde, le uova maturano nell'ovidotto, e quivi si segmentano fino alla formazione del blastoderma.

16. La prima parte dell'ovidotto, dove le uova acquistano il tuorlo e compiono le divisioni maturative, è provvista di muscolatura longitudinale e trasversale, per mezzo della quale compie movimenti ritmici che sono trasmessi alle uova; ciò molto probabilmente è in rapporto colla nutrizione delle uova stesse. Nelle femmine in cui le uova non si sviluppano, le cellule del corpo adiposo si ingrossano enormemente.

17. In tutte le uova si riscontra lo stesso numero di cromosomi, cioè 8 come numero aploide. Non si riscontra nessuna differenza a questo riguardo tra le femmine prese nelle colonie di omeomorfi puri e quelle prese nelle colonie di eteromorfi puri.

18. Nei maschi si producono due sorta di spermi, gli uni con 8 cromosomi, gli altri con 7, entrambi servono alla fecondazione perchè nelle prime figure di segmentazione si contano a volte 16, a volte 15 cromosomi. Come nei moltissimi casi analoghi ormai noti, questa differenza deve essere messa in rapporto con la determinazione del sesso; nel *Rh. echinopus* perciò, il sesso digametico è il maschile.

19. Dallo studio citologico non risulta evidente nessun carattere distintivo tra i maschi omeomorfi e gli eteromorfi.

20. Molti altri particolari biologici, ed anatomici, riguardanti le mute, le ninfe ipopiali, l'apparato genitale nei due sessi, ecc. non si prestano ad un riassunto, e per essi rimando il lettore al testo.

APPENDICE

21. Il *Rhizoglyphus echinopus* è un acaro saprofita incapace di intaccare i tessuti vegetali sani, ma, stabilendosi su lesioni preesistenti, può farsi propagatore di germi patogeni e quindi può riuscire dannoso alle piante.

BIBLIOGRAFIA CITATA

(Sono segnati con * i lavori non consultati nel testo originale).

1905. Appel e Börner. « Ueber Zerstörung der Kartoffeln durch Milben ». Arbeiten aus der Biolog. Abteilung für Land- und Fortwirtschaft a. K. Gesundheitsamte. IV Bd. Hft. 5. Berlin.

1913. Baehr W. B. v. « Ueber die Bildung der Sexualzellen bei *Saccocirrus major* ». Zool. Anzeiger. Bd. XLIII.

1910. Baltzer F. « Ueber die Beziehung zwischen dem Chromatin und der Entwicklungs- und Vererbungsrichtung bei Echinodermenbastarden ». Arch. f. Zellfor. Bd. V.

1911. Baur Erwin. « Einführung in die experimentelle Vererbungslehre ». Berlin. Gebrüder Bornträger.

1914. — Id. ibid. (seconda edizione).

1898. Berlese A. « Fenomeni di superfecondazione negli insetti ». Rivista di patologia vegetale, Anno VI, 1897-98.

1900. — « Gli acari agrarî ». Firenze, Tip. F. Mariani (estratto dalla Rivista di patologia vegetale, dall'anno VI, 1897, all'anno VIII, 1899).

1867. Boisduval.* « Entomologie horticole » (citato dal Berlese negli « Acari agrarî »).

1915. Brunelli. « La determinazione del sesso studiata nell'economia della specie ».

1888. Canestrini G. « Prospetto dell'Acaro-fauna italiana ». Vol. III, Padova.

1902. Carazzi D. « La borsa di Berlese nella cimice dei letti ». Internation. Monatschrift f. Anat. u. Phys. Bd. XIX.

1905. Carpenter.* « Injurious insect... in Irland during 1903 » (citato nell'Handbuch der Pflanzenkrankh. di Sorauer).

1869. Claparède.* Studien an Acariden ». Zeitschrift f. Wiss. Zool. Bd. XVIII (citato da Canestrini, 1888).

1910. Cognetti de Marths L. « Ricerche sulla distruzione fisiologica dei prodotti sessuali maschili ». Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino, serie II, tomo LXI.

1903. Del Guercio G. « Osservazioni relative alla malsania della vite e del nocciuolo. — Nuove Relazioni intorno ai lavori della R. Stazione di entomologia agraria di Firenze ». Serie I, n. 6, pag. 75.

1903. Dementjew. « Neue Pflanzenparasiten welche die Chlorose der Weinrebe verursachen ». Zeitschr. f. Pflanzenkrank. Sorauer. XIII Bd.

1914. Doncaster L. « The determination of sex ». Cambridge.

1868-93. Edward.* « Butterflies of North America ». Boston. 3 volumi (citato da Gerould).

1909. Foà A. « Intorno al *Rhizoglyphus echinopus* e ad un altro acaro vivente con esso sulle radici di viti ». Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Classe di Scienze fis., mat. e nat., vol. XVIII, serie 5ª, 2° sem., fasc. 12.

1912. — « Movimenti degli ovidotti e conseguente metabolia nelle uova degli acaridi ». Zool. Anzeiger, Bd. XL, n. 12.

1914. — « Osservazioni intorno al polimorfismo sessuale nel *Rhizoglyphus echinopus*, specialmente riguardanti l'ereditarietà ». Bios, vol. II, fasc. I.

1914. Foot Katharine e Strobell E. C. « The cromosome of *Euschistus variolarius*, *Euschistus servus* and the Hibrids of the F_1 and F_2 generations ». Archiv für Zellforschung, XII Bd. IV Heft.

1914. Fryer J. C. F. « An Investigation by pedigree breeding into the polymorfism of *Papilio polytes* ». Phil. Tras. Roy. Soc. London, vol. 204, ser. B (il lavoro porta la data aprile 1913).

1905. Gaver van und Stephan. « Intervention des spermatozoides dans l'ovogénèse chez *Saccocirrus papillocercus* ». Comptes Rendus Soc. Biol. Paris, T. XLI.

1907. — « À propos de l'ovogénèse de *Saccocirrus papillocercus* ». Ibid. T. LXII.

1911. Gerould J. H. « The inheritance of polymorphism and sex in *Colias philodice* ». The American naturalist, vol. XLV.

1911. Goldschmidt R. « Einführung in die Vererbungswissenschaft ». Leipzig.

1912 *a*). — « Erblichkeitstudien an Schmetterlingen. I: Untersuchungen über die Vererbung der sekundären Geschlechtscharaktere und des Geschlechts ». Zeit. f. indukt. Abst. un Vererbungslehre. Bd. VII.

1912 *b*). — « Bemerkungen zur Vererbung des Geschlechtspolymorphismus ». Zeitschrift f. induktive Abst.- und Vererbungslehre. Bd. VIII.

1912 *c*). — « Die Merogonie der Oenotherabastarde und die Doppeltreziproken Bastarde von De Vries ». Archiv f. Zellforschung. 9 Bd. 2 Hft.

1914. — e Pappelbaum. « Erblichkeitsstudien an Schmetterlingen ». Zeitschr. f. ind. Abst. u. Vererbung. Bd. XI.

1905. Griffini A. « Sui Lucanidi e sulla grande variabilità dei loro maschi ». Bollettino del Naturalista, anno XXV, n. 2, Siena.

1904. Guénaux G. « Entomologie et parasitologie agricoles ». Paris, J. B. Baillière et Fils.

1912. Haecker Valentin. « Allgemeine Vererbungslehre ». Braunschweig.

1906. Hempelmann F. « Eibildung, Eireifung und Befruchtung bei *Saccocirrus* ». Zoll. Anzeig. Bd. XXX.

1912. — * « Die Geschlechtsorgane- und zellen bei *Saccocirrus* ». Zoologica, Heft 67.

1904. Henneguy F. « Les Insectes ». Paris, Masson.

1912. Hertwig R. « Ueber den derzeitigen Stand des Sexualitätsproblems ». Biolog. Centralbl. XXXII Bd.

1913. — « Experimentelle Biologie und das Sexualitätsproblem ». Internation. Monatsschrift f. Wissenschaft. Kunst und Teknik. Dezember.

1907. Holsten von N. « Studien über Turbellarien aus dem Berner Oberland ». Zeitschrift f. wissensch. Zool. Bd. LXXXV.

1909. — « Ueber frühzeitige Besamung der Eizelle bei *Otomesostoma auditivum* ». Zool. Anzeig. Bd. XXXIV.

1911. — « Noch ein Wort über frühzeitige Besamung der Eizelle bei *Otomesostoma auditivum* ». Zool. Anzeig. Bd. XXXVII.

1902. Jourdain. « La vigne et le *Coepophagus echinopus* ». Comptes Rendus Acad. des Sciences, CXXXIV. Paris.

1912. Kruger E. « Die phylogenetische Entwichlung der Keimzellenbildung einer freilebenden Rhabditis ». Zool. Anzeig. Bd. XL, n. 819.

1913. — « Fortpflanzung und Keimzellenbildung von *Rhabditis aberrans* n. sp. ». Zeitschr. f. Wiss. Zool. Bd. CV.

1907. Martin C. H. * « Notes an some Turbellaria from Scottisch. Lochs ». Proceed. Roy. Soc. Edimburgh, vol. XXVIII, Part. I.

1910. Meijere von J. H. C. « Ueber Jacobsons Züchtungsversuche bezuglich des Polymorphismus von *Papilio memnon* L. ♀ ecc. ». Zeitschr. f. induktive Abstammungs- und Vererbungslehre, Bd. III.

1911. — « Ueber getrennte Vererbung der Geschlechter ». Archiv. f. Rassen und gesellschaftl. Biologie.

1913 — « Zur Vererbung des Geschlechte und der secundären Geschlechtsmerkmale ». Archiv. f. Rassen und gesellschaft. Biologie.

1894 Moniez R. * « Notes sur quelques espèces de Tyroglyphides etc. ». Rev. Biol. Nord. France. T. VI, n. 12.

1914. Morgan T. H. « Sex-limited and Sex-linked inheritance ». The American Naturalist, vol. XLVIII, n. 574.

1915. —, Sturtevant A. H., Muller H. J., Bridges C. B. « The mechanism of Mendelian heredity ». London. Constable Company.

1877. Murray A.* « Economic Entomology. Aptera ». London, pag. 257.

1881. Nalepa A. « Die Anatomie der Tyroglyphiden ». I. — Sitzungsberichte der Matemat. Naturwissensch. Class. der K. Akademie der Wissenschaften. Wien, XC Bd. Abth I.

1885. — Idem. II. — Ibid. Bd. XCII. Abth. I.

1897. Peyerimhoff.* « La variation sexuelle chez les Arthropodes ». Annales Société Ent. France. Vol. LXVI.

1907. Petri L. « Studî sul marciume delle radici nelle viti fillosserate ». Memoria. Regia Stazione di patologia vegetale. Roma.

1910. — « Nuove osservazioni sopra i processi di distruzione delle tuberosità fillosseriche ». Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Classe di Sc. fis., mat. e nat., vol. XIX, 1° sem.

1913. Picard F. « La teigne das pommes de terre ». Le Progrès agricole et viticole. Année 30, n. 40.

1901. Reuter E. « *Rhizoglyphus echinopus* (Fum. et Rob.) Murray, ein neur Schädiger des Hafers ». Meddelanden af Societas pro Fauna et Flora Fennica. H. 27 Helsingfors.

1907. — « Ueber die Eibildung bei der Milbe *Pediculopsis graminum* (E. Reuter) ». Festschrift f. Palmén. n. 7. Helsingfors.

1909. — « Zur Morphologie und Ontogenie der Acariden mit besondere Berücksichtigung von *Pediculopsis graminum* (E. Reuter) ». Acta Societatis Scientiarium Fennicae, tom. XXXVI, n. 4. Helsingfors.

1912. Riede E. « Vergleichende Untersuchung der Sauerstoffversorgung in der Insecktenovarien ». Zool. Jahrb. Abt. f. all. Zool. u. Phys. Bd. XXXII, 2 H.

1908. Scalia. « Sul parassitismo del *Rhizoglyphus echinopus* (F. e R.) Mon. ». Laboratorio di patologia vegetale della R. Scuola enologica di Catania. Catania.

1912. Schleip. « Geschlechtsbestimmende Ursachen im Tierreich - Ergebnisse und Fortschrifte der Zoologie ». Spengel, III Bd., III Hff.

1911. Shearer Cr.* « The problem of Sex determination in *Dinophilus gyrociliatus* ». Journ. Mar. Biol Ass. I, 9.

1912. —* « The problem of Sex determination in *Dinophilus gyrociliatus*. Part. I. The sexual cycle ». Quart. Jour. Micr. Soc., vol. XLVII.

1902. Silvestri. « Sopra un acaro radicicolo che produce una speciale malattia sulle viti ». Bollettino di entomologia agraria, patologia vegetale, orticoltura e giardinaggio. Padova, anno IX, n. 3.

1912. Sirks M. J. « *Rizoglyphus echinopus* als Orchideenfeind ». Zeitschrift f. Pflanzenkrankheiten. Sorauer. XXII Bd.

1913. Sorauer P. « Handbuch der Pflanzenkrankheiten » III Bd. Berlin.

1893. Trouessart E. L. « Sur la reproduction des Sarcoptides ». Comptes Rendus Soc. Biol. Ser. 9, T. V.

1895. —* « La progénèse des Sarcoptides psoriques ». Comptes Rend. Soc. Biologie. Paris.

1904. — « Sur le mode de fecondation des Sarcoptides et de Tyroglyphides ». Ibid., T. I.

1902. Viala et Mangin. « L'acarien des racines de la vigne (*Coepophagus echinopus*) ». Revue de viticulture. T. XVII.

1902. — « Sur le déperissement des vignes causé par un acarien le *Coepophagus echinopus* ». Comptes Rendus de l'Acad. d. Sciences. Paris, T. 134.

1914. Witschi. « Studien über die Geschlechtsbestimmung bei Fröschen ». Archiv f. mikroskopische Anatomie. Bd. 86. Abt. II.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Tutte le figure in cui è notato l'ingrandimento sono state copiate per mezzo della camera lucida Abbe. Microscopio Koritska. Tubo accorciato.

Tavola I.

Fig. 1- 4. *Rhizoglyphus echinopus*, rappresentati con lo stesso ingrandimento (oc. 4 comp. ob. 2).

» 1. Femmina adulta la quale lascia intravedere per trasparenza le uova che partecipano alle contrazioni dell'ovidotto (uova mobili) e quelle che non vi partecipano.

u. m. = uovo mobile.
u. i. = uovo immobile.

» 2. Maschio omeomorfo.

» 3. Maschio asimmetrico.

» 4. Maschio eteromorfo.

» 5- 7. Individui in muta rappresentati con lo stesso ingrandimento (oc. 4 comp. ob. 4).

» 5. Prima ninfa, da cui deriva una seconda ninfa normale.

» 6. Prima ninfa, da cui deriva una ninfa ipopiale.

c. a. = cellule ameboidi situate nello spazio compreso tra la cuticola vecchia e la nuova.

» 7. Ninfa ipopiale in muta, schiacciata artificialmente, la quale ha lasciato uscire la seconda ninfa normale contenuta nel suo interno.

» 8- 9. Frammenti di ovidotto rappresentati a forte ingrandimento (oc. 4 comp. ob. $^1/_{15}$ imm. om.).

n. = nucleo delle cellule epiteliali.
f. l. = fibre muscolari longitudinali.
f. t. = fibre muscolari trasversali.
f. s. = fibrocellula muscolare stellata e striata.

» 10 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Contorno di uno stesso uovo mobile disegnato con la camera lucida, in sei momenti consecutivi (oc. 4 comp. ob. 2).

» 11. Apparato genitale femminile visto dal lato dorsale. Figura ricostruita dall'insieme di varie dissezioni. La parte destra è stata omessa essendo eguale alla sinistra. La spermoteca (*sp.*) a destra è veduta profondamente, a sinistra superficialmente. Per non complicare soverchiamente la figura la muscolatura degli ovidotti non è stata rappresentata.

sp. = spermoteca.
spz. = spermi.
ep. = epitelio della spermoteca.
ov. = ovario.
p. d. = parte dilatata dell'ovidotto.
c. p. s. = confine della prima parte sottile verso la parte dilatata.
c. p. d. = confine della parte dilatata verso la seconda parte sottile.
ut. = utero.
part. all. = parte allungata (vagina).
mus. = muscoli.
ven. = ventose.
f. c. = fibrocellule connettivali.

Fig. 12-14. Vari modi di presentarsi della vulva.
a. g. = apertura genitale.
m. c. = membrana copritrice delle ventose.
v. = ventose.
m. s. = membrana di sostegno esterna di Nalepa.
m. s. i. = membrana di sostegno interna di Nalepa.
» 12. Vulva chiusa, come si presenta nell'animale in riposo osservato dalla faccia ventrale. L'apertura genitale si vede per trasparenza.
» 13. Vulva chiusa, ma con le ventose estroflesse.
» 14. Vulva aperta.

Tavola II.

Fig. 1. Frammento di una sezione frontale dell'estremità posteriore di una femmina fecondata e feconda mostrante la spermoteca, con la sua vagina e gli ovarî (oc. 6 ob. 3).
sp. = spermoteca.
spz. = spermi.
ov. = ovario.
sin. = sincizio.
ooc. = ooeiti (sinonimo di oociti di primo ordine).
can. = canalicolo di comunicazione tra l'ovario e la spermoteca.
c. = strato chitinoso.
ep. = epitelio.
ap. = apertura esterna della vagina di fecondazione.
» 2. Oocito attaccato all'ovario per mezzo di un peduncolo (nero) (oc. 8 comp. ob. 1,5 imm. om.).
» 3. Frammento di ovario con sincizio ed oociti peduncolati.
sin. = sincizio.
ooc. = oociti.
» 4-27. Queste figure rappresentano allo stesso piccolo ingrandimento (oc. 8 comp. ob. 5) lo sviluppo dell'uovo dallo stadio di oocite fino alla segmentazione in 6 blastomeri. Tutte quante sono copiate da sezioni frontali di femmine. Nella maggior parte dei casi la sezione di ciascun uovo è rappresentata completa per dare un'idea approssimativa dell'aumento di dimensioni che avviene durante la maturazione, ma si avverte che a questo scopo le figure non sono esattamente paragonabili perchè non provengono da uova egualmente orientate.
Dal confronto si rileva che i corpuscoli di tuorlo cominciano a distinguersi nell'oocite appena entrato nell'ovidotto, dopo avvenuta la fecondazione (fig. 10), e poi divengono sempre più grandi (fino a fig. 26).
I particolari riguardanti specialmente i nuclei, sono figurati a forte ingrandimento nella tavola seguente.
» 4- 7. Sezioni consecutive di uno stesso oocite mentre viene fecondato e penetra nell'ovidotto.
sp. = spermio.
nu. = nucleo dell'oocite
» 8- 9. Fecondazione di giovani oociti.
sp. = spermio.
» 10. Oocito penetrato nell'ovidotto dopo la fecondazione.
nu. = nucleo,
» 11. Altro giovane oocito fecondato, penetrato nell'ovidotto. Formazione dei cromosomi.
» 12. Altro giovane oocito presso a poco nello stadio precedente. La membrana nucleare è un po' pieghettata e a contorno irregolare, inoltre si intravede una nuova membrana a contorno circolare, attorno ai cromosomi.
» 13. Altro giovane oocito in cui sono già formati i cromosomi.

Fig. 14. Oocito in cui si vedono i gruppi di cromosomi (tetradi).
» 15. Oocito in cui si vede il fuso della prima divisione maturativa.
» 16-19. Sezioni consecutive di uno stesso oocito di second'ordine (proovo), in cui si vede il primo polocito già separato, ed il fuso della seconda divisione maturativa
1° p. = primo polocito.
f. = fuso.
» 20-21. Seconda divisione maturativa.
» 22. Formazione del pronucleo maschile?
» 23. Uovo col primo fuso di segmentazione.
» 24. Uovo diviso in due blastomeri ineguali (1, 2). Il nucleo del blastomero più grande è in divisione.
» 25. Uovo diviso in tre blastomeri (1, 2, 3). I nuclei di due blastomeri sono in divisione.
» 26-27. Sezioni consecutive di uno stesso uovo diviso in sei blastomeri (1, 2 3, 4, 5, 6). Il corio è formato da due strati: uno esterno sottile a contorno irregolare, uno interno che si colora diversamente.
» 28-29. Sezioni submediane (un po' oblique) dell'addome di una femmina non fecondata (fig. 28) e di una femmina fecondata e feconda (fig. 29) (oc. 1 ob. 6).
ov. = ovario.
ovd. p. d. = ovidotto, parte dilatata.
ovd. p. s. = ovidotto, parte sottile.
lac. = lacunoma.
c. ad. = cellule adipose.
cav. = cavità lasciata da un uovo distaccatosi artificialmente.
uo. = uova in vari stadi.

Tavola III.

Tutte le figure, eccetto la figura 23, sono disegnate con lo stesso ingrandimento (oc. 8 comp. ob. 1/15 imm. om.). La maggior parte di esse rappresentano porzioni ingrandite (per lo più i nuclei), delle figure della tavola precedente. In questi casi, nella spiegazione, mi limito ad indicare la figura piccola relativa.

Fig. 1. Uno degli oociti rappresentati nella tav. II, fig. 3.
b. p. = base del peduncolo.
z. r. = zona radiata.
» 2- 5. Ved. tav. II, figg. 4-7.
» 6- 7. Ved. tav. II, figg. 8 e 9.
» 8. Ved. tav. II, fig. 10.
» 9. Ved. tav. II, fig. 11.
» 10 *a*. Ved. tav. II, fig. 12.
» 10 *b*. Sezione consecutiva dello stesso nucleo. La membrana appare doppia perchè è pieghettata.
» 11. Nucleo di un oocito in cui sono formati i gruppi di cromosomi.
» 12. Ved. tav. II, fig. 13.
sp? = spermio?
» 13 *a* e *b*. Sezioni consecutive del nucleo di un oocito in cui sono formati i gruppi di cromosomi.
I tre cromosomi apparentemente più piccoli della fig. *a*, sono quelli che si continuano nella fig. *b*. Anche un altro cromosoma è tagliato. Per esigenza di spazio la fig. 13 *b* non è collocata nella stessa direzione di 13 *a*.
» 14. Altro nucleo nello stesso stadio. Confrontare con le figure 3 della tav. IV.
» 15. Fuso della prima divisione maturativa.
» 16. Ved. tav. II, fig. 15.
» 17-18. Ved. tav. II, figg. 20 e 21.

FIG. 19. Ved. tav. II, fig. 22.
sp? = spermio?
» 20. Ved. tav. II, fig. 24.
» 21. Ved. tav. II, fig. 23.
» 22. Piastra equatoriale di una figura di segmentazione.
» 23. Uovo diviso in tre blastomeri. Uno dei nuclei non cade nella sezione, gli altri due sono in divisione (oc. 4 comp. ob. 1,5 imm. om.).
» 24. Ved. tav. II, fig. 27. Qui è rappresentato il blastomero N. 6: la figura è collocata in altra direzione per esigenza di spazio.

Tavola IV.

Le figure 1-8 sono disegnate con lo stesso ingrandimento (oc. 8 comp. ob. 1,5 imm. om.).

FIG. 1 *a, b, c, d, e.* Spermatociti (spermatociti di primo ordine) (♂ omeomorfo).
» 2 *a, b, c.* Spermatociti in cui si formano i gruppi di cromosomi (tetradi).
» 3 *a. b, c, d, e, f.* Spermatociti con gruppi di cromosomi. *a. b, c,* da un ♂ omeomorfo; *d, e, f,* da un ♂ eteromorfo.
e = diade (da cui derivano gli eterocromosomi). Nel preparato è ad un livello differente.
4 *a, b, c, d, e. f. g, h, i.* Varî stadî della prima divisione maturativa. Tutte le figure provengono da ♂ omeomorfo eccetto le figure *c* ed *i*. Su tutte le figure, eccetto in *g* ed *h*, si vede la diade.
» 5 *a, b, c, d, e, f.* Prospermatidi (spermatociti di secondo ordine). *a, b, c* da un ♂ eteromorfo; *d, e, f* da un ♂ omeomorfo. Nella figura *a* uno spermatocito presenta 8 elementi ed uno 7, nella figura *b* se ne contano 8, nella figura *c* si distingue la diade.
» 6 *a, b, c.* Seconda divisione maturativa. *a* da un ♂ eteromorfo; *b* e *c* da un ♂ omeomorfo.
» 7 *a, b.* Spermatidi. Da un ♂ omeomorfo.
» 8. Spermi. Da un ♂ omeomorfo.
» 9. Apparato genitale maschile. Figura ricostruita da varie sezioni.
test. = testicolo.
gh. = ghiandola accessoria.
ca. = cameretta.
ser. = serbatoio.
c. d. = canale deferente.
c. e. = canale ejaculatore.
a. c. = apparato copulatore.
a. = apertura anale.
» 10-14. Apparato copulatore maschile (oc. 4 comp. ob. 1/15 imm. om.).
» 10. Da un ♂ eteromorfo in riposo, visto per trasparenza osservando l'animale dal lato ventrale.
» 11. Da un ♂ omeomorfo. L'apparato è estroflesso e rovesciato nella posizione che assume durante la copula.
» 12. Da un ♂ omeomorfo, visto per trasparenza osservando l'animale dal lato dorsale. L'apparato è in parte estroflesso.
» 13. Da un maschio eteromorfo, in posizione simile a quella di 12.
» 14. Sezione submediana.
c. e. = canale ejaculatore.
lam. = lamina.
marg. ant. = margine anteriore.
marg. lat. = margine laterale.

p. s. = pezzo di sostegno.
l. a. = listerella anteriore.
l. p. = listerella posteriore.
s. c. e. = sbocco del canale ejaculatore.
val. = valvola.
p. = pene.
dil. = dilatazione.

Fig. 15. Parte della ghiandola supposta della muta, rappresentata a forte ingrandimento (oc. 4 comp. ob. $^1/_{15}$ imm. om.). È la stessa rappresentata a piccolo ingrandimento nella fig. 17.

» 16. Estremità anteriore di una femmina, in cui si vede la posizione del pelo cavo (*p.*) a cui corrisponde lo sbocco del canale escretore della ghiandola supposta della muta (oc. 1 ob. 6: ridotto a $^2/_3$).

» 17. Sezione frontale, un po' obliqua, dell'estremità anteriore di una femmina, in cui si vede la ghiandola supposta della muta, il suo canale escretore, ed il pelo corrispondente (oc. 1 ob. 5).

p. = pelo.
c. = canale escretore.
gh. = ghiandola.

G. Monti dis. — Lit. Tacchinardi e Ferrari-Pavia

G. Monti dis.

Lit. Tacchinardi e Ferrari - Pavia

G. Monti dis.

Lit. Tacchinardi e Ferrari-Pavia

G. Mont. dis. Lit. Tacchinardi e Ferrari-Pavia

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti. Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
Vol. I-XXV. (1892-1916). Fasc. 11°. Sem. 2°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XXV. (1892-1916). Fasc. 5-6.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I-XII. Fasc. 1.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-3.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. 10; per gli altri paesi le spese di posta in più

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze*.
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli*.

50048

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

(Anno CCCXIII 1916)

Serie Quinta — Volume XII — Fascicolo II.

VINCENZO REINA

SULLA DETERMINAZIONE DEL COEFFICIENTE DI RIFRAZIONE TERRESTRE IN BASE AD ELEMENTI METEOROLOGICI

Smithsonian Institution
SEP 25 1924
National Museum

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1916

Sulla determinazione del coefficiente di rifrazione terrestre in base ad elementi meteorologici.

Memoria del Socio VINCENZO REINA

(*presentata nella seduta del 3 dicembre 1916*)

I valori teorici k_1 e k_2 del coefficiente di rifrazione terrestre, in corrispondenza ai due estremi di una traiettoria luminosa, si sogliono determinare nel seguente modo. Si introduce la grandezza

$$\varkappa = -\frac{\varrho}{n}\frac{dn}{d\varrho}$$

dove n è l'indice di rifrazione atmosferico in un punto qualunque della traiettoria, ϱ il raggio della superficie di livello atmosferica (considerata come sferica) attraversante la traiettoria nel punto che si considera [1], ed indicando con $\varkappa_1\,\varkappa_2$ i valori di $\varkappa$ agli estremi della traiettoria, si pone (con approssimazione ritenuta sufficiente nella pratica)

$$(1)\qquad k_1 = \frac{2\varkappa_1 + \varkappa_2}{3}\ ,\quad k_2 = \frac{\varkappa_1 + 2\varkappa_2}{3}\ .\quad k = \frac{k_1 + k_2}{2} = \frac{\varkappa_1 + \varkappa_2}{2}\ .$$

Quanto alla $\varkappa$ essa si può calcolare, in base alle osservazioni meteorologiche, colla nota formola di Helmert:

$$\varkappa = 0.000293\left(\frac{g}{\mathrm{G}}\right)^2 \varrho\,\frac{1 - 0.377\,\frac{p_v}{p}}{7993}\,\frac{p}{760}\,\frac{1}{(1+\alpha t)^2}\left(1 - \frac{1}{273}\,\frac{7993}{1 - 0.377\,\frac{p_v}{p}}\,\frac{\mathrm{G}}{g}\,\tau\right)$$

(g accelerazione della gravità, G suo valore alla latitudine di 45° ed a livello del mare, p pressione atmosferica in mm. ridotta a 0°, p_v tensione del vapore acquoso, α coefficiente di dilatazione dell'aria, t temperatura in gradi centigradi, $v = -\frac{dt}{dh}$ valor numerico della variazione di temperatura per la elevazione di un metro nella

[1] R. Helmert, *Die math. und phys. Theorieen der höheren Geodäsie*. Bd. II, pag. 555.

altezza h, o gradiente termico verticale). La formola si può anche scrivere:

$$\varkappa = C \frac{p}{(1+\alpha t)^2}(1 - C'\tau), \tag{2}$$

essendo C e C′ due coefficienti che dipendono dalla latitudine e dalla tensione del vapore acquoso, ma che variano pochissimo da luogo a luogo.

Così per la traiettoria luminosa studiata fra Roma e Monte Cavo ($\varphi_m = 41°.49'$) si aveva [1]

$$\varkappa = 0.000306 \frac{p}{(1+\alpha t)^2}(1 - 29.45\,\tau)$$

mentre per le traiettorie studiate da Bauernfeind nelle Alpi Bavaresi ($\varphi_m = 47°.49'$) vale la formola [2]

$$\varkappa = 0.000306 \frac{p}{(1+\alpha t)^2}(1 - 29.48\,\tau).$$

Se in questa formola si sostituiscono successivamente pressioni, temperature e gradienti termici $p_1\, t_1\, \tau_1$ e $p_2\, t_2\, \tau_2$ osservati ai due estremi della traiettoria luminosa, si avranno i valori $\varkappa_1\, \varkappa_2$ che introdotti nelle (1) determineranno i coefficienti di rifrazione locali $k_1\, k_2$ ed il coefficiente medio k. Nella pratica però, attesa la grande difficoltà di determinare τ_1 e τ_2, si suole adoperare l'unico valore τ che risulta dalla differenza $t_1 - t_2$ delle temperature divisa per il dislivello.

Variazione annua del coefficiente di rifrazione terrestre.

Differenziando la (2) rispetto alle variabili p, t, τ, si ha

$$d\varkappa = A_1\, dp + A_2\, dt + A_3\, d\tau$$

$$A_1 = C \frac{1}{(1+\alpha t)^2}(1 - C'\tau)$$

$$A_2 = -C \frac{2\alpha p}{(1+\alpha t)^3}(1 - C'\tau)$$

$$A_3 = -CC' \frac{p}{(1+\alpha t)^2}.$$

Tenuti presenti i valori dei coefficienti C e C′ ed il valore assai grande del secondo rispetto al primo, si vede che, mentre assai piccole sono le variazioni di $\varkappa$ corrispondenti a variazioni di p e t, notevoli sono invece le sue variazioni quando varia τ. Per la visuale Roma-M. Cavo introducendo ad esempio i valori medî di $p\; t$ e τ osservati il 1° luglio 1895, si ha:

$$d\varkappa = 0.00021\, dp - 0.00104\, dt - 5.5390\, d\tau. \tag{3}$$

[1] V. Reina e G. Cicconetti, *Ricerche sul coefficiente di rifrazione terrestre eseguite in Roma nel 1895.* Mem. della Soc. Ital. delle Scienze (detta dei XL), Roma, Tip. Acc. Lincei, 1896.

[2] A. Gülland, *Ueber den theoretischen Refractionskoeffizienten aus meteorologischen Elementen.* Zeitschr. f. Vermessungswesen, 1914.

Siccome poi tanto t che τ presentano un periodo diurno ed uno annuale (1), lo stesso deve avvenire di $\varkappa$. Procedendo dalle ore meridiane del giorno verso le ore mattutine o vespertine, decrescono tanto t che τ, e la espressione differenziale coi coefficienti negativi di dt e di $d\tau$ mostra che deve crescere $\varkappa$ (le due cause di variazione agendo nel medesimo senso). Fissata d'altra parte un'epoca del giorno, p. es. il mezzogiorno, t e τ decrescono procedendo dai mesi estivi verso i mesi invernali, ed anche qui deve andare in corrispondenza aumentando $\varkappa$.

Nelle determinazioni sperimentali del coefficiente di rifrazione terrestre, si suole mettere in evidenza il suo periodo diurno, ed io conosco una sola serie di determinazioni la quale, per il lungo periodo abbracciato, si presti a mettere in evidenza anche il periodo annuo: quella eseguita dai professori Cicconetti e Pierpaoli ad Udine (2). Nel quadro seguente sono distribuiti per mesi e per frazioni del semiarco diurno i valori del coefficiente medio di rifrazione contenuti nel grande quadro della Memoria qui citata. La origine del semiarco diurno (l'unità di tempo introdotta seguendo l'esempio di Baeyer) coincide col mezzogiorno.

Coefficienti medî di rifrazione determinati da Cicconetti e Pierpaoli.

Mattino.

Mesi	Intervalli del semiarco diurno									Medie del mattino
	0.9-0.8	0.8-0.7	0.7-0.6	0.6-0.5	0.5-0.4	0.4-0.3	0.3-0.2	0.2-0.1	0.1-0.0	
Febbraio.	0.279	0.275	0.250	0.229	0.215	0.203	0.199	0.193	0.181	0.225
Marzo. . .	219	208	201	190	177	176	173	174	168	187
Aprile. . .	206	211	191	190	174	166	166	162	159	181
Maggio . .	224	206	191	169	162	162	160	161	154	177
Giugno. .	211	200	191	183	163	156	158	154	155	175
Luglio . .	215	206	188	176	165	158	155	155	152	174

Sera.

Mesi	Intervalli del semiarco diurno						Medie della sera	Medie diurne
	0.3-0.4	0.4-0.5	0.5-0.6	0.6-0.7	0.7-0.8	0.8-0.9		
Febbraio.	0.175	0.177	0.186	0.187	0.197	0.203	0.187	0.210
Marzo. . .	177	173	172	176	180	—	176	183
Aprile. . .	149	151	157	160	165	175	160	172
Maggio. .	161	160	160	158	168	171	163	171
Giugno. .	147	153	154	161	164	176	159	168
Luglio . .	145	150	150	153	159	174	155	167

(1) J. Hann, *Handbuch der Meteorologie*, 3te Auflage, 1915.

(2) G. Cicconetti e N. Pierpaoli, *Il coefficiente di rifrazione terrestre a Udine*. Mem. della Soc. It. delle Scienze (detta dei XL), Roma, 1902.

Da questo quadro emergono con molta evidenza i due periodi. Percorrendo le linee orizzontali si ha, in corrispondenza ad ogni mese, il periodo diurno. I numeri delle colonne verticali dànno invece il periodo annuo (nell'intervallo febbraio-luglio) in corrispondenza ad ogni epoca del giorno.

Per riscontrare nei valori teorici del coefficiente di rifrazione quel periodo annuo che emerge così bene dai valori sperimentali, vennero presi a base del calcolo i dati meteorologici osservati a mezzogiorno nelle stazioni di Ginevra e del S. Bernardo (dislivello 2070^m) nel periodo sessennale dal 1860 al 1866. Le temperature e pressioni sono le medie del sessennio ([1]). I dati ed i risultati del calcolo sono contenuti nel seguente quadro:

Mesi	Temperature e pressioni medie (mezzogiorno)				$100\,\tau$	$\varkappa_1$	$\varkappa_2$	k_1	k_2	k
	Ginevra		S. Bernardo							
	t_1	p_1	t_2	p_2						
	°	mm	°	mm	°					
Gennaio	2.1	727.33	— 6.5	560.91	0.415	0.192	0.158	0.181	0.169	0.175
Febbraio	2.9	27.41	— 6 7	60.42	464	188	156	177	167	172
Marzo.	6.8	23.26	— 5.4	58.08	589	174	147	165	156	160
Aprile	12.7	26.74	0.3	63.59	599	167	142	159	150	155
Maggio	17.7	26.06	4.1	65.43	657	158	135	150	143	147
Giugno	19.4	27.07	6.1	66.85	643	157	134	150	142	146
Luglio	22.1	27.66	8.8	68 52	643	154	132	147	139	143
Agosto	21.5	27.78	8.7	68.76	619	156	134	147	141	144
Settembre	17.7	28.45	5.8	68.12	574	163	138	155	146	150
Ottobre	13.1	26.68	1.7	65.33	551	169	143	160	152	156
Novembre	6.8	25.62	— 2.9	61.33	469	182	151	172	161	167
Dicembre.	1.95	27.53	— 6.9	61.16	428	192	158	181	169	175

Accoppiando i mesi due a due, si ottiene il seguente specchietto comparativo:

Mesi	Coefficienti di rifrazione a mezzogiorno	
	Valori teorici in base alle osservazioni meteorologiche fatte Ginevra e S Bernardo	Valori determinati sperimentalmente da Cicconetti e Pierpaoli
Gennaio e Dicembre	0.175	—
Febbraio e Novembre . . .	170	0.181
Marzo e Ottobre	158	168
Aprile e Settembre	154	159
Maggio e Agosto	145	154
Giugno e Luglio	144	153

Lo specchietto mette in evidenza l'analogia di comportamento delle due serie.

([1]) Questi dati furono tolti dall'opera di R. Rühlmann, *Die barometrische Höhenmessung und ihre Bedeutung für die Physik der Atmosphäre*. Leipzig, 1870.

Valori del gradiente termico verticale nelle diverse epoche dell'anno.

Vista la grande influenza che la variazione di temperatura coll'altezza ha sul coefficiente di rifrazione, importa poterla determinare con quanta maggior approssimazione è possibile. Abbondante è il materiale raccolto dai meteorologi a tale oggetto, e nello specchio seguente sono riunite alcune delle determinazioni principali. Esse si riferiscono però sempre alla *temperatura media giornaliera*. I dati delle colonne (2) e (3) sono dovuti ad Hann ([1]); quelli delle colonne (4) e (5) sono tolti dall'opera sul clima della Svizzera, e comprendono un periodo di 37 anni di osservazioni (1864-1900) ([2]); quelli della colonna (6) furono calcolati da Angot ([3]) e risultano dalle osservazioni fatte per 20 anni (1881-1900) fra le stazioni di Clermont-Ferrand e di Puy de Dome (dislivello 1079^{m}). I valori della colonna (7) vennero determinati da Lugli servendosi delle osservazioni di 43 stazioni meteorologiche italiane ([4]). Nella colonna (8) sono finalmente dati i valori validi per tutta Europa secondo Angot.

Diminuzione della temperatura media giornaliera per 100 metri d'altezza
(Valori di 100 τ).

Mesi	Alpi Orientali (Austria e Tirolo)		Alpi Occidentali (Svizzera e Italia)		Francia Clermont-Ferrand Puy de Dome	Italia	Europa
	Vers. Nord	Vers Sud	Vers. Nord	Vers. Sud			
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Gennaio	0°.325	0°.489	0°.400	0°.456	0°.386	0°.312	0°·40
Febbraio.	395	540	485	532	508	382	50
Marzo.	542	628	583	653	678	556	63
Aprile	615	672	625	660	764	630	70
Maggio	638	675	610	671	777	628	70
Giugno	647	688	602	685	747	610	66
Luglio	617	671	545	659	725	637	61
Agosto	592	649	514	629	660	590	58
Settembre	538	612	485	588	565	592	55
Ottobre	468	569	458	552	541	527	49
Novembre	397	527	442	508	440	434	41
Dicembre	315	481	397	467	382	342	37

([1]) Julius Hann, *Handbuch der Klimatologie*, 1er Bd. J. Engelhorn, Stuttgart, 1908.

([2]) J. Maurer, R. Billwiller und C. Hess, *Das Klima der Schweiz. Preisschrift herausg. durch die Stiftung von Schnyder von Wartensee mit Unterstützung der schweizerischen meteorologischen Zentralanstalt.* Frauenfeld, 1909.

([3]) A. Angot, *Etudes sur le climat de France.* Ann. du Bureau Central météorologique de France, 1903.

([4]) A. Lugli, *Sulla variazione media della temperatura in Italia con la latitudine e l'altezza.* Ann. della Meteor. Roma, 1883.

Questi valori non sono però usufruibili per studiare il periodo annuo del coefficiente di rifrazione terrestre, avuto riguardo alla considerazione che i valori di tale coefficiente che maggiormente interessano, sono quelli riferiti alle ore meridiane, l'epoca del giorno solitamente riservata nella pratica geodetica alle operazioni della livellazione trigonometrica. Nelle ore meridiane il gradiente termico raggiunge il suo massimo valore numerico, e più si avvicina al valore adiabatico (che dovrebbe essere di circa 1° per 100 m. d'altezza). I valori del precedente specchio, riferendosi come medie alle varie ore del giorno, sono dunque troppo bassi. Di più in tali numeri ha luogo una sovrapposizione dei due periodi (annuo e diurno) del gradiente termico. Si consideri infatti il contributo delle osservazioni di temperatura fatte p. es. a 6^h. Questo momento cade in pieno giorno nei mesi estivi, e cade invece ai limiti del giorno o nella notte nei mesi invernali. Il gradiente termico corrrispondente varierà di valore nei diversi mesi, per il solo fatto che l'ora considerata si va spostando lungo l'arco diurno. Volendo determinare in modo genuino il periodo annuo, bisognerebbe tenere le sole osservazioni del mezzogiorno oppure fare le osservazioni in corrispondenza a determinate frazioni dell'arco diurno, e quindi in ore variabili col variare delle epoche dell'anno.

Per determinare i gradienti di temperatura che si riferiscono alle ore meridiane assoggettai perciò a calcolo le temperature osservate a 10^h ed a 13^h nelle due stazioni di Ginevra e di S. Bernardo per un periodo di 10 anni (1892-1901 [1]), come pure quelle osservate a 9^h, 12^h e 15^h nelle due stazioni di Clermont-Ferrand e di Puy de Dome, durante il decennio 1901-1910 [2]. Tali valori sono riportati nel quadro che segue. Permane anche qui l'influenza dello spostamento dell'ora lungo l'arco diurno, ma essendo la porzione considerata dell'arco ristretta intorno al mezzogiorno, tale influenza resta assai attenuata. Nella penultima colonna sono riprodotti i risultati desunti dalle osservazioni fatte nelle ascensioni di Drachen sopra la stazione di Gross Borsteler vicino ad Amburgo nel periodo 1904-1909, durante le ore meridiane, e limitatamente all'altezza di 2000^m, che raramente accade di oltrepassare nella pratica geodetica [3].

(1) A. Kammermann e R. Gautier, *Résumé météorologique pour Genève et le Grand S. Bernard*, tiré des Archives des Sciences de la Bibliothèque Universelle.

(2) *Détail des observations faites en France, en Algérie et en Tunisie*. Ann. du Bur. Centr. Météor. de France, publiées par E. Mascart, Paris, Gautier, 1903-12.

(3) W. Köppen und J. Wendt, *Die verticale Temperaturverteilung zwischen dem Erboben und 3000^m über Hamburg*. K. Marine, Archiv der deutschen Seewarte, XXXIV Jahrg., 1911.

Diminuzione della temperatura per 100^m d'altezza nelle ore meridiane
(Valori di 100 τ).

Mesi	Ginevra-S. Bernardo		Clermont Ferrand-Puy de Dome			Amburgo (Drachen)	Medie
	10^h	13^h	9^h	12^h	15^h		
Gennaio	0°416	0°440	0°285	0°537	0°590	0°280	0°425
Febbraio	434	484	571	777	810	495	595
Marzo	546	584	737	922	986	585	727
Aprile	572	619	829	981	994	695	782
Maggio	584	638	860	989	973	815	810
Giugno	603	660	864	949	935	810	803
Luglio	583	641	808	940	945	830	791
Agosto	568	621	753	913	937	795	765
Settembre	558	607	648	853	888	680	706
Ottobre	523	583	600	827	836	460	638
Novembre	431	469	428	660	663	395	508
Dicembre	394	425	407	593	594	320	456

Accoppiando i mesi due a due, e riunendo insieme i valori che si riferiscono ai quattro mesi più caldi, si adotterranno a base dei calcoli seguenti i valori qui sotto riportati del gradiente termico nelle ore meridiane:

(4)

Epoche dell'anno	100 τ
Gennaio e Dicembre	0°,44
Febbraio e Novembre . . .	,55
Marzo e Ottobre	,68
Aprile e Settembre	,74
Maggio, Giugno . . . . . Luglio e Agosto	,79

Variazione del coefficiente di rifrazione coll'altezza.

Fissato per una determinata epoca il valore del gradiente di temperatura, si potrà derivare la (2) rispetto ad H (altezza misurata a partire dal livello del mare) ritenendovi τ costante. Si ottiene

$$\frac{d\varkappa}{d\mathrm{H}} = \varkappa \left(\frac{1}{p} \frac{dp}{d\mathrm{H}} + \frac{2\alpha}{1+\alpha t}\, \tau \right).$$

Il valore di $\frac{dp}{d\mathrm{H}}$ si può ricavare dalla formola approssimata di Laplace per il cal-

colo delle altezze

$$H - H_1 = K(1 + \alpha t_m) \log_{10} \frac{p_1}{p} \qquad \left(t_m = \frac{t_1 + t}{2}\right)$$

e si ottiene

$$\frac{1}{p} \frac{dp}{dH} = - \frac{1}{\mu K(1 + \alpha t_m)}$$

(μ modulo dei logaritmi decimali). Ne segue

$$\frac{d\varkappa}{dH} = \varkappa \left\{ \frac{2\alpha}{1 + \alpha t} \tau - \frac{1}{\mu K(1 + \alpha t_m)} \right\},$$

e con sufficiente approssimazione, avuto riguardo alla piccolezza del coefficiente α,

$$\frac{1}{\varkappa} \frac{d\varkappa}{dH} = \frac{1}{1 + \alpha t_m} \left(2\alpha\tau - \frac{1}{\mu K}\right).$$

Integrando fra i limiti H_1 ed H_2 si ottiene

$$\log_e \frac{\varkappa_2}{\varkappa_1} = \frac{1}{1 + \alpha t_m} \left(2\alpha\tau - \frac{1}{\mu K}\right) h \qquad (h = H_2 - H_1)$$

od anche, passando alla esponenziale, sviluppandola e limitandosi al primo termine dopo l'unità

$$\varkappa_2 = \varkappa_1 \left\{ 1 + \frac{1}{1 + \alpha t_m} \left(2\alpha\tau - \frac{1}{\mu K}\right) h \right\}.$$

Col sussidio di questa formola si possono calcolare i valori teorici dei coefficienti di rifrazione $k_1\ k_2$ corrispondenti ai due estremi della traiettoria luminosa, quando si siano determinati gli elementi meteorologici (t_1 e p_1) in una sola delle due stazioni, p. es. la inferiore.

Le formole da usarsi, valide per tutta l'Europa meridionale, sono le seguenti:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{c} \varkappa_1 = 0.000306 \dfrac{p_1}{(1 + \alpha t_1)^2} (1 - 29.46\,\tau) \\[2ex] t_m = t_1 - \dfrac{h}{2} \tau \\[2ex] \varkappa_2 = \varkappa_1 - \dfrac{\varkappa_1}{1 + \alpha t_m} \left(\dfrac{1}{\mu K} - 2\alpha\tau\right) h \\[2ex] k_1 = \dfrac{2\varkappa_1 + \varkappa_2}{3} \qquad k_2 = \dfrac{\varkappa_1 + 2\varkappa_2}{3} \qquad k = \dfrac{\varkappa_1 + \varkappa_2}{2} \end{array} \right.$$

$$\alpha = 0.003665 \qquad \mu = 0.43429\ldots \qquad K = 18465 \qquad \frac{1}{\mu K} = 0.000125.$$

Applicazione delle formole a risultati d'osservazione.

Per esaminare il grado di approssimazione che coi valori dei coefficienti di rifrazione teorici così determinati si può raggiungere nella livellazione trigonometrica, si potrebbe procedere così. Si determini (p. es a. mezzo di una livellazione geometrica) il dislivello h di due stazioni la cui distanza orizzontale sia s; in momenti diversi si misuri la distanza zenitale z_1 sotto la quale la stazione superiore è vista dalla inferiore, ed in pari tempo si misurino in quest'ultima t_1 e p_1, si calcoli k_1 come sopra è indicato e si sostituisca il valore nella formola

$$(6)\qquad h = s_m \operatorname{cotg}\left(z_1 - \frac{1-k_1}{2\varrho \operatorname{arc} 1''}\, s\right) \qquad s_m = s\left(1 + \frac{H_1 + H_2}{2\varrho}\right).$$

Le differenze fra i valori così calcolati di h ed il dislivello geometrico, ci daranno un'idea del grado di approssimazione conseguibile col procedimento.

Volendo trarre profitto dal materiale di osservazione già esistente ed adoperato nella determinazione dei valori *osservati* dei coefficienti di rifrazione, si procederà in un modo più semplice. Il metodo usato in queste determinazioni è il seguente. Si fissano due stazioni di nota distanza orizzontale s e di noto dislivello h. Le loro distanze zenitali reciproche *vere* $\zeta_1\, \zeta_2$ si ricavano dalle equazioni:

$$h = s_m \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\zeta_2 - \zeta_1) \qquad s_m = s\left(1 + \frac{H_1 + H_2}{2\varrho}\right)$$

$$\zeta_1 + \zeta_2 = 180 + \gamma \qquad \gamma = \frac{s}{\varrho}.$$

Se $z_1\, z_2$ sono le distanze zenitali *apparenti* misurate contemporaneamente nelle due stazioni, si avranno i coefficienti di rifrazione *osservati* dalle formole

$$k_1 = \frac{\zeta_1 - z_1}{\frac{1}{2}\gamma} \qquad k_2 = \frac{\zeta_2 - z_2}{\frac{1}{2}\gamma}.$$

Se il valore di k_1 così calcolato si sostituisce nella (6) insieme al valore osservato di z_1 si riprodurrà naturalmente il dislivello geometrico.

Si scriva la (6) in quest'altra forma:

$$(6')\qquad h = s_m \operatorname{cotg} z_1 + \frac{1-k_1}{2\varrho}\,\frac{s\, s_m}{\operatorname{sen}^2 z_1}.$$

Differenziandola rispetto a k_1 si avrà

$$(7)\qquad dh = -\frac{s\, s_m}{2\varrho \operatorname{sen}^2 z_1}\, dk_1.$$

Se in questa si pone

$$dk_1 = k_1 \text{ teorico} - k_1 \text{ osservato},$$

si avrà l'errore commesso nel calcolo del dislivello per il fatto che nella (6) o (6′) si è introdotto il valore *teorico* del coefficiente di rifrazione.

Per mettere meglio in evidenza il vantaggio che si può conseguire nell'usare il valore teorico di k_1 determinato nel modo sopra esposto, cioè coi dati meteorologici di una sola stazione, si può fare il confronto degli errori commessi in questo caso con quelli che si hanno quando il valore teorico di k_1 si calcoli in base agli elementi meteorologici $p_1\, t_1\; p_2\, t_2$ osservati in entrambe le stazioni, ed al gradiente termico $\tau = \frac{t_1 - t_2}{h}$, come già si è detto in principio.

Nel quadro seguente sono riassunti i risultati che si ottengono assoggettando a calcolo i dati delle osservazioni fatte a Roma ed a Monte Cavo per studiare la rifrazione terrestre [1]. Si è scelta la più lunga serie che è quella del 1° luglio, limitandola però all'intervallo dalle 9^h alle 17^h nel quale la rifrazione è da ritenersi più regolare. Per tale epoca, conformemente allo specchio (4) è da assumersi per il gradiente termico il valore $\tau = 0.0070$. Di più si ha

$$H_1 = 68.74 \qquad H_2 = 967.31 \qquad h = 898.57 \qquad \log s = 4.37883$$

mentre il valor medio della distanza zenitale osservata a Roma è

$$z_1 = 87°.56'.20''.$$

Con tali dati le formole (5) (7) diventano:

$$x_1 = 0.000234\, \frac{p_1}{(1 + \alpha t_1)^2}$$

$$t_m = t_1 - 3°.55$$

$$x_2 = x_1 - 0.0603\, \frac{x_1}{1 + \alpha t_m}$$

$$k_1 = \frac{2x_1 + x_2}{3}$$

$$dh = -\,44.941\, dk_1\,.$$

I valori teorici di k_1 calcolati cogli elementi meteorologici osservati nelle due stazioni, furono tolti dalla Memoria citata. I valori dell'ultima colonna, in corrispondenza alle ore intere, si trovano anche calcolati nella Memoria di Soler [2].

[1] V. Reina e G. Cicconetti, Mem. cit.

[2] E. Soler, *Ricerche su talune teorie di rifrazione geodetica*. Mem. della Soc. It. delle Scienze (detta dei XL), Roma, 1910.

Traiettoria Roma-M. Cavo (Osservazioni del 1° luglio 1895).

$s = 23293.7$ $h = 898.6$ $\varphi_m = 41°.49'$

Ore	Dati meteorologici				Coefficienti di rifraz. teorici k_1		Coefficienti di rifrazione osservati	Errori nel dislivello	
	Roma		M. Cavo		Coi dati della staz. inferiore	Coi dati di ambe le stazioni		Coi dati della sola staz. infer.	Coi dati di ambe le stazioni
	t_1	p_1	t_2	p_2					
	°	mm	°	mm				m	m
9	25.9	759,8	23.4	685.1	0.146	0.172	0.152	+ 0.27	— 0.90
9.30	26.6	,7	23.2	,2	146	167	136	— 0.45	— 1.39
10	27.3	,7	23 4	,5	145	163	130	— 0.67	— 1.48
10.30	27.5	.6	23.6	,4	145	163	132	— 0.58	— 1.39
11	27.9	,6	24.0	,5	145	162	130	— 0.67	— 1.44
11.30	28.2	,6	24.8	,5	144	165	126	— 0.81	— 1.75
12	28.9	,5	24.8	,4	143	160	128	— 0.67	— 1.44
14.30	29.1	,2	24.8	,2	143	159	129	— 0.63	— 1.35
15	29.5	,2	24.8	,2	142	156	128	— 0.63	— 1.26
15.30	29.5	,2	24 6	,1	142	155	123	— 0.85	— 1.44
16	28.8	,0	24.0	,0	143	156	137	— 0.27	— 0.85
16.30	28.5	,0	23 8	,0	144	157	154	+ 0.45	— 0.13
17	27.9	758,8	23.1	684,8	145	157	158	+ 0.58	+ 0.04
							Medie . . .	m — 0.43	m — 1.11

I valori della penultima colonna, confrontati con quelli dell'ultima, mostrano che, soprattutto nelle ore meridiane (dalle 10 alle 16) vi è grande vantaggio, nel calcolo trigonometrico della differenza di livello, ad adottare il coefficiente di rifrazione determinato in base agli elementi meteorologici di una sola stazione ed al gradiente termico medio che si riferisce alla stagione considerata, piuttosto che ad adottare l'altro coefficiente computato col gradiente termico variabile in corrispondenza alle temperature osservate nelle due stazioni.

Analogo confronto venne fatto adoperando i dati che hanno servito alla determinazione del coefficiente di rifrazione terrestre fra Udine e Subit [1]. Si sono scelti i dati che si riferiscono ai giorni 29 giugno e 9 luglio, sempre nell'intervallo dalle 9^h alle 17^h ed adoperando quindi ancora il gradiente termico $\tau = 0.0079$. I valori dell'ultima colonna furono calcolati anche da Cicconetti [2].

[1] Cicconetti e Pierpaoli, Mem. cit.

[2] G. Cicconetti, *Ricerche sulla rifrazione geodetica*. Mem. della Soc. Ital. delle Scienze (detta dei XL), Roma, 1915.

Traiettoria Udine-Subit (Osservazioni del 29 giugno e 9 luglio 1901)

$s = 18413.6$ $h = 608^m.8$ $\varphi_m = 46^o.08'$

Ore	Dati meteorologici				Coefficienti di rifraz. teorici k_1		Coefficienti di rifrazione osservati	Errori nel dislivello	
	Udine		Subit		Coi dati della staz. inferiore	Coi dati di ambe le stazioni		Coi dati della staz. inferiore	Coi dati di ambe le stazioni
	t_1	p_1	t_2	p_2					
				29 giugno					
9	24°.6	754,2 mm	19°.0	702.6 mm	0.147	0.140	0.179	+0.85 m	+1.04 m
9.30	25.2	,1	19.4	,6	147	138	180	0.80	1.12
10	25.7	,1	20.0	,7	146	138	181	0.93	1.15
10.30	25.9	,1	19.7	,8	146	133	194	1.28	1.62
11	26.1	,1	20.1	,7	146	135	176	0.80	1.09
11.30	26.6	,0	20.0	,6	145	129	187	1.12	1.54
12	27.1	753,7	21.2	,5	145	134	173	0.74	1.04
				9 luglio					
14	25.2	750,5	20.5	699,4	0.146	0.147	0.178	0.85	0.83
14.30	26.1	,1	20.7	,2	145	140	180	0.93	1.07
15	26.3	749,9	20.8	698,9	145	139	177	0.85	1.01
15.30	26.4	,8	21.2	,9	145	142	185	1.06	1.15
16	26.7	,7	21.1	,8	144	138	188	1.17	1.33
16.30	26 6	,4	20.6	,6	144	134	183	1.04	1.30
17	26.3	,2	21.0	,4	145	141	193	1.28	1.38
							Medie . . .	+0.98 m	+1.19 m

Anche qui gli errori nel calcolo del dislivello, registrati nella penultima colonna si presentano più piccoli di quella dell'ultima, sicchè si ha vantaggio, nell'adoperare la formola della livellazione trigonometrica, ad usare il coefficiente di rifrazione calcolato in base al gradiente termico medio.

Dalla stessa pubblicazione di Cicconetti e Pierpaoli vennero ancora tolti i dati che si riferiscono al 23 marzo. Adottando il gradiente termico $r = 0.0068$, in conformità dello specchietto (4), si ottennero i seguenti risultati:

Traiettoria Udine-Subit (Osservazioni del 23 marzo 1901)

$s = 18413^m.6$ $h = 608^m.8$ $\varphi_m = 40°.08'$

Ore	Dati meteorologici				Coefficienti di rifraz. teorici k_1		Coefficienti di rifrazione osservati	Errori nel dislivello	
	Udine		Subit		Coi dati della staz. inferiore	Coi dati di ambe le stazioni		Coi dati della sola staz infer.	Coi dati di ambe le stazioni
	t_1	p_1	t_2	p_2					
9	° 8.0	mm 747.0	° 0.9	mm 692,7	0 170	0.141	0.207	m + 0.98	m + 1.76
9.30	7.8	,0	1.6	,4	171	150	185	0.37	0.93
10	8.0	,1	1.5	,5	170	147	188	0.48	1.09
10.30	8.3	,3	1.5	,3	170	143	172	0.05	0.77
11	8.1	,4	1.6	,9	170	147	199	0.77	1.11
11.30	7.7	,4	1.8	,9	171	153	185	0.37	0.85
12	8.7	,5	2.6	,9	169	150	191	0.58	1.09
14.30	8.7	,1	3.7	693,0	169	161	210	1.09	1.30
15	8 9	746,9	2.9	,0	169	151	199	0.80	1.28
15.30	8.5	747,1	2.7	,0	170	153	196	0.69	1.15
16	8.1	,2	2.3	,0	170	153	202	0 85	1.30
16.30	7.9	,3	2.5	,2	170	158	209	1.04	1 36
17	7.4	,5	2.0	,5	171	158	212	1.09	1.44
							Medie . . .	m + 0.73	m + 1.19

Il vantaggio presentato dai numeri della penultima colonna, confrontati con quelli dell'ultima, è qui ancora più marcato che nel caso precedente.

Un quarto confronto ai ottenne assumendo a base dei calcoli le ben note osservazioni eseguite da Bauernfeind nell'alta Baviera, e precisamente quelle che si riferiscono alla traiettoria Irschenberg-Kampenwand Si ritennero i dati riportati nella Memoria di Gülland (¹).

(¹) Gülland, Memoria cit.

Traiettoria Irschenberg-Kampenwand (Osservazioni del 16-27 agosto 1881)

$s = 34038^m.2$ $h = 812^m.3$ $\varphi_m = 47°,47'$

Ore	Dati meteorologici				Coefficienti di rifraz. teorici k_1		Coefficienti di rifrazione osservati	Errori nel dislivello	
	Irschenberg		Kampenwand		Coi dati della staz. inferiore	Coi dati di ambe le stazioni		Coi dati della staz. inferiore	Coi dati di ambe le stazioni
	t_1	p_1	t_2	p_2					
9	18°.4	696,1 mm	11°.1	631,7 mm	0.142	0.135	0.148	+ 0,54 m	+ 1.18 m
9.30	18.6	,2	11.4	,7	142	136	146	+ 0.36	0.91
10	18.8	,1	11.6	,7	141	136	143	+ 0.18	0.64
10.30	19,3	,1	12.0	,7	141	134	140	— 0.09	0.54
11	19.7	,1	12.0	,7	140	133	139	— 0,09	0.54
11.30	20.1	,1	12.3	,8	140	131	139	— 0.09	0.73
12	20.2	,2	12.3	,8	140	130	137	— 0.27	0.64
12.30	20.2	,1	12.4	632,0	140	131	136	— 0.36	0.45
13	20.2	,1	12.5	,1	140	131	136	— 0.36	0.45
13.30	20.2	,0	12.9	,0	140	134	138	— 0.18	0.36
14	20.3	695,9	13.3	631,9	140	135	138	— 0.18	0.27
14.30	20.4	,7	13.6	,8	139	137	139	0.00	0.18
15	20.4	,6	13.6	,8	139	137	140	+ 0.09	0.27
15.30	20.3	,5	13.7	,7	140	138	141	+ 0.09	0.27
16	20.1	,5	14.0	,7	140	141	144	+ 0.36	0.27
16.30	20.1	,4	14.0	,7	140	141	147	+ 0.63	0.54
17	20.1	,0	13.7	,6	140	139	149	+ 0.82	0.91
							Medie . . .	+ 0.085 m	+ 0.54 m

Qui gli errori nel dislivello sono più piccoli che nei casi precedenti, perchè essi non corrispondono ad osservazioni singole fatte in un determinato giorno ed in una determinata ora, ma sibbene alle medie delle osservazioni fatte per ogni ora in tutto il periodo dal 16 al 27 agosto. Ancora una volta si verifica però il fatto che il coefficiente di rifrazione calcolato cogli elementi meteorologici di una sola stazione e col gradiente termico medio dà migliori risultati che non quello calcolato coi dati di ambe le stazioni.

Riassunto.

Le considerazioni sopra esposte mostrano la grande convenienza che si ha quando si introduca nella formola della livellazione trigonometrica

$$(6) \qquad h = s_m \operatorname{cotg}\left(z_1 - \frac{1 - k_1}{2\varrho \operatorname{arc} 1''} s\right) \qquad s_m = s\left(1 + \frac{H_1 + H_2}{2\varrho}\right)$$

il valore di k_1 che si può determinare in base ai dati meteorologici della stazione nella quale si fanno le misure di distanze zenitali, piuttosto che adottando, secondo l'antica consuetudine, uno dei valori costanti $k_1 = 0,12$ o $k_1 = 0,13$.

I valori del coefficiente di rifrazione k_1 da usare potranno, nelle varie epoche dell'anno, calcolarsi coi seguenti gruppi di formole, ricavate dalle (5):

Gennaio e Dicembre

$\tau = 0.0044$

(τ gradiente termico verticale nelle ore meridiane)

$$\left\{\begin{aligned} x_1 &= 0.000266 \frac{p_1}{(1 + \alpha t_1)^2} \\ t_m &= t_1 - 0.0022\, h \\ x_2 &= x_1 - 0.000093 \frac{x_1}{1 + \alpha t_m} h \\ k_1 &= \frac{2x_1 + x_2}{3} \end{aligned}\right.$$

Febbraio e Novembre

$\tau = 0.0055$

$$\left\{\begin{aligned} x_1 &= 0.000256 \frac{p_1}{(1 + \alpha t_1)^2} \\ t_m &= t_1 - 00275\, h \\ x_2 &= x_1 - 0.000085 \frac{x_1}{1 + \alpha t_m} h \\ k_1 &= \frac{2x_1 + x_2}{3} \end{aligned}\right.$$

Marzo e Ottobre

$\tau = 0.0063$

$$\left\{\begin{aligned} x_1 &= 0.000245 \frac{p_1}{(1 + \alpha t_1)^2} \\ t_m &= t_1 - 0.0034\, h \\ x_2 &= x_1 - 0.000075 \frac{x_1}{1 + \alpha t_m} h \\ k_1 &= \frac{2x_1 + x_2}{3} \end{aligned}\right.$$

Aprile e Settembre

$\tau = 0.0074$

$$\left\{\begin{aligned} x_1 &= 0.000240 \frac{p_1}{(1 + \alpha t_1)^2} \\ t_m &= t_1 - 0.0037\, h \\ x_2 &= x_1 - 0.000072 \frac{p_1}{1 + \alpha t_m} h \\ k_1 &= \frac{2x_1 + x_2}{3} \end{aligned}\right.$$

Maggio, Giugno, Luglio e Agosto

$\tau - 0.0079$

$$\left\{\begin{aligned} x_1 &= 0.000234 \frac{p_1}{(1+\alpha t_1)^2} \\ t_m &= t_1 - 0.00395\, h \\ x_2 &= x_1 - 0.000067 \frac{x_1}{1+\alpha t_m} h \\ k_1 &= \frac{2x_1 + x_2}{3} \end{aligned}\right.$$

(la pressione p_1 si intende espressa in mm. e le temperature t_1, t_m in gradi centesimali).

Nello scrivere queste formole si è supposto che la stazione caratterizzata dall'indice 1, e nella quale si suppongono effettuate le misure di distanze zenitali, fosse la più bassa. Volendo applicare le formole al caso nel quale le misure siano fatte nella stazione più alta, non c'è che da cambiare il segno di h.

Nelle formole da calcolare entra il dislivello h che deve determinarsi, ma si intende che basterà introdurre in esse un valore approssimato che si avrà subito quando nella (6) si sopprima il termine correttivo.

Volendo avere il valore di k_1 colla approssimazione del millesimo, basterà nel calcolo logaritmico limitarsi a 3 cifre decimali.

La espressione differenziale (3) mostra che occorre la variazione di 5^{mm} nella pressione per portare la variazione di un millesimo nel valore del coefficiente k_1. Non sono quindi necessarie grandi cure per determinare tale pressione, e senza ricorrere al barometro a mercurio di non facile uso in campagna, basterà servirsi di un aneroide. La espressione differenziale mostra ancora che si deve far variare di un intero grado la temperatura per far mutare di un millesimo il valore di k_1. Anche per la determinazione della temperatura non occorrono quindi cure speciali.

Limitando al millesimo l'approssimazione nel calcolo di k_1, le formole potranno ritenersi applicabili a tutta l'Europa.

Le formole presuppongono che le operazioni della livellazione trigonometrica siano compiute nelle ore meridiane e preferibilmente fra le 10^h e le 15^h. Sarà bene in ogni modo non oltrepassare i limiti dell'intervallo compreso fra le 9^h e le 16^h.

I valori del coefficiente k_1 non differiscono in generale che di pochi millesimi da quelli di x_1. Quando nel computo del dislivello non si esiga la massima precisione, si potrà sostituire x_1 in luogo di k_1, ed allora non resta a calcolare che la sola prima formola. Si otterranno sempre migliori risultati, che non adottando quei valori costanti $k = 0{,}12$ o $k = 0{,}13$ che sono solitamente usati. Si suggerisce cioè l'uso della seguente formola semplicissima

$$k_1 = \frac{C p_1}{(1+\alpha t_1)^2}$$

Gennaio e Dicembre	C =	0.000266
Febbraio e Novembre	»	256
Marzo e Ottobre	»	245
Aprile e Settembre	»	240
Maggio, Giugno, Luglio e Agosto.	»	234

Per rendere più facili e spediti i calcoli, si riporta qui la ben nota tabella che contiene i valori di $\log(1 + \alpha t)$.

log(1 + αt) $\alpha = 0.003665$

t	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
— 9°	9.9854	9.9853	9 9851	9.9849	9 9848	9.9846	9.9844	9.9843	9.9841	9.9839
8	9871	9869	9867	9866	9864	9863	9861	9859	9858	9856
7	9887	9885	9884	9882	9881	9879	9877	9876	9874	9872
6	9903	9902	9900	9898	9897	9895	9894	9892	9890	9889
5	9920	9918	9916	9915	9913	9912	9910	9908	9907	9905
4	9.9936	9.9934	9.9933	9.9931	9.9929	9.9928	9.9926	9.9924	9.9923	9.9921
3	9952	9950	9949	9947	9945	9944	9942	9941	9939	9937
2	9968	9966	9965	9963	9962	9960	9958	9957	9955	9954
1	9984	9982	9981	9979	9978	9976	9974	9973	9971	9970
— 0	0.0000	9998	9997	9995	9994	9992	9990	9989	9987	9986
+ 0	0.0000	0.0002	0.0003	0.0005	0.0006	0.0008	0 0009	0.0011	0.0013	0.0014
1	0016	0017	0019	0021	0022	0024	0025	0027	0029	0030
2	0032	0033	0035	0036	0038	0040	0041	0043	0044	0046
3	0047	0049	0051	0052	0054	0055	0057	0058	0060	0062
4	0063	0065	0066	0068	0069	0071	0073	0074	0076	0077
5	0.0079	0.0080	0.0082	0.0083	0.0085	0.0087	0.0088	0.0090	0.0091	0.0093
6	0094	0096	0098	0099	0101	0102	0104	0105	0107	0108
7	0110	0112	0113	0115	0116	0118	0119	0121	0122	0124
8	0125	0127	0129	0130	0132	0133	0135	0136	0138	0139
9	0141	0142	0144	0146	0147	0149	0150	0152	0153	0155
10	0.0156	0.0158	0.0159	0 0161	0.0162	0.0164	0.0165	0.0167	0.0169	0.0170
11	0172	0173	0175	0176	0178	0179	0181	0182	0184	0185
12	0187	0188	0190	0191	0193	0194	0196	0198	0199	0201
13	0202	0204	0205	0207	0208	0210	0211	0213	0214	0216
14	0217	0219	0220	0222	0223	0225	0226	0228	0229	0231
15	0.0232	0.0234	0 0235	0.0237	0.0238	0.0240	0.0241	0.0243	0.0244	0.0246
16	0247	0249	0250	0252	0253	0255	0256	0258	0259	0261
17	0262	0264	0265	0267	0268	0270	0271	0273	0274	0276
18	0277	0279	0280	0282	0283	0285	0286	0288	0289	0291
19	0292	0294	0295	0297	0298	0300	0301	0303	0304	0306
20	0.0307	0.0309	0.0310	0.0312	0.0313	0.0315	0.0316	0.0318	0.0319	0.0320
21	0322	0323	0325	0326	0328	0329	0331	0332	0334	0335
22	0336	0338	0340	0341	0343	0344	0346	0347	0348	0350
23	0351	0353	0354	0356	0357	0359	0360	0362	0363	0365
+ 24	0366	0368	0369	0370	0372	0373	0375	0376	0378	0379

$\log(1 + \alpha t)$ $\alpha = 0.003665$

t	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
+ 25°	0.0381	0.0382	0.0384	0.0385	0.0387	0.0388	0.0389	0.0391	0.0392	0.0394
26	0395	0397	0398	0400	0401	0403	0404	0405	0407	0408
27	0410	0411	0413	0414	0416	0417	0418	0420	0421	0423
28	0424	0426	0427	0429	0430	0431	0433	0434	0436	0437
29	0439	0440	0441	0443	0444	0446	0447	0449	0450	0452
30	0.0453	0 0454	0.0456	0 0457	0.0459	0.0460	0 0462	0.0463	0.0464	0.0466
31	0467	0469	0470	0472	0473	0474	0476	0477	0479	0480
32	0482	0483	0484	0486	0487	0489	0490	0492	0493	0494
33	0496	0497	0499	0500	0501	0503	0504	0506	0507	0509
+ 34	0510	0511	0513	0514	0516	0517	0518	0520	0521	0523

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti. Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I-XXV. (1892-1916). Fasc. 11°. Sem. 2°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XXV. (1892-1916). Fasc. 5-6.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XII. Fasc. 2.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-3.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. 10; per gli altri paesi le spese di posta in più

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino e Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa e Napoli.*

305.42

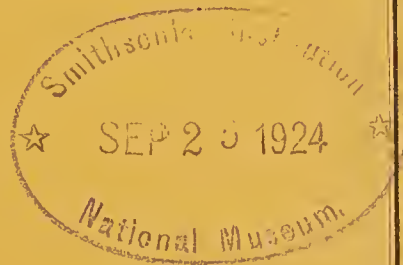
MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

(Anno CCCXIV 1917)

Serie Quinta — Volume XII — Fascicolo III.

ALESSIO NAZARI

CHIAZZE E NODULI PIGMENTATI EMOSIDERINICI DELL'EPICARDIO

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1917

RELAZIONE

letta dal Socio MARCHIAFAVA, relatore, a nome anche dei Soci TODARO e GRASSI, nella seduta del 7 gennaio 1917, sulla Memoria del professore A. NAZARI, intitolata: *Chiazze e noduli pigmentati emosiderinici dell'epicardio.*

In questo lavoro l'A. ha esposto lo studio di quattordici casi di una particolare alterazione dell'Epicardio, consistente in una pigmentazione emosiderinica, col metodo delle sezioni seriali.

Tale alterazione non era stata finora soggetto di studio e l'averne determinata la struttura istopatologica e la patogenesi dovuta a processi flogistici tanto semplici che specifici (tubercolari) e non ad emorragie ha importanza in quanto permette di dare la giusta interpretazione di un reperto non molto raro, già interessante per sè, e che poteva creare difficoltà diagnostiche agli anatomo-patologi.

Ora questo lavoro, dovuto alla iniziativa del prof. A. Nazari per la esattezza delle osservazioni, reso evidenti dalle figure annesse, e per i risultati ottenuti, merita di essere inserito nei volumi delle Memorie della R. Accademia dei Lincei.

Chiazze e noduli pigmentati emosiderinici dell'epicardio [1].

Memoria del prof. ALESSIO NAZARI

(con due tavole)

Nel 1909 la mia attenzione è stata richiamata per la prima volta dalla presenza sull'epicardio di chiazze e di noduli pigmentati di colorito rugginoso scuro, quasi cioccolata. Da allora fino ad oggi ho riscontrato tale reperto in quattordici casi, e ne ho fatto uno studio istologico accurato. Le chiazze e i noduli da me osservati differiscono dai noduli sopravasali non pigmentati del pericardio descritti da Virchow, Knox e da Herxheimer, dalla melanosi del pericardio descritta da Przewoski [2] e da Borst [3] e dall'antracosi del pericardio, un caso della quale è stato illustrato recentemente da Askanazy [4].

I noduli sopravasali non pigmentati furono trovati da Herxheimer [5] 6 volte sopra 23 autopsie sul pericardio di ambedue i ventricoli, tanto sulla superficie anteriore quanto sulla superficie posteriore del cuore, sul decorso dei vasi longitudinali, principalmente in vicinanza del limite atrio-ventricolare. Essi avevano sede sulle arterie, in un solo caso erano anche sulle vene con preferenza nei punti di biforcazione. Erano di grandezza e di forma variabile e alla loro presenza era sempre associata quella di chiazze tendinee. Microscopicamente l'A. li vide originarsi dall'esile strato connettivale che si trova fra l'ultima lamella elastica del pericardio e le cellule di rivestimento. Hanno cioè la stessa sede delle chiazze tendinee. Risultano istologicamente costituiti da tessuto connettivo compatto; sono privi di vasi sanguigni, e presentano rarissime fenditure rivestite da epitelio cubico. Herxheimer crede che i noduli

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto d'Anatomia patologica della R. Università di Roma, diretto dal prof. sen. E. Marchiafava.

(2) Przewoski E. *Abnorme schwarze Verfarbung des Herzbeutels.* Ref. in Centralbl. f. allg. Path. u. path. Anat. Bd. 8, 1897, s. 153.

(3) Borst M., *Ueber Melanose des Pericardiums.* Virchow's Arch Bd., 174, 1897, s. 418.

(4) Askanazy M., *Zur Staubverschleppung und Staubreinigung in den Geweben.* Centralbl. f. allg. Path. u. path. Anat. Bd. 17, 1906.

(5) Herxheimer G., *Ueber supravasale Pericard-Knötchen und Sehnenflecke,* Virchow's Arch. Bd. 165, 1901, s. 248.

pericardici e le chiazze tendinee siano per principio eguali, e li ritiene originati da cause meccaniche. Dai noduli pericardici descritti crede di dover separare nettamente altre formazioni che ha visto di rado, e che non presentano alcun rapporto coi vasi. Si tratta di formazioni assai molli, che contengono una grande quantità di cellule rotonde e molti piccoli capillari, e che ora non superano il livello del pericardio, ora sporgono su questo come piccoli polipi conservando sempre la loro ricchezza in cellule e in capillari. Riguardo a queste formazioni Herxheimer non può decidere se si tratti del residuo di un'infiammazione o di un'anomalia di sviluppo.

La melanosi del pericardio è stata descritta per la prima volta nel 1897 da Przewoski che sopra circa 12.500 autopsie l'ha trovata soltanto due volte: in un tisico con tubercolosi miliare del pericardio e in un giovane nel quale non esistevano alterazioni del pericardio. In entrambi i casi la colorazione era determinata da intensa pigmentazione del protoplasma delle cellule endoteliali, specialmente manifesta alla base del cuore, alla punta e lungo i grossi vasi. Il pigmento dava microscopicamente le reazioni del ferro. L'autore ritiene che la colorazione del pericardio fosse dovuta nei suoi due casi a pregresse ecchimosi od emorragie.

Borst nel 1897 esservò anch'egli in due individui tubercolosi, come reperto accidentale, una colorazione bruna diffusa di tutto il pericardio, e ne fece uno studio accurato confermando la natura ematogena del pigmento contenuto nelle cellule endoteliali mediante le reazioni del ferro. Riguardo alla genesi della pigmentazione egli fa rilevare come non esistesse un'emorragia notevole, e come, d'altra parte, data la grandissima frequenza nelle sierose di emorragie, petecchie ecc. la melanosi dovrebbe essere molto più frequente. Si potrebbe invece pensare ad una fuoriuscita di sangue per diapedesin, facile nei tisici in conseguenza della stasi; ma contro l'ipotesi che si tratti solo di un processo di riassorbimento del sangue depone non solo la rarità del reperto ma anche i particolari del comportamento istologico e microchimico della pigmentazione. Conclude affermando che la descritta melanosi del pericardio non appartiene al gruppo delle cosiddette pseudomelanosi da putrefazione, nè al gruppo delle emocromatosi, e per spiegare come, mentre la maggior parte delle piccole emorragie nelle cavità sierose scompaiono in seguito ad assorbimento graduale rimanendo invisibili al nostro occhio nudo, nei due casi descritti si sia prodotta la melanosi, ritiene verosimile che nei vecchi tisici, in seguito a processi di raggrinzamento e di cirrosi non solo dei polmoni e delle pleure, ma anche dei tessuti del mediastino, le ostruzioni dei linfatici afferenti abbiano un'azione predisponente alla descritta infiltrazione pigmentaria, senza che si possano escludere speciali condizioni delle cellule endoteliali e della composizione del sangue.

Nel comunicare al 1° Congresso internazionale dei Patologi, tenuto in Torino nell'ottobre del 1911, le mie osservazioni dicevo di non aver trovato nella letteratura medica menzione di reperti simili. In seguito alla pubblicazione nel Centralblatt für allgemeine Pathologie und pathologische Anatomie del 1911 dei resoconti del Congresso il prof. Nauwerck mi inviava gentilmente la dissertazione inaugurale del dott. Carl August Escher [1]: *Zur Kenntniss der primärem Ge-*

[1] Escher C. A., *Zur Kenntniss der primären Geschwülste des Herzens* Inaug. Dissert. aus d. path. hygien. Institut d. Stadt Chemnitz, 1909

schwulste des Herzens, eseguita sotto la sua direzione e stampata a Lipsia nel 1909. Nel paragrafo VII di questo suo scritto il dott. Escher tratta delle pigmentazioni nodulari dell'epicardio dovute ad antracosi o ad ecchimosi, e riferisce un caso da lui studiato, del quale riporto integralmente la descrizione.

Alla sezione di un uomo di 45 anni, che era morto di tubercolosi polmonare, laringea, intestinale e di cirrosi renale l'A. trovò una chiazza e parecchi noduli pigmentati dell'epicardio, che fecero subito pensare ad emorragie progresse, ma dei quali fu fatto l'esame microscopico per assicurare la diagnosi e per poter escludere con certezza che si trattasse di formazioni neoplastiche. Per questa ragione descrive brevemente come appendice al capitolo il suo caso colle seguenti parole: Sulla superficie anteriore del ventricolo sinistro esiste una chiazza tendinea della grandezza di una moneta da un centesimo; non si trovano chiazze tendinee sugli atrii e sui grossi tronchi vasali. Fra l'aorta e l'arteria polmonare esistono aderenze poco estese. Dilatazione e ipertrofia di ambedue i ventricoli. Forame ovale pervio. Sulla faccia anteriore del cuore si trovavano nel solco longitudinale anteriore, circa a metà fra il solco coronario e la punta del cuore, alcuni noduli, in numero circa di sei, ravvicinati fra loro, abbastanza consistenti, rivestiti dall'epicardio liscio, sporgenti alquanto sulla superficie, nettamente limitati. Essi sono in parte rotondeggianti, della grandezza di una testa di spillo, in parte più quadrangolari, lunghi mm. 4 e larghi mm. 1,5, disposti lungo la direzione longitudinale del solco. Sulla loro superficie di sezione appaiono egualmente bruni. Essi si trovano nel grasso sottoepicardico perchè si estendono in forma di cuneo fino in vicinanza della muscolatura. Noduli del tutto uguali della grandezza di un punto a quella di un chicco di senape ma generalmente più appiattiti, e chiazze si vedono sull'epicardio degli atrii e dei grossi tronchi vasali e specialmente nel dominio delle ricordate aderenze. Microscopicamente si ha un quadro uniforme. Ricoperti dall'epicardio, i noduli sono circondati da una specie di capsula connettivale subepicardiale, che invia una punta verso la muscolatura, talora con nervi e vasi sanguigni. La colorazione è determinata da cellule pigmentate bruno-scure. Il pigmento è in parte granulare, in parte a zolle, spesso abbastanza lucente; granuli e zolle libere spesso si trovano anche nel tessuto connettivo, che contiene le cellule coi granuli di pigmento. Riguardo alla forma queste sono per lo più rotondeggianti od ovali, talora con un prolungamento contenente pigmento. I loro nuclei sono rotondeggianti od ovali e ricoperti per lo più dal pigmento. Le cellule sono vicine fra loro, disposte per lo più in travate attorno ai numerosi capillari e ai vasi sanguigni maggiori con pareti sottili, cosicchè, a seconda della sezione, appaiono raggruppate a guisa di mantello attorno ai lumi sezionati trasversalmente, oppure disposte lungo quelli colpiti longitudinalmente dalla sezione. Se, dopo avere fatto agire sulle sezioni per 24 ore una soluzione di ferrocianuro di potassio al 2 %, si trasportano le stesse in glicerina cloridrica all'1 %, in tutte le masse di pigmento appare evidente la reazione del blu di Prussia.

Escher conclude che si tratta indubbiamente di deposizioni di emosiderina in seguito a stravasi sanguigni sottoepicardici, che possono essere riferiti, come i rimanenti reperti nell'epicardio, a pregressa infiammazione.

La descrizione anatomica e la sommaria descrizione istologica del reperto non lasciano dubbio che si tratti di formazioni identiche a quelle studiate da me, e assicurano al dott. Escher la priorità, che non avrei mancato di riconoscergli nella mia comunicazione del 1911, se la pubblicazione di lui per il suo genere speciale e per il suo titolo non fosse completamente sfuggita alle mie ricerche.

Dopo i sette casi riferiti in quella mia prima Nota fino ad oggi ho avuto occasione di studiarne altri sette, quindi complessivamente quattordici casi, di ognuno dei quali comincio col riferire la diagnosi clinica e il reperto dell'autopsia.

Caso I. — Z. G. di anni 51. Bracciante. Entra nell'ospedale il 14 ottobre, e muore il 28 novembre 1909.

Diagnosi clinica. Lues: epitelioma dello stomaco.

Reperto anatomo-patologico. Cachessia. Atrofia mucosa del grasso sottoepicardico. Chiazze rilevate e noduli pigmentati epicardici lungo i solchi coronari e attorno ai grossi vasi (aorta e polmonare). Aderenze pleuriche fibrose antiche. Glandole linfatiche peribronchiali caseificate e calcificate. Periepatite fibrosa adesiva. Perisplenite callosa. Cancro stenosante del piloro, con gastrectasia e gastroenterostomia chirurgica. Orchite fibrosa intestinale.

Caso II. — S. R. di anni 77. Entra nell'ospedale il 27 settembre, e muore il 25 dicembre 1909.

Diagnosi clinica. Arteriosclerosi, nefrite cronica, pleurite bilaterale.

Reperto anatomo-patologico. Grave arteriosclerosi aortica, periferica e cerebrale. Modica ipertrofia del cuore (gr. 380) con chiazze rilevate e noduli pigmentati epicardici lungo i solchi coronari e attorno ai grossi vasi. Pleurite sierofibrinosa bilaterale. Ipernefroma della grandezza di una grossa noce nel polo inferiore del rene sinistro. Nefrite cronica interstiziale.

Caso III. — C. E. di anni 65. Entra nell'ospedale il 15 ottobre 1910, e muore il 30 ottobre 1911.

Diagnosi clinica. Morbo di Pott dorsale. Tubercolosi polmonare.

Reperto anatomo-patologico. Lieve arteriosclerosi aortica. Nodulo tubercolare caseoso dell'orecchietta sinistra. Chiazze rilevate e noduli pigmentati alcuni dei quali peduncolati epicardici lungo i vasi coronari e attorno ai grossi vasi. Aderenze pleuriche fibrose bilaterali totali. Broncopolmonite tubercolare caseosa confluente dei lobi superiori di ambedue i polmoni. Peritonite tubercolare cronica. Tubercolosi nodulare caseosa della milza. Tubercolosi caseosa delle glandule linfatiche mesenteriche, retroperitoneali e periaortiche. Osteite tubercolare dei corpi della 5ª, 6ª, 7ª ed 8ª vertebra lombare.

Caso IV. — A. A. di anni 70. Entra nell'ospedale il 28, e muore il 30 gennaio 1911.

Diagnosi clinica. Arteriosclerosi e rammollimenti cerebrali. Polmonite lobare destra.

Reperto anatomo-patologico. Aterosclerosi aortica di medio grado. Grave arteriosclerosi periferica e cerebrale. Cisti apoplettica antica a forma di fessura fra il putamen e la capsula interna di sinistra. Ipertrofia di tutto il cuore (gr. 450); chiazze rilevate e noduli pigmentati epicardici lungo i solchi coronari e attorno ai grossi vasi. Aderenze pleuriche fibrose antiche e polmonite totale destra nello stadio di epatizzazione rossa. Reni arteriosclerotici.

Caso V. — Cuore proveniente dall'autopsia giudiziaria di un uomo di anni 62, colle solite chiazze e nodi pigmentati epicardici.

Caso VI. — E. E. calzolaio di anni 69. Entra nell'ospedale il 28 maggio, e muore il 2 giugno 1911.

Diagnosi clinica. Arteriosclerosi, nefrite cronica, broncopolmonite acuta.

Reperto anatomo-patologico. Aterosclerosi aortica e periferica di medio grado. Arteriosclerosi cerebrale con tarlature dei nuclei della base. Modica ipertrofia di cuore (gr. 370). Chiazze rilevato e noduli pigmentati lungo i solchi coronari e attorno ai grossi vasi. Piccoli noduli non pigmentati perivasali. Chiazze non rilevate pigmentate alcune di colorito ocraceo, altre di colorito nero fumo sul pericardio parietale e sull'epicardio della faccia posteriore dei due ventricoli. Aderenze pleuriche fibrose bilaterali. Bronchite cronica e broncopolmonite acuta bilaterale. Fegato solcato. Milza atrofica con perisplenite fibrosa. Reni arteriosclerotici.

Caso VII. — C. L. contadino di anni 34. Entra nell'ospedale il 7 maggio, e muore il 29 agosto 1911.

Diagnosi clinica. Morbo di Pott lombare, tubercolosi intestinale e meningite tubercolare.

Reperto anatomo-patologico. Meningite tubercolare basilare. Chiazze rilevate e noduli pigmentati epicardici lungo i solchi coronari e attorno ai grossi vasi. Pleurite callosa destra con empiema antico incapsulato. Epatite cronica interstiziale. Tumore cronico di milza. Tubercolosi ulcerosa dell'intestino ileo. Osteite tubercolare dei corpi della 3ª e 4ª vertebra lombare.

Caso VIII. — C. J. di anni 76. Entra nell'ospedale il 24 settembre, e muore il 28 settembre 1911.

Diagnosi clinica. Arteriosclerosi diffusa. Gangrena delle dita dei piedi. Insufficienza cardiaca.

Reperto anatomo-patologico. Aterosclerosi aortica degenerativa e ateromatosa diffusa. Arteriosclerosi periferica e cerebrale. Tarlature multiple dei nuclei della base. Reni arteriosclerotici. Modica ipertrofia del cuore (gr. 405) con noduli uno dei quali peduncolato e chiazze pigmentate epicardiche sull'orecchietta sinistra in prossimità dell'aorta e sulla superficie anteriore del ventricolo sinistro. Broncopolmonite acuta confluente. Gangrena umida delle dita di ambo i piedi.

Caso IX. — C. G. di anni 75. Entra nell'ospedale il 26, e muore il 27 settembre 1911.

Diagnosi clinica. Asistolia.

Reperto anatomo-patologico. Grave aterosclerosi ateromatosa diffusa a tutta l'aorta. Arteriosclerosi periferica e cerebrale. Rammollimento giallo antico del pavimento del ventricolo laterale destro; altro piccolo rammollimento nel membro esterno del nucleo lenticolare sinistro. Encondroma del polmone sinistro. Noduli e chiazze pigmentate dell'epicardio dell'atrio sinistro. Cirrosi epatica atrofica (gr. 870) senza ascite. Milza di volume e d'aspetto normale (gr. 140). Nefrite cronica. Broncopolmonite acuta bilaterale.

Caso X. — P. A. di anni 86. Entra nell'ospedale il 1°, e muore il 3 novembre 1911.

Diagnosi clinica. Arteriosclerosi diffusa, insufficienza aortica, enfisema polmonare e nefrite cronica.

Reperto anatomo-patologico. Aterosclerosi aortica iperplastica e degenerativa di medio grado, prevalente nella porzione toracica. Insufficienza delle valvole aortiche. Ipertrofia e dilatazione di tutto il cuore. Chiazze pigmentate dell'epicardio sulla faccia posteriore del cuore in prossimità dell'arteria polmonare. Enfisema polmonare. Fegato solcato. Nefrite cronica parenchimatosa.

Caso XI. — S. R. di anni 82. Entra nell'ospedale il 25 novembre, e muore il 4 dicembre 1911.

Diagnosi clinica. Arteriosclerosi, polmonite destra superiore.

Reperto anatomo-patologico. Grave aterosclerosi aortica ateromasica e calcifica con ectasia dell'aorta. Arteriosclerosi periferica e viscerale grave. Chiazze e noduli pigmentati dell'epicardio. Enfisema senile. Polmonite destra superiore (epatizzazione grigia). Fegato solcato con atrofia bruna. Perisplenite fibrosa adesiva. Reni arteriosclerotici.

Caso XII. — G. C. di anni 75 contadino. Muore nell'ospedale il 19 gennaio 1912.

Diagnosi clinica. Arteriosclerosi. Bronchite cronica con enfisema polmonare. Enterocolite cronica ulcerosa. Broncopolmonite acuta.

Reperto anatomo-patologico. Grave aterosclerosi aortica degenerativa, ateromatosa e calcifica prevalente nella porzione sottodiaframmatica. Noduli e chiazze pigmentate dell'epicardio, e, accanto a questi, noduli e chiazze antracotiche nell'interstizio fra l'aorta e l'arteria polmonare. Aderenze pleuriche fibrose bilaterali. Antracosi polmonare. Bronchite cronica. Enfisema polmonare. Polmonite fibrinosa lobare destra inferiore. Periepatite circoscritta al disopra della cistifellea. Perisplenite callosa e fibrosa adesiva. Enterocolite catarrale ulcerosa cronica.

Caso XIII. — P. A. di anni 89, contadino. Entra nell'ospedale il 20 agosto 1912, e muore il 10 settembre 1912.

Diagnosi clinica. Arteriosclerosi. Enterocolite. Setticemia da decubiti.

Reperto anatomo-patologico. Decubiti sacrali gangrenosi. Grave aterosclerosi ateromatosa diffusa a tutta l'aorta. Arteriosclerosi periferica e cerebrale. Chiazze e noduli pigmentati dell'epicardio. Enfisema polmonare. Ascesso embolico della gran-

dezza di una noce nel lobo superiore del polmone destro; altro ascesso della grandezza di una nocciuola nella base del lobo inferiore del polmone sinistro. Perisplenite cronica fibrosa adesiva. Enterocolite cronica con atrofia della mucosa.

Caso XIV. — L. C. di anni 62, donna di casa. Entra nell'ospedale il 27 dicembre 1914, e muore l'8 maggio 1915.

Diagnosi clinica. Arteriosclerosi cerebrale, emiplegia destra.

Reperto anatomo-patologico. Aterosclerosi degenerativa aortica di medio grado. Arteriosclerosi periferica e cerebrale. Ipertrofia di tutto il cuore (gr. 440) con chiazze e noduli pigmentati dell'epicardio del ventricolo destro e delle orecchiette. Miocardite cronica ed emorragie sottoendocardiche. Esteso rammollimento antico del membro esterno del nucleo lenticolare, della capsula interna e della sostanza bianca dei giri dell'insula. Bronchite purulenta cronica. Congestione ed adema polmonare.

I quattordici casi riferiti mi sono occorsi sopra circa 3000 autopsie eseguite tutte da me (meno una, il caso V) nell'ospedale di S. Spirito, quindi con una percentuale di circa 1 : 200, in individui di sesso maschile, ad eccezione del caso XIV, e di età variabile fra i 34 e gli 89 anni, e precisamente:

1 caso	fra i	30	e i	40	anni
1 »	»	50	»	60	»
4 casi	»	60	»	70	»
5 »	»	70	gli	80	»
3 »	» gli	80	e i	90	»

Per dare il giusto valore alla maggior frequenza del reperto nel sesso maschile e nell'età avanzata devo ricordare che nell'ospedale di S. Spirito sono ricoverati quasi esclusivamente infermi di sesso maschile dagli 8 anni in su.

In rapporto coll'età avanzata dei soggetti in 10 casi esistevano gravi lesioni arteriosclerotiche dell'aorta, delle arterie periferiche, viscerali e cerebrali, e la morte in questi casi era avvenuta per lesioni croniche del cervello, del cuore, dei reni ecc., secondarie a tale affezione e per lesioni infiammatorie acute terminali dei polmoni o settico-piemiche.

In un caso esisteva la sifilide e un cancro del piloro, e in due casi una tubercolosi diffuse. La costanza dei caratteri macroscopici e microscopici delle formazioni pigmentate dell'epicardio mi consente di darne una descrizione comune per tutti i casi, riservandomi di completarla colle particolarità della struttura istologica osservata nei singoli casi.

Le formazioni pigmentate in numero sempre molto limitato (da 2 a 8 — 10 per caso) hanno la loro sede anatomica macroscopica sull'epicardio lungo i solchi coronari e negli interstizi dei grossi vasi, talora anche sulla superficie liscia dei ventricoli. Non ne ho mai osservato nel foglietto parietale del pericardio.

Hanno la forma di chiazze molto irregolari, generalmente di figura allungata, più o meno rilevate sulla superficie dell'epicardio, ovvero di noduli più sporgenti sessili o peduncolati, talora con lungo ed esile peduncolo, di grandezza variabile fra

quella minima di una punta di spilla e quella massima di circa un centimetro di diametro longitudinale per mezzo centimetro di diametro trasverso.

Le chiazze e i noduli hanno un colorito rosso bruno intenso, quasi cioccolata, e la loro superficie è liscia e lucente come quella dell'epicardio normale.

La loro sede istologica è quella stessa dei noduli non pigmentati che si sviluppano lungo il decorso dei vasi sottoepicardici e delle chiazze lattee, cioè costantemente fra lo strato elastico e l'endotelio dell'epicardio nello spessore del connettivo proprio di questo. Tale localizzazione risulta particolarmente evidente nei preparati colorati col metodo di Weigert per le fibre elastiche, che mette anche in evidenza un certo grado di iperplasia di queste fibre in corrispondenza delle formazioni pigmentate. Dallo studio delle sezioni seriali variamente colorate (ematossilina ed eosina, carminio, van Gieson, Weigert per le fibre elastiche, Unna-Pappenheim ecc.) risulta che le chiazze e i noduli sono costituiti istologicamente da un tenue e scarso stroma connettivale con vasi sanguigni capillari, arteriosi e venosi di piccolo calibro, da linfociti, da elementi mononucleati grandi, carichi di granuli o di zolle di pigmento ocraceo più o meno bruno, che le reazioni del ferro dimostrano essere emosiderina, da plasmacellule e da scarsi fibroblasti.

Sulle chiazze e sui noduli si vede continuarsi l'endotelio dell'epicardio, quando non si è sfaldato per macerazione cadaverica, e spesso le cellule di esso, in corrispondenza di tali formazioni, hanno il protoplasma gremito di granuli finissimi di emosiderina.

Gli elementi istologici che costituiscono le chiazze e i noduli pigmentati presentano nelle singole formazioni notevoli variazioni nei rapporti quantitativi reciproci. In alcune il connettivo è rappresentato appena da poche esili fibrille mentre in altre è più sviluppato. In alcune si notano solo scarsi vasi sanguigni, in altre il numero di questi è così considerevole da dare ad alcune parti un aspetto quasi angiomatoso. Non ho mai riscontrato alterazioni apprezzabili dei vasi sanguigni. In alcune formazioni gli elementi cellulari sono rappresentati quasi esclusivamente dai linfociti e da plasmacellule e solo da qualche raro elemento pigmentifero, mentre in altre non si trovano che elementi pigmentiferi e solo qualche rarissimo linfocito. Nel primo caso la distribuzione dei linfociti e delle plasmacellule è spesso evidentemente perivasale; nel secondo caso le numerose cellule pigmentifere stipate fra loro hanno ora una distribuzione irregolare, ora a strati; talora hanno anch'esse una disposizione perivasale a manicotto. Si ha l'impressione che il numero degli elementi pigmentiferi e la quantità del connettivo aumentino coll'età delle formazioni, e che inversamente diminuisca col crescere di questa il numero dei linfociti e delle plasmacellule.

In un solo caso (nel VII) ho osservato accanto agli elementi pigmentiferi numerose cellule globulifere con alterazioni regressive di vario grado dei globuli rossi in esse contenuti. Come dicevo in principio le chiazze e i noduli pigmentati si formano senza eccezione nello spessore del connettivo proprio dell'epicardio al disopra dello strato elastico di questo. In talune chiazze sviluppatesi in parti dell'epicardio al disotto delle quali esiste il tessuto adiposo sottoepicardico si vedono gli elementi istologici costituitivi delle chiazze stesse approfondarsi nel tessuto adiposo generalmente in corrispondenza di vasi sanguigni e accompagnati da fibre elastiche che dallo

strato elastico dell'epicardio si continuano colle fibre elastiche delle pareti vasali. A questo estendersi in profondità delle chiazze pigmentate corrisponde spesso un infossamento ad angolo acuto dell'epitelio di rivestimento dell'epicardio in corrispondenza delle chiazze stesse.

Talvolta nello spessore di alcune chiazze o in corrispondenza della base di alcuni noduli ho osservato inclusioni dell'epitelio epicardico costituite da pochi elementi isolati o da fenditure e lacune irregolari di varia ampiezza rivestite da uno strato continuo di cellule epiteliali contenenti spesso nel loro protoplasma granuli finissimi di pigmento. In quattro casi (I, II, XII e XIII) ho riscontrato nello spessore delle chiazze e dei noduli pigmentati la presenza di speciali piccole formazioni connettivali di figura rotondeggiante e di diametro variabile fra 0,5 e 1 mm., che presentavano nelle sezioni una struttura a strati concentrici di connettivo ialino assai povero di elementi cellulari, con sottili fenditure interposte fra i singoli strati. La parte centrale di queste piccole formazioni, più compatta delle periferiche, conteneva un fine detrito granulare di pigmento emosiderinico, che in minima quantità si trovava anche, irregolarmente distribuito, fra gli strati più periferici. Nel caso XIII il nodulo connettivale stratificato conteneva accanto al pigmento emosiderinico granuli calcari di varia grandezza.

Queste formazioni connettivali o corpi a forma di bersaglio, probabilmente di origine vasale, sono analoghe a quelle che si riscontrano nelle flogosi croniche di altre sierose (pleure, peritoneo) e in certe neoformazioni connettivali (fibromi). Nel caso III alla base di un nodulo pigmentato sporgente ho riscontrato la presenza di altre speciali formazioni connettivali ialine cilindriche tortuose di origine non determinabile.

Nel caso XIII assieme alle chiazze e ai noduli pigmentati emosiderinici esistevano chiazze e noduli pigmentati antracotici i quali, a parte la diversa qualità del pigmento (carbone), avevano una struttura istologica quasi identica ai primi, e risultavano come questi costituiti da scarso stroma connettivale povero di vasi sanguigni, linfociti, plasmacellule, elementi pigmentiferi e pigmento libero. Nei casi III e VII, nei quali esisteva una tubercolosi cronica disseminata, nell'interno di alcune chiazze e noduli pigmentati emosiderinici ho constatata la presenza di tubercoli tipici colle caratteristiche cellule giganti di Langhans.

Meritano infine di essere ricordati i rapporti anatomici delle chiazze e dei noduli pigmentati coi vasi e coi nervi. Quasi senza eccezione a queste formazioni pigmentate dell'epicardio ho visto corrispondere nel connettivo e nel tessuto adiposo sottoepicardici la presenza di vasi sanguigni arteriosi e venosi, di tronchi nervosi e talora (casi III, IX e XIV) di gruppi di cellule gangliari nervose. Nel solo caso XI ho riscontrata una ricca infiltrazione linfocitaria e plasmacellulare attorno ad un tronco nervoso mentre negli altri casi vasi nervi e cellule gangliari non presentavano alterazioni apprezzabili.

I caratteri istologici delle chiazze e dei noduli descritti, particolarmente evidenti nelle formazioni meno ricche di pigmento, e che sono quelli di un tessuto di granulazione mi facevano concludere nella mia prima pubblicazione che si trattasse di flogosi circoscritte croniche con carattere produttivo ed emorragico. Oggi, dopo lo

studio di altri sette casi, non credo di dover modificare tale giudizio riguardo alla natura del processo.

La quasi identità della struttura istologica delle chiazze e dei noduli pigmentati emosiderinici colle chiazze e coi noduli antracotici osservati nel caso XII e il fatto di non aver potuto accertare neppure nelle formazioni meno pigmentate e più giovani la fuoriuscita dei globuli rossi dai vasi sanguigni, ad eccezione del caso VII nel quale riscontrai la presenza di cellule globulifere, potrebbe far pensare che le formazioni pigmentate emosideriniche siano la conseguenza di emorragie epicardiche pregresse, che avrebbero agito come stimolo nello stesso modo che il carbone nelle chiazze e nei noduli antracotici.

Infatti Thorel nelle Ergebnisse d. allg. Path. u. path. Anat. d. Menschen u. d. Thiere, XVII, Jahrgang 1915, s. 717, scrive che « non è ancora deciso se i nodi bruni pigmentati dell'epicardio siano da interpretarsi come residui di emorragie in via di organizzazione, o, come ritiene Nazari, se si tratti di flogosi croniche produttive con carattere emorragico ».

Contro la prima interpretazione depongo i seguenti fatti: anzitutto, se si trattasse di emorragie in via di organizzazione, in qualcuna delle numerose formazioni pigmentate più giovani da me studiate sempre colle sezioni seriali avrei pur dovuto trovare residui del sangue stravasato. In secondo luogo la struttura istopatologica delle formazioni pigmentate emosideriniche, specialmente per l'abbondanza dei linfociti e delle plasmacellule, non corrisponde a quella di emorragie in via di organizzazione. D'altra parte l'emosiderina non esercita, come il carbone, un'azione irritativa flogogena sui tessuti, e infine la quantità di emosiderina è senza confronto maggiore in quelle formazioni che presentano meno evidenti i caratteri della flogosi, e che devono essere considerate più antiche di quelle che contengono scarsissimo pigmento, e che hanno più manifesto il carattere infiammatorio. Bisogna quindi ammettere come causa delle formazioni descritte una flogosi cronica produttiva emorragica con scarsa diapedesi di globuli rossi difficilmente rilevabile nei preparati istologici. Nei due casi (III e VII), nei quali in alcune chiazze e noduli esistevano tubercoli tipici, è difficile pensare ad una localizzazione embolica dei bacilli tubercolari propriamente e soltanto, poichè mancava la tubercolosi miliare del pericardio, nell'interno di tali formazioni già esistenti, e sembra più ovvio ritenere che la flogosi, che ha dato luogo alle formazioni pigmentate emosideriniche, fosse in questi casi di natura primitivamente tubercolare.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. — Chiazze e noduli pigmentati emosiderinici dell'epicardio lungo il decorso del ramo discendente dell'arteria coronaria sinistra.

Fig. 2. — Preparato colorato col metodo di Weigert per le fibre elastiche, per dimostrare la sede di una chiazza pigmentata nel connettivo dell'epicardio fra l'endotelio e lo strato elastico, il quale in corrispondenza della chiazza presenta un'iperplasia delle sue fibre. Obb. 1 cc. 3 Koristka.

Fig. 3. — Struttura istologica di una chiazza pigmentata. Colorazione con ematossilina ed eosina. Obb. 4. oc. 3 Koristka.

Fig. 4. — La stessa a più forte ingrandimento in un preparato colorato col metodo di Unna-Pappenheim per le plasmacellule. Obb. 7 oc. 3. Koristka.

Fig. 5. — Chiazza pigmentata che si approfonda nel grasso sottoepicardio fino al miocardio lungo il decorso dei vasi sanguigni. Pigmentazione emosiderinica dell'endotelio dell'epicardio in vicinanza della chiazza e al disopra di questa. Colorazione con ematossilina ed eosina. Obb. 1. oc. 3 Koristka.

Fig. 6. — Chiazza e noduli sessili pigmentati. Colorazione con ematossilina ed eosina. Obb. 1. oc. 3 Koristka.

Fig. 7. — Nodulo pigmentato con lungo ed esile peduncolo. Nel centro del nodulo si vede un tubercolo con una cellula gigante. Nel connettivo dell'epicardio si vedono alcune lacune rivestite dall'endotelio epicardico. Preparato colorato con ematossilina ed eosina. Ingrandimento 15 diametri.

Fig. 8. — Nodulo pigmentato che presenta alla sua base speciali formazioni ialine probabilmente di origine vasale. Colorazione con ematossilina ed eosina. Obb. 4. oc. 3 Koristka.

Fig. 9. — Corpo connettivale ialino a strati concentrici in una chiazza pigmentata. Colorazione con ematossilina ed eosina. Obb. 1. oc. 3 Koristka.

Fig 10. — Chiazza pigmentata rilevata contenente un tubercolo con tipiche cellule giganti di Langhans. Colorazione con ematossilina ed eosina. Obb. 1. oc. 3 Koristka.

Fig. 11. — Infiltrazione linfocitaria e plasmacellulare attorno ad un ramo nervoso sottoepicardico in corrispondenza di una chiazza pigmentata. Colorazione Unna-Pappenheim. Obb. 1. oc. 3 Koristka.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali storiche e filologiche.*
Vol. V. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI. Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I-XXVI. (1892-1917). Fasc. 7°. Sem. 1°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XXV. (1892-1916). Fasc. 5-6.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XII. Fasc. 3.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-3.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. 10; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*

ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

(Anno CCCXIV 1917)

Serie Quinta — Volume XII — Fascicolo IV.

GIUSEPPE LEVI

CONNESSIONI E STRUTTURA DEGLI ELEMENTI NERVOSI

SVILUPPATI

FUORI DELL'ORGANISMO

Smithsonian Institution
SEP 25 1924
National Museum

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI
1917

RELAZIONE

letta dal Socio B. Grassi, a nome anche del Corrisp. A. Ruffini (relatore), nella seduta del 3 dicembre 1916, sulla Memoria del prof. G. Levi, intitolata: *Connessioni e struttura degli elementi nervosi, sviluppati fuori dell'organismo.*

In questo lavoro del prof. Levi vengono descritti una quantità di fatti — in parte nuovi ed in parte meglio ristudiati — riguardanti le proprietà biologiche e strutturali che gli elementi nervosi manifestano nelle colture in vitro. Basta solo di leggere i titoli del sommario e le conclusioni, per vedere con quale successo l'A. abbia saputo affrontare, ed in parte risolvere, le questioni più ardenti sulle proprietà specifiche degli elementi nervosi. Il *potere* e specialmente il *modo* di accrescimento dei neuriti, la loro *proprietà capitale* di formare anastomosi, plessi e reti, *l'intima struttura* degli elementi nervosi ecc., ricevono da questi studii delle spiegazioni molto interessanti fondati fin dove è possibile sulla fisico-chimica.

Noi dobbiamo per ciò salutare con gioia la comparsa di questo lavoro, che è uno dei frutti di numerose indagini che il prof. Levi va da qualche anno perseguendo in questo ed in altri campi e sempre con la medesima tecnica, ideata da Harrison nel 1908.

La Commissione quindi propone che la Memoria presentata dal prof. Levi venga integralmente stampata negli Atti della nostra Accademia.

Connessioni e struttura degli elementi nervosi sviluppati fuori dell'organismo.

Memoria di GIUSEPPE LEVI

presentata nella seduta del 3 dicembre 1916.

(con 15 tavole)

SOMMARIO.

INTRODUZIONE.

Noi sappiamo che quasi tutte le cellule differenziate se coltivate fuori dell'organismo perdono dopo qualche tempo i caratteri specifici; soltanto negli elementi nervosi embrionali ed in pochi altri, anche in quelle condizioni tanto diverse dalle fisiologiche, persiste la potenzialità di differenziarsi; però questo non avviene sempre in modo tipico ed i rapporti vicendevoli che si stabiliscono fra gli elementi nervosi nelle colture sono differenti da quelli dell'embrione. Anche per il tessuto nervoso vale adunque la norma, che nella coltura in vitro non si riproduce la struttura che è caratteristica per il tessuto dell'organismo, e se mai ciò avviene imperfettamente.

Però le trasformazioni ed anche i rapporti insoliti degli elementi nervosi nelle colture non sono effetto del caso, ma seguono determinate leggi, che è interessante conoscere, perchè possono contribuire ad illustrare punti controversi sulla struttura del tessuto normale.

Le critiche che da qualche studioso furono rivolte contro il valore del metodo delle colture « in vitro » non mi sembrano molto fondate.

Secondo O. Hertwig (1912) le condizioni nelle quali avviene la differenziazione degli elementi nervosi sono troppo diverse da quelle normali, perchè sia lecito di concludere, che i processi istogenetici siano nell'embrione identici a quelli delle colture. Ed a Held per ragioni analoghe non sembra risulti dimostrato dalle esperienze di Harrison, che le fibre nervose possano svilupparsi senza partecipazione degli ele-

menti cellulari, che le fibre trovano nel loro cammino. Braus (1911) riconosce ai filamenti che crescono nel coagulo il valore di neuriti, cioè di prolungamenti di neuroni, ma mette in dubbio che essi possano essere paragonati a vie nervose.

Obbiezioni analoghe furono rivolte contro altri risultati ottenuti nel dominio della Morfologia sperimentale, ma il tempo ha fatto giustizia di queste critiche e quella disciplina ha proseguito vittoriosamente per la sua via.

Chi vorrà negare ad esempio, che la conoscenza dei processi rigenerativi dei nervi periferici abbia contribuito ad illustrare la genesi delle fibre nervose nell'embrione, nonostante le grandi differenze nel quadro istologico, e sebbene le condizioni nelle quali i due processi si svolgono siano tanto diverse?

Così io ritengo che il metodo di Harrison, col permetterci di dimostrare, che le fibre nervose possono accrescersi in un coagulo, indipendentemente da connessioni protoplasmatiche preesistenti, abbia risolto in modo definitivo questo stesso problema.

Con le ricerche che qui riferisco mi proposi di studiare due ordini di fatti: le connessioni vicendevoli tra gli elementi nervosi embrionali nelle colture, cercando di definire se ed in quanto differiscono da quelle tipiche per il tessuto nervoso; in secondo luogo la struttura intima degli elementi nervosi viventi, tentando di porla in raffronto con quella che si rende manifesta dopo trattamento coi metodi cosidetti elettivi per le neurofibrille.

Col metodo delle colture varie condizioni che impacciano l'analisi delle connessioni fra elementi nervosi sono favorevolmente modificate.

In grazia al limitato spessore del coagulo di plasma nel quale le fibre si sviluppano, queste sono costrette ad estendersi sulla superficie inferiore del vetrino e diventano accessibili all'osservazione in tutta la loro lunghezza. Viene così raggiunto un doppio vantaggio; la dissociazione spontanea di elementi che nel tessuto sono fittamente addensati, e la possibilità di seguire le fibre nervose in tutta la loro estensione, come nelle più sottili membrane, mentre che nel tessuto nervoso siamo costretti a ricostruire faticosamente le strutture decomposte in frammenti dal coltello del microtomo.

Ho preferito per le mie osservazioni il rombencefalo ed il midollo spinale di embrioni di pollo dal terzo al quarto giorno. Anche il lobo ottico di embrioni dal quinto al settimo giorno ed il telencefalo di pulcini sino al dodicesimo giorno si prestano abbastanza bene per lo studio della differenziazione delle fibre in vitro.

Però gli stadî più inoltrati dello sviluppo sono meno adatti per il seguente motivo: avvenendo in essi la differenziazione di un numero sempre crescente di cellule, quanto più progredisce lo sviluppo dell'embrione, il numero delle cellule germinali diviene sempre più scarso, e perciò diminuiscono le probabilità che la differenziazione « in vitro » si produca.

È indispensabile, perchè lo sviluppo delle fibre nervose possa avvenire rigogliosamente, che restino isolati dei frammenti di tessuto nervoso di non più di 0,1 mm. di diametro; invece negli altri tessuti si può avere un accrescimento ricchissimo di cellule mesenchimali da pezzi relativamente voluminosi (sino a 1,5 mm. di diametro ed anche più).

Jngebrigtsen riescì ad ottenere accrescimento di fibre nervose soltanto nel 5 % delle colture di embrioni di 2-3 giorni, perchè la proliferazione connettivale maschera

gli elementi nervosi neoformati. Quest'inconveniente esiste realmente, ma non è difficile di evitarlo, liberando gli organi nervosi dai tessuti circostanti; il che si può ottenere con una dissezione accurata sotto il microscopio binoculare, come consiglia Burrows. Ma questa richiede un certo tempo e l'asepsi è spesso compromessa.

Io preferivo per lo più di affidarmi al caso, suddividendo dapprima rapidamente con un paio di forbicine la regione del rombencefalo ed il tronco dell'embrione immersi in liquido di Ringer [1] in tanti frammenti, che poi trasportavo sui vetrini coprioggetti; con coltellini del Gräfe e con aghi da dissezione suddividevo questi frammenti in pezzettini piccolissimi cercando di maltrattarli il meno possibile. Poi, aspirato con una pipetta sottilissima il liquido di Ringer dal coprioggetti, aggiungevo una piccola goccia di plasma di pollo, preparato in precedenza con le norme ben note; avevo cura di distendere il plasma in uno straterello sottile, e poi capovolgevo il vetrino circondandolo, come di solito, con un orlo di paraffina sul portaoggetti ad incavo.

Il plasma non deve essere abbondante, ma neppure troppo scarso; con coaguli tanto sottili, quali son quelli che io stesso utilizzai per lo studio citologico delle cellule mesenchinali in vitro, non si hanno buoni risultati per il tessuto nervoso; parimenti nel plasma molto diluito le fibre hanno una vitalità troppo limitata; un grado lieve di diluizione è invece, come vedremo, vantaggioso.

Con questa semplice tecnica dei frammenti di rombencefalo e di midollo, e talora anche dei gangli, venivano ben separati dal mesenchima e dai miotomi; in quasi tutte le colture preparate nel modo anzidetto si aveva un accrescimento di fibre, prescindendo naturalmente da quelle inquinate.

Mi riescì talora di preparare così dei pezzetti piccolissimi, di 10-5 cellule ciascuno, e se questi non erano stati maltrattati dagli strumenti, davano origine a neuriti; allora i neuroblasti si disseminavano per la coltura e diventavano direttamente accessibili all'osservazione, condizione, come ognuno comprende, quanto mai favorevole.

I frammenti più grossi di miotomi e di mesenchima venivano allontanati, affinchè il largo alone di elementi mesenchimali, che rapidamente si sviluppa, non ricoprisse gli elementi nervosi.

Le osservazioni sulla coltura vivente venivano come di consueto eseguite mantenendo il microscopio alla temperatura di 39°-40° in un termostato Pfeiffer. Mi servii dell'Apocrom. Imm. Zeiss 3 mm. e di una sorgente luminosa artificiale.

Le fibre nervose incominciano a crescere in qualche caso dopo 5-6 ore, per lo più dopo 12 ore; ma il periodo più adatto per le osservazioni sulla coltura vivente è quello dalle 14 alle 60 ore.

Io ho fatto il possibile per studiare nei preparati fissati le stesse imagini delle quali avevo seguito l'evoluzione nelle colture viventi, ma questo mi riescì soltanto in pochissimi casi. Lo studio delle colture viventi richiede un'osservazione attenta e

[1] Come liquido di lavaggio ho adoperato talora quello di Ringer, altre volte quello di Locke od infine una delle formule consigliate da Lewis, nella quale al glucosio è sostituito il destrosio. Specialmente per le colture del tessuto nervoso è indispensabile che il liquido di lavaggio, del quale naturalmente una certa quantità, per quanto minima, resta nella coltura e si mescola al plasma, sia preparato con grande precisione.

paziente, e per ciascuna esperienza soltanto due o tre colture, dato il periodo di vita limitato del tessuto nervoso, possono essere studiate a lungo viventi. D'altra parte la riescita delle colorazioni specifiche è quanto mai incerta, tanto che, su molte centinaia di colture ben riescite di tessuto nervoso, in non più di 60 ottenni una colorazione soddisfacente; sia perchè il coagulo si distaccava, sia perchè quest'ultimo era troppo spesso e gli elementi nervosi rimanevano mascherati, sia perchè la colorazione specifica non riesciva per cause imprecisabili; e ciò valga specialmente per quella di Cajal.

Ma quando il metodo fotografico riesce positivo dà risultati eccellenti sulle colture « in toto » ; per evitare la formazione di precipitati nel plasma proteggevo la coltura, dopo fissazione in alcool, con un sottile straterello di celloidina, la quale veniva disciolta dopo la riduzione; poi la coltura veniva virata col clorurο d'oro e resa più trasparente col metodo Veratti. Ciononostante il plasma rimane colorito intensamente in violetto e le neurofibrille non sempre risaltano abbastanza, almeno a luce ordinaria; ma eseguendo le osservazioni con una sorgente luminosa molto intensa, anche i punti meno trasparenti del preparato diventano utilizzabili.

Anche coll'ematossilina molibdica di Held, dopo fissazione in liquido di Zenker (formula con 3 % di acido acetico) oppure in liquido di Maximow (formula con aggiunta di tetrossido di osmio) si raggiunge una colorazione delle neurofibrille; la fissazione non deve essere protratta al di là di qualche minuto e lo stesso valga per la fissazione in alcool richiesta dal metodo Cajal. Le colture prima di venire fissate venivano lavate in liquido di Ringer.

Per la riproduzione delle figure sarebbe stato preferibile di ritrarre un maggior numero di imagini da colture viventi di quanto non sia stato fatto; ma non è sempre possibile di riprodurre delle figure complesse ed a forti ingrandimenti da colture viventi, coll'apparecchio da disegno.

Perciò sono stato costretto a documentare la mia descrizione con imagini tolte prevalentemente da preparati fissati; del resto la concordanza fra le une e le altre è perfetta.

I.

Cenni bibliografici.

Le ricerche di Harrison, di Burrows, di W. ed M. Lewis, di Ingebritsen, sebbene eseguite su materiale diverso, concordano nei punti essenziali: i cilindrassi crescono in lunghezza e si dividono nel mezzo di coltura: e ciò avviene per movimento ameboide dell'estremità della fibra; quest'ultima è ispessita e brevi filamenti vengono emessi e poi retratti, poi nuovi filamenti appaiono in altri punti dell'ispessimento terminale. Harrison (1909), al quale, come tutti sanno, dobbiamo la scoperta di fatti tanto interessanti, ha paragonato questa varietà di movimento dell'estremità della fibra a quello notissimo che caratterizza la locomozione di un leucocita o di un'ameba; una piccola massa di sostanza attiva parte dal neuroblasta e progredendo stira il protoplasma in un filamento, la fibra nervosa.

È doveroso riferire, che molti anni prima Cajal aveva affermato, che le fibre nervose dell'embrione crescono per movimento ameboide, fondandosi sull'aspetto particolare delle cosiddette mazze terminali, le quali erano state messe in evidenza da quest'A. all'estremità dei cilindrassi in via di accrescimento. Harrison potè fornire la dimostrazione sicura di quanto Cajal aveva supposto.

Dei rapporti vicendevoli fra elementi nervosi, Harrison e Burrows (1911) si occupano soltanto incidentalmente. Nelle colture di embrioni di rana illustrate da Burrows le fibre crescevano separate, ed anche se riunite in fascetti, le singole fibre rimanevano ben individualizzate; in qualche caso furono osservate delle anastomosi fra le fibre, ma queste erano transitorie.

Da una figura di Burrows si rileva, che nelle colture di embrioni di pollo le fibre decorrono per un certo tratto riunite in cordoni, per poi divergere; l'A. fa anche cenno di anastomosi fra i rami di divisione delle fibre.

W. ed M. Lewis (1912) hanno approfondito alquanto lo studio delle connessioni fra fibre nervose; dapprima le fibre provenienti da frammenti di intestino di embrioni di pollo, coltivate in mezzi liquidi inorganici, crescono isolate o riunite in gruppi; ma già dopo 10 ore sono emessi, per attività ameboide del neurite, dei filamenti lunghi e delicatissimi, in numero sempre crescente, che possono saldarsi ad altre fibre; si stabiliscono così delle anastomosi fra cilindrassi, alcune delle quali sono transitorie, altre permanenti; per questa via si arriva alla formazione di estese reti di sottili fibre nervose.

Gli AA. descrivono e raffigurano dei nervi ramificati ed anastomizzati a plesso, alla costituzione dei quali partecipano molte sottilissime fibre, e queste rappresentano i prolungamenti di varî neuroblasti.

Ingebritsen (1913) coltivò a preferenza frammenti di corteccia cerebrale di embrione di pollo dal 6° al 18° giorno, ed anche dei pezzetti di cervelletto, di midollo e di gangli di giovani mammiferi dal 2° al 7° mese, e potè sorprendere l'accrescimento di fibre isolate, talora molto lunghe e ramificate; dopo 48 ore fu notato anche un aumento in spessore delle singole fibre; è frequente la presenza di nodosità sul tragitto delle fibre.

Io farei invero qualche riserva sul significato da attribuire alle colture di tessuto nervoso altamente differenziato, qual'è quello dei giovani mammiferi al 7° mese. E dimostrato, almeno per il midollo e per i gangli dei mammiferi, che tutte le cellule germinali si differenziano in neuroblasti molto prima della nascita. Perciò le fibre che crescevano nel plasma nelle colture di mammiferi illustrate da quell'A. non potevano provenire da neuroblasti differenziati nella coltura, come nelle colture di embrioni precoci; probabilmente si tratta di fibre preesistenti nel tessuto, che per effetto dell'esplantazione furono mutilate e si sono rigenerate nella coltura.

La possibilità di una rigenerazione delle fibre in vitro è del resto dimostrata dallo stesso autore con una bella esperienza; recidendo un gruppo di fibre che erano cresciute nel plasma, le fibre separate dal centro trofico degenerano dopo 20 ore e presso a poco allo stesso periodo nuove fibre germogliano dai monconi centrali delle fibre recise.

Cajal (1910), Legendre e Minot (1910, 1911), Marinesco e Minea (1912) hanno illustrato le modificazioni che avvengono nei gangli spinali di animali giovani od adulti, conservati fuori dell'organismo, in siero di sangue od in liquido cefalo-rachidiano.

Cajal ha notato la differenziazione di grossi lobi dal corpo cellulare e dal tratto iniziale del neurite. Legendre e Minot nei gangli di cane adulto conservati in siero di sangue videro delle trasformazioni nella costituzione della cellula gangliare, le quali hanno evidentemente il valore di fenomeni regressivi ed in più la neoformazione di numerose fibre che si avvolgono intorno alla cellula in plessi pericellulari. Anche Marinesco e Minea descrivono una rigogliosa neoformazione di fibre, le quali si spingono dal ganglio nel plasma.

Io stesso iniziai alcuni anni or sono delle esplantazioni di gangli col metodo seguito da quegli autori e dalle osservazioni allora eseguite ritrassi la convinzione, che in quelle condizioni le cellule gangliari sopravvivono per un periodo limitato; e la descrizione stessa di Legendre e Minot lascia il dubbio, che una parte almeno dei fatti osservati non abbia il valore di fenomeni vitali.

Ad ogni modo essi nulla hanno di comune con quelli che si svolgono nella coltivazione del tessuto nervoso embrionale, la quale richiede accorgimenti tecnici ben diversi da quelli seguiti da quegli autori.

Sanguineti (1914) studiò l'azione di sostanze nervine sull'accrescimento di tronchi nervosi di cavia giovane coltivati in vitro, e constatò cellule giovani in moltiplicazione orientate in senso radiale « l'aspetto del tessuto sembra connettivale e non è molto chiara la partecipazione dell'elemento nervoso » (!!).

L'A. evidentemente non si rende conto della poca verosimiglianza di una neoformazione di fibre nervose da un tronco di nervo separato dai centri.

Dalle ricerche riferite risulterebbe, che il tipo di accrescimento delle fibre del simpatico ha caratteristiche diverse da quello delle fibre cerebro-spinali: le prime crescerebbero spesso a fascetti e formerebbero dei plessi (Lewis), quelle provenienti dal midollo spinale crescerebbero prevalentemente isolate (Harrison, Ingebritsen).

Ma io trovai in moltissime delle mie colture di organi nervosi centrali delle strutture simili a quelle descritte da W. e M. Lewis ed altre più complicate, accanto a fibre isolate ed a reticoli di finissime fibre. D'altro canto ottenni alcune colture, nelle quali tutte le fibre o quasi rimangono durante la loro breve vita indipendenti.

Le condizioni che fanno prevalere l'una o l'altra modalità di accrescimento degli elementi nervosi poterono essere definite soltanto approssimativamente. Certamente le fibre non crescono isolate se il coagulo di plasma è poco denso e se non ha uno spessore rilevante, mentre le fibre riunite a fasci od anastomizzate a plesso crescono piuttosto nelle colture di frammenti piccolissimi e con coagulo sottile e più lasso, perchè lievemente diluito con una piccola quantità di liquido di Ringer.

Ma è prevedibile che anche altri fattori abbiano influenza sui caratteri della coltura ed uno dei più importanti dovrebbe essere, quale varietà di elementi nervosi del pezzo esplantato ha sopravissuto e si è differenziato.

Quest'è appunto uno dei maggiori inconvenienti nella coltivazione del tessuto nervoso, di essere costretti ad operare alla cieca, senza poter definire la natura degli

elementi nervosi da cui provengono le fibre; a questo risultato potremo arrivare soltanto quando avremo trovato il mezzo di isolare i varî centri senza comprometterne l'integrità. Riferendoci al midollo spinale, è per lo meno verosimile che le fibre abbiano nella coltura una disposizione differente a seconda che provengono da cellule radicolari o da cellule dei cordoni o da altri elementi ancora.

In qualche caso, è vero, i neuroblasti abbandonano il tessuto ed emigrano per breve tratto nel plasma, analogamente a quanto Harrison ha visto nella rana; ma nelle fasi precoci in cui io sperimentavo, i neuroblasti non hanno caratteri specifici tali da permetterci di stabilire a quali regioni del midollo o del rombencefalo essi appartengono. Se adunque in quest'ordine di ricerche vi sono ancora molte lacune, esse dipendono da imperfezione del metodo.

Per facilitare la mia descrizione, cercherò di raggruppare in tipi le varietà che l'accrescimento degli elementi nervosi nelle colture presenta, risalendo dai fatti più semplici e meglio noti a quelli più complessi; sebbene riesca un po' artificioso il separare gli uni dagli altri, dato che in una stessa coltura troviamo molte varietà di rapporti e di connessioni, ed anche perchè i varî tipi sono collegati fra loro da forme di transizione.

II.

Accrescimento di neuriti isolati ed indipendenti.

È la varietà di accrescimento delle fibre che fu illustrata da Harrison per la rana, da Burrows e da Ingebritsen per il pollo. In alcune colture, come ho poco fa accennato, tutte le fibre sembrano indipendenti; questo ho notato con grande costanza in colture di lobo ottico di embrione di pollo al settimo giorno, se lo spessore del coagulo era rilevante, e se il reticolo di fibrina era denso. In una coltura di questo tipo già alla fine del primo giorno numerosissime fibre sottili invadono il coagulo, ed al secondo giorno esso è attraversato da un intreccio straordinariamente fitto di fibre, le quali emergono isolate dal tessuto; sono lunghe, in parte ramificate (fig. 1) e si sovrappongono in molti piani. Alla loro emergenza del tessuto sono ravvicinate, ma divergono subito non appena hanno raggiunto il coagulo di plasma.

Di solito le fibre non possono essere seguite sino all'origine dalle cellule rispettive, perchè il frammento esplantato è troppo opaco; quando però qualche neuroblasta emigra nel plasma (fig. 1) si scorge la continuità fra la fibra e l'estremità conica della cellula. Qualche neuroblasta dava origine a due, e perfino a tre lunghe fibre.

L'accrescimento delle singole fibre può agevolmente essere studiato in qualsiasi coltura vivente, purchè l'attenzione dell'osservatore si fissi per qualche tempo sulla estremità libera di un neurite.

Le grosse fibre degli embrioni di rana, l'accrescimento delle quali fu tanto lucidamente descritto da Harrison, si espandono in una massa tozza ed irregolare e da essa si sollevano delle brevi spine a forma triangolare; e l'accrescimento della fibra avviene per lo spostamento di questa massa in direzione distale.

Nelle fibre di embrione di pollo studiate da Burrows l'ispessimento terminale non è molto diverso da quello delle fibre di rana, ma i prolungamenti ameboidi sono più lunghi. Nelle fibre del simpatico (W. e M. Lewis) invece la fibra si dissocia in un pennello di lunghissimi filamenti.

Io mi son convinto che tali diversità non hanno alcun valore di specificità, poichè si ritrovano nelle varie fibre di una stessa coltura e si succedono perfino in una stessa fibra.

Il fatto essenziale è che all'espansione terminale spetta sempre la funzione dell'accrescimento in lunghezza della fibra e che questo non può compiersi con altro mezzo; non appena le fibre emergono dal margine del pezzo, emettono quei delicati

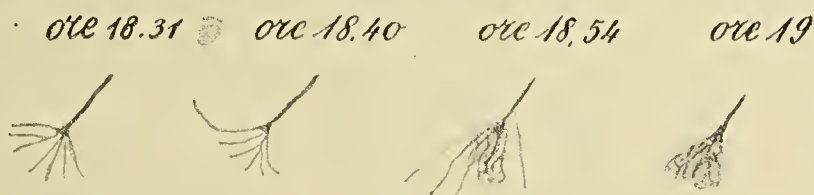



Fig. *A*. — Da una coltura vivente di lobo ottico di un embrione al 7° giorno, alla 30ª ora. Modificazioni dell'espansione terminale di una fibra (temp. 39°).

filuzzi (fig. *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*); e d'altra parte la scomparsa dell'espansione è un segno certo dell'arresto nell'accrescimento; se l'attività della fibra si ridesta, i filuzzi vengono riemessi, se invece il suo arresto è definitivo, i filuzzi più non ricompaiono, la fibra prende un aspetto varicoso e degenera.

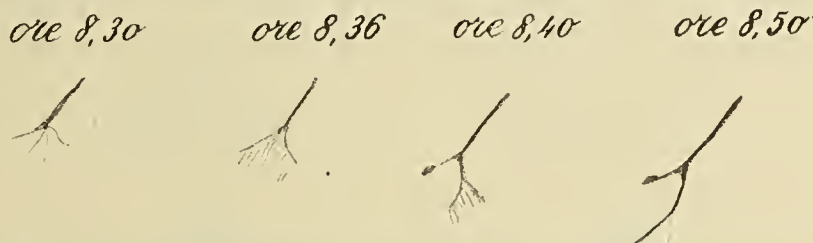



Fig. *B*. — Dalla stessa coltura della fig. *A* alla 43ª ora. Modificazioni dell'espansione terminale di una fibra (temp. 39°).

Le fibre più grosse terminano con un bottone, dal quale parte un gruppetto di filamenti divergenti (fig. *D*), nelle più sottili un ispessimento manca od è appena apprezzabile e la fibra sembra dissociarsi direttamente in filamenti (figg. *A* e *B*). Spesso l'espansione ripete la forma di una mano colle dita divaricate (fig. *S*).

Ma non di rado le forme a ciuffetto si alternano con quelle a rigonfiamento sferico o clavato (fig. *C*); i filamenti si retraggono e la sostanza di questi va ad ingrossare l'estremità della fibra; oppure la fibra si rigonfia in un globetto protoplasmatico, il quale si sfiocca in 2-3 esili filamenti.

Talora i filamenti terminali sono indipendenti, ma possono anche essere uniti da fugaci anastomosi (fig. *R* in *B*); oppure dei filamenti dapprima ben individualizzati si confondono in una matassa od in una rete intricata (fig, *A*), la quale dopo

qualche tempo può anche confluire in una massa protoplasmatica omogenea; quest'ultima emette dei prolungamenti ameboidi, a forma di piccole digitazioni, non di filamenti; ma dopo qualche tempo la fibra si espande nuovamente in un ciuffo, forma che probabilmente è la più favorevole all'accrescimento in lunghezza della fibra.

Anche in colture fissate ho visto talora i filamenti dell'espansione, coloriti elettivamente col metodo fotografico, anastomizzati a reticolo (fig. 27, *b*); ma credo si

Fig. *C.* — Da una coltura vivente di 24 ore di lobo ottico di embrione al 7° giorno (esper. 15). Modificazioni dell'espansione di una grossa fibra ad intervalli di 3 minuti.

tratti di disposizioni transitorie e quei filamenti sono quasi certamente destinati a divenir liberi (come nella fibra *c* della fig. 27).

In qual modo il caratteristico movimento ameboide dell'estremità della fibra conduca all'accrescimento in lunghezza di quest'ultima, appare dalla fig. *F*. In *a*

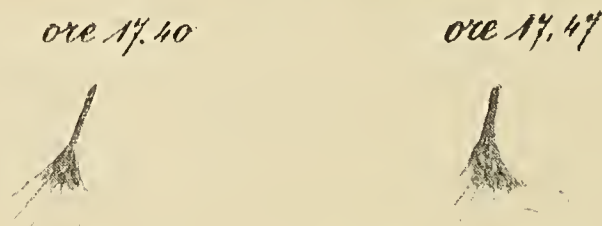



Fig. *D.* — Da una coltura vivente di 8 ore della corteccia di pulcino al 12° giorno (esper. VI). Modificazioni nell'espansione di una grossa fibra.

vediamo uno dei consueti mazzetti terminali; in *b* tre soli filamenti sono rimasti, gli altri furono riassimilati, e dei tre uno è cresciuto ed ha emesso dei brevi rami collaterali a barbe di penna; dopo 10 minuti quest'ultimo filamento si è ispessito e rappresenta la continuazione della fibra principale; dei suoi rami collaterali uno solo è rimasto, si è diviso ed emette a sua volta delicati filamenti collaterali.

La grossa fibra riprodotta nella fig. *G* si espandeva in lunghi filamenti; tale fibra che è ancora brevissima, ha una lunghezza di 12 μ, si divide in tronchi tozzi e brevi, i quali si sfioccano in ramuscoli, che si assottigliano progressivamente verso l'estremità e sono uniti da rami anastomotici. Anche nelle colture viventi si

distinguono talora queste lunghe fibrille, ma poichè esse si continuano in filamenti di fibrina è difficile di definire ove cessi la sostanza nervosa e dove cominci il filamento di fibrina.

Fig. *E.* — Da una coltura vivente di 6 ore di corteccia cerebrale di embrione di 6 giorni e mezzo (esper. 19). Neuroblasta con breve neurite; furono studiate le trasformazioni dell'espansione del neurite.

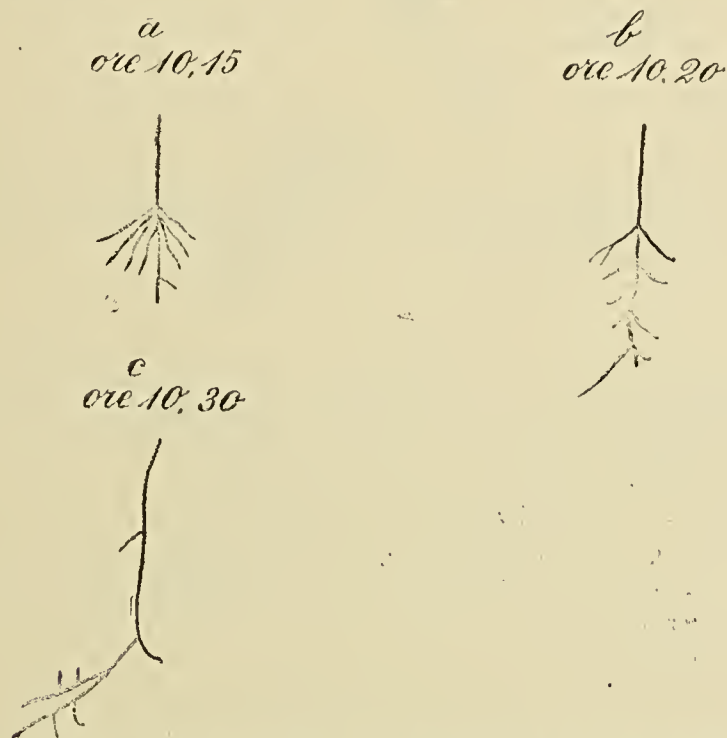



Fig. *F.* — Da una coltura vivente di 19 ore di un embrione di 3 giorni e 6 ore (esper. 12). Modificazioni di una fibra durante il suo accrescimento in lunghezza.

Potrà sembrare strano che questi lunghi filamenti siano transitorî, ma così è realmente; fra tutti uno solo è destinato ad ispessirsi e diventa la continuazione della fibra; esso emette nuovi filamenti e così via di seguito.

La biforcazione di una fibra avviene quando due filamenti di un fiocchetto terminale hanno contemporaneamente la prevalenza sugli altri, e persistono a lungo; finiscono col divenire due fibre definitive quando ciascuno di essi emette un ciuffo di filamenti, il quale ne rende possibile l'accrescimento in lunghezza. Però anche in questo caso i tentativi senza un risultato definitivo sono frequenti.

L'accrescimento delle fibre nervose avviene adunque per movimento ameboide, ed i filuzzi terminali hanno il valore di pseudopodi; la forma e la costituzione di questi sono diversi dagli pseudopodi che vengono emessi durante la locomozione delle cellule mesenchimali e dei leucociti; l'ameboidismo della fibra nervosa ha delle caratteristiche particolarissime, le quali sono evidentemente in rapporto con la struttura specifica del protoplasma nervoso, più che con la necessità di dare origine ad una fibra lunga e sottile [1].

Fig. *G*. — Espansione terminale a lunghi filamenti di una grossa e corta fibra (12 μ di lunghezza). Da una coltura di embrione di 3 giorni e 6 ore, fissata alla 45ª ora in liquido Maximow e colorita coll'ematossilina Held (21 *Q*). Ingr. 1650 ×

[1] Le mie ricerche (1916, 3) sullo sviluppo delle fibre connettive in vitro hanno dimostrato, che l'accrescimento anche in tal caso avviene per ameboidismo, ma questo si svolge con modalità diverse da quello tipico per le fibre nervose; in quel caso il rigonfiamento terminale della fibra connettiva emette delle piccole gemme, cambiando continuamente di forma.

Invece i fenomeni che caratterizzano l'accrescimento rigenerativo delle fibre nervose dell'animale adulto hanno forse qualche analogia con quelli da noi studiati.

I fiocchetti che si trovano nei primi giorni dopo il taglio all'estremo delle fibre del moncone centrale in via di rigenerazione, non differiscono sensibilmente da alcune varietà di espansioni delle fibre embrionali (confronta fig. 27, *c*).

Non troviamo invece nelle colture delle formazioni paragonabili ai bottoni a fibrille straordinariamente addensate che caratterizzano le fibre in rigenerazione. Ma secondo Perroncito (1908) questi bottoni non potrebbero essere paragonati ai coni di accrescimento, ma rappresenterebbero degli episodî del meccanismo di avanzata delle giovani fibre.

Che anche la rigenerazione delle fibre sia legata a fenomeni di ameboidismo sembra certo, ed anche Perroncito l'ha affermato. E confrontando le figure *f* della monografia di quest'autore con quanto si osserva nella coltura vivente, si acquista la convinzione che i finissimi filamenti, i quali partono dai bottoni corrispondano ai filamenti ameboidi, che vengono emessi e poi retratti dalle espansioni delle fibre cresciute in vitro.

L'emissione di pseudopodi è un tentativo da parte della fibra nervosa per trovare la via più favorevole al suo accrescimento; quando questa via è trovata, quello pseudopodo che offre maggiori garanzie di stabilità riceve una più cospicua quantità

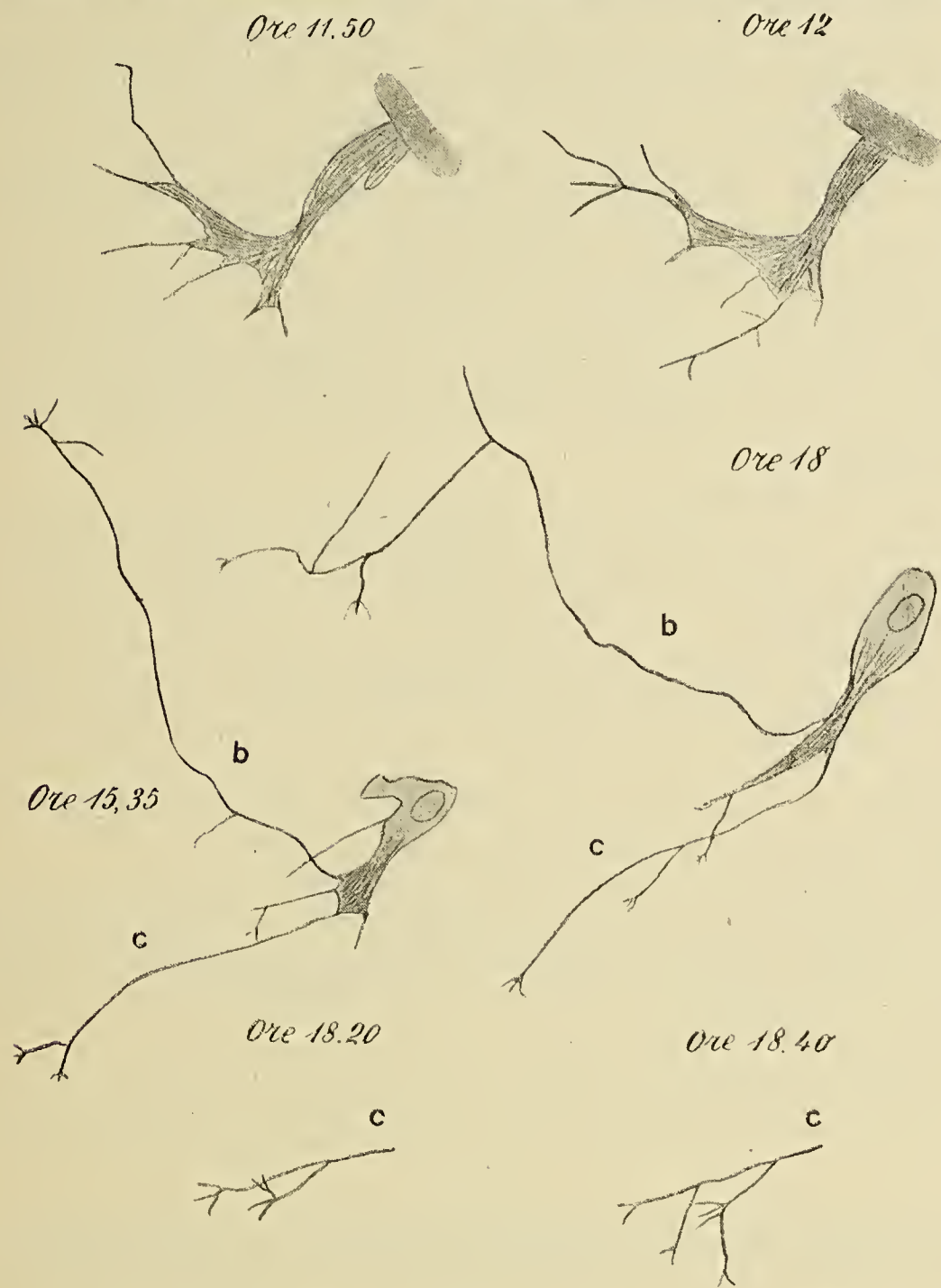



Fig. *H.* — Da una coltura di 19 ore di un ganglio spinale di un embrione di 3 giorni e 6 ore (11 *A*). Fu seguìto l'accrescimento di un grosso cilindrasse di una cellula del ganglio e la migrazione di quest'ultima nel plasma (temp. 39°).

di protoplasma dalla fibra principale, e perciò si ingrossa e diventa la continuazione della fibra, e contemporaneamente la zona di maggiore attività si sposta verso l'estremo distale.

Sarebbe però inesatto il voler limitare l'attività della fibra soltanto alla sua estremità distale; dalle osservazioni di W. ed M. Lewis e dalle mie risulta, che da tutta la fibra, anche nel suo tratto più prossimale vengono emessi dei filuzzi, dei quali i più sono destinati a sparire.

I prolungamenti ameboidi hanno talora la forma di globetti o di clave piccolissime che appaiono in molti punti del contorno della fibra ad intervalli regolari; essi sono impiantati con un breve peduncolo (fig. *O*); i loro caratteri fisici nel vivente e la tingibilità nei preparati fissati sono identici a quelli della fibra nervosa.

Per fissare la nostra attenzione sui filamenti collaterali affilati, di gran lunga più frequenti delle brevi appendici con estremità sferica rilevata, diremo che ben pochi di essi diventano permanenti; per lo più scompaiono con la stessa rapidità con cui si sono formati. Però può accadere che sul decorso di una fibra appaia un fiocchetto terminale e che per questa via si formi un ramo collaterale definitivo; ma occorre prolungare l'osservazione prima di considerare come definitivo uno di questi ramuscoli, perchè spesso rami che hanno già assunto una lunghezza rilevante, dopo qualche tempo regrediscono.

Nella fig. *H* è riprodotto un bell'esempio di attività ameboide di una cellula di un ganglio spinale estesa a tutto il neurite; dapprima sporge dal margine del ganglio un neurite tozzo e breve, che si suddivide in rami sottili; 10 minuti dopo alcuni dei rami prima formati sono stati retratti e ne sono apparsi dei nuovi; più tardi la cellula gangliare si è allontanata alquanto dal ganglio, le fibre si sono accresciute a spese del protoplasma del tronco iniziale, il quale si è accorciato ed assottigliato; ad ore 18 la fibra *b* si è suddivisa, e più tardi anche la fibra *a* segue la stessa sorte.

Ho detto che nelle colture di queste tipo le fibre restano l'una dall'altra indipendenti; ma anche su ciò conviene avanzare qualche riserva.

Noi sappiamo che le colture a fibre isolate si ottengono soltanto se il coagulo ha uno spessore rilevante; allora le fibre al 2°-3° giorno invadono in numero stragrande il coagulo ed essendo sovrapposte in molti piani si intrecciano in tutte le direzioni; in queste condizioni è evidentemente impossibile di decidere se esse siano o no fra loro anastomizzate.

III.

Anastomosi fra rami di uno stesso neurite e fra neuriti distinti.

Le anastomosi sono frequenti in tutte le colture a coagulo sottile, ma naturalmente sono più adatte allo studio quelle non troppo ricche di fibre. La varietà più semplice di anastomosi si osserva quando due rami di divisione di un neurite si ricongiungono in un'unica fibra. Quando il neurite si divide in molti rami e questi vengono poi riuniti da fibre anastomotiche, si viene a formare una vera rete a larghe maglie, la quale non di rado si ricostituisce più oltre in una fibra unica; oppure

dalla rete si staccano alcune fibre, ciascuna delle quali termina liberamente con un'espansione (figg. 2, 3).

Le figg. 2 e 3 riescono particolarmente dimostrative, perchè la rete è costituita da fibre, delle quali si può rintracciare l'origine, essendo avvenuta in quella coltura una migrazione di qualche neuroblasta nel plasma.

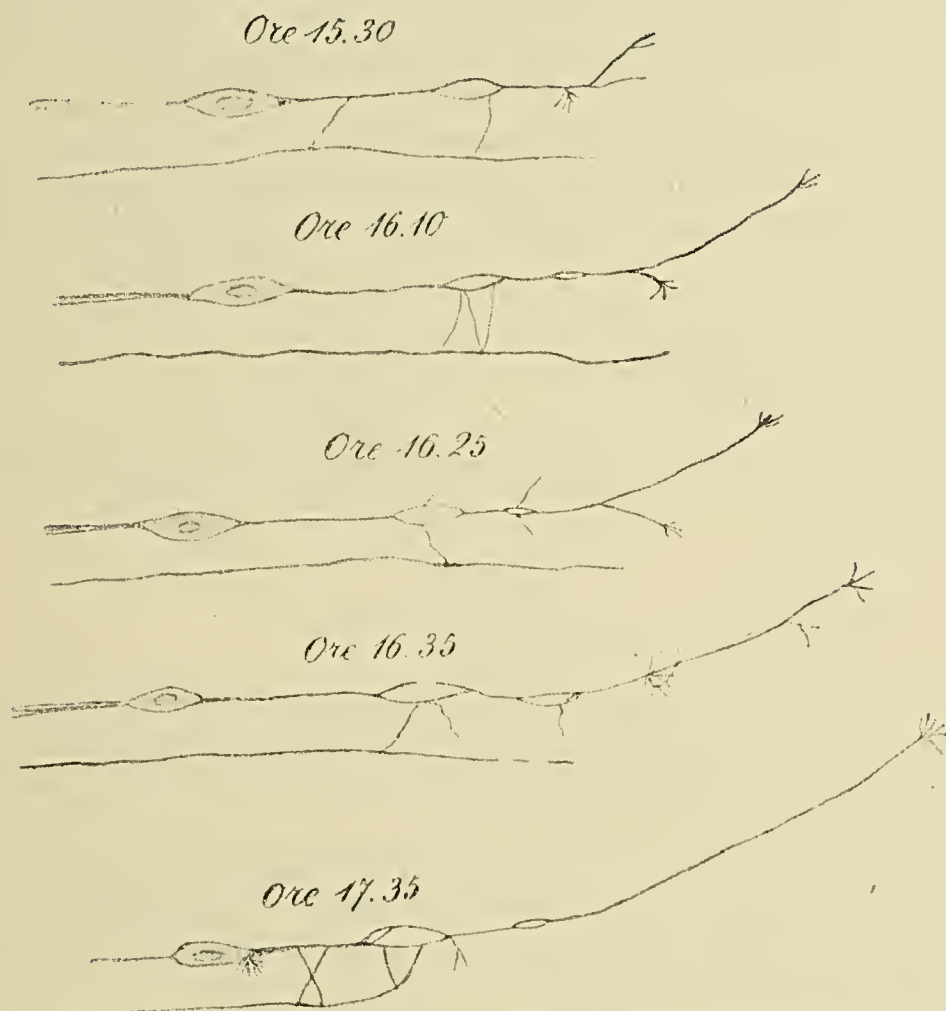



Fig. J. — Da una coltura di rombencefalo di un embrione di 3 giorni e 6 ore, studiata vivente alla 21ª ora (21 *A*). Una fibra proveniente da una cellula bipolare si unisce per mezzo di numerose anastomosi ad una fibra vicina.

Nella fig. 2 fra uno dei neuriti della cellula *a* ed il neurite della cellula *b* avviene uno scambio di fibre ed i neuriti della cellula *a*, anastomizzandosi fra loro, costituiscono una vasta rete. Nella fig. 3 della stessa coltura ha luogo un'anastomosi fra due neuriti in *A*, e più oltre gli stessi formano una rete che non fu disegnata. In fig. 3, *B* i neuriti di due cellule procedono uniti per lungo tratto, senza dividersi e scambiando soltanto delle sottili anastomosi; alla distanza di 0,6 mm. formano una rete molto estesa, della quale soltanto la parte prossimale è compresa nella figura.

Dalla studio delle colture viventi ho desunto in qual modo le fibre si anastomizzano; quest'argomento fu da me trattato in altra pubblicazione (1916, 1) e mi limiterò a riferire brevemente i fatti principali.

1. — Le fibre vengono unite da sottili filamenti (fig. *J*); questi il più sovente regrediscono dopo breve tempo, come sappiamo, e costituiscono perciò delle connessioni transitorie, ma talora diventano vere e proprie fibre anastomotiche, come fu da W. ed M, Lewis dimostrato. Ciò sembra sia avvenuto nel preparato riprodotto a fig. *K*; un filamento di un fiocchetto terminale ha aderito ad un neurite contiguo e si è ingrossato.

Non soltanto i filamenti delle espansioni terminali, come nelle figg. *K*, *L*, bensì delle collaterali che sorgono da punti prossimali del neurite frequentemente si saldano ad altre fibre (fig. *J*); l'adesione deve essere piuttosto intima, il che è dimo-

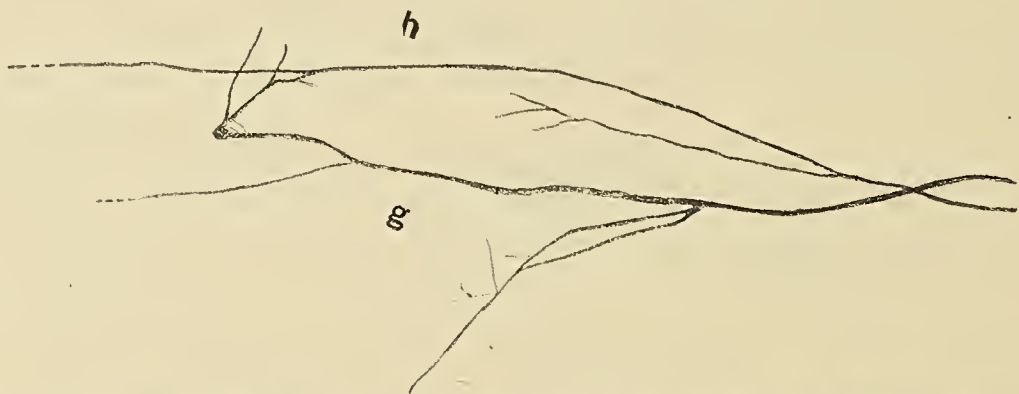



Fig. *K*. — Da una coltura di midollo di un embrione di 4 giorni e 6 ore, fissata alla 22ª ora in Zenker; colorazione con ematossilina Held (13 *E*); si stabilisce un'anastomosi fra 2 neuriti per mezzo di un filamento proveniente dall'espansione di uno di questi. Ingr. 1650 ×

strato dal decorso retrogrado che assume la fibrilla anastomotica, quando una fibra cresce più dell'altra (fig. *J*). Nella coltura riprodotta a fig. *J* vediamo che alcune delle fibrille anastomotiche aumentano di spessore e probabilmente sono destinate a formare delle anastomosi permanenti.

Quando queste ultime sono molto numerose, si formano delle reti del tipo di quelle che abbiamo descritte.

2. — I due ispessimenti terminali di due fibre, oppure di rami di divisione di una stessa fibra, si dirigono l'uno verso l'altro in grazia dei loro movimenti ameboidi e si uniscono; se le due espansioni terminali hanno grandezza diseguale si stabilisce fra le due una specie di equilibrio, ingrossando l'una a spese della sostanza dell'altro; e quando le due fibre terminano con dei rigonfiamenti, la massa protoplasmatica scorre lungo l'arcata che si è formata per l'anastomosi delle fibre (fig. *L*). Dimostrazione più convincente non la potremmo imaginare della fusione che è avvenuta in quei casi fra le due fibre; perchè se fra di esse vi fosse stato un semplice contatto non sarebbe avvenuto uno scambio di sostanza.

Anche delle connessioni apparentemente tanto intime possono essere definitive, ma non lo sono necessariamente. Nell'esempio riprodotto a fig. *L* le due fibre dopo qualche tempo riprendono la loro indipendenza e continuano a crescere.

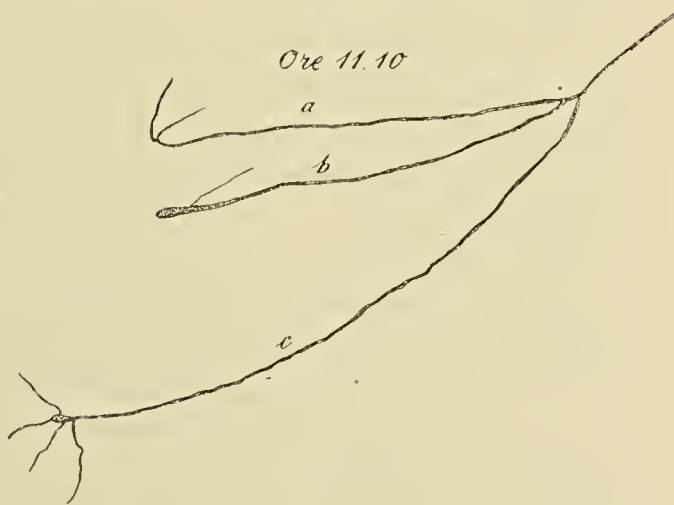
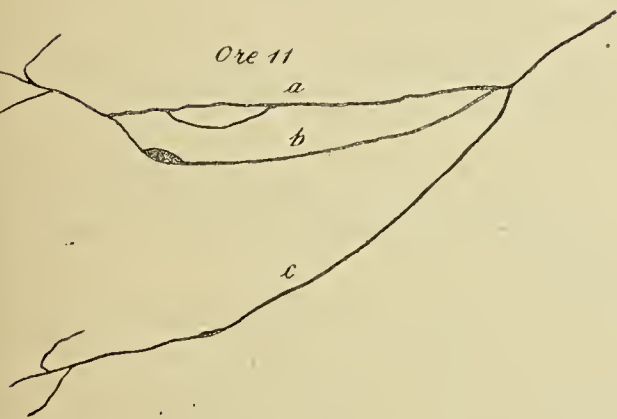
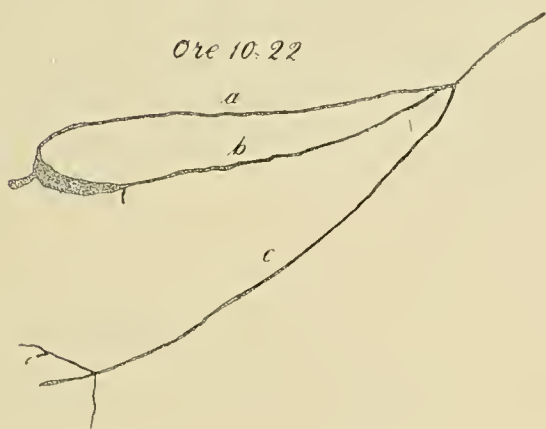
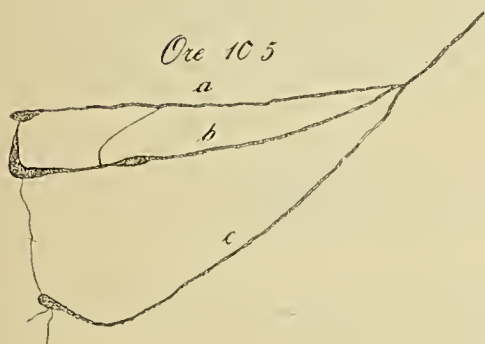
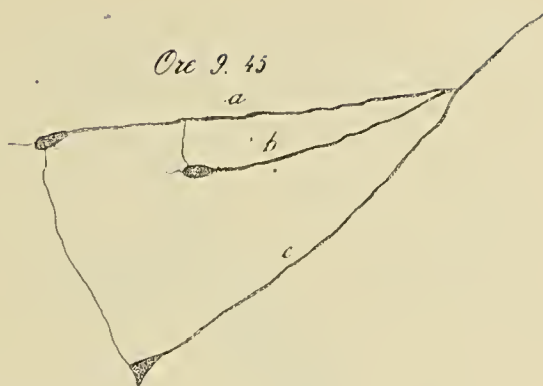
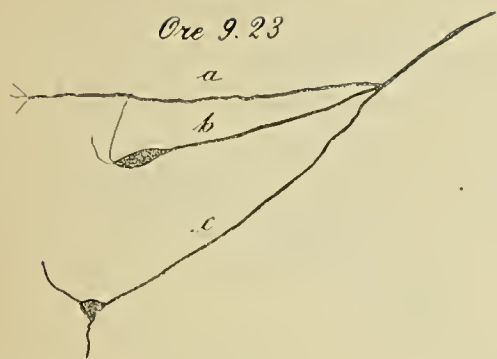



Fig. *L*. — Da una coltura di 18 ore di un frammento di rombencefalo di un embrione di 4 giorni e 6 ore. Temp. 39°. Varie anastomosi fra i rami di divisione di una fibra; unioni transitorie per sottili filuzzi; anastomosi ad arcata fra due fibre, ma anche questa scompare.

3. — Si possono formare delle reti sul decorso di un neurite in modo singolare; piccoli vacuoli compaiono nell'interno di una fibra e crescendo di estensione divaricano i fascetti di neurofibrille; questi si assottigliano gradatamente; ciò risulta da uno sguardo alla fig. *M*; si tratta di un voluminoso cilindrasse proveniente da un neuroblasta emigrato dal tessuto; nella sua porzione distale, presso la biforcazione, appaiono dei vacuoli; la fibra ed i suoi rami di divisione crescono in lunghezza e si assottigliano e contemporaneamente i vacuoli diventano più estesi, al punto che dopo qualche tempo la parte della fibra che formava le pareti dei vacuoli si assottiglia in dei filamenti che congiungono varî punti della fibra.

Naturalmente quando i vacuoli son più numerosi e sparsi si costituiscono delle reti più estese e più complicate.

Non sempre però si tratta di una forma permanente; i fascetti di fibrille invece di venire divaricati possono ravvicinarsi, ed allora il vacuolo scompare.

Quando ci troviamo di fronte a plessi o reti, delle quali non fu dimostrata l'evoluzione nella coltura vivente, ci manca la possibilità di definirne il modo di origine. È probabile che molte reti si formino in parte per una dissociazione degli elementi costituitivi della fibra e dei suoi rami, in parte per coalescenza di rami collaterali e terminali.

IV.

Neuriti riuniti in cordoni. Formazione di plessi e di reti.

In moltissime colture ho veduto sorgere dalla periferia del pezzo dei fasci indipendenti, oppure anastomizzati fra loro a plesso; hanno struttura fibrillare e forma lamellare, e questa diveniva più pronunziata a qualche distanza dall'origine della fibra.

Il loro calibro era variabilissimo; talora molto voluminosi, altre volte a mala pena più grossi di una fibra isolata (confronta in fig. *P*, *d* con *e*, *f*). Per i primi verun dubbio poteva sussistere che si trattasse di un complesso di neuriti, ma per altri rimanevo spesso perplesso, non potendosi escludere fossero dei cilindrassi isolati di volume insolito.

Ma ogni dubbio fu eliminato quando ho potuto convincermi che questi cordoni risultano dalla convergenza di varî cilindrassi, e spesso fui in grado di seguire ciascuno di questi sino al neuroblasta di origine rispettivo.

La convergenza dei neuriti in un fascio avveniva talora al margine del pezzo (fig. 16) ed era possibile di rendersene conto, se quest'ultimo era sufficientemente trasparente. Oppure i neuroblasti erano emigrati dal tessuto ed allora l'origine delle fibre era evidentissima; in qualche caso i neuroblasti erano disposti radialmente ed i cilindrassi si raccoglievano subito in un fascio ristretto, sì da rammentare singolarmente l'origine di un nervo spinale di moto; oppure erano scaglionati per un certo tratto e la convergenza dei neuriti avveniva ad una distanza maggiore o minore (figg. 4, 5). Od infine i cilindrassi decorrevano distinti nel plasma per un tratto che

Fig. *M.* — Da una coltura di 30 ore di un frammento di rombencefalo di un embrione di 3 giorni e 16 ore. Temp. 39°. Nei due rami di divisione di un neurite (il neuroblasta di origine, emigrato nel plasma, si trova a grande distanza) appaiono dei vacuoli, i quali estendendosi formano delle larghe maglie.

poteva anche essere lunghissimo (sino a 50 μ e più) e si riunivano a distanza dalla loro origine (fig. 7).

Per effetto della riunione di varî cilindrassi in un cordone si ripete nelle colture la disposizione fascicolata od a cordone (« Kabelform » degli autori tedeschi), che è tipica per i nervi degli Invertebrati e che si ritrova negli embrioni di Vertebrati prima che nelle fibre nervose si siano differenziate le guaine. Fin qui nulla di insolito adunque; ma tali fasci differiscono dai nervi dell'embrione per qualche particolare importante.

Mentre che nell'embrione i neuroblasti dai quali partono le fibre del nervo sono disposti in piani sovrapposti in direzione cranio-caudale e le fibre si concentrano in un fascio compatto a forma cilindrica, nelle colture invece, specialmente quando il coagulo è sottile, il pezzo esplantato tende ad estendersi in superficie, probabilmente per effetto della migrazione attiva di alcuni neuroblasti; perciò anche le fibre che partono da questi ultimi, anzichè essere riunite in un cordone cilindrico, sono disposte tutte in uno stesso piano, costituendo complessivamente una lamina, la quale aderisce al vetrino.

Ho detto che la lamina ha una struttura finamente fibrillare; quando iniziai i miei studî ero convinto, riferendomi alla costituzione dei nervi dell'embrione, che anche nelle colture ciascuna fibrilla del cordone corrispondesse ad un cilindrasse, ma con un'analisi più accurata mi convinsi che le cose stavano diversamente; le fibrille sono nel fascio in numero di gran lunga maggiore dei cilindrassi dai quali esso è costituito, e questo solo fatto mi fece supporre, che queste fibrille avessero il valore di elementi costitutivi dei cilindrassi.

Se non m'inganno, la stessa disposizione si aveva in una coltura riprodotta da Burrows (1911); la descrizione che quest'autore ne dà non è diversa dalla mia: « The individual neurofibrillae are shown clearly in the staided preparations. The larger bundles appear as twisted rope-like strands or flat layers of delicate fibrillae (fig. 4) . . . ».

Per quanto Burrows non affermi in modo esplicito, che i neuriti del cordone si risolvono in neurofibrille, è fuor di dubbio che quest'autore attribuisce ai costituenti elementari del fascio il valore di neurofibrille e non di cilindrassi.

Per poter interpretare al suo giusto valore tale modificazione nella costituzione dei fasci, è opportuno che noi consideriamo in queste stesse colture il comportamento particolare di alcuni cilindrassi isolati.

Nella mia fig. 4 il neurite *R* è sottile all'origine e dopo breve tratto si slarga in un nastro, nel quale si rende manifesta una struttura finamente fibrillare non visibile nel tratto prossimale.

Orbene, se parecchi neuriti riuniti in un cordone subiscono la medesima trasformazione come nelle figg. 4, 5, 7, in tutto il fascio diviene palese la struttura fibrillare dei singoli cilindrassi ed allora evidentemente le neurofibrille hanno il valore di elementi costitutivi di quei cilindrassi i quali si riuniscono a formare il fascio.

Si potrebbe supporre che tale modificazione di struttura fosse un artefatto dipendente da imperfetta fissazione ; ma prescindendo dalla circostanza che essa si distingue anche nelle colture viventi, ricorderò, che nelle stesse colture nelle quali abbondano

i fasci fibrillari, mi accadde di vedere dei neuriti riuniti in cordoni a forma cilindrica, i quali mantengono in tutto il loro tragitto la loro individualità, proprio come nei nervi dell'embrione, senza dissociarsi in neurofibrille (fig. 6). Questo avviene quando le fibre che crescono nella coltura hanno trovato un substrato di cellule mesenchimali e si insinuano fra il vetrino e le cellule; il cordone riprodotto nella fig. 6 è formato da sette cilindrassi, ben distinti l'uno dall'altro in tutto il tragitto (confronta con la fig. 23 della stessa coltura nella quale un fascio è dissociato in neurofibrille).

Ho ricordato più sopra che Burrows aveva notate queste differenze nella costituzione dei fasci, ed anche per quel che riguarda i fattori che le determinano io mi associo alla sua interpretazione. Burrows afferma infatti che i cordoni quando trovano una densa rete di fibrina sono compatti ed hanno forma rotondeggiante. Invece i nervi che crescono in un mezzo lasso, oppure alla superficie del coagulo si espandono in uno strato appiattito di fibrille. Nel caso nostro il substrato formato dalle cellule mesenchimali ha la stessa funzione stereotropica del denso coagulo di fibrina. Quando invece i fasci crescono in un coagulo sottile e lasso senza cellule, essi si adattano a questo mezzo meno favorevole al loro accrescimento espandendosi in una sottile lamina, che aderisce alla faccia inferiore del vetrino, oppure alla superficie del coagulo.

Dirò ora del modo con cui si svolge l'accrescimento dei fasci fibrillari. Dapprima guidato dal preconcetto, che questo avvenisse in modo analogo a quello che riteniamo tipico per i nervi dell'embrione, supponevo che ciascun neurite fosse indipendente e che l'accrescimento in lunghezza del fascio fosse semplicemente la risultante dell'accrescimento individuale delle singole fibre.

Ma nell'approfondire le mie ricerche mi convinsi che si tratta proprio di un movimento di massa e che in questi fasci l'attività di accrescimento individuale dei singoli neuriti si cancella, fin dal momento in cui incominciano ad invadere il coagulo; l'estremità si espande in un ciuffo di sottili filamenti proveniente da tutta la massa neurofibrillare del fascio (figg. 8 e 9), oppure terminano con mazze ameboidi grossolane ed irregolari, dalle quali si irradiano sottili filamenti; nessun dubbio che la forma irregolarissima delle due espansioni della fig. 10 indica un movimento ameboide di tutta la massa neurofibrillare; e tale imagine ci permette di affermare, che fra i costituenti elementari del fascio deve avvenire uno scambio di sostanza, perchè se il suo accrescimento fosse avvenuto per attività individuale dei singoli neuriti, si rintraccierebbero almeno in qualche punto le espansioni singole; invece questa figura dimostra l'esattezza della mia affermazione, che si tratta di un movimento ameboide di massa.

Inoltre studiando attentamente varie fasi di sviluppo di uno stesso fascio (fig. *N*) ritrassi la convinzione che esso cresce come una massa unitaria, quasi che fosse una fibra enormemente ingrandita.

Quando i varî neuriti mantengono la propria indipendenza, come nei nervi dell'embrione e talora nelle colture (vedi più sopra), essi procedono per un un certo tratto riuniti, ma poi si separano, per ricongiungersi più oltre; nell'embrione, come appare da alcune figure di Held, singoli neuriti si separano dal nervo a varia altezza e terminano con una mazza terminale ben distinta da esso. Nulla di tutto ciò si

osserva nel caso nostro. Il fascio cresce senza che l'individualità delle fibre da cui esso è costituito si manifesti, nè lungo il suo tragitto, nè nella sua espansione terminale.

A documentare anche meglio la solidarietà esistente fra tutti i neuriti di un fascio, riferirò il seguente particolare: noi abbiamo detto che le espansioni terminali possono durante fasi determinate divenire omogenee: ebbene noi vediamo (fig. *N*)

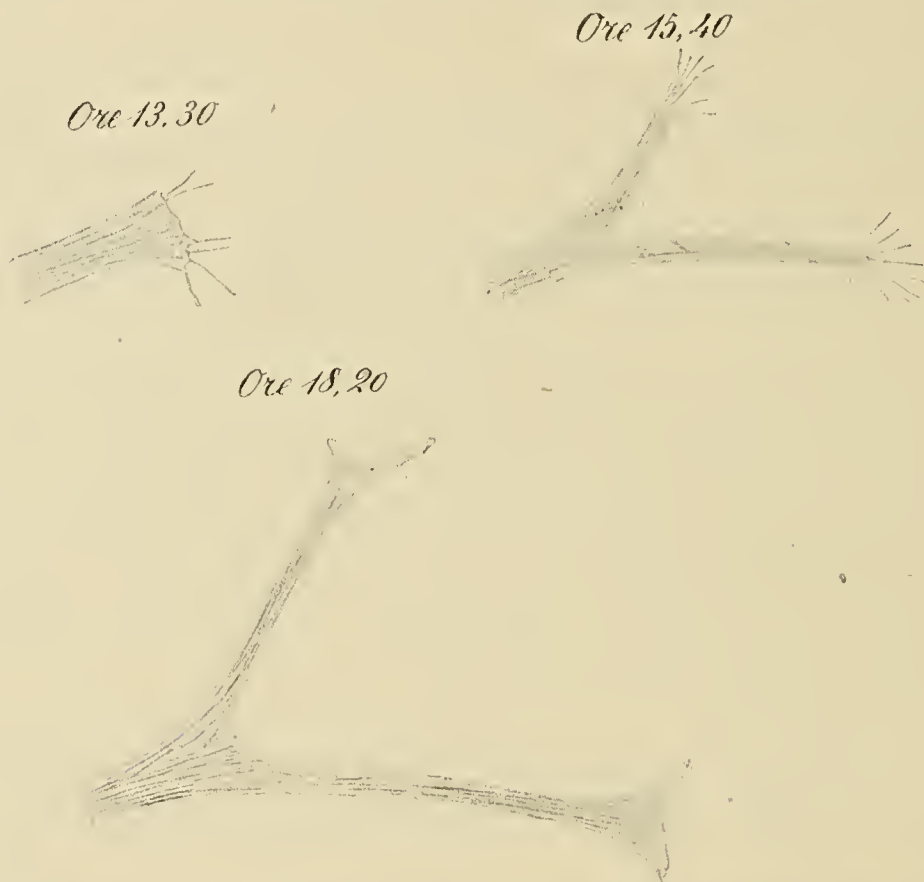



Fig. *N*. — Da una coltura di un frammento di rombencefalo in plasma diluito nella proporzione di 1 : 3 in siero di sangue (20 *A*); osservazioni nella coltura vivente alla 27ª ora. Modificazioni nell'espansione terminale nei due tronchi di divisione di un grosso fascio fibrillare.

che questa modificazione avviene anche nelle espansioni dei fasci fibrillari, proprio come se questi fossero delle unità; se le varie fibre mantenessero la loro attività individuale, mal si concepirebbe come l'espansione possa modificare in blocco così profondamente la sua costituzione.

Queste formazioni di cui abbiamo cercato di definire il valore strutturale e le modalità di accrescimento, dopo un certo tratto si ramificano; i rami provenienti dalla loro divisione possono suddividersi ulteriormente e terminare liberamente; oppure si anastomizzano e ne derivano dei plessi talora molto complicati.

Infine vediamo ripetersi per i fasci le strutture che descrivemmo per i neuriti isolati; ma in questo secondo caso i rami collaterali e le maglie del plesso hanno un valore problematico. È evidente che se nei fasci non è più possibile di rintrac-

ciare l'individualità dei varî cilindrassi, ciò riescirà anche più difficile nelle complicate anastomosi che avvengono fra i rami di divisione di quelli.

Incominciamo dalle disposizioni più semplici e più facili ad interpretarsi.

Nella fig. 7 i neuriti di due neuroblasti si riuniscono in un filamento unico *b*; il diametro di questo va aumentando distalmente e vi si rende palese una struttura fibrillare; più oltre si divide in due rami, che si anastomizzano col neurite del neuroblasta *c*; si forma così un plesso relativamente semplice, che più oltre si ricostituisce in un largo fascetto fibrillare; da quest'ultimo parte più distalmente una fibra sottile, che termina come di consueto in un'espansione.

Ora tale disposizione è suscettibile di due interpretazioni; è possibile che la scomparsa dell'individualità dei neuriti nel fascio fibrillare sia soltanto apparente, ed in tal caso i fascetti del plesso sono costituiti da rami di divisione dei tre neuriti, confusi solo apparentemente in una massa fibrillare. Oppure l'individualità dei neuriti si è cancellata tanto nel fascio principale che nelle trabecole del plesso.

I fatti da noi rilevati nell'accrescimento di questi fasci fibrillari e che furono esposti poco fa, ci fanno propendere per la seconda supposizione.

Nelle figg. 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 i fasci si costituiscono per riunione di varî neuriti, ed essi formano delle arborizzazioni e dei plessi più complicati e più estesi che negli esempî sopra riferiti; evidentemente la differenziazione di queste imagini più complesse ha richiesto un periodo di tempo molto maggiore che nel primo caso.

Nelle figure 8 e 9 si nota un accenno alla riunione in gruppi dei filamenti dell'espansione terminale, e questo indica un'incipiente suddivisione in tronchi secondarî. Nella fig. 10 è avvenuta la suddivisione del fascio in due rami fra loro anastomizzati; delle caratteristiche delle due espansioni della fig. 10 ho detto poco fa.

Nella fig. 11 dall'estremità espansa del fascio principale *d* si diparte un fascio secondario, il quale si suddivide; ciascuno dei tre rami si espande in una mazza terminale. I rilievi che si vedono all'estremità del fascio principale indicano che altri rami secondarî sono in procinto di partirsi da esso.

Nella fig. 12 varî tronchicini collaterali si dipartono dal tronco principale; questo si biforca in due grossi fasci secondarî, che si dissociano alla lor volta in fibre sottili; molte di queste si ricongiungono al tronco a varia distanza dal punto di partenza.

Il plesso della fig. 13 è prevalentemente costituito da sottili fibre, alcune delle quali traggono origine direttamente dal pezzo esplantato, altre dai fasci; anastomosi si stabiliscono per incontro ad angolo acuto di fibre provenienti anche da punti lontani.

La fig. 14 differisce dalle precedenti per i seguenti particolari; il tratto prossimale del tronco si anastomizza in varî punti (*b*) coi fasci secondarî che ne partono, sì da risultarne una complicata disposizione a plesso; inoltre delle fibrille che si separano dal tronco principale si riuniscono a ventaglio in cordoncini compatti (in *b*); infine sottili fibre provenienti dal fascio principale si riuniscono dopo un lungo tragitto in un cordoncino a costituzione fibrillare, il quale si dissocia di nuovo in fibre sottili (in *a*). Parimenti nella fig. 21 vediamo fibre molto sottili, che dopo essersi anastomizzate formando una complicata rete, si ricostituiscono in un grosso tronco *d*.

Nella fig. 15 i fascetti di fibre ed anche le fibre sottili provenienti da risoluzione del tronco principale (il quale è brevissimo) si sono considerevolmente accresciute in confronto alle colture riprodotte nelle figure precedenti (si consideri che la fig. 15 fu riprodotta a debole ingrandimento); anche in questa figura varie fibre si riuniscono dopo un certo tragitto al tronchicino da cui sono partite, oppure ad un tronco vicino; ne risultano dei plessi, che in qualche punto hanno una complicazione rilevante.

Le arborizzazioni, i plessi e le reti riprodotte nelle figg. 16, 17, 18 ed anche nelle figure di dettaglio 23-28, tratte tutte da un'unica ricchissima coltura, che fu colorita col metodo Cajal, differiscono dalle imagini fin qui descritte per la maggiore

Fig. O. — Due rami della fibra *a* nella fig. 17, in *o* (coltura 14 *Q*), molto ingranditi. Il ramo *b* ha molte appendici con rigonfiamento terminale; dalla fibra *c* partono molti rami che si ricongiungono alla fibra principale. Ingr. 1650 ×

estensione delle arborizzazioni dei singoli fasci, tanto più se si tiene conto che questi risultano da un numero limitato di neuriti. Apparentemente almeno queste figure si avvicinano più delle altre a quelle tipiche per i nervi dell'embrione. Ma in realtà sussiste anche in questa coltura la sostanziale differenza su cui abbiamo tanto insistito; i tronchi prendono subito una forma lamellare ed i neuriti che li costituiscono si dissociano in fibrille, costituendo un fascio nel quale l'individualità dei singoli neuriti è scomparsa (fig. 18, 23).

Il lungo fascio della fig. 16 trae origine da riunione di 4 neuriti, dopo breve tratto aumenta in larghezza e vi riconosciamo una struttura finamente fibrillare; la sua arborizzazione avviene secondo il tipo monopodico, cioè esso conserva la sua individualità per un lungo tratto (ha una lunghezza di circa 0,8 mm.); i rami collaterali si dividono ed in parte terminano liberamente, in parte si anastomizzano fra loro, oppure sottili fibre si ricongiungono al tronco principale.

Invece la complessa arborizzazione del fascio *a* nella figura 17 avviene piuttosto secondo il tipo dicotomico; le anastomosi si stabiliscono in prevalenza fra i rami più sottili; nella fig. *O* è riprodotta a forte ingrandimento una rete a strette maglie

della fig. 17, punto *o*. Le arborizzazioni dei fasci *b* e *c* della stessa fig. 17 si avvicinano al tipo monopodico; varie anastomosi avvengono fra i rami di questi due fasci; una di queste (punto *x* nella fig. 17) fu riprodotta fortemente ingrandita a fig. 24.

Il fascio *c* deve la sua origine alla riunione di 6 neuriti (fig. 17) e dà nel suo lungo decorso molti rami, i quali si suddividono e si anastomizzano fra loro, oppure si ricongiungono al tronco principale; una parte della vasta rete che risulta da queste anastomosi fu riprodotta a forte ingrandimento a fig. 18.

Fig. *P*. — Espansioni terminali di fibre che provengono da un fascio fibrillare; la fibra *d* parte dal tratto iniziale del tronco; le fibre *e*, *f* da un piccolo plesso formato da rami del fascio suddetto. Da una coltura di embrione di 3 giorni e 6 ore, fissata alla 45ª ora in liquido Maximow. Ematossilina Held. Ingr. 1650 ×

Si noti che tanto il fascio della fig. 16, che i fasci *a*, *b*, *c* della fig. 17 provengono tutti dallo stesso frammento di tessuto.

Di rado ho potuto seguire nella coltura vivente l'evoluzione di questi plessi e reti; ma non vi può essere dubbio che le anastomosi sono per lo più secondarie; dapprima i fasci fibrillari ed i loro rami terminano con espansioni libere (figg. 27, 28), e successivamente si anastomizzano nel modo da me descritto a pag. 154 e seg.

È certo però che in qualche coltura i cordoni sono sin dal momento in cui divengono visibili nel plasma fra loro uniti; lungo il contorno del pezzo appare un reticolato a trabecole grossolane ed a maglie ristrette (figg. *Q*, *R* in *A*); più tardi quelle trabecole vengono stirate e si assottigliano; le lacune diventano più ampie ed arriviamo così alla struttura riprodotta nelle figg. 20, 21: cospicui fasci fibrillari congiunti da arcate anastomotiche.

Poichè le trasformazioni che avvengono nel tessuto esplantato si sottraggono all'osservazione, il valore di questi fatti mi sfugge; forse ulteriori perfezionamenti del metodo ci permetteranno di chiarirli in avvenire.

Più frequente è la differenziazione di reti per accumulo di liquido nello spessore dei fasci fibrillari; si tratta di un fenomeno analogo a quello descritto a pag. 158. Nello spessore dei fasci si formano delle lacune piene di liquido interfibrillare, analogamente a quanto abbiamo osservato nell'interno di alcuni cilindrassi; le lacune

aumentano di estensione e divaricano i fascetti fibrillari, che le delimitano (fig. 9); questi, per effetto della distensione che subiscono, si assottigliano sempre più, quanto più inoltrata è l'età della coltura.

Tale origine ha certamente la rete a grosse e strette maglie *b* della fig. 20, come pure le lacune allungate che sembrano scavate nel fascio fibrillare *a* in fig. 19.

Interessanti riescono le osservazioni eseguite durante la vita della coltura riprodotta a fig. 20; nella parte distale del tronco *A* sono apparse, in seguito ad accumulo

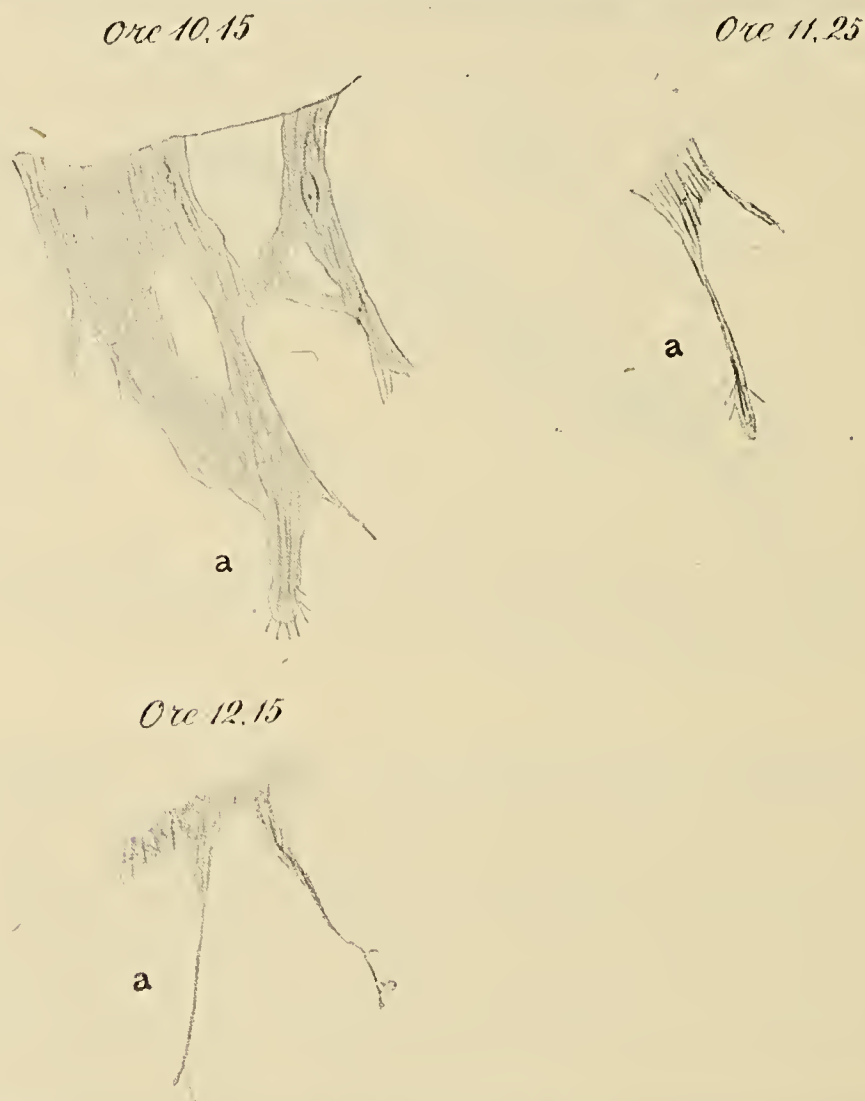



Fig. *Q*. — Da una coltura di 20 ore di un embrione di 4 giorni, studiata vivente; grossi tronchi fibrillari formano un grossolano trabecolato. Modificazioni dell'espansione di uno di questi.

di liquido interfibrillare delle lacune; si è così costituita l'intricata rete *b*; più distalmente i fascetti fibrillari si ricostituiscono nel tronchicino *c*, in origine brevissimo, ma che cresce rapidamente in lunghezza per effetto del movimento ameboide della sua espansione; quest'ultima fu riprodotta molto ingrandita a fig. *S*.

Origine non molto diversa io attribuisco ai plessi che troviamo spesso nel tratto prossimale dei tronchi (fig. 14, *b*), od a plessi molto più complicati, qual'è quello riprodotto a fig. 22.

Trovai poi in varie colture dei reticoli che sono tesi per tratti relativamente estesi fra i cordoni fibrillari; sono caratterizzati da grande sottigliezza delle fibre

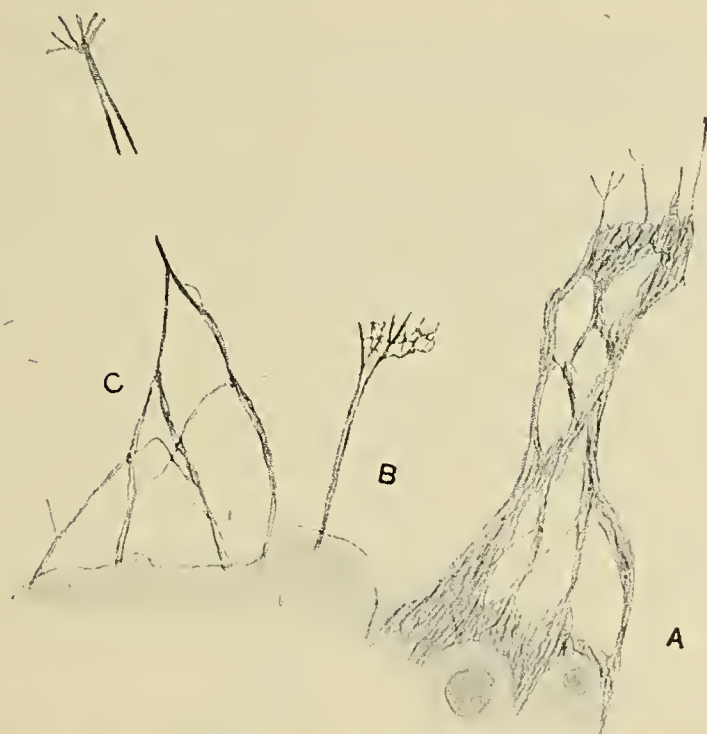



Fig. *R.* — Varî fascetti anastomizzati a plesso. Da una coltura di un embrione di 4 giorni e 6 ore, fissata alla 22ª ora in Zenker; ematossilina Held (13 *E*). Ingr. 1650 ×

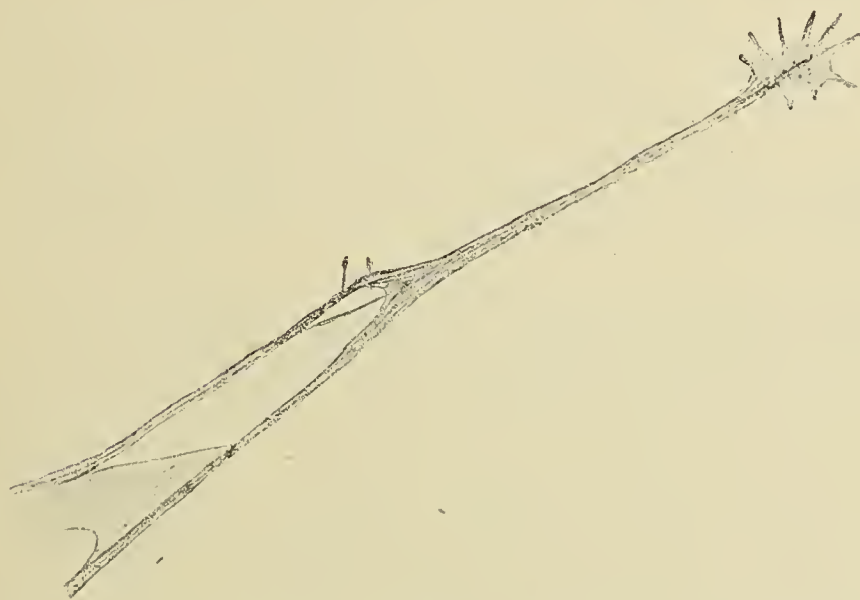



Fig. *S.* — Espansione terminale del fascetto fibrillare *a* nella fig. 20 molto ingrandita (coltura 11 *S*). Ingr. 1470 ×

e dalla frequenza delle anastomosi, ed anche da una certa uniformità nell'ampiezza delle maglie (figg. 19, 21). Sulla loro origine non mi formai un'opinione precisa.

V.

Migrazione di neuroblasti nel plasma.

Della migrazione dei neuroblasti nel coagulo, che era stata osservata da Harrison negli embrioni di rana ed interpretata come un fatto attivo, noi abbiamo ripetutamente parlato; Burrows fa cenno della presenza di cellule intercalate sul tragitto delle fibre cresciute nel coagulo, ma fa qualche riserva sulla loro natura nervosa.

Ingebritsen in colture di corteccia cerebrale di embrioni al 6°-7° giorno trovò nel plasma a breve distanza dal pezzo delle cellule grandi, ricche di granuli, con 1 o 2 prolungamenti protoplasmatici brevi, ed 1 o 2 lunghi cilindrassi.

Spessissimo io vidi separarsi dal pezzo, già 8-10 ore dopo che fu eseguita la coltura, molti neuroblasti allineati in una o due file, i quali rimangono congiunti al pezzo con prolungamenti sottili e rigidi. È possibile che il loro spostamento sia favorito da movimenti attivi del protoplasma, ma la causa principale ne è certamente la trazione esercitata sugli elementi periferici del pezzo esplantato dai filamenti di fibrina che vi si inseriscono.

Questi neuroblasti mantengono per qualche tempo una forma affusata ed emettono dei neuriti che crescono nel modo consueto. Sono fra loro congiunti da filamenti anastomotici, che probabilmente preesistevano nel pezzo esplantato e si sono resi manifesti per effetto dello spostamento delle cellule nel plasma.

La connessione fra queste cellule non è soltanto apparente; quando due cellule si allontanano l'una dall'altra ed il ponte di sostanza nervosa che le unisce viene fortemente stirato, esse ciononostante non divengono libere; mentre così dovrebbe essere se fra le due vi fosse un semplice contatto anzichè una continuità di sostanza.

Questi neuroblasti si alterano e regrediscono rapidamente; perciò le fibre che da essi traggono origine non raggiungono mai una lunghezza rilevante.

In colture di telencefalo di pulcini al 10°-12° giorno ho visto discostarsi dal pezzo, evidentemente per effetto degli stessi fattori ora ricordati, un gran numero di cellule nervose anastomizzate tra loro con molti prolungamenti.

Ho tentato di definire, se i prolungamenti protoplasmatici crescono come i neuriti per movimento ameboide e credo di aver osservato che così avviene realmente; però nei prolungamenti protoplasmatici non si osserva un vero ciuffo terminale, ma soltanto qualche sottile appendice che viene emessa e poi retratta. Talora ho notata l'emissione di prolungamenti protoplasmatici transitorî, che dopo breve tempo dalla loro comparsa venivano retratti. Io ritengo fermamente adunque che anche l'emissione e l'accrescimento di questi prolungamenti sia un fenomeno di ameboidismo.

Anche queste cellule multipolari avevano una durata di vita breve.

Maggiore interesse hanno per noi quei casi nei quali dei neuroblasti isolati, provenienti di solito da pezzi piccolissimi (pag. 144), si spostano tardivamente verso la 20ª-30ª ora nel coagulo, oppure nella zona di plasma fluidificato tra il tessuto ed

il plasma; allora la vita della cellula può durare assai più a lungo (figg. 2, 3, 4, 5, 7, 17, 19; *E*, *H*, *I*, *T*).

Lo spostamento della cellula può precedere la differenziazione del neurite, ma può anche seguirla (fig. *H*). In quanto alle cause dello spostamento del corpo cellulare, è possibile che, come per il caso considerato in precedenza, vi abbiano parte tanto la trazione esercitata dalla fibrina, che dei movimenti attivi del protoplasma, sebbene sia difficile di renderci conto come tale trazione si manifesti con tanto ritardo. Forse le cause della migrazione non sono sempre le stesse in tutte le colture.

Sovente essa è grandemente facilitata dalla disgregazione degli elementi contigui, dimodochè si avrebbe quasi una dissociazione spontanea delle cellule rimaste viventi.

Fig. *T*. — Neuroblasta con prolungamenti che si anastomizzano a rete con altre fibre. Coltura di lobo ottico di un pulcino al 9° giorno, fissata in Zenker alla 30ª ora. Ematossilina Held. (IV *B*). Ingr. 750 ×

Delle anastomosi fra fibre provenienti da neuroblasti emigrati abbiamo detto diffusamente. Quando queste son numerose ed avvengono a breve distanza dall'origine delle fibre, i prolungamenti dei neuroblasti prendono direttamente parte alla costituzione della rete (fig. *T*).

La vitalità dei neuroblasti emigrati dipende da varie cause; ma soprattutto, e quest'è importante, dalle connessioni che la cellula mantiene col pezzo esplantato. Quando la cellula nervosa si libera del tutto dal pezzo, degenera rapidamente; quando invece resta unita ad esso con uno o due prolungamenti sopravvive per lungo tempo; la prova obbiettiva della sua vitalità si ha nell'attività ameboide del neurite.

Anche i neuroblasti emigrati, come le cellule mesenchimali, si distendono dopo qualche tempo sulla faccia inferiore del vetrino in una lamina sottile. Ma mentre nelle cellule mesenchimali tale fenomeno è compatibile colla loro integrità, sembra che nei neuroblasti non possa conservarsi a lungo una struttura normale in queste

condizioni; ben presto appaiono nel citoplasma delle grosse granulazioni refrangenti. Contrariamente a quanto si potrebbe supporre, nonostante quella modificazione di struttura, la vita del neuroblasta non è immediatamente compromessa, perchè il ciuffetto terminale del neurite resta per qualche tempo attivissimo ed il cilindrasse cresce in lunghezza. Soltanto quando i granuli diventano molto grossi ed invadono tutta la cellula, l'accrescimento del neurite diviene irregolare, sul suo decorso si costituiscono delle nodosità; la scomparsa definitiva del ciuffo terminale segna l'arresto del suo accrescimento, e probabilmente il momento della morte della cellula.

Anche Ingebritsen raffigura delle cellule che contengono molte grosse granulazioni nel corpo cellulare e ciononostante il lungo cilindrasse ramificato rimane integro.

La migrazione dei neuroblasti in vitro ha interesse specialmente se messa in rapporto coll'ipotesi di Kappers della neurobiotassi; è noto che quest'autore ha supposto, che le cellule nervose si spostano durante l'ontogenesi verso la sede dello stimolo ed ha attribuito a tale fattore molta importanza per l'architettura del sistema nervoso.

VI.

Intima struttura degli elementi nervosi.

Nelle colture viventi le fibre nervose sono dotate di una refrangenza particolare, per cui esse non possono essere confuse nè coi filamenti di fibrina, nè coi prolungamenti protoplasmatici, talora sottilissimi, che sono emessi da alcune cellule mesenchimali. Questo non solo è importante praticamente, ma ha interesse perchè indica che le fibre nervose contengono una sostanza con proprietà ottiche diverse dal protoplasma delle altre cellule. Il loro contorno non è liscio, ma presenta delle minutissime granulazioni.

La stessa refrangenza caratterizza lo scarso citoplasma dei neuroblasti; e naturalmente di ciò ci rendiamo conto soltanto quando i neuroblasti si sono allontanati dal pezzo (vedi pag. 168 e seg.).

Ma delle fibrille ben individualizzate non si scorgono colla semplice osservazione della coltura vivente nè nel neuroblasta, nè nel neurite.

La struttura del citoplasma del neuroblasta, comprendendo in questa definizione soltanto la parte che si trova in immediata prossimità del nucleo, è difficilmente definibile, data la sua scarsa trasparenza; io ho ricevuto l'impressione, che esso sia costituito da filamenti fittamente addensati e sovrapposti in molti piani; col metodo fotografico le fibrille del corpo cellulare si colorano, non coll'ematossilina molibdica.

L'espandersi dei neuroblasti in lamine protoplasmatiche sottili è accompagnato, come sappiamo, da profonde alterazioni e perciò neppure in tali condizioni, nelle quali l'analisi citologica sarebbe facilitata, è possibile di risolvere il problema della struttura del neuroblasta vivente. M. e W. Lewis (1915) affermano di aver visto dei mitocondri nelle cellule nervose coltivate in vitro; io non ho potuto dimostrarne l'esistenza.

Volgendoci a considerare la costituzione delle fibre, diciamo subito che in quelle più sottili nessuna struttura è visibile, nè nelle colture viventi, nè coi metodi specifici di colorazione; ciò è notissimo anche per le fibre di embrioni precoci di Amnioti, e del resto anche per i sottili cilindrassi del nevrasse dell'adulto. W. e M. Lewis si chiedono se le più sottili fibre risultano di una sola neurofibrilla, e finiscono col risolvere la questione in senso affermativo: esse però possono suddividersi in 2-3 fibrille. Neppure nelle fibre più grosse delle mie colture era visibile distintamente una struttura, finchè la fibra ha una forma cilindrica; ma quando si espande in una lamina, allora diviene manifesta nella coltura vivente, e più distintamente nei preparati fissati, una finissima striatura longitudinale (figg. 4, 5).

Lo stesso valga per i fasci fibrillari che son costituiti dalla riunione di varî neuriti; noi sappiamo che la struttura fibrillare di quei fasci è l'esponente della struttura dei varî neuriti, i quali si raccolgono in un fascio unico (figg. *N*, *Q*).

Che le fibrille abbiano una struttura granulare, come credono W. e M. Lewis, non risulta dalle mie ricerche; molto probabilmente si tratta di artefatti, come gli Autori stessi suppongono. Questi granuli avrebbero una certa affinità per le sostanze coloranti, cosicchè resistono all'estrazione del colore più del rimanente della fibra. Forse essi rappresentano la parte colorabile della fibra (acido fibrillare?), che per effetto della fissazione si è separata dal rimanente.

Collo studio minuzioso di questi fasci fibrillari appiattiti abbiamo rilevato qualche fatto che non armonizza pienamente colle idee oggi dominanti sulle neurofibrille.

La dottrina di Apathy presuppone, che le neurofibrille siano entità morfologiche ben definite in tutta la loro estensione, e che ciascun neurofibrilla contenga una somma determinata di fibrille elementari individualizzate; in alcune regioni le fibrille primitive si risolvono nelle fibrille elementari.

Heidenhain (1911) contro la dottrina di Apathy porta varî argomenti; uno dei più importanti sarebbe il seguente: cilindrassi esili quanto le più sottili neurofibrille possono risolversi in un numero grandissimo di cospicui cordoni fibrillari; in tal caso una sola sottilissima neurofibrilla si scompone in un numero sterminato di filamenti.

Heidenhain spiega questi ed altri fatti colla sua ipotesi della metastruttura; una neurofibrilla istologica ha, come una miofibrilla, il valore di un istomero di un ordine di grandezza determinato, ed essa ha la proprietà di dissociarsi in un numero infinito di filamenti; esse possiedono una struttura protomerica divisibile, la quale ha il suo fondamento in un'organizzazione elementare; da questa struttura si possono costituire neurofibrille in numero infinito sia col tempo, cioè durante lo sviluppo, sia nello spazio, cioè ad una distanza determinata.

Le idee di Heidenhain sulla divisibilità indefinita delle neurofibrille trovano una conferma in alcuni dei fatti riferiti in questo lavoro; noi abbiamo già spiegato in altro capitolo come esili fibre o sottili fasci fibrillari si dividono spesso in un numero grandissimo di rami.

Ma le vedute di Heidenhain dovrebbero secondo me essere modificate nel senso, che la sostanza, la quale rappresenta il costituente principale delle fibre nervose non ha sempre necessariamente una struttura fibrillare, visibile al microscopio.

Troviamo un accenno a trasformazioni analoghe a quelle da me osservate nella pubblicazione di W. e M. Lewis; questi A. rilevano, che nei preparati di colture fissate e colorite le neurofibrille sono maggiormente evidenti nel tratto prossimale della fibra che nel distale, sebbene in quest'ultimo il diametro della fibra sia più rilevante; così se la fibra si appiattisce nel passare al disopra ad una cellula mesenchimale, le neurofibrille possono mancare.

Ingebritsen (1913) ha notato, che la struttura fibrillare ben evidente sul tragitto delle grosse fibre cresciute nel plasma, non è invece apprezzabile nei rigonfiamenti che sono intercalati sul decorso delle fibre; questi hanno un protoplasma a costituzione ialina.

Io ho rivolto particolare cura allo studio dell'intima struttura delle fibre in vitro, ricorrendo ai migliori apocromatici e variando le condizioni di illuminazione. Esaminando per qualche tempo una grossa fibra, oppure un fascio appiattito in colture viventi, talora vidi a poco a poco scomparire la struttura fibrillare, quasi che i filamenti confluissero, ma dopo qualche tempo quella struttura si rendeva nuovamente manifesta.

Queste trasformazioni interessavano tutta la lunghezza del fascio o della fibra, ma più sovente soltanto il suo tratto distale.

Guidato da quest'importante osservazione ho potuto allora spiegarmi delle imagini singolari viste nei preparati fissati. Nei fasci colorati col metodo fotografico che furono riprodotti fedelmente nelle figure 24-26 e 28, sembra a prima vista che sussistano soltanto poche neurofibrille individualizzate ed un'abbondante sostanza plasmatica interfibrillare; e che quest'ultima divenga più abbondante in determinati punti, specialmente ove i fasci e le fibre si anastomizzano (figg. 18, 24, 25, 26, 28).

Ma con un esame più accurato rileviamo, che questa sostanza che abbiamo definito come plasmatica ha talora una struttura fibrillare, per quanto poco distinta (figg. 26, 28) e che insensibilmente essa si continua nelle neurofibrille vere e proprie, dalle quali non si distingue che per una tonalità di coloro un poco diversa; assai dimostrativa mi sembra particolarmente la fig. 26, ove nel punto di riunione di varie sottili fibre è intercalata una lamina protoplasmatica a forma irregolare, nella quale le fibre sembrano perdersi.

Inoltre le neurofibrille si risolvono in lamine che hanno le stesse proprietà microchimiche delle neurofibrille, e questa constatazione si accorda pienamente con quanto ci fu dato di scorgere nelle colture viventi: il divenire omogenei in momenti determinati di fasci a struttura neurofibrillare (fig. *N*).

Nelle espansioni terminali delle fibre e dei fasci troviamo delle variazioni di struttura che si succedono a brevi intervalli, le quali convalidano pienamente l'opinione che ci siamo formati sulla costituzione delle fibre nervose.

Premetto che nella letteratura troviamo pochi cenni sulla struttura delle mazze terminali. Dalle figure di Held e di Cajal si rileva che la mazza di accrescimento reagisce di fronte ai metodi elettivi per le fibrille, come il rimanente del cilindrasse; di solito appare come una massa compatta, ma vi si scorge anche qualche fibrilla divaricata dal grosso della massa fibrillare (Held).

Cajal (1907), col confronto fra preparati col metodo fotografico e con quello della reazione nera, dimostra che la mazza è costituita da due parti: l'una plasmatica colorabile col cromato d'argento, l'altra fibrillare, che da sola riempie l'asse della mazza, nello spessore della quale si perde emettendo dei filuzzi.

Burrows ha trovato, che le mazze terminali ed i loro pseudopodi si colorano irregolarmente; delle strie colorate in oscuro, passano dalla fibra nei differenti pseudopodi; la sostanza più intensamente colorabile può apparire frammentata e può essere sparsa in tutta la massa del rigonfiamento.

W. ed M. Lewis trovarono grandi varietà nella costituzione delle espansioni; spesso consistono di una porzione finamente granulare a forma di membrana, con numerosi finissimi rami che sorpassano il limite della visibilità.

Lo studio dell'intima costituzione delle espansioni terminali nella coltura vivente è difficile: si tratta di strutture delicatissime, meno refrangenti del restante della fibra e perciò non sempre ben differenziabili otticamente dai filamenti di fibrina.

Meglio si prestano, per il maggior volume, le espansioni dei fasci fibrillari.

Una separazione fra parte plasmatica e fibrillare, contrariamente a quanto ritiene Cajal, non si vede nel vivente; e se talora vi si osservano delle parti di proprietà ottiche diverse, queste non sono nettamente separate; anche quando la parte centrale dell'espansione è più refrangente, essa degrada verso la periferia in una lamella tenuissima, la quale emette varî pseudopodi sottili e trasparenti e perciò visibili a fatica; si tenga conto che nelle figure riesce difficile di riprodurre delle imagini tanto tenui e delicate e che necessariamente siano costretti a schematizzare alquanto.

Del resto la figura stessa che Cajal ritrae per illustrare l'esistanza di due sostanze, plasmatica e neurofibrillare, dimostra che queste non sono nettamente separate. E lo stesso valga per la mia fig. *S*, la quale riproduce l'espansione di un fascio colorita coll'ematossilina Held.

Seguendo per qualche tempo i mutamenti delle espansioni, vediamo che la massa neurofibrillare è sottoposta a continui cambiamenti di struttura: le fibrille confluiscono in una massa protoplasmatica apparentemente omogenea (figg. *A*, *N*); dopo qualche tempo la sostanza neurofibrillare si ricondensa in filamenti. Infine anche nelle espansioni noi troviamo le variazioni strutturali che abbiamo notato sul decorso dei neuriti.

W. e M. Lewis si chiedono, se i rami esilissimi che partono dalle espansioni hanno il valore di neurofibrille, oppure di rami collaterali delle fibre, e finiscono per concludere in favore della prima supposizione. La stessa domanda mi si affacciava spesso quando avevo sott'occhio sottili rami collaterali, oppure reticoli. Ma quando ebbi maturate le mie vedute sulla struttura degli elementi nervosi, compresi che il porre il problema in questi termini è un errore.

Non è il criterio dello spessore maggiore o minore che segna la differenza fra una fibra ed una fibrilla; seguendo le idee oggi prevalenti il criterio dovrebbe essere la presenza nella fibra di un liquido plasmatico che avvolge la fibrilla, quando questa è unica, o che separa le fibrille riunite in un fascio.

Ma se al principio delle neurofibrille rigide sostituiamo quello di una sostanza neurofibrillare, a forma mutevolissima, e che spesso invade lo spazio occupato dal

liquido plasmatico, mescolandosi probabilmente con questo, la distinzione fra neurofibrille e collaterali di fibre diviene praticamente irrealizzabile.

Le caratteristiche di questa « sostanza fibrillare » sono la spiccata refrangenza e l'affinità per alcune sostanze coloranti, in condizioni adeguate di fissazione e di mordenzatura, proprietà che si manifestano sempre, indipendentemente dalla sua costituzione morfologica; ed anzi Bethe (1908) ha potuto estrarre dalle fibrille un « acido fibrillare », il quale presenta le stesse elettività tintoriali delle prime.

È vero che le proprietà fisiche ed il grado di affinità per i colori della sostanza fibrillare non sono sempre identici; i filuzzi che si irradiano dalle mazze terminali, come pure i filamenti collaterali sono pallidissimi e nella coltura vivente molto meno refrangenti dei neuriti ed io spesso mi chiesi se hanno la stessa costituzione; ma conviene tener conto che questa differenza nelle proprietà ottiche dipende dalla loro sottigliezza e forse anche da lievi variazioni fisiche della sostanza neurofibrillare.

D'altra parte anche i filuzzi che partono dalle espansioni, perfino quelli che per la loro finezza non sarebbero certo visibili nella coltura vivente, reagiscono positivamente col metodo fotografico (fig. 28) ed hanno una certa affinità per l'ematossilina acida, cosicchè non abbiamo ragione di ritenere che la sostanza neurofibrillare sia estranea alla loro costituzione.

Una revisione da tale punto di vista delle trasformazioni delle neurofibrille durante la rigenerazione dei nervi potrebbe forse condurre a risultati interessanti. Alcuni dei bottoni terminali delle fibre nervose rigenerate hanno una struttura omogenea, altri sono finamente fibrillari; ed anche in questi ultimi le fibrille sono raccolte in un groviglio più compatto presso la fibra, divengono lasse più distalmente (vedi le belle figure della monografia di Perroncito). Poichè in questo caso il controllo sulla fibra vivente non è possibile, resta da vedersi, cercando di studiare attentamente queste strutture diverse, se esse sono fasi distinte della sostanza neurofibrillare o dipendono semplicemente dalla tecnica; i fatti da me osservati nelle colture in vitro mi fanno propendere per la prima supposizione.

Riassumendo, le neurofibrille non sono organuli cellulari rigidi ed immutabili, perchè noi li vediamo talora modificare profondamente la loro costituzione ed anche confluire sotto il microscopio in lamine protoplasmatiche otticamente omogenee; queste ultime possiedono le stesse proprietà delle neurofibrille, di ridurre i sali di argento e di colorarsi coi colori di anilina.

Io ho detto che questa sostanza può avere nel vivente un aspetto ialino, ma che in preparati col metodo fotografico vi si distingue a stento una struttura fibrillare, ed è probabile che non possa essere esattamente definita, perchè ci troviamo di fronte al limite segnato dal potere di risoluzione dei nostri migliori apocromatici.

Se così fosse, i fatti da me osservati si accorderebbero coll'ipotesi di Heidenhain della metastruttura delle neurofibrille, modificata nel senso, che esse non rappresentano organuli cellulari permanenti, ma che possono continuamente risolversi in fibrille più sottili e talora non visibili coi nostri mezzi ottici, cosicchè sembrano confluire in una lamina ialina; tale trasformazione sarebbe reversibile, perchè la sostanza neurofibrillare può ricondensarsi in fibrille chiaramente visibili al microscopio.

È importante, che una forma non meno mutevole delle neurofibrille hanno anche gli organuli cellulari, i quali sono un attributo costante del protoplasma, i condriosomi; questo fu dimostrato nelle cellule viventi coltivate in vitro da M. e W. Lewis (1915) e da me (1916, 2): e si aggiunga che anche le trasformazioni dei condriosomi, come quelle delle neurofibrille, sono reversibili.

Sarebbe certo interessante l'approfondire la natura di queste trasformazioni; varie supposizioni si affacciano: sono esse il risultato di uno scambio di sostanza fra fibrille e liquido interfibrillare? Oppure le fibrille modificano i loro caratteri fisici per adsorpzione di acqua dall'ambiente da parte del colloide che le costituisce? Ma lo studio dei problemi di tale natura, esorbita dai limiti imposti alla morfologia dai mezzi di indagine attuali.

Riferendomi alle recentissime ricerche di Jsaacs (1916) ritengo verosimile la seconda supposizione, la quale del resto non esclude la prima. Quest'autore ha osservato che soluzioni di gelatina, di albume d'uovo, di globulina, di glutine a varia diluizione, a seconda della concentrazione, mostrano lievi differenze nelle proprietà ottiche; tanto la perdita d'acqua che la trasformazione di un sol in un gel producono un certo aumento della refrangenza.

Un altro quesito che lasciamo aperto è il seguente: quando vediamo confluire la sostanza fibrillare in una lamina omogenea, le neurofibrille scompaiono realmente, oppure seguendo le idee di Bethe [1], soltanto l'acido fibrillare si diffonde, mentre la parte non colorabile delle fibrille rimane immutata?

Una questione simile è stata posta per i cromosomi; se questi scompaiono veramente durante l'intercinesi, oppure se persiste un substrato acromatico, il quale rappresenta lo scheletro sul quale durante la mitosi si concentra la nucleina.

La grande labilità delle neurofibrille, che era stata supposta già in passato, ma che viene ad essere meglio dimostrata da queste ricerche, ci può spiegare perchè la struttura delle cellule nervose si presenti tanto diversa a seconda del metodo adoperato.

Lugaro, nel 1904, espresse il convincimento, che nessuna imagine corrisponde esattamente alla struttura vivente, ed i risultati dei metodi citologici debbono essere considerati sempre con rigoroso relativismo. Non si può disconoscere che debba esistere una qualche struttura preformata reticolare, ma tuttavia si deve ammettere che la sostanza conducente è plastica ed alterabile. In questa questione si toccano i limiti estremi della morfologia.

La questione dal 1904 ad oggi non ha progredito gran che e rimane negli stessi termini in cui la pose Lugaro; i risultati dei varî metodi differiscono fra loro, inquantochè le strutture messe in evidenza da alcuni di essi sono più semplici e costituite da filamenti più grossi.

Anzi le ricerche di Giulio Ascoli (1913) hanno dimostrato, che perfino nelle fibre nervosi colossali di Irudinee, nelle quali si ammetteva sino a poco tempo fa

[1] Bethe è convinto che l'acido fibrillare è in grado di spostarsi anche nella fibra nervosa dell'adulto; stimolando un nervo l'affinità delle fibrille per l'acido fibrillare aumenta al catode, diminuisce all'anode.

la presenza di fibrille nettamente individualizzate. con metodi opportuni si distinguono dei reticoli finissimi, i quali verso il centro si riuniscono in cordoni di fibrille.

Alcuni autori hanno spinto il loro scetticismo sino a mettere in dubbio la preesistenza delle neurofibrille nel vivente, ed hanno tentato di dimostrare, che esse sono semplicemente un prodotto di precipitazione provocato dai fissatori. Ed è doveroso di riconoscere che fino ad oggi le neurofibrille non erano state viste negli elementi nervosi non fissati.

La struttura fibrillare vista a fresco da Max Schultze nelle fibre dell'olfattorio, non è dovuta alla presenza di neurofibrille, bensì di sottili cilindrassi, come Tuckett rileva. Parimenti tutte le osservazioni successive sulla struttura fibrillare delle cellule e delle fibre nervose non reggono alla critica. Held in nervi di larve di anfibî viventi non potè distinguere delle neurofibrille.

Alcuni autori hanno insistito sulla rassomiglianza fra le neurofibrille e le strutture che si hanno in soluzioni colloidali coagulate dai fissatori istologici (Pighini (1909), Leca Marcho).

Auerbach (1912) dai suoi studî sulla struttura delle fibre dell'ischiatico di rana conclude, che con la coagulazione di un plasma originariamente omogeneo si può ottenere una struttura filamentosa e che la preesistenza delle neurofibrille nel vivente non è dimostrata.

Lugaro (1909) ha sottoposto il tessuto nervoso ad una coagulazione rapida col calore e successivamente lo ha trattato coi metodi elettivi per le neurofibrille ottenendo un risultato positivo. Secondo Lugaro in questo caso le neurofibrille non possono essere un prodotto della precipitazione da parte dei fissatori, perchè tale azione precipitante non potrebbe esercitarsi su colloidi coagulati, e d'altra parte, l'A. ritiene inverosimile che la coagulazione da calore produca gli stessi effetti dei fissatori.

Quest'argomento addotto da Lugaro in favore della preesistenza delle neurofibrille non è privo di valore, ma non può essere considerato decisivo, finchè non sarà provato che l'azione precipitante dei fissatori non possa ottenersi anche su colloidi coagulati dal calore.

Col metodo delle colture dei tessuti il problema fu risolto in senso affermativo; ma nello stesso tempo viene ad essere provato, che almeno nelle fibre in via di sviluppo le neurofibrille sono straordinariamente labili e di forma mutevole e che possono perfino confluire in masse omogenee.

È evidente che di tutto ciò bisogna tener conto nell'intepretazione delle strutture delle cellule e delle fibre nervose dell'adulto.

Da un lato è prevedibile che la sostanza neurofibrillare possa subire variazioni funzionali di forma; l'ipertrofia delle neurofibrille nei rettili ibernanti (Tello), la trasformazione del reticolo in grossi fasci colorabili elettivamente, illustrata da Donaggio (1906) nel coniglio per l'azione combinata del digiuno e del freddo, e varî fatti avevano lasciato da tempo pensare, che la forma del reticolo neurofibrillare della cellula nervosa adulta sia suscettibile di modificarsi anche nei limiti della funzione normale ([1]).

([1]) Marinescò (1915) critica l'ipotesi di Goldschmidt, che le neurofibrille abbiano il valore di uno scheletro rigido regolatore della forma della cellula nervosa, ed esprime la convinzione che esse siano organi plastici.

D'altro canto la grande labilità della sostanza neurofibrillare spiega le grandissime variazioni nella forma del reticolo in cellule dello stesso tipo per l'azione di reattivi precipitanti diversi.

Per quel che riguarda le fibre embrionali in vitro, perchè a queste si limitarono le nostre osservazioni, la struttura visibile nel vivente è di gran lunga più fine di quella che si ottiene col metodo fotografico, e si avvicina piuttosto all'imagine che ci offre il metodo Donaggio; cosicchè io trassi dai miei studî la convinzione, che la fissazione in alcool determina certamente in molti casi la conglutinazione di gruppi di sottili fibrille in cordoncini, che si colorano uniformemente coll'argento.

VII.

Riassunto.

1. Nelle colture di tessuto nervoso embrionale le fibre crescono isolate e restano indipendenti quando il tessuto fu coltivato in un coagulo denso e spesso. In altre colture i cilindrassi ed i loro rami si anastomizzano. Le connessioni avvengono per sottili rami collaterali, che possono però presto scomparire; oppure rami più grossi si uniscono per breve tempo, poi si liberano e continuano a crescere. Od infine le connessioni divengono definitive e la complicazione delle reti che si vanno formando va diventando maggiore con l'età della coltura.

Reti a sottili fibre ed a strette maglie si differenziano anche da vacuoli scavati nello spessore dei neuriti, i quali aumentano di estensione, divaricano fortemente i fascetti di fibrille del neurite e ne determinano l'assottigliamento.

Da tale punto di vista il comportamento dei neuroni che crescono in vitro ha un'analogia sensibile con quello delle cellule mesenchimali, le quali nelle colture si uniscono sovente in sincizi, ma non di rado singole cellule si liberano dal sincizio e riacquistano la propria indipendenza.

Questo particolare ha un valore non lieve per la dottrina generale della struttura del tessuto nervoso, perchè ci dimostra, che anche quando i prolungamenti di varî neuroblasti si sono fra loro anastomizzati in una rete, l'individualità anatomica dei neuroni è bensì scomparsa, ma abbiamo ragione di ritenere che una parte del protoplasma nervoso rappresentato dal neurite e dalle sue collaterali, il quale si trova sotto la dipendenza del neuroblasta, per oscure affinità biologiche mantenga con quest'ultimo dei rapporti funzionali più intimi, dimodochè ad un certo momento possa rendersi un'altra volta indipendente.

2. I neuriti di varî neuroblasti possono convergere in un fascio a forma di lamina sottile ed a struttura finissimamente fibrillare; struttura che è l'esponente della costituzione fibrillare dei singoli neuriti, resasi manifesta per effetto della distensione del fascio in una lamina. Quest'appiattimento dei cordoni di fibre si nota nelle colture a coagulo sottile e poco denso, e si può spiegare coll'ipotesi di Harrison dello stereotropismo. Essi si adattano ad un mezzo meno favorevole al loro accrescimento,

assumendo una forma che ne facilita l'adesione alla faccia inferiore del vetrino, oppure alla superficie del coagulo. Questi fasci crescono per movimento ameboide dell'estremo distale, quasi che rappresentino un'unica fibra molto ingrandita, e che l' individualità dei varî neuriti sia scomparsa. È difficile di decidere se così sia realmente, ma certo fra i neuriti di ciascun fascio avviene uno scambio di sostanza ed il fascio cresce per movimento ameboide del suo estremo distale, quasi che esso sia una massa fibrillare unitaria.

3. I fasci si ramificano secondo il tipo dicotomico o monopodico, oppure si risolvono in numerosissime fibre sottili; ed i rami provenienti da uno stesso fascio, oppure da fasci distinti si anastomizzano, risultandone delle reti complesse. Sottili fibre possono anche ricostituirsi in un cordone, che dopo un certo tratto si risolve di nuovo in filamenti sottili.

Delle reti a maglie strette si possono anche formare per la comparsa di liquido nello spessore dei cordoni, il quale aumentando rapidamente in quantità divarica i fascetti di fibrille.

Infine in qualche caso le anastomosi fra i fasci fibrillari si stabiliscono nell' interno del tessuto ed allora vediamo apparire nel coagulo un reticolato a grosse trabecole fibrillari, senza che sia stato possibile di definire l'origine di tali anastomosi.

Io mi astengo deliberatamente da qualsiasi raffronto fra i fenomeni da me studiati e quelli che si svolgono durante la differenziazione del tessuto nervoso dell'embrione. Conviene tener presente la premessa che ho formulato nell' introduzione di questo lavoro: che con la tecnica attuale non ci è concesso di riprodurre in vitro il tessuto nervoso, ma possiamo soltanto studiare determinate proprietà degli elementi nervosi.

Una proprietà che risulta dalle presenti ricerche è la tendenza da parte dei neuriti a conglutinarsi; anche se nell'embrione per le condizioni diverse nelle quali si svolge lo sviluppo delle fibre nervose, questa conglutinazione non avviene sempre, è possibile che la formazione di molti plessi e reti nervose dipenda da tale proprietà. Ci riferiamo specialmente alle reti fra i neuroblasti dei ganglî descritte da Held in embrioni precoci di anitra e delle quali non si trova traccia in fasi successive. Forse in tal caso si tratta di reti transitorie simili a quelle da me viste nelle colture.

Ma neppure l'esistenza di reti nervose nell'organismo a completo sviluppo di Vertebrati e di Invertebrati può essere oggi più messa in dubbio.

4. Singoli neuroblasti possono liberarsi dal tessuto ed emigrare nel plasma, senza che per questo la loro vitalità e la potenzialità di formare il neurite venga compromessa; ma per questo è condizione indispensabile che il neuroblasta resti unito con uno o più filamenti agli elementi del tessuto. I neuroblasti del tutto isolati sono irremissibilmente destinati a regredire dopo breve tempo.

5. Il costituente essenziale dei neuroni è una sostanza specifica, che non ha il suo riscontro in altre cellule e che ha la tendenza a disporsi in filamenti microscopici, le neurofibrille. Tale struttura non è il prodotto di una precipitazione da parte dei liquidi fissatori, ma esiste realmente anche nelle fibre nervose viventi.

Essa però non è visibile finchè la fibra mantiene una forma cilindrica, perchè la sostanza interfibrillare è tanto scarsa, che le fibrille sovrapposte in varî piani non possono essere differenziate otticamente. Però quando le fibre od i cordoni di fibre si espandono sulla faccia inferiore del vetrino in sottili lamine, le fibrille si dissociano alquanto e divengono manifeste.

Ma seguendo sotto il microscopio le trasformazioni che avvengono nell'intima struttura delle fibre in via di sviluppo, noi abbiamo veduto, che, contrariamente a quanto era generalmente ammesso fino ad oggi, le neurofibrille non sono organuli cellulari costantemente individualizzati e permanenti, ma mutevolissimi.

Noi le abbiamo vedute risolversi in fibrille tanto sottili da essere a stento visibili, e perfino confondersi in lamine protoplasmatiche apparentemente omogenee, nelle quali più tardi può rendersi di nuovo manifesta una struttura fibrillare. Tali trasformazioni sono più frequenti e meglio apprezzabili nella regione di massima attività delle fibre o dei fasci, cioè in corrispondenza della loro espansione terminale.

VIII.

Indicazioni bibliografiche.

Ascoli G. (1913). *Zur Kenntniss der neurofibrillären Apparates der Hirudineen.* Arch. f. mikr. Anat., Bd. 82.

Auerbach L. (1912). *Die Beziehungen zwischen dem Strukturbilde des Axencylinders der markhaltigen Nerven der Wirbeltiere und den physihalischen Bedingungen der Fixation.* Arch. f. mikr. Anat., Bd. 81.

Bethe A. (1903). *Allgemeine Anatomie und Physiologie der Nervensystems.* G. Thieme, Leipzig.

Braus H. (1911). *Die Entstehung der Nervenbahnen.* Verh. der Ges. Deutscher Naturforscher und Aertze.

Burrows Montrose T. (1911). *The growth of tissues of the chick embryo outside the animal body with special reference to the nervous system.* Journ. of exp. Zool., vol. 10.

— (1912). *Grafting of normal tissues as dependent on zoological or individual affinity.* Publ. of Cornell Univ. med. College. Studies from the depart. of Anat., vol. 4.

Cajal S. (1907). *Die histogenetischen Beweise der Neuronentheorie von His und Forel.* Anat. Anz., Bd. 30.

— (1910). *Algunos experimentos de conservation y autolisis del tejido nervios.* Trabajos del Lab. de Inv. biol. de la Univ. de Madrid, T. 8.

Donaggio A. (1906). *Effetti dell'azione combinata del digiuno e del freddo sui centri nervosi di Mammiferi adulti.* Riv. sper. di Fren., vol. 32.

Harrison R. G. (1909). *The outgrowth of the nerve fiber as a mode of protoplasmic movement.* Journ. of exp. Zool., vol. 9.

— (1911). *On the stereotropism of embryonic cells.* Science, vol. 34.

— (1912). *The cultivation of tissues in extraneous media as a method of morphogenetic study.* Anat. Record, vol. 6.

— (1913). *Life of tissues outside the organism from the embryological standpoint.* Trans. of the Congr. of amer. phys. and surgeon, 9° Session.

Held H. (1909). *Die Entwicklung des Nervengewebes bei den Wirbelthieren.* A. Barth, Leipzig.

Heidenhain M. (1911). *Plasma und Zelle.* 2° Lief. *Die kontraktile Substanz* etc. G. Fischer, Jena.

Hertwig O. (1912). *Methoden und Versuche zur Erforschung der Vita propria abgetrennter Gewebs- und Organ-Stückchen von Wirbelthieren.* Arch. f. mikr. Anat. Bd. 79.

Ingebritsen (1913). *Studies on the degeneration and reintegration of axis cylindres in vitro.* Journ. of exp. Med., vol. 17.

Isaacs R. (1916). *Properties of colloids in relation to tissue structure.* Anat. Record, vol. 10.

Kappers Ariens. (1913). *Phenomena of neurobiotaxis in the central nervous system.* Rep. of the 17 Intern. Congress of Med. London, (in questa pubblicazione sono riassunte le idee espresse dall'A. in varie altre Memorie antecedenti).

Legendre R. e Minot H. (1910). *Essais de conservation hors de l'organisme des cellules nerveuses des ganglions spinaux.* Comptes rendus de la Soc. de Biol., T. 88, Séance du 7 Mai 1910.

— (1911). *Formation de nouveaux prolongements par certaines cellules nerveuses* etc. Ibidem, 7 Janvier 1911, T. 70.

Levi G. (1916, 1). *Sull'origine delle reti nervose nelle colture di tessuti.* Rendic. della R. Accad. dei Lincei, Cl. di Sc. fis. ecc., vol. 25, Serie 5ª.

— (1916, 2). *La costituzione del protoplasma studiata su cellule viventi coltivate in vitro.* Arch. di Fisiol., vol. 14.

— (1916, 3). *Differenziazione « in vitro » di fibre da cellule mesenchimali e loro accrescimento per movimento ameboide.* Monit. zool. ital., Anno 27.

Lewis W. H. e Lewis M. R. (1912). *The cultivation of sympathetic nerves from the intestine of chick embryos in saline solutions.* Anat. Record, vol. 6.

— (1915). *Mitochondria in tissues cultures.* Amer. Journ. of Anat., vol. 17.

Lugaro E. (1904). *Sui metodi di dimostrazione delle neurofibrille.* Atti del 12° Congresso della Soc. Fren. ital., Genova, 18-22 ottobre 1904.

— (1909). *Una prova dell'esistenza delle neurofibrille nel vivente.* Riv. di Pat. nerv. e mentale, vol. 14.

— (1910). *Ancora intorno all'esistenza delle neurofibrille nel vivente* Ibidem, vol. 15.

Marinesco e Minea (1912). *Culture des ganglions spinaux des Mammifères « in vitro » suivant le procedé de Carrel.* Acad. de Médicine, Séance du 9 Juillet 1912.

— (1915). *Sur la nature des neurofibrilles.* C. r. de la Soc. de Biol. T. 77.

Perroncito A. (1908). *La rigenerazione dei nervi.* Mem. del R. Ist. Lomb. di Scienze e Lettere, vol. 20, F. 10.

Pighini G. (1909). *Sulle precipitazioni della sostanza nervosa sotto forma reticolare.* Riv. sper. di Fren., vol. 35.

Sanguinetti L. R. (1914). *Influenza delle sostanze nervine sull'accrescimento dei nervi in vitro.* Riv. di Pat. nerv. e mentale, vol. 19.

IX.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

(Tutte le figure furono riprodotte fedelmente coll'apparecchio da disegno Zeiss).

FIG. 1. — Da una coltura di lobo ottico di embrione di pollo al 7° giorno fissata alla 48ª ora; fu riprodotto un solo piano di fibre per non complicare troppo la figura. Zenker. Ematossilina molibdica di Held. Ingrandimento 280 ×

FIG. 2. — Da una coltura di rombencefalo di un embrione di pollo di 3 giorni e 5 ore, fissata alla 45ª ora in Zenker; colorazione come sopra (Coltura 14 *J*). Plesso formato dai neuriti di due neuroblasti. Ingr. 280 ×

FIG. 3. — Dalla stessa coltura della fig. 2 (14 *J*). In *A* anastomosi fra i neuriti di due neuroblasti; in *B* i neuriti di due altri neuroblasti procedono accollati per lungo tratto (0,6 mm.) e poi formano un plesso che fu riprodotto soltanto in parte nella figura. Ingr. 800 ×

FIGG. 4 e 5. — Da una coltura di rombencefalo di un embrione di 3 giorni e 6 ore, fissata alla 48ª ora in liquido Maximow. Ematossilina Held (21 *S*). Neuriti di neuroblasti emigrati che si espandono in lamine; queste si riuniscono in fasci fibrillari appiattiti. Ingr. 800 ×

FIG. 6. — Cordone a forma cilindrica costituito da neuriti individualizzati; questo cordone è sovrapposto ad uno strato di cellule mesenchimali, delle quali soltanto alcune furono riprodotte nella figura. Dalla coltura 14 *Q*. Metodo fotografico. Ingr. 1750 ×

FIG. 7. — Dalla stessa coltura delle figure 4 e 5 (21 *S*). I neuriti si espandono in lamine e si anastomizzano a plesso. Ingr. 540 ×

FIG. 8. — Espansione di un fascio fibrillare di 70 μ di lunghezza. Da una coltura di un embrione di 4 giorni e 6 ore, fissata alla 22ª ora in Zenker. Ematossilina Held (13 *E*). Ingr. 1750 ×

FIG. 9. — Espansione come nella figura precedente; lunghezza del fascio fibrillare 0,1 mm. La fibra ***a*** si separa dal tratto distale del fascio, si appiattisce, si dissocia in fibrille e termina con una larga espansione. Dalla stessa coltura della fig. 8 (13 *E*). Ingr. 1750 ×

FIG. 10. — Fascio fibrillare di 40 μ di lunghezza che si biforca in due tronchi, i quali terminano con mazze irregolari. Anastomosi fra i tronchi e le mazze terminali. Da una coltura di un embrione di 3 giorni e 5 ore, fissata alla 54ª ora in Zenker (14 *N*). Ematossilina Held. Ingr. 1750 ×

FIG. 11. — *d*, espansione terminale di un grosso fascio; da questo parte un fascetto che si ramifica. *b c*, espansione di un fascio fibrillare più sottile. Da una coltura di rombencefalo di un embrione di 3 giorni e 6 ore, fissata alla 45ª ora in Max. Ematossilina molibdica (21 *Q*). Ingr. 1750 ×

FIG. 12. — Grosso fascio fibrillare che si divide in fascetti ed in fibre sottili alla distanza di 0,14 mm. dal margine del pezzo. Da una coltura di rombencefalo di 3 giorni e 5 ore, fissata alla 29ª ora in Zenker (14 *A*). Colorazione come sopra. Ingr. 800 ×

FIG. 13. — Plesso intricato costituito da sottili fibre e da fasci fibrillari. Dalla stessa coltura della fig. 12 (14 *A*). Ingr. 800 ×

FIG. 14. — Grosso tronco che lungo il suo tragitto dà molti rami; nel tratto prossimale (in *b*) complicate anastomosi fra il tronco principale ed i rami. Varî sottili rami si ricongiungono in un tronchicino *a* e da questo partono di nuovo varî filamenti. Dalla stessa coltura della fig. 8 (13 *E*). Ingr. 800 ×

FIG. 15. — Fascio che si dissocia poco dopo la sua emergenza dal pezzo (alla distanza di 45 μ) in numerosi fascetti divergenti e questi si risolvono in fibre sottili. Da una coltura di midollo di un embrione di 4 giorni ed 8 ore, fissata alla 44ª ora in Zenker. Colorazione come sopra. (6 *D*). Ingr. 350 ×

Fig. 16. — Fascetto fibrillare proveniente dalla convergenza di 4 neuriti, che mantiene la sua individualità per lungo tratto (0,7 mm.); i suoi rami collaterali formano colle loro anastomosi delle larghe maglie. Da una coltura di rombencefalo di un embrione di 3 giorni e 5 ore, fissata in alcool ammoniacale alla 51ª ora e trattata col metodo fotografico di Cajal (14 *Q*). Ingr. 280 ×

Fig. 17. — Arborizzazioni formate dai fascetti fibrillari *a*, *b*, *c* ciascuno dei quali si costituisce per la riunione di varî neuriti; nel tratto prossimale qualche neuroblasta emigrato. Qualche anastomosi. Dalla stessa coltura 14 *Q* della fig. 16. Ingr. 280 ×

Fig. 18. — È riprodotto il tratto distale del plesso formato dai rami del fascio *c* della fig. 17. Ingr. 670 ×

Fig. 19. — Un grosso fascio, *a* che dopo essersi diviso si ricostituisce, si assottiglia gradatamente e termina con un'espansione. Reti a sottili fibre ed a strette maglie. Da una coltura di rombencefalo di un embrione di 3 giorni e 7 ore, fissata alla 53ª ora in Zenker (11 *S*), colorita con ematossilina molibdica. Ingr. 450 ×

Fig. 20. — Grossi fasci fibrillari e neuroblasti emigrati; i fasci sono uniti da anastomosi; le fibrille del fascio *A* formano una fitta rete a strette maglie *b*, dalla quale parte il fascetto *c*; questo fu riprodotto ingrandito a fig. *S*. Dalla stessa coltura della fig. 19 (11 *S*). Ingr. 420 ×

Fig. 21. — Grossi fasci fibrillari fra loro anastomizzati; rete a strette maglie formata da fibrille finissime. Dalla stessa coltura della fig. 10 (14 *N*). Ingr. 660 ×

Fig. 22. — Plesso intricatissimo formato da fascetti e da sottili fibre isolate. Da una coltura di romboencefalo di un embrione di 6 giorni e mezzo, fissata alla 31ª ora in Zenker (19 *B*), colorata come sopra. Ingr. 800 ×

Fig. 23. — Tratto distale del fascetto riprodotto a fig. 16, nel punto della sua divisione terminale (14 *Q*) riprodotto a forte ingrandimento. Ingr. 1880 × .

Fig. 24. — Anastomosi nel punto *x* della fig. 17 (coltura 14 *Q*) molto ingrandita. Ingr. 1880 ×

Fig. 25. — Anastomosi fra i rami di divisione di un fascetto (coltura 14 *Q*). Ingr. 1880 ×

Fig. 26. — Anastomosi fra sottili fibre. La fibra *a* si espande in una lamina protoplasmatica sottilissima. Ingr. 1880 ×

Fig. 27. — Espansioni terminali di fibre; in *b* le fibrille si anastomizzano a rete; in *c* un pennacchio di fibrille esilissime. Dalla coltura 14 *Q*. Ingr. 1880 ×

Fig. 28. — Espansione terminale di un fascetto; in *a* un pennello di filamenti esilissimi, poco colorabili. Ingr. 860 ×

Dall'Istituto anatomico della R. Università di Palermo.

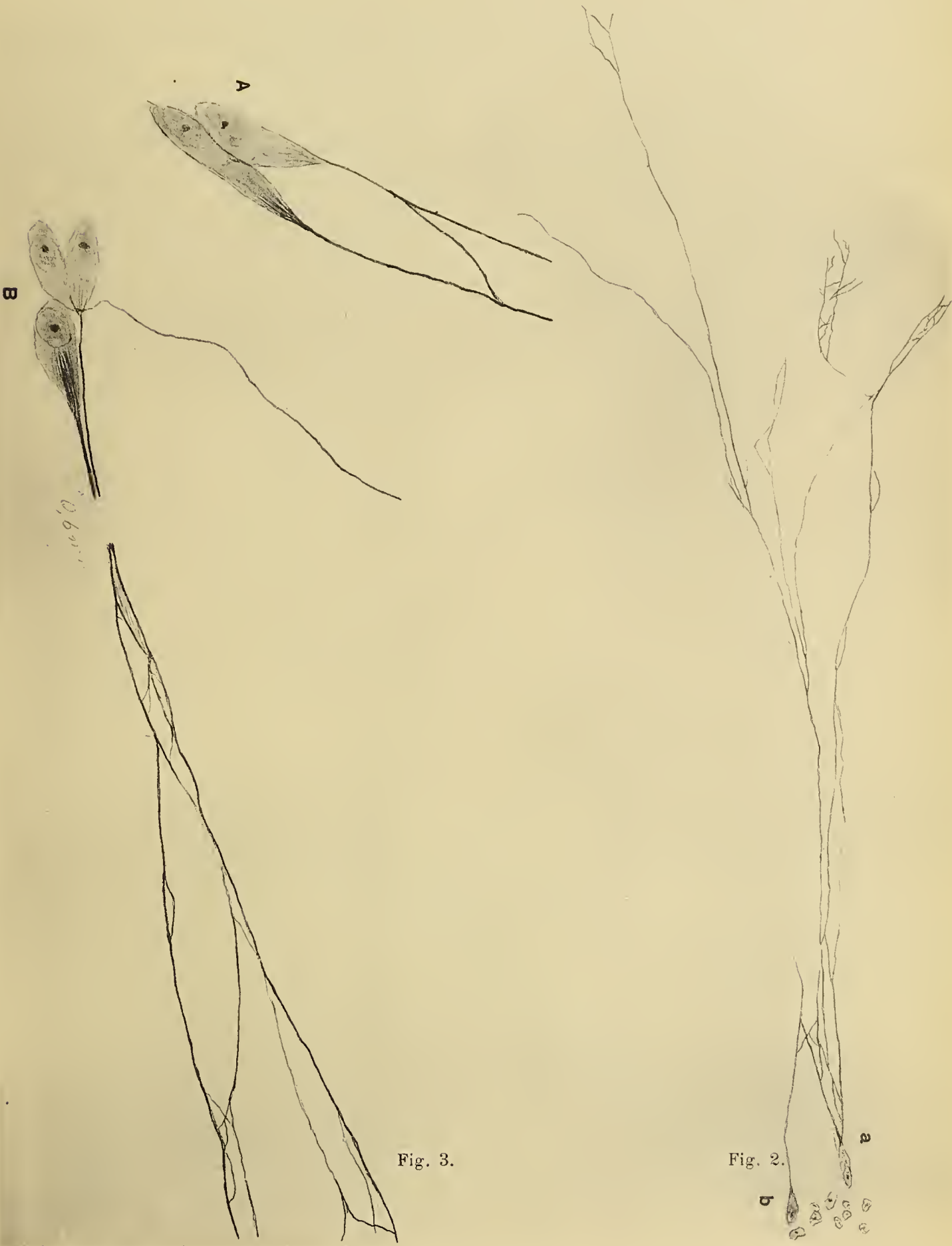



Fig. 1.

Levi, *del.*

Fig. 3.

Fig. 2.

Levi, *del.*

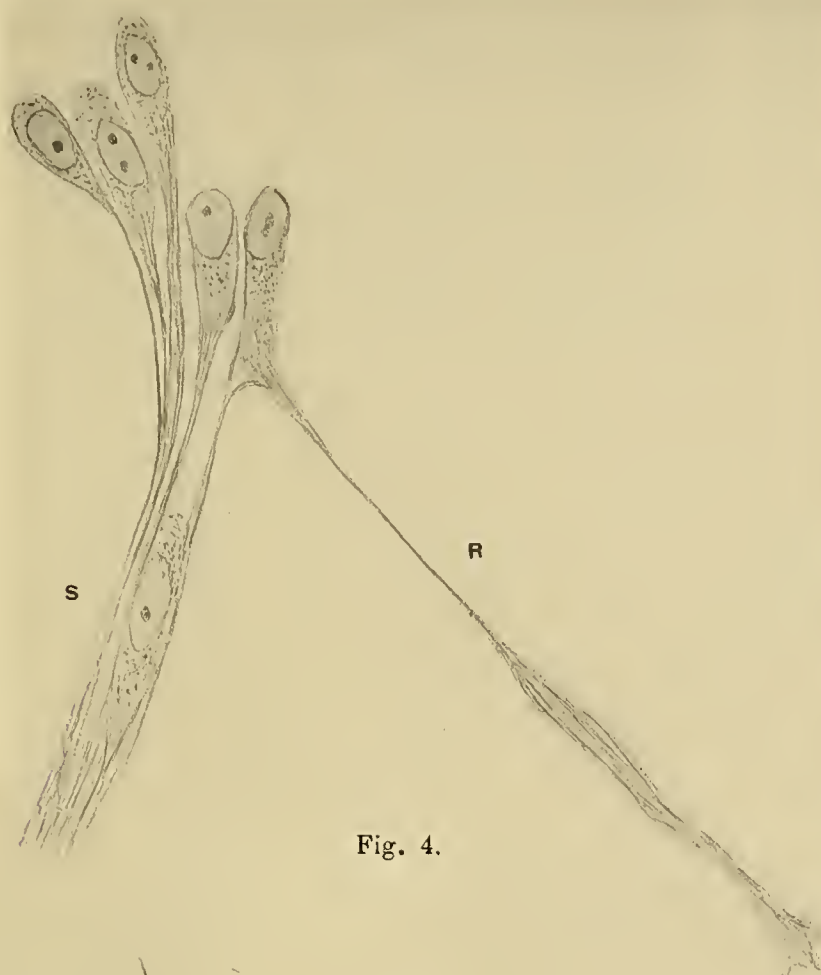



Fig. 4.

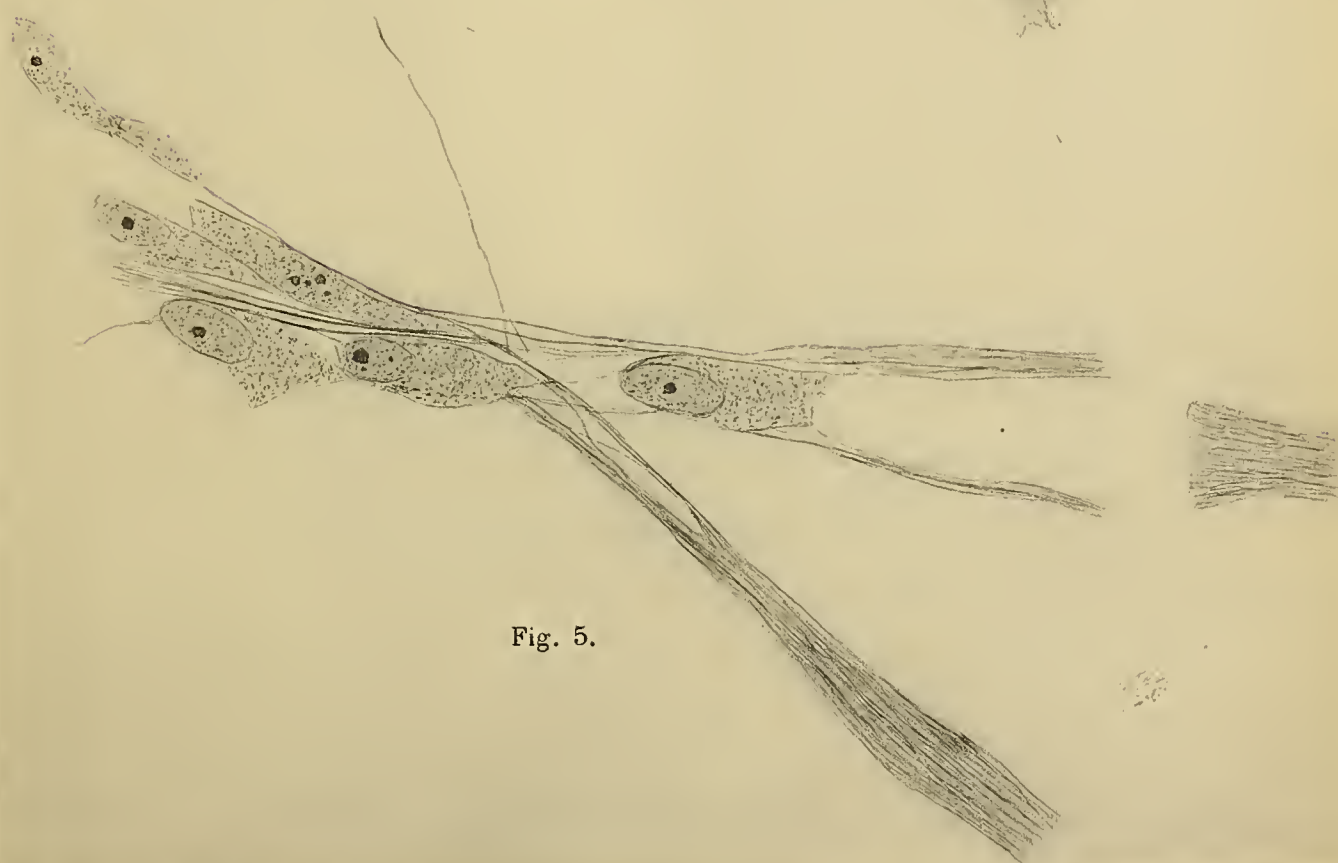



Fig. 5.

Levi, *del.*

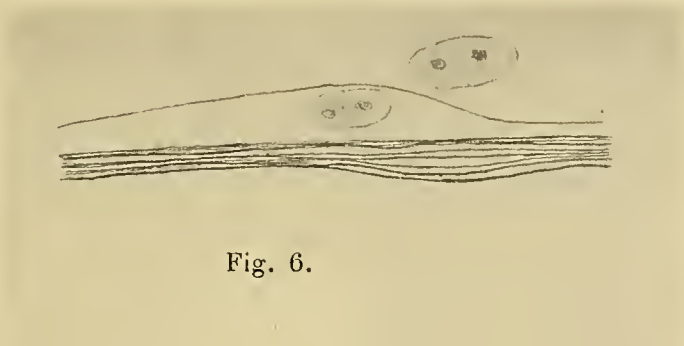



Fig. 6.

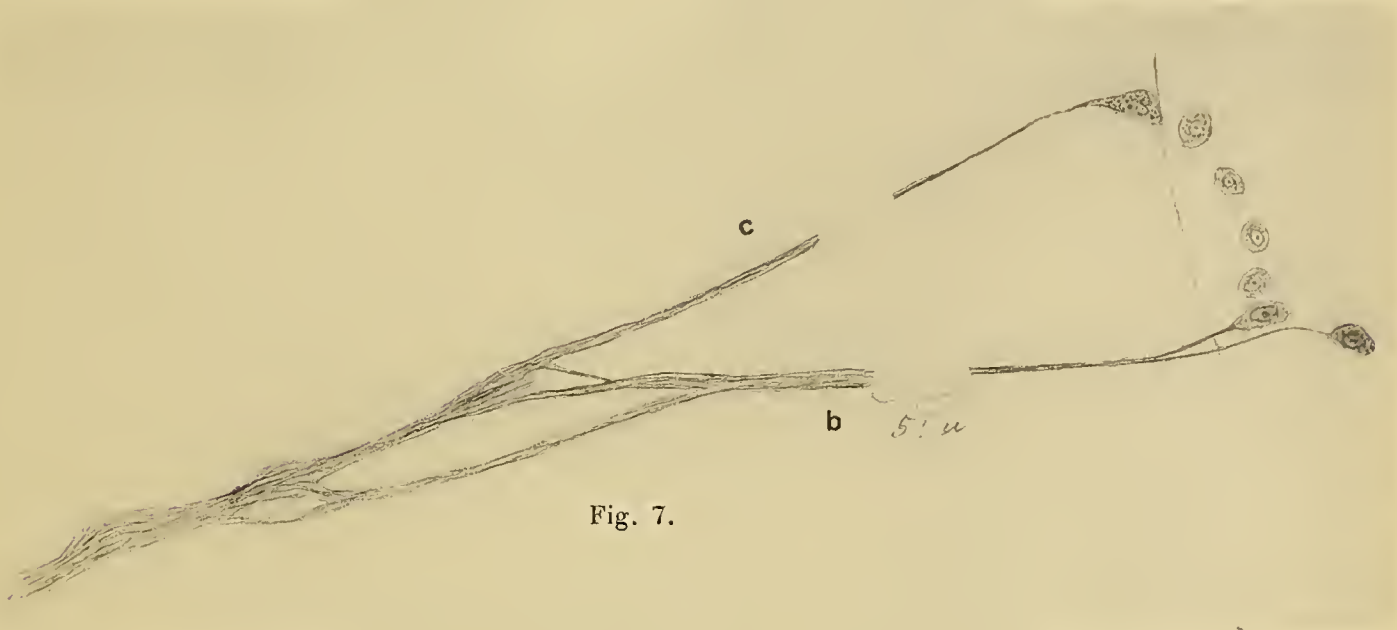



Fig. 7.

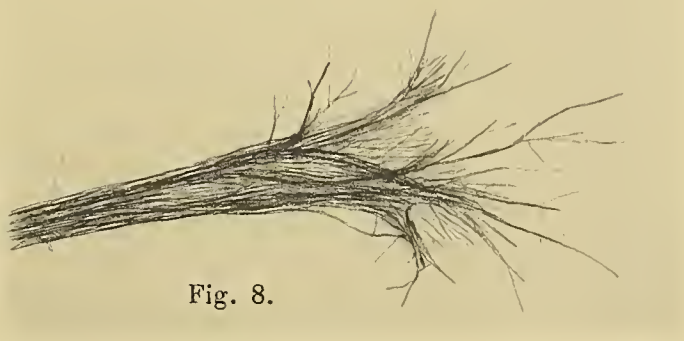



Fig. 8.

Levi, *del.*

Fig. 9.

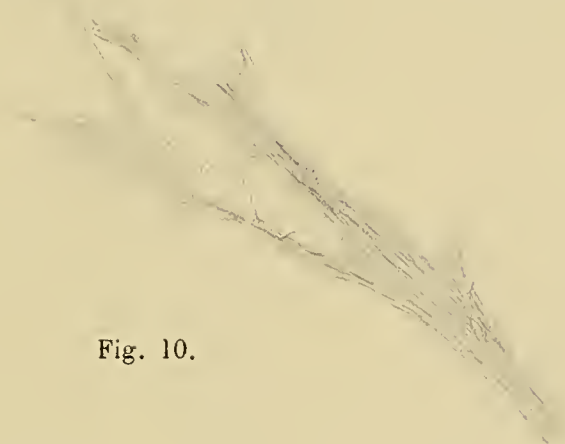



Fig. 10.

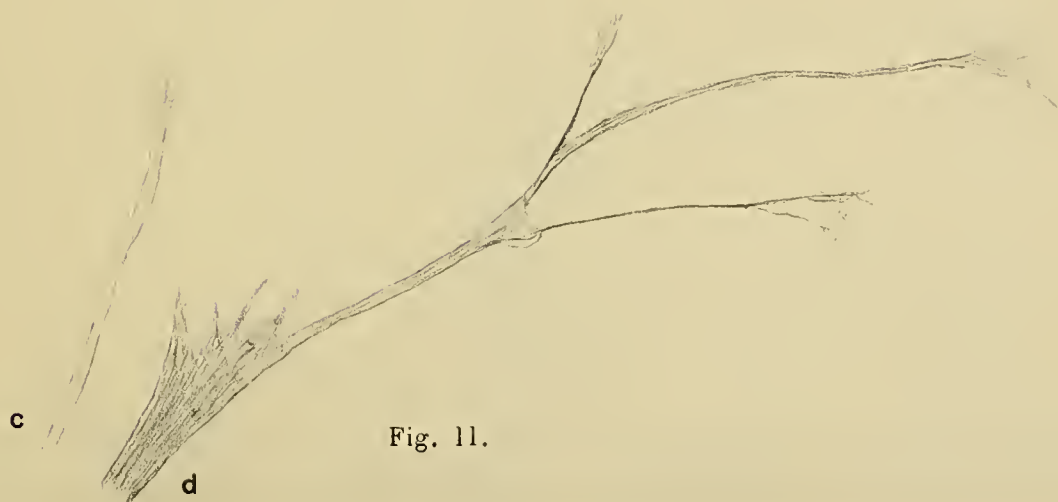



Fig. 11.

LEVI, *del.*

Fig. 12.

Fig. 13.

Levi, *del.*

Fig. 14.

Fig. 15.

Levi, *del.*

Fig. 16.

Levi, *del.*

Fig. 17.

Levi, *del.*

Fig. 18.

Levi, *del.*

Fig. 19.

Levi, *del.*

Fig. 20.

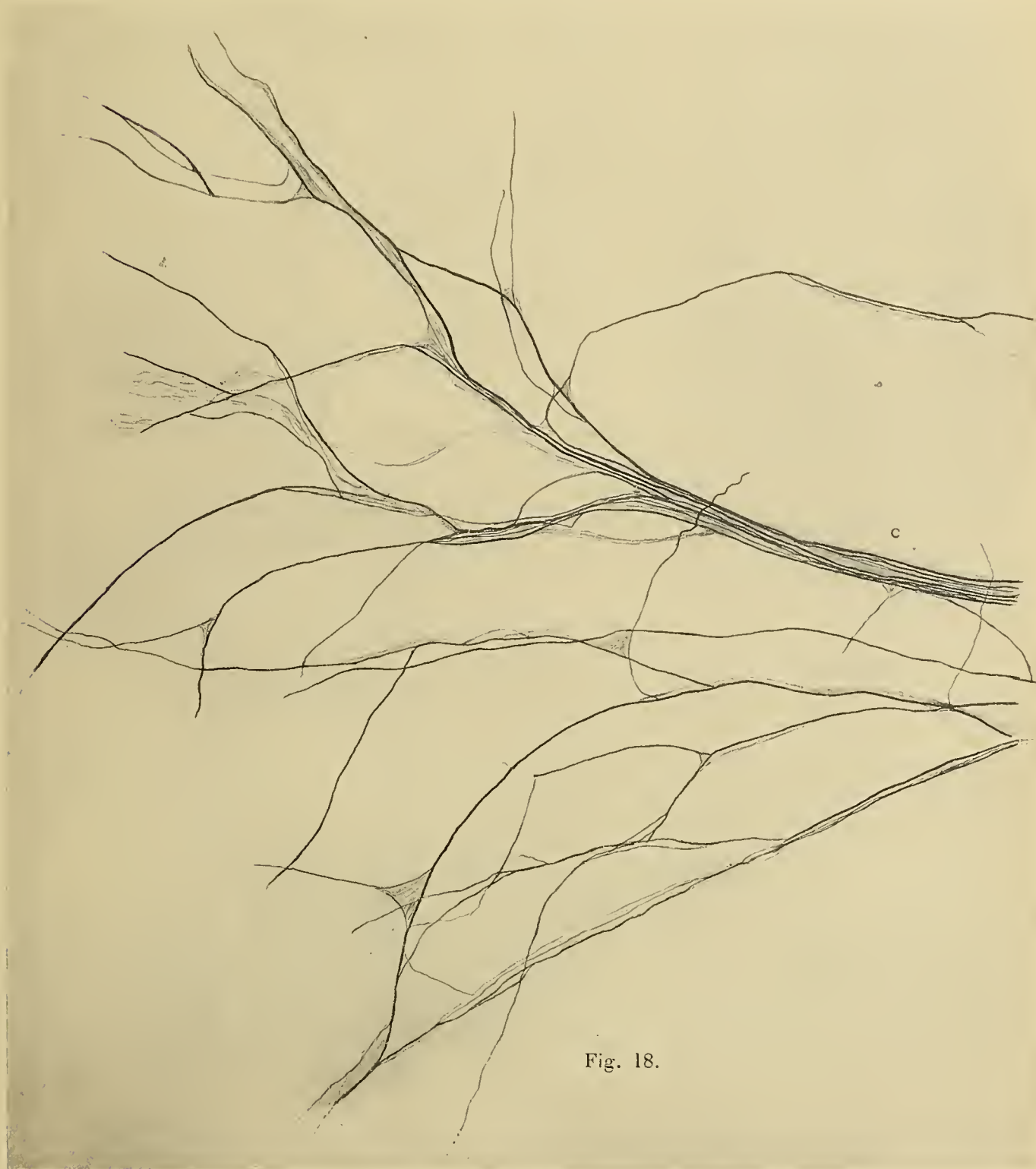



Fig. 21.

Fig. 22.

Levi, *del.*

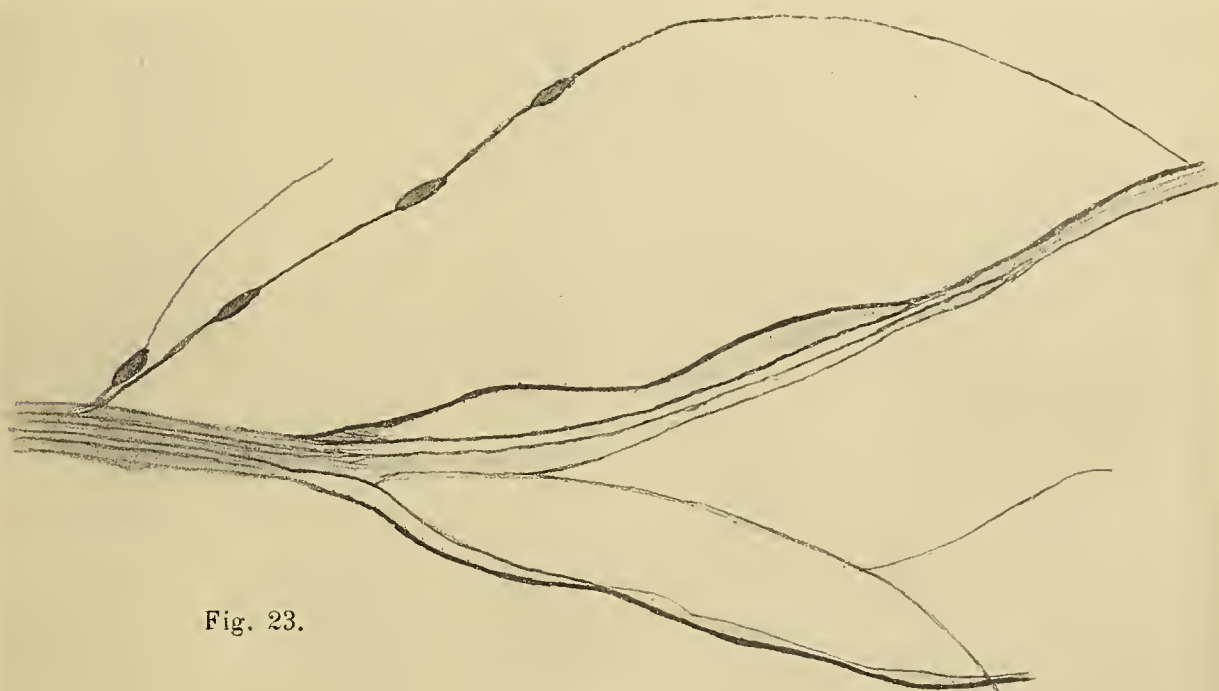



Fig. 23.

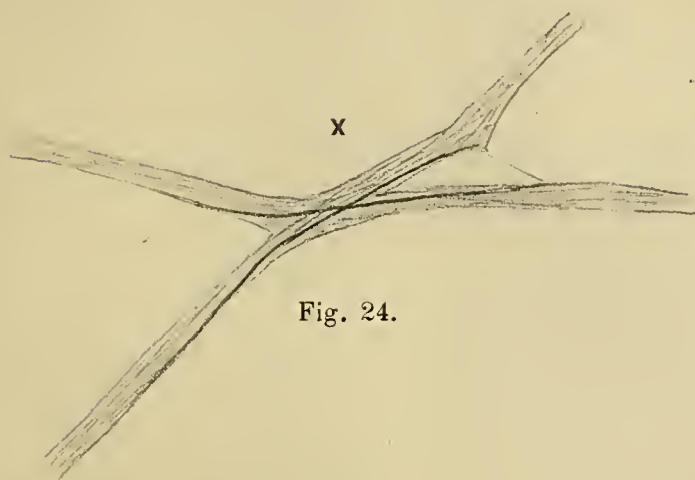



Fig. 24.

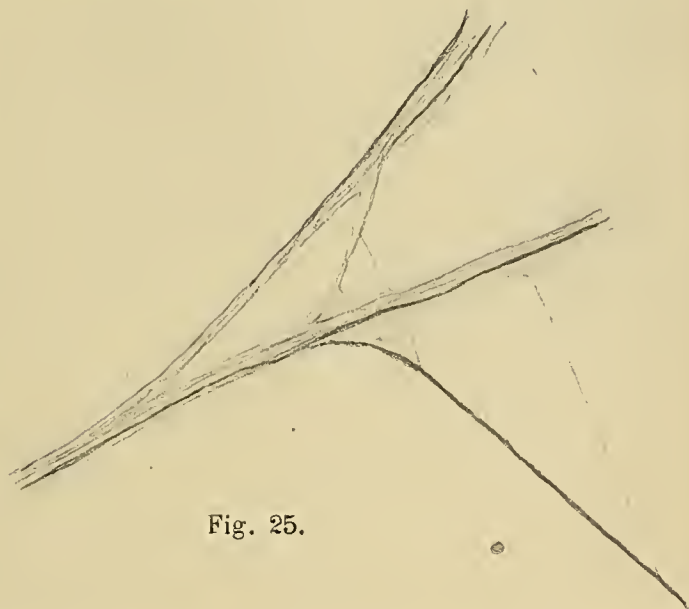



Fig. 25.

Levi, *del.*

Fig. 26.

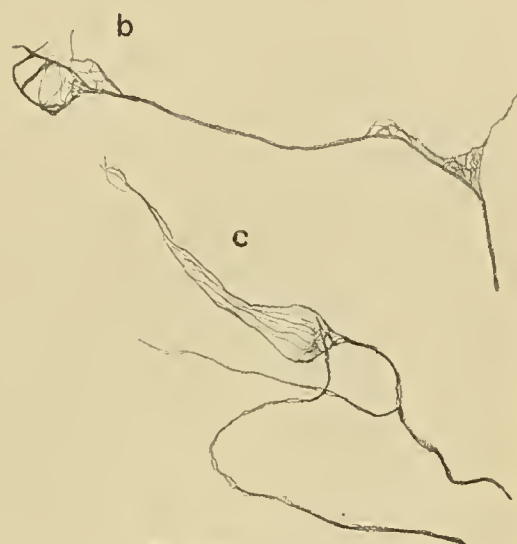



Fig. 27.

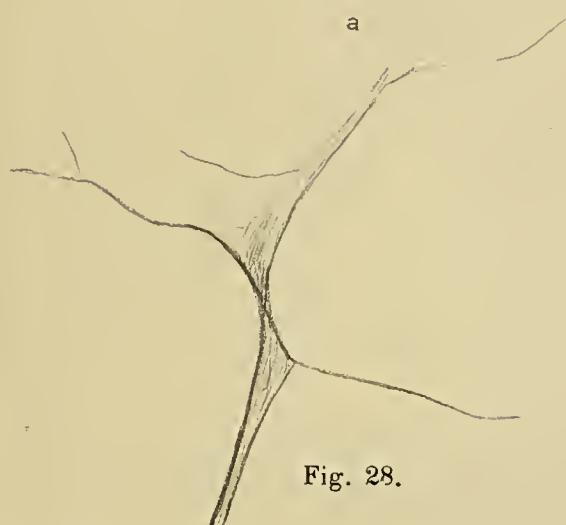



Fig. 28.

Levi, *del.*

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali storiche e filologiche.*
Vol. V. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI. Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
Vol. I-XXVI. (1892-1917). Fasc. 9°. Sem. 1°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. I-XXV. (1892-1916). Fasc. 5-6.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I-XII. Fasc. 4.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-3.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

35.4

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

(Anno CCCXIV 1917)

Serie Quinta — Volume XII — Fascicolo V.

GUIDO TIZZONI

RICERCHE BATTERIOLOGICHE

SULLE

PSICOSI PELLAGROSE

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1917

Ricerche batteriologiche sulle psicosi pellagrose.

Memoria del Socio GUIDO TIZZONI

(con sette tavole)

presentata nella seduta del 1° aprile 1917.

Dopo le mie prime ricerche sulle forme acute rapidamente mortali di pellagra (tifo pellagroso, follia pellagrosa) [1]; dopo la dimostrazione da me data successivamente che lo stesso germe patogeno trovato nel sangue, nel liquido cefalo-rachidiano e negli organi di questi ammalati, si rinviene pure nel sangue, nel liquido cefalo-rachidiano [2] ed anche nelle deiezioni (De Angelis) di pellagrosi comuni [3]; dopo che fu possibile di constatare anche nel mais guasto la presenza del medesimo microorganismo [4], non rimaneva più, per rendere completo lo studio dell'argomento, che prendere in esame le varie forme di psicosi pellagrosa, le quali, come è noto, rappresentano una delle più gravi conseguenze della malattia; ciò che è stato fatto appunto con le presenti ricerche.

Tali ricerche, poi, erano rese assai più facili dalle precedenti, perchè queste stabilivano meglio il tipo batterico cui appartiene il germe ricavato dai pellagrosi, le variazioni di forme cui può andar soggetto, le sue caratteristiche morfologiche,

[1] Tizzoni e Fasoli, *Saggio di ricerche batteriologiche sulla pellagra.* R. Accademia dei Lincei, ser. 5ª, vol. VI, seduta 1° aprile 1906.

[2] Tizzoni, *Intorno alla patogenesi ed etiologia della pellagra.* Boll. del Ministero di agricoltura, industria e commercio, 1909; id., *Intorno alla patogenesi ed etiologia della pellagra* (seconda serie di ricerche). R. Acc. delle Scienze dell'Istituto di Bologna, ser. VI, tom. VII, 1909-1910; id., *La pellagra studiata nelle sue cause.* Unione Tipografico-Editrice Torinese. Torino, 1913; id., *Relazioni sulla campagna pellagrologica per l'anno 1914, con osservazioni sulla pellagra in Bessarabia (Russia).* R. Acc. delle scienze dell'Istituto di Bologna, ser. VII, tom. II, 1914-1915; Tizzoni e De Angelis, *Relazione sulle ricerche batteriologiche eseguite nella campagna pellagrologica per l'anno 1913.* Rivista sperimentale di Freniatria, vol. XLI, fasc. I-II, 1915.

[3] De Angelis, *Sulla presenza dello Streptobacillus pellagrae (T.) nelle deiezioni dei pellagrosi* « Malaria », fasc. n. 2, 1915.

[4] Tizzoni, *Intorno alla patogenesi ed etiologia della pellagra.* Boll. del Ministero d'agricoltura loc. cit., pag. 53 segg.

batteriologiche, biologiche e patogene, la tecnica ed i metodi di ricerca per poterlo in modo sicuro e costante coltivare dal sangue, dal liquido cefalo-rachidiano e dalle altre parti dell'organismo.

E fu appunto allora, quando la tecnica era divenuta più perfetta, quando maggiori erano le nostre conoscenze su questo germe, che fu dato isolarlo dal sangue con tutta facilità e senza eccezione alcuna, allo stesso modo come si può isolare dal sangue stesso il bacillo del tifo, il micr. melitense ecc., e dimostrarlo in qualunque forma di pellagra, acuta o lenta, in qualunque regione, in Italia come in Russia, e sempre con le stesse caratteristiche, sempre *con le solite variazioni di forma che costituiscono quasi una delle note batteriologiche più salienti della specie.* Con ciò si veniva completamente a corrispondere al primo postulato del Koch.

Lo studio in questione ha indubbiamente per il patologo una grande importanza di duplice ordine; in quanto tale studio, cioè, serve a rischiarare la causa, il meccanismo di produzione delle psicosi pellagrose, ed in quanto contribuisce a risolvere uno dei problemi più importanti e più difficili relativo alle malattie mentali, quello riguardante la loro patogenesi.

In rapporto al caso speciale della pellagra sono infatti da considerare quasi meno gravi gli effetti mortali di questa malattia che seguono alle forme acute, di quelli della perdita dell'intelletto cui conducono le forme ad andamento lento, siano primitive o secondarie. Così le statistiche sulla mortalità della pellagra nulla permettono di dedurre intorno alla sua gravezza, se esse non sono integrate con quelle di una delle sue principali conseguenze, della demenza pellagrosa.

In generale col decrescere l'intensità, la violenza della malattia, diminuiscono le forme acute sollecitamente mortali; per converso cresce nello stesso tempo il numero delle forme psicopatiche che agli effetti sociali si possono dire le più gravi, quali la demenza pellagrosa.

Peraltro di questa non potrà mai apprezzarsi la sua estensione, il suo giusto valore se non si arriverà a stabilirne sicuramente la diagnosi causale, *in modo da identificare questa forma morbosa, oltre che per i suoi caratteri clinici, anche per il criterio patogenetico.*

In ordine alla questione genetica delle malattie mentali, occorre appena ricordare come nella maggioranza dei casi sia ancora avvolta nel mistero la loro causa.

Invero, meno che nella sifilide, nessuna altra forma grave, permanente, del sistema nervoso centrale si ha in cui sia noto l'agente specifico. Si sospetta che anche il delirio acuto trovi la sua ragione in un germe appartenente ai batteri, ma finora le ricerche in proposito non hanno portato a risultati attendibili.

Perciò, dopo la paralisi progressiva, sarebbe la pellagra la seconda forma in cui verrebbe dimostrato l'agente patogeno.

Si noti qui che nel caso della pellagra l'indagine causale offre anche maggiore interesse che nelle forme a tipo clinico fisso, come nella paralisi progressiva, *potendo mettersi*, come vedremo, *le variazioni osservate nel campo clinico in relazione col differente aspetto che il germe può assumere nelle varie sue fasi evolutive*, e *probabilmente con differenti prodotti tossici che in ciascuna di queste fasi esso è capace di produrre.*

Le presenti ricerche furono pensate e compiute con la valida cooperazione del dott. Carlo Alzona medico del Manicomio di Mombello che si assunse lo studio e la esposizione della parte clinica ad esse relativa, mentre io riserbai esclusivamente l'opera mia alla parte batteriologica, per la quale mi valsi come nei precedenti studî del valido ed intelligente ausilio del mio bravo assistente dott. G. De Angelis.

Ma le vicende della guerra ci sorpresero mentre tali ricerche erano in pieno sviluppo, ed obbligarono il dott. Alzona a troncare ogni lavoro scientifico per dedicare tutta la sua sapiente operosità in soccorso alle nostre valorose truppe combattenti.

Peraltro, al fine di non ritardare di troppo la pubblicazione di alcuni fatti interessanti da noi osservati, io ho creduto opportuno di rendere intanto note le ricerche batteriologiche di mia spettanza, in attesa che il dott. Alzona possa a suo tempo completarle con la parte clinica; ciò che mi auguro possa avvenire al più presto.

Questa Memoria, secondo quanto era stato stabilito, avrebbe dovuto comprendere le tre seguenti parti:

1° Sintomatologia delle psicopatie d'origine pellagrosa.

2° Risultati batteriologici e loro rapporto con le varie sindromi psichiche.

3° Rilievi di ordine generale relativi ai caratteri morfologici, biologici e colturali del germe studiato.

Invece, causa forza maggiore e per le ragioni sopra indicate, essa deve essere ridotta alle due ultime parti solamente.

Prima ancora delle presenti ricerche io aveva fatto già qualche osservazione isolata sulle psicosi pellagrose; tre casi a decorso acuto erano stati studiati in Italia: una forma di frenosi pellagrosa mortale (Mazzini Francesco) [1], una psicosi maniaco-depressiva (Fantoni Carolina) [2], ed una demenza pellagrosa con fenomeni pellagrosi in acutizzazione recente (Rossi Angiolina) [3], nei quali fu isolato un germe a tipo streptococcico ($A^{streptoc.}$); un caso di una demenza pellagrosa con antiche stimmate della malattia fu esaminato in Russia (Minus) [4] e vi fu trovato lo stesso germe a tipo stafilococcico (B bianco).

Ma questi non erano che semplici accenni ad un reperto positivo; perciò la questione, data la sua importanza, doveva essere di nuovo ripresa in esame per un più largo e definitivo studio.

Oggi sono in n. di 24 i casi da me studiati che comprendono tutte le sindromi psichiche con le quali la psicosi pellagrosa si manifesta.

Certo le osservazioni da me praticate non sono tanto numerose quanto avrebbero dovuto essere; ma a tale proposito è opportuno rilevare che l'assoluta costanza

(1) Tizzoni e Fasoli, Memorie cit., pag. 141 segg.

(2) Tizzoni e De Angelis, *Relazione sulle ricerche batteriologiche eseguite nella campagna pellagrologica per l'anno 1913*, loc. cit, pag. 13 segg.

(3) Tizzoni, *La pellagra studiata nelle sue cause*, loc. cit., pag. 149 segg.

(4) Tizzoni, *Relazione sulla campagna pellagrologica per l'anno 1914, con osservazioni sulla pellagra in Bessarabia (Russia)*, loc. cit., n. 10 delle tabelle annesse.

nei risultati ottenuti e la mancanza di qualsiasi eccezione dà a tali osservazioni valore probativo.

La tecnica usata in queste ricerche in nulla differisce da quella seguita negli ultimi miei lavori sullo stesso argomento. Il sangue era raccolto sterilmente dal dott. Alzona da una vena della piegatura del braccio e spedito in provetta sterilizzata chiusa alla lampada; al suo arrivo a Bologna, ciò che in generale avveniva dopo due giorni di viaggio, la provetta era aperta con le dovute cautele per separare la parte liquida dal rispettivo coagulo, che erano passati sterilmente in provette separate. Il lavaggio del coagulo si faceva nel solito modo, cioè aggiungendovi 20-25 cc. di brodo peptonizzato, dopo che era stato messo all'asciutto aspirando a mezzo di pipetta sterile tutta la parte liquida, ripetendo il lavaggio 2-3-4 volte in giorni successivi ed arrestandosi quando la coltura mostrava accenno allo sviluppo di germi.

La parte liquida del sangue era lasciata a sedimentare in termostato per 24 ore, ed il sedimento separato dal siero soprastante era lavato allo stesso modo del coagulo.

Solo eccezionalmente, ed al fine di stabilire uno speciale confronto fra i due metodi da me proposti per l'esame batteriologico del sangue, si usava contemporaneamente e il metodo ordinario del lavaggio in provetta come sopra è stato detto, ed il lavaggio abbondante del coagulo in boccia grande speciale [1].

Da queste ricerche avemmo ancora una volta la conferma della bontà e sicurezza assoluta di tali metodi; ed insieme ottenemmo la prova della possibilità e facilità di compiere esami batteriologici sul sangue e sugli organi anche quando il relativo materiale da studio è spedito da lontano per via ordinaria.

Solo ho potuto osservare, a differenza di quello che accade con materiale raccolto sul posto, che in quelle circostanze il sedimento del siero di solito risponde meglio e più sollecitamente del coagulo, forse perchè nello scuotimento ripetuto che il sangue subisce in viaggio, il coagulo si riduce a poca cosa; mentre è più abbondante la parte liquida, che tiene in sospensione quasi tutti gli elementi corpuscolari del sangue.

In un solo caso, nella Casati Luigia (demenza pellagrosa) fu sperimentato contemporaneamente sul coagulo del sangue il metodo vecchio di ricerca batteriologica ed il metodo nuovo; nel secondo caso facendo il lavaggio, tanto con brodo, quanto con soluzione di NaCl 0,80 %.

I risultati in questo caso ottenuti tendono a modificare leggermente le previsioni in precedenza formulate sul vantaggio che si avrebbe dal lavaggio con grande masse di liquido fatto in boccia speciale. Infatti nella provetta la coltura del coagulo nacque dopo 1 giorno dal 4° lavaggio, ossia dopo 4 giorni dal principio del trattamento; al 3° lavaggio nacque dopo 3 giorni, 5 dal principio del trattamento; ossia si verificò nei varî lavaggi uno sviluppo scalare e sempre più sollecito della coltura in relazione con la maggiore quantità di siero che in tal modo veniva allontanata. Invece col metodo nuovo del lavaggio fatto abbondantemente con brodo in boccia speciale, la coltura, anzi che al 4° giorno, riescì positiva dopo 13, dal principio del trattamento, e dette risultato negativo, la prova in cui il 1° lavaggio era

[1] Tizzoni, *Per la dimostrazione nel sangue dei pellagrosi dello Streptobacillus pellagrae*. R. Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna, Rendiconti, anno 1914-1915, Classe Scienze fisiche.

stato fatto con soluzione di NaCl., senza poter dire se a questo debbasi il risultato negativo od a pura accidentalità. Ciò se è confortante perchè ci dimostra che qualunque sia il metodo usato il risultato è sempre lo stesso, dall'altro lato ci prova non esser sempre vero che col metodo nuovo dell'abbondante lavaggio con brodo in boccia speciale, lo sviluppo della coltura è più sollecito; forse per la maggiore difficoltà che si prova in questo caso di sgocciolare tutto il liquido e di mettere all'asciutto il coagulo, come praticasi facilmente nella provetta; perciò rimane sempre un po' di liquido che non può essere allontanato e la cui influenza si fa risentire subito sul risultato finale.

Il liquido cefalo-rachidiano, nel caso in cui fu esaminato, venne aggiunto semplicemente al brodo nella quantità di 0.5-0,25 cc., non essendovi per il liquido cefalo-rachidiano gli stessi ostacoli che si oppongono nel sangue allo sviluppo della coltura.

Le ricerche sugli organi (milza) furono praticate innestando in brodo od in agar piccoli blocchi presi asetticamente dal pezzetto di organo ricevuto, spedito sempre in provetta sterilizzata chiusa alla lampada.

Anche per le squame epidermiche esaminate in un caso (Trentarossi) furono fatti innesti direttamente negli ordinari substrati nutritivi.

Per tutto quanto non è specificatamente espresso, rimando a ciò che in proposito della tecnica da me usata per queste ricerche fu detto nelle precedenti Memorie.

I 24 casi di psicosi da me studiati comprendono le seguenti forme morbose.

Psicosi da pellagra con sindrome amenziale (amenza pellagrosa) . .	N.	5
Psicosi da pellagra con sindromi prevalentemente depressive o melanconiche (melanconia pellagrosa).	"	7
Psicosi da pellagra con sindrome demenziale (demenza pellagrosa) . .	"	10
Imbecillità con pellagra	"	1
Pellagra lieve, ambulatoria	"	1

In questa classificazione si è creduto necessario considerare, oltre alla causa comune, anche la sindrome psichica che distingue le varie psicosi, per cui essa viene ad essere informata sopra una specie di connubio fra la ricerca scientifica e l'osservazione clinica, fra la causa e le manifestazioni morbose che determina. Che poi una stessa causa, come nel caso in questione, possa dare manifestazioni diverse, questo è facile a comprendersi, sia perchè essa può determinare processi più o meno complicati a seconda della sua intensità e durata, sia perchè il medesimo agente patogeno può dar luogo a processi morbosi che aggrediscono il sistema nervoso in modo del tutto asistematico, come accade appunto dei tossici, i quali non possono produrre per ragioni di contiguità spaziali sindromi definite e costanti.

Ciò deve verificarsi poi con maggiore facilità nelle malattie mentali in cui sono di mezzo la corteccia e le vie associative che offrono complessità di struttura e di rapporti immensamente superiore a quella della via di proiezione e degli organi di coordinazione inferiore.

Non ho creduto si possa parlare egualmente d' *imbecillità pellagrosa*, per quanto fosse in questo caso dimostrabile la stessa causa specifica, ma solo d' *imbecillità in una pellagrosa* per le nozioni ancora incerte sulla natura degenerativa della pellagra e per la possibilità di vedere nei Manicomii imbecilli e cretini affetti da pellagra.

Finalmente il caso riguardante una forma di pellagra ambulatoria piuttosto lieve viene qui riportato perchè ha particolare interesse, riferendosi al marito di una ammalata di amenza pellagrosa mortale (Trentarossi Carolina) dal quale fu preso sangue in occasione di una sua visita alla moglie nel Manicomio di Mombello. Ed invero in questo caso riesce importante stabilire il rapporto fra il reperto batteriologico della moglie e quello del marito che avevano convissuto a lungo nello stesso ambiente e sotto le medesime condizioni di vita.

Psicosi da pellagra con sindrome amenziale (amenza pellagrosa).

Cinque sono le ammalate di questa forma morbosa da me studiate e cioè:

1° Casati Luigia.
2° Edri Eugenia.
3° Trentarossi Carolina.
4° Chiodini Rosa.
5° Barzaghi Giovanna.

In esse 5 volte fu esaminato il sangue preso dal vivo, una volta il liquido cefalo-rachidiano, una volta le squame epidermiche, ed una volta i visceri (milza) presi poco dopo la morte.

Di queste cinque ammalate, in 4 (Casati — Trentarossi — Chiodini — Barzaghi) l'esito fu rapidamente letale e dopo breve soggiorno nel Manicomio di Mombello morirono per marasma; in una, nella Edri Eugenia, si passò gradatamente dallo stato amenziale allo stato demenziale con crisi depressive ed euforia.

Le manifestazioni cutanee della pellagra (pellagrodermi) erano presenti nelle prime 4 ammalate ricordate, per cui la diagnosi causale della malattia era certa, mentre mancavano nella Edri, nella quale la pellagra alla osservazione clinica fu semplicemente sospettata e resa certa sola più tardi per l'esame batteriologico del sangue.

Nella Trentarossi i pellagrodermi erano imponenti e diffusi per tutto il corpo, senza limite netto; più accentuati alle mani, ai piedi, al collo, alla faccia (tav. I, fig. 3-4). Essa offre un esempio classico di questi eritemi diffusi; e per questo, come per altre particolarità, ci auguriamo veder presto pubblicato ed illustrato dal dott. Alzona questo interessantissimo caso.

Nella Casati, nella Chiodini e nella Barzaghi le manifestazioni cutanee si limitavano al solito guanto pellagroso, e nella prima di esse interessavano anche il naso. Nella Barzaghi si avevano eritemi palmari; fatto questo non frequente ad osservare (tav. III, fig. 12) e che ci auguriamo pure di veder presto illustrato dal dott. Alzona.

La diarrea mancò nella Casati, nella Edri e nella Trentarossi; invece si osservò, e profusissima, proprio a forma di enterite grave, nella Chiodini e nella Barzaghi; nella prima di queste ammalate accompagnata da albuminuria.

Dunque nessun rapporto vi è fra le manifestazioni cutanee ed intestinali e la gravezza dei fenomeni nervosi che caratterizzano questa forma di psicosi; perchè l'eritema cutaneo può esser presente o mancare, e quando esiste può esser circoscritto o diffuso, grave o leggiero, tipico o anormale; egualmente la diarrea può verificarsi oppur no ed essere in alcuni casi modica, in altri infrenabile.

E quando non si osservano negli ammalati nè eritemi nè diarrea. come accadde nella Edri, e l'anamnesi nulla dice di certo, allora è impossibile pronunziarsi sulla causa del processo morboso e l'esistenza della pellagra può esser solo sospetta. Infatti fu con questo solo dubbio che il dott. Alzona c' inviò il sangue della Edri, dopo essersi accertato che negativo era risultato l'esame per quanto riguarda la tubercolosi e la siero-diagnosi del tifo, e che perciò a queste malattie non si poteva riportare la febbre ed i gravissimi fenomeni nervosi osservati nella ammalata.

Quello che caratterizza veramente l'amenza pellagrosa, non sono tanto le solite manifestazioni cutanee ed intestinali, che possono anche mancare. quanto la speciale e gravissima sindrome psichica a tipo amenziale che insorge in modo acuto e che domina tutto il quadro della malattia.

Nelle nostre osservazioni i sintomi nervosi predominanti erano quelli soliti a verificarsi in questa forma morbosa; stato psichico confusionale, allucinatorio; allucinazioni a contenuto religioso o terrificanti della vita e con interpretazione di dannazione e diaboliche; idee deliranti di persecuzione; mutismo, insonnia, grida tronche, agitazione, disordine motorio, carpologia, atti di difesa e di terrore, sitofobia, esagerazione dei riflessi, toni e guizzi muscolari; spesso stomatite, talora imponente; deperimento delle condizioni organiche, denutrizione, marasma profondo; stato di sporcizia dell'ammalato. La febbre esiste solo in alcuni casi, ora alta fino a 40° (Casati), ora modica (Edri).

Ad illustrazione di questo quadro morboso riportiamo le fotografie di alcune delle nostre ammalate (Barzaghi — Chiodini — Trentarossi) che appartengono alla bella collezione del dott. Alzona e che ottenemmo dalla gentilezza del chiarissimo collega (tav. I, figg. 1, 2, 3, 4).

Come si vede il quadro nosologico riportato non ha nulla di speciale e può riscontrarsi in molte altre forme di delirio acuto prodotto da cause molto diverse. Invece quello che caratterizza la forma di psicosi in discussione è il reperto batteriologico del sangue, il quale rivela la causa specifica della malattia e conferisce quindi alla sindrome ricordata un significato particolare.

Ed invero l'esame batteriologico del sangue in questi casi riescì molto interessante e dette i seguenti risultati:

Casati . . .	A b.lli
	B bianco (leggermente colorato in giallo nella coltura in boccia speciale).
Edri	A streptoc.
	B bianco
Trentarossi	A streptob.
	A streptoc.
	B bianco
Chiodini . .	A b.lli
	A streptoc.
Barzaghi . .	A streptoc.
	B bianco

Da questo risultato si rileva che nelle forme acute di psicosi pellagrosa a sindrome amenziale, come avviene nel tifo pellagroso al quale del resto la detta forma molto si avvicina, non mancano mai germi, che si trovano alla fase iniziale o primordiale del ciclo evolutivo, associati spesso, ma non sempre, agli stessi germi, ma a fasi terminali del ciclo evolutivo medesimo. Ed infatti nelle osservazioni di questa serie si trovò costantemente la forma bacillare a bacilli separati, caratteristici per disposizione e grandezza e per la facilità di formare rigonfiamenti clavati in uno od in ambidue gli estremi; od in sua vece si rinvennero forme di streptobacilli o di stroptococchi le quali, come ho dimostrato in altre Memorie, non sono altro che gli stessi bacilli allungati in filamenti ed il cui protoplasma si è diviso in blocchi a forma bacillare od a forma coccica (catene pseudobacillari e pseudococciche). Vedi tav. IV, figg. 1-9.

Io non conosco le ragioni e le condizioni di vita e di ambiente per le quali i bacilli in questione ora rimangono corti, separati e distinti gli uni dagli altri, aggruppati in modo particolare e caratteristico, ora invece si allungano in filamenti con successive divisioni in catene pseudobacillari o pseudococciche; ma è certo che la seconda di queste forme non è che una derivazione, un ulteriore sviluppo dell'altra, e che in questo periodo iniziale di evoluzione ambidue i tipi batterici ricordati, specie il tipo streptococcico, producono sull'uomo effetti gravi determinando forme morbose acute col quadro nosologico del tifo pellagroso e della psicosi pellagrosa a sindrome amenziale. È probabile perciò che specialmente in queste prime fasi evolutive, sopratutto per opera del tipo streptococcico al quale il tipo bacillare avrebbe sempre particolare tendenza a passare, si formi una identica tossina che agisce in modo brusco sulla corteccia del cervello sconvolgendone ogni sua funzione e determinando quel complesso di disordini mentali che costituiscono ora la psicosi pellagrosa a sindrome amenziale, ora il tifo pellagroso.

Nei rapporti della frequenza delle due forme batteriche, 2 volte è stato trovato il tipo bacillare a bacilli separati e distinti, 3 volte invece i lunghi filamenti divisi in blocchi bacilloidi o cocciformi; sembrerebbe quindi che il 2° tipo avesse un predominio sul 1°. Ma poichè in un solo caso, nella Casati, effettivamente si aveva il solo tipo bacillare, mentre nell'altro questo era accoppiato al tipo streptococcico (Chiodini), così meno che in una sola eccezione, in tutte le altre osservazioni fu sempre presente la forma streptococcica.

Peraltro a riguardo di questa eccezione deve rilevarsi che mentre si coltivava dal sangue il tipo bacillare, invece dal liquido cefalo-rachidiano si otteneva la solita forma streptococcica.

Per cui nemmeno il caso della Casati infirma recisamente la regola; *e perciò deve ritenersi che la fase evolutiva streptococcica è quella che solitamente corrisponde alle psicosi pellagrose con sindrome amenziale; quella cioè da cui, come fu già accennato, si formano i veleni più attivi che agiscono in modo acuto sul cervello sconvolgendone tutte le funzioni.*

La presenza o la concomitanza della fase bacillare ci sta solo a dimostrare che la forma batterica cominciò come tale, ma con la caratteristica altresì della sua rapida evoluzione, e col passaggio sollecito alla fase successiva streptococcica; pas-

saggio che nella maggioranza dei casi si compiè nel sangue in modo completo od incompleto e che solo eccezionalmente si limitò ai centri nervosi.

Non è possibile poi determinare in modo preciso la parte che in questo quadro nosologico spetta alle associazioni delle forme bacillari e streptococciche ricordate, con quei tipi batterici che rappresentano una fase evolutiva più avanzata dello stesso germe (B. bianco); solo possiamo affermare che tali associazioni non sono affatto necessarie nel reperto batteriologico della psicosi amenziale, perchè in alcuni casi (Chiodini) possono del tutto mancare ed ottenersi dal sangue solo dei lunghi filamenti divisi (a seconda delle condizioni della coltura), ora in blocchi allungati a forma bacillare, ora a piccole masse cocciformi; e perchè dalle 5 ammalate di questa serie, fatta eccezione della Barzaghi, sono state ottenute colture con forme stabili, cioè a tipo batterico sistematizzato.

Nè è possibile stabilire coi soli dati che possediamo se il germe a tipo stafilococcico esisteva precedentemente allo sviluppo della sindrome amenziale, come esponente di una infezione pellagrosa 'da tempo esistente, oppure se rappresentava il passaggio già avvenuto nell'organismo di alcune forme batteriche iniziali a fasi evolutive più avanzate.

Solo dobbiamo ricordare che forme stafilococciche tipiche (B bianco) si riscontrarono associate nel solo caso (Edri) in cui si ebbe all'ingresso nel Manicomio un fittizio miglioramento e nel quale si passò successivamente dallo stato amenziale allo stato demenziale con crisi depressive ed euforia; mentre nella Casati, nella Trentarossi e nella Barzaghi in cui la malattia ebbe esito letale, il germe in questione si rinveniva piuttosto riunito a coppie ed a corte catene anzichè a cumuli, rivestendo molto più lontanamente i caratteri dello stafilococco.

Si direbbe che vi è sempre una tendenza del germe di passare a forme evolutive più avanzate, più stabili, *ma che solo nei casi in cui la malattia apparisce meno violenta, e passa gradatamente dalla forma acuta, amenziale, alla forma cronica, demenziale, avviene veramente la trasformazione completa ed assoluta dei tipi bacillare o streptococcico nel tipo stafilococcico* (*B bianco*).

Delle 5 ammalate di questa serie, in una solamente fu esaminato il liquido cefalo-rachidiano preso dal cadavere con la puntura lombare subito dopo avvenuta la morte (Casati) e fu ricavato uno streptococco del tutto simile per i caratteri morfologici, biologici e colturali a quello isolato dal sangue di altre ammalate che presentarono lo stesso quadro morboso.

Questo reperto ha molta importanza, non solo perchè ci conferma la possibilità del passaggio del germe specifico dal sangue nel sistema nervoso, ma perchè ci dimostra ancora che tale microorganismo può arrestarsi nella circolazione sanguigna alla sua prima fase evolutiva, bacillare, mentre nel sistema nervoso trova condizioni per passare più facilmente alla fase successiva, streptococcica.

Allo stesso proposito deve essere ancora ricordata la circostanza che la forma streptococcica ottenuta dal liquido cefalo-rachidiano dimostrava alla vita saprofitica pochissima stabilità, tanto da passare subito, fino dai primi trapianti, al tipo stafilococcico (B bianco) nel quale per oltre un anno rimaneva immutata. Ciò lascerebbe sospettare che anche le forme stafilococciche associate ricavate dal sangue della stessa

ammalata avessero la medesima significazione, derivassero cioè da una sollecita trasformazione alla vita saprofitica di alcuni germi appartenenti a fasi evolutive meno avanzate.

Anche dalle larghe squame epidermiche della Trentarossi, accanto a germi banali, si ottengono con la coltura forme batteriche a tipo streptococcico e stafilococcico del tutto eguali per caratteri morfologici, batteriologici e biologici a quelli isolati dal sangue della stessa ammalata. Solo il tipo stafilococcico si differenziava da quello avuto dal sangue perchè in secondo tempo presentava una leggiera colorazione giallognola.

Come fu già detto, nella stessa Trentarossi poche ore dopo la morte fu praticata l'autopsia dal dott. Alzona che dette il seguente risultato.

Pia madre alquanto opacata; vasi cerebrali congesti. Nulla a carico delle pleure e dei polmoni; cuore piccolo; miocardio pallido, flaccido; nessun vizio valvulare; stomaco aumentato di volume; incipiente degenerazione grassa del fegato; milza di volume normale, assai spappolabile; reni di apparenza normale; enterite cronica diffusa; glandule meseraiche normali.

Da pezzetti di milza spediti in tubo sterilizzato e messi a coltivare in brodo, dopo due giorni si ottengono gli stessi identici germi isolati dal sangue preso dal vivo dalla medesima ammalata; cioè lunghi filamenti divisi a forma di streptobacillo e di streptococco, più un tipo stafilococcico bianco (tav. IV, figg. 8 e 9).

Questo caso, perciò, riesce molto interessante perchè ci dimostra che la stessa specie batterica, con le medesime modalità di forma che 6 giorni prima si era coltivata dal sangue preso dalla piegatura del braccio e si è ritrovata nelle larghe squame di un imponente e diffuso eritema pellagroso in via di desquamazione, si può egualmente coltivare dalla milza raccolta dal cadavere della stessa ammalata.

Ed è ancora interessante il fatto che il sangue prelevato dal Mariotti, marito della Trentarossi, in occasione di una sua visita alla moglie al Manicomio di Mombello, dava pure sviluppo allo stesso germe in forma di catene a tipo streptococcico, per quanto, al momento in cui il sangue fu esaminato, il Mariotti non presentasse nessuna manifestazione pellagrosa, ma solo stimmate di una pellagra pregressa (tav. VII, fig. 36). Non è difficile che in questo caso il reperto positivo del sangue fosse il preludio di una riacutizzazione, forse grave, dei sintomi pellagrosi, o quanto meno che i suoi effetti fossero nel caso speciale meno maligni, in ragione di una maggiore resistenza del marito di fronte alla moglie.

In ogni modo è importante rilevare il fatto *che possono esservi individui apparentemente sani che dimostrano nel sangue i germi specifici della pellagra*, e germi aventi le stesse proprietà morfologiche di quelli che in altro membro della stessa famiglia produssero un quadro morboso gravissimo e rapidamente mortale (Confr. tav. IV, figg. 5-6 e tav. VII, fig. 36). Ciò dimostra l'esistenza di malattie in potenza che al più lieve disturbo possono rendersi manifeste.

Da quanto è stato esposto si può quindi concludere:

Che dal sangue degli ammalati di psicosi pellagrosa con sindrome amenziale (amenza pellagrosa) si può, senza eccezione alcuna, coltivare il germe specifico della pellagra.

Che in questa forma morbosa, come nel tifo pellagroso, il germe trovasi nelle sue fasi iniziali di evoluzione; e più specialmente nella forma a tipo streptococcico.

Che delle forme batteriche associate, quella bacillare rappresenta ordinariamente un residuo della precedente fase di sviluppo, e quella a tipo stafilococcico bianco una ulteriore evoluzione del germe stesso verso la fase sua terminale, cui tende sempre nell'organismo e fuori del corpo, come quella che presenta maggiore stabilità e più resistenza.

Che è precisamente nelle sue fasi iniziali di evoluzione, specialmente nella forma streptococcica, che il germe della pellagra è capace di produrre tossine molto attive, le quali agiscono potentemente ed elettivamente sulla corteccia cerebrale, disturbando ogni sua funzione e determinando il quadro nosologico della psicosi pellagrosa a sindrome amenziale o del tifo pellagroso.

Che lo stesso germe sotto le medesime forme batteriche si ritrova anche nel liquido cefalo-rachidiano e negli organi (milza) degli stessi ammalati, e perfino nelle squame epidermiche di eritemi molto gravi e diffusi, forse quale espressione di un tentativo di eliminazione dei germi stessi per parte della pelle.

Psicosi da pellagra con sindrome depressiva, malinconica (malinconia pellagrosa).

Sette sono le ammalate di questa serie da me studiate e cioè:

1° Provettoni Maria;
2° Gallerani Maria;
3° Lumini Chiara;
4° Ortalli Giuseppina;
5° Prina Gaetana;
6° Madè Paolina;
7° Rosellini Angiola.

Queste ammalate presentavano in generale il quadro proprio della malinconia pellagrosa che qui ci piace riassumere, illustrandolo ancora con due fotografie del dott. Alzona che riproducono i due tipi più classici fra quelli da noi studiati (tav. II, figg. 5 e 6).

Depressione psichica e degli affetti in specie; idee di peccato, di dannazione, di grandezza; talora idee deliranti a fondo religioso, persecutorio; allucinazioni acustiche, tedio della vita; insonnia, stato ansioso, inerzia, negativismo speciale che fa talora chiudere il malato in assoluto mutismo; spesso atti impulsivi contro i famigliari e contegno minaccioso contro il medico e contro le infermiere; tendenza al suicidio; deperimento organico, alcune volte fino al grado di vera cachessia; cute giallo-terrea; lingua arrossata; esagerazione dei riflessi profondi; di frequente si rilevano stimmate di pellagra pregressa o si hanno manifestazioni pellagrose in atto eritemi pellagrosi (diarrea).

Nel nostro caso sopra sette ammalati, in cinque si avevano i segni della pellagra e la diagnosi clinica sulla natura della malattia non presentava alcun dubbio, mentre in due (Provettoni-Prina), mancando segni certi che dimostrassero l'esistenza

della pellagra, la diagnosi causale era solamente sospetta e solo fu resa chiara ed evidente per la ricerca batteriologica del sangue.

Nelle cinque ammalate in cui non poteva esservi esitazione alcuna sulla diagnosi di pellagra, su quattro (Gallerani. Lumini, Ortalli, Rosellini) si avevano manifestazioni pellagrose in atto, rappresentate sempre dallo eritema cutaneo, in un caso anche dalla diarrea (Ortalli).

In una di queste cinque ammalate (Madè) mancavano gli eritemi, così pure la diarrea; ma erano facilmente rilevabili segni non dubbi della pregressa dermatosi.

Gli eritemi cutanei in generale erano circoscritti, assai più di quelli che talora accompagnano la psicosi pellagrosa a sindrome amenziale; in tre casi si limitarono al dorso delle mani (Provettoni, Ortalli, Rosellini); in un caso (Gallerani) interessavano anche il collo sotto forma di colletto di Cazal.

Di tutte le ammalate di questa serie, al momento in cui furono chieste notizie, solo la Prina Gaetana sarebbe uscita dal Manicomio migliorata.

In tutti e sette i casi la ricerca si limitò alla coltura del sangue preso dalla piegatura del braccio; in una (Ortalli) furono esaminate anche le deiezioni.

I risultati ottenuti da tali colture sono i seguenti:

Provettoni . . .	B bianco
Lumini	B bianco
Ortalli	B bianco
Rosellini	A streptoc. B bianco
Prina	A b.lli B bianco
Gallerani . . .	A b.lli A streptoc. B bianco
Madè	A b.lli A streptoc.

Nell'Ortalli la stessa forma isolata del sangue (B bianco) fu coltivata dal dott. De Angelis dalle feci.

Ora da questi risultati batteriologici si possono ricavare dei fatti molto importanti:

1° La poca uniformità del reperto, forse in rapporto con la gravezza, la durata e le svariate manifestazioni psichiche con le quali questa forma morbosa decorre; ciò che sarebbe compito della indagine clinica di rischiarare.

2° La prevalenza, anzi in tre casi l'esclusiva presenza di forme evolutive terminali del germe specifico, cioè di *forme batteriche a tipo stafilococcico, nel maggior numero dei casi non colorato* (B bianco) *depone per l'importanza di questa fase batterica nel quadro nosologico in questione.*

3° Anche qui si associerebbero alla figura batterica fondamentale, altre fasi evolutive dello stesso germe, ora il tipo iniziale o bacillare, ora quello medio o streptococcico, ora finalmente l'uno e l'altro insieme.

4° L'eccezione trovata nell'ammalata Madè per riguardo alla mancanza in questo caso della fase batterica a tipo stafilococcico scolorato non invalida la regola, potendo benissimo l'eccezione esser giustificata, sia dalla natura e gravezza dei disturbi mentali, in cui predominavano le allucinazioni acustiche, le idee deliranti di grandezza e di dannazione, sia perchè il quadro nosologico della melanconia non si era reso ancora stabile e definitivo, presentando la Madè da due anni in primavera uno stato depressivo transitorio con idee deliranti di peccato che peraltro si dileguava verso la successiva estate.

Si può quindi concludere a riguardo di questa seconda forma di psicosi pellagrosa (malinconia):

1° Che da tutti gli ammalati di psicosi pellagrosa con sindrome melanconica si può ottenere con la coltura del sangue preso dal vivo il germe specifico della pellagra.

2° Che questo si verifica tanto per gli ammalati che hanno manifestazioni pellagrose in atto, o solamente i segni certi della malattia pregressa, quanto per quelli in cui manca qualsiasi fenomeno palese od anche qualsiasi reliquato per cui la diagnosi clinica può essere solo sospetta. In questi casi solo la coltura del sangue può completare la diagnosi e rischiarare la natura della malattia.

3° Il tipo evolutivo batterico che si riscontra con tutta frequenza se non con assoluta costanza nel quadro nosologico in questione, è quello dato dallo stafilococco bianco (B bianco) (tav. V, figg. 10, 12, 13, 14, 15).

4° Alla forma stafilococcica si associano spesso altre forme batteriche che rappresentano fasi precedenti di evoluzione dello stesso germe, iniziali o medie (Ab.^{lli}-A$^{streptoc.}$) (tav. V, fig. 11); e ciò sia in relazione con periodi di riacutizzazione della pellagra, sia in rapporto con la gravezza, la durata e le svariate manifestazioni psichiche con le quali questa forma morbosa si presenta.

5° La eccezionale mancanza nella coltura del sangue dello stafilococco bianco (B bianco) che si verifica in alcuni casi, può essere giustificata con tutta probabilità dalla breve durata della malattia e dal non essersi ancora resi stabili i fenomeni della depressione psichica che caratterizzano la sindrome melanconica.

Sarebbe poi molto importante vedere se nelle forme piuttosto antiche di melanconia che da tempo non presentano riacutizzazioni pellagrose, il reperto batteriologico del sangue dimostra costantemente la presenza dei tipo stafiloccico bianco ed esclusivamente di questo.

Psicosi da pellagra con sindrome demenziale (demenza pellagrosa).

Sono dieci le ammalate di questa serie da me esaminate e cioè:

1° Cazzaniga Innocenza;
2° Sanvito Aurelia;
3° Rossi Angiolina;
4° Neroni Angiolina;
5° Fantoni Carolina;
6° Natali Angiolina;
7° Antonini Luigia;
8° Zibaldi Maria-Rosa;
9° Visconti Serafina;
10° Parma Antonia.

Le figg. 7 e 8 della tav. II, e la fig. 9 della tav. III, riproducono alcuni dei più caratteristici tipi di questa forma morbosa.

Di queste 10 ammalate si sa che 3 di esse, la Natali, l'Antonini e la Zibaldi furono ricoverate due volte nel Manicomio di Mombello a varia distanza di tempo, e che la Visconti Serafina vi morì di marasma; nulla si conosce intorno all'esito finale delle altre.

Risulta ancora dalle rispettive storie cliniche che 6 ammalate (Cazzaniga, Neroni, Natali, Zibaldi, Visconti, Antonini, Parma) avevano eritemi in atto al momento della ricerca sul sangue, con le solite localizzazioni al dorso delle mani ed agli avambracci, meno la Neroni che presentava solo resti di colletto di Cazal; le altre 3 (Sanvito, Rossi, Fantoni) avevano avuto guanto pellagroso in passate primavere, ma al presente non mostravano più che atrofia e pigmentazione tipica della pelle al dorso delle mani.

Delle ricordate manifestazioni cutanee, una presentava particolare importanza per i suoi caratteri, che la distinguevano dalla solita dermatite pellagrosa. Infatti tale dermatosi, invece di avere un limite netto ed essere a forma di mezzo guanto, terminava allo antibraccio con un limite sfumato, indeciso, ed alla mano interessava tutte e tre le falangi (tav. III, figg. 9 e 11).

È questo un secondo caso che io osservo dopo quello da me descritto in una precedente Memoria [1] in cui l'eritema al dorso delle mani riveste più il carattere di quello che si rinviene nello alcoolismo (pseudo-pellagra alcoolica) anzi che di quello della pellagra vera; ciò che significa come su questo carattere non si possa fare assegnamento assoluto per formulare la diagnosi clinica. Infatti nel caso in questione, non solo si ebbe la prova irrefutabile della esistenza della pellagra dalla coltura del sangue, ma dalla storia clinica non risultava a carico della paziente alcuna intossicazione alcoolica.

I sintomi osservati nelle ammalate di questa serie erano quelli ordinarî della demenza che qui mi piace di riassumere. Decadimento mentale che si manifesta con disordine ideativo e del giudizio, scambio di persone e disorientazione nel tempo e nello spazio —; depressione dell'umore, inaffettività; qualche volta allucinazioni, idee deliranti frammentarie, persecutorie, od a tipo religioso; talora insonnia, inquietudine motoria e stravaganza negli atti da riuscire a volte scandalosi e di pericolo al paziente; talora assoluta tranquillità, inerzia, euforia, in alcuni casi sitofobia; esagerazione dei riflessi, cloni.

Il risultato batteriologico ottenuto dal sangue di queste 10 ammalate fu il seguente:

[1] Tizzoni, *Relazione sulla campagna pellagrologica per l'anno 1914* ecc., loc. cit., Vedi il caso Emiliani Primo a pag. 20 e seg.

Cazzaniga . . .	B giallo (secondario)
Sanvito	A b.^{lli}
Rossi	A b.^{lli} A$^{streptoc.}$ B bianco
Neroni	B bianco
Fantoni	B bianco
Natali	A b.^{lli} B bianco
Antonini . . .	A b.^{lli} A streptoc.
Zibaldi	A b.^{lli} B bianco
Visconti	A b.^{lli} B bianco
Parma	A b.^{lli} A streptoc. B giallo B bianco

Questi risultati mi sembrano molto interessanti e meritevoli di essere esaminati particolarmente ed illustrati con alcune considerazioni.

Anzitutto si deve escludere dal computo la Sanvito Aurelia, perchè l'esame batteriologico non potè esser completo, stante l'inquinamento avvenuto nella coltura che non permise di rilevare tutto quanto il sangue poteva contenere. Ed allora, se eliminiamo la Sanvito, abbiamo che sulle 9 ammalate rimanenti, in 8 fu constatata la presenza del tipo stafilococcico, 3 volte solo, 5 volte associato al tipo bacillare e 2 volte al tipo bacillare ed al tipo streptococcico insieme.

Quindi il *reperto batteriologico della demenza pellagrosa ha la sua base fondamentale nel tipo stafilococcico bianco*, con associazione frequente del tipo bacillare (B bianco + A b.^{lli}), e più raramente con aggiunta del tipo streptococcico (B bianco + A b.^{lli} + A$^{streptoc.}$); solo eccezionalmente riconosce la sua ragione nella unione del tipo bacillare col tipo streptococcico (A b.^{lli} + A$^{streptoc.}$) con esclusione del tipo stafilococcico (B bianco).

L'associazione del tipo bacillare al tipo stafilococcico può benissimo essere interpretata come effetto della riacutizzazione della pellagra, che si verificò appunto in tutte le ammalate in cui tale reperto ebbe a riscontrarsi, le quali presentavano manifestazioni pellagrose recenti, specie pellagrodermi in atto. Si avrebbe così, in seguito alla accennata riacutizzazione, un ritorno del germe alla sua fase iniziale dalla quale, in alcuni casi, come succede spesso nelle colture artificiali, si passerebbe direttamente al tipo stafilococcico, senza intermezzo della formazione di filamenti e della loro divisione in blocchi bacillari o cocciformi (catene pseudo-bacillari e pseudo-cocciche); mentre in altri, per cause che ci sfuggono, avrebbe luogo una evoluzione meno tumultuosa e più completa col passaggio dalla fase iniziale a quella intermedia, in modo

che tutte e tre le figure batteriche, bacillare streptococcica e stafilococcica, si ritroverebbero nella coltura del sangue.

Ora molte di queste ammalate si trovavano da anni nel Manicomio di Mombello, quindi in condizioni igieniche ed alimentari ottime; così che per spiegare il reperto del sangue non poteva invocarsi una nuova infezione di origine intestinale causata da nuove introduzioni nelle vie digerenti di mais guasto, ma doveva necessariamente ammettersi che, in determinate condizioni che ci sfuggono, fosse avvenuto un risveglio del germe circolante nel sangue ed il suo ritorno dal tipo terminale, stafilococcico, a forme evolutive precedenti, specie al tipo bacillare.

Vediamo adesso come possono essere interpretate le eccezioni enumerate e da quali ragioni possono verosimilmente esser giustificate.

In proposito deve essere ricordato come la forma demenziale, a cui tendono tutte le psicosi funzionali, non presenti dal lato clinico un quadro fisso e sempre costante; ma lasci spesso rilevare, accanto a fenomeni fondamentali che la caratterizzano, e che sono l'espressione di processi chimici ed anatomici distruttivi della corteccia, anche dei sintomi di esaltazione con tendenza alle forme maniacali che rappresentano come dei residui degli stati maniacali o ipomaniacali che l'hanno preceduta e che alcune volte si continuano ancora del tempo.

A più forte ragione questo deve verificarsi quando il passaggio alla forma demenziale è avvenuto di recente, in modo da non potersi dire del tutto completo, e perciò da lasciar riscontrare ancora forme batteriche che appartengono veramente alla fase antecedente della malattia.

Ad illustrazione di questi concetti riporteremo brevemente i dati clinici relativi ai 3 casi di demenza in cui, oltre alla presenza del tipo stafilococcico e bacillare, si ebbe pure quella del tipo streptococcico, che sappiamo esser capace di fenomeni più acuti e più gravi; oppure si ebbe eccezionalmente la presenza dei due ultimi tipi (fase iniziale e media) con esclusione del primo (fase terminale).

Infatti nell'Antonini Luigia, in cui l'esistenza nel sangue del tipo streptococcico e l'assenza di quello stafilococcico stavano ad indicare una forma acuta, e nella quale la grandissima polimorfia della coltura era per giunta indice della sua malignità, si trovava che nel 1° ricovero nel Manicomio di Mombello l'ammalata si presentava inquieta, agitata, disordinata, con idee deliranti d'indegnità e di rovina, per cui si giudicò affetta da pellagra con manifestazioni psichiche esaltate (mania pellagrosa); e che nel passaggio successivo alla forma demenzale, in cui si manifestò il solito quadro dello sfacelo mentale rivelantesi con grande incoordinazione d'idee, decadenza di giudizio e deficienza affettiva, *perdurò buona parte del precedente stato di esaltazione*, con allucinazioni terrificanti, inquietudine motoria ed insonnia. Quindi al perdurare della stessa causa prima, della forma streptococcica, forse in parte attenuata nei suoi effetti per la lunga permanenza nell'organismo, nonchè alla mancanza della sua evoluzione verso fasi discendenti che essa compie più o meno sollecitamente nel corpo, devesi l'anormalità del quadro clinico e la permanenza dello stato di esaltazione del primo periodo della malattia.

Come abbiamo già accennato in questo caso è segno di gravezza, non solo la presenza del tipo streptococcico, ma ancora la grande polimorfia della coltura, la quale

mostra in uno stesso preparato tutte le forme batteriche, dai cocchi ai diplococchi, ai bacilli corti, ai lunghi filamenti indivisi, alle catene con divisione streptococcica e perfino a quei corpi rotondi od allungati, liberi o disposti sul corso di filamenti o di catene, un po' più grossi delle comuni forme cocciche e che si colorano molto fortemente con la fucsina, ai quali per la funzione e per la resistenza, più che per le qualità morfologiche, io ho dato il significato di spore designandoli sotto il nome di « corpi sporali » (tav. VI, figg. 22, 23, 24).

Anche nella Parma Antonia la polimorfia riscontrata nella coltura del sangue, e la presenza in essa del tipo streptococcico oltre al tipo bacillare e stafilococcico (tav. VI, figg. 25, 26, 27), può esser giustificata, tanto dalla data recente della malattia, quanto da esser costituita questa non da una forma pura di demenza, ma da verificarsi ricorrenti stati ipomaniacali. La storia di questa ammalata, anche per altri riguardi, è molto interessante e perciò meritevole di essere riferita in succinto.

La Parma, che ha 54 anni, entrò nel Manicomio di Mombello il 15 marzo 1915 e vi si trova tuttora. L'anamnesi riferisce che la paziente era rimasta impressionata dai tumulti di via Lanza in Milano in seguito ad un comizio. Ad ogni modo non risulta per la paziente intossicazione alcoolica alcuna. Nata in Comune di Nova Milanese, a 22 anni si recò a fare la domestica a Milano; non si conosce quando si sia ristabilita nel suo paese natio di Nova; consta che verso i primi di luglio 1914 abbia in famiglia presentati i segni della mentale abnormità con eccessiva verbosità, incoerenza e tendenza a fuggire di casa.

In Manicomio si dimostrò eccitata nei primordi, con allucinazioni zoopsichiche, rivelantisi con visioni di uccelli, umore variabile con alternativa di emotività e gaiezza eccessiva. Ha presentato eritemi dorsali alle mani, insonnia, confabulazione, vaniloquio e qualche volta sitofobia. Gli eritemi avevano limite indeciso e si estendevano a tutte le falangi, come fu detto precedentemente, sì da far pensare ad una forma alcoolica (tav. III, figg. 9 e 11). Più tardi, verso la metà del 1916, i fenomeni di eccitazione psichica andarono quasi scomparendo e nella paziente, che anche allora presentava eritemi dorsali alle mani, si hanno prevalentemente fatti di debolezza mentale che si manifestano con disordine ed indebolimento ideativo e del giudizio, scambio di persone e disorientamento nel tempo e nello spazio.

Ora si deve tener presente per spiegare la qualità del reperto batteriologico, che esso fu ottenuto precisamente nella prima fase della malattia (agosto 1915), cioè prima che questa passasse allo stato demenziale. Anzi, in ragione dei caratteri che presentava allora l'eritema al dorso delle mani, il relativo sangue ci fu inviato con la diagnosi « psicosi alcoolica (stato maniacale) », per cui, corretta la diagnosi per quanto si riferisce alla natura della malattia, possiamo dire che il reperto batteriologico per le condizioni dell'inferma, nell'epoca in cui tale reperto fu ricercato, si riferisce a « psicosi da pellagra (stato maniacale) ». Così l'esame batteriologico valeva a dare un giudizio preciso, non solo sulla natura, ma anche sullo stato della malattia, ed a correggere inesattezze che potevano derivare da considerarla nei suoi esiti anzi che nel suo periodo iniziale.

Finalmente due altre ammalate di questa serie, la Rossi Angela e la Fantoni Carolina, devono essere in modo particolare ricordate, oltre che per i fatti interes-

santi rilevati e per le considerazioni a cui danno luogo, anche perchè ambedue poterono esser seguite per lunghissimo tempo e l'esame del sangue fu ripetuto più volte a distanza di anni.

La Rossi Angela entrò nel Manicomio di Mombello il 18 ottobre 1899 e vi si trova tuttora; la storia della sua malattia fu da me ampliamente riferita in altre due Memorie [1], alle quali rimando per ogni conoscenza in proposito: la diagnosi formulata dal prof. E. Rossi vice-direttore del Manicomio di Mombello nel luglio 1912, e riconfermata più tardi dal dott. Alzona, fu di « demenza pellagrosa ».

Da questa ammalata fu preso sangue più volte, e cioè:

1ª presa	6 maggio 1912
2ª »	22 giugno 1913
3ª »	25 aprile 1915.

Così questa ammalata, su cui tanto si volle discutere, potè esser seguita nelle ricerche batteriologiche del sangue per la durata di 3 anni e col seguente risultato:

1ª presa	A streptoc.
2ª »	A streptoc.
3ª »	A b.lli A streptoc. B bianco

Possiamo aggiungere che un secondo campione della stessa presa di sangue del 25 aprile 1915 dette solo A blli.

Ora deve esser rilevato che nel 1912, in occasione del 1° esame, mentre era già manifesta la forma demenziale, si ottenne dalla coltura del sangue il tipo streptococcico puro, come si ha nel quadro acuto della malattia, tanto a sindrome amenziale, quanto a sindrome tifoidea; e lo stesso reperto si ripetè l'anno successivo. Invece nella 3ª presa del sangue del 25 aprile 1915 si sviluppò una coltura polimorfa coi tre tipi bacillare, streptococcico e stafilococcico bianco (tav. VII, figg. 30, 31, 32, 33). Si era passati quindi, anche per la forma batterica, a quello che si suole osservare nella demenza pellagrosa con questo di eccezionale, cioè, della presenza, oltre che del tipo stafilococcico bianco e del tipo bacillare (A b.lli + B bianco), anche del tipo streptococcico che esisteva da solo nei periodi precedenti della malattia (tav. VII, fig. 31). Ebbene, per giustificare questo reperto batteriologico, bisogna rileggere attentamente la storia della malattia per convincersi facilmente come la Rossi si sia mostrata per lunghi anni in stato di eccitamento ipomaniacale e maniacale, con alternative di ansie e d'intensità emotiva, e come siasi dimostrata agitata, insonne, impulsiva, dannosa a sè ed agli altri, tanto da dover esser tenuta sotto vigilanza; ed anche in occasione della prima presa di sangue (maggio 1912) già mostrava completa dissoluzione mentale, e permaneva anche a quell'epoca un certo stato di eccitazione che spesso rendeva la paziente aggressiva.

Solo più tardi, nel giugno 1913, in occasione della 2ª presa di sangue, l'ammalata presentava un marcato decadimento psichico globale, peraltro senza veri e proprî episodi di agitazione.

[1] Tizzoni, *La pellagra studiata nelle sue cause* ecc. pag. 149 e seg.; idem e De Angelis, *Relazioni sulle ricerche batteriologiche eseguite nella campagna pellagrologica 1913*, loc. cit., pag. 11 e seg.

Finalmente nell'aprile 1915, quando fu preso sangue per la 3ª volta, lo stato demenziale era oramai completo ed assoluto; l'ammalata giaceva inerte nel letto, indifferente ad ogni stimolo, disorientata completamente nel tempo e nel luogo, sudicia.

In seguito a questo fatto, e soprattutto in considerazione del lungo decorso della malattia (18 anni) e del lunghissimo periodo di eccitazione della ammalata, che per anni ha dovuto esser guardata nella sezione agitate, ed ha perfino mostrato tendenza a mordersi le mani ed a lacerarsi i muscoli dell'eminenza tenar ed ipotenar, non fa più meraviglia se il reperto batteriologico del sangue mostrò per lungo tempo il solo tipo streptococcico; e se anche col progredire della forma demenziale la flora batterica corrispondente (A b.lli + B bianco) fu pure accompagnata dallo stesso tipo streptococcico, il quale manifestamente per la sua lunga dimora nell'organismo e per la sua salda sistematizzazione in quella forma batterica, anche indipendentemente dalla ricorrenza di manifestazioni pellagrose cutanee ed intestinali, oramai stentava passare alle fasi terminali del ciclo evolutivo cui sempre tende, e facilmente dovevano rimanere residui delle forme più resistenti appartenenti al tipo streptococcico anzidetto.

Bisogna quindi ritenere che in questi casi l'adattamento all'organismo di alcune fasi evolutive del germe specifico lo renda più fisso, più resistente, in modo da acquistare una certa stabilità e da compiere con maggiore lentezza quella evoluzione finale con passaggio al tipo stafilococcico che in altri casi avviene più sollecitamente ed in modo più completo.

Forse questo suo adattamento alla vita parassitaria vale ancora a renderne meno gravi gli effetti, ed a permettere una mitigazione del quadro morboso che si allontana un poco da quello delle forme acute e recenti, e più ancora da quello della psicosi a sindrome amenziale e del tifo pellagroso.

Non è improbabile poi che la lunga e speciale permanenza nell'organismo della forma streptococcica abbia valso ad orientare questo tipo batterico in modo tutto particolare, sì da perdere alcune sue proprietà biologiche, come quella osservata di non scomporre più il raffinosio.

Anche nella Fantoni Carolina abbiamo potuto seguire il reperto del sangue in rapporto alla sindrome clinica. La Fantoni fu accolta nel Manicomio di Mombello il 3 febbraio 1913 con la diagnosi di psicosi maniaco-depressiva; fu preso sangue l'8 agosto 1913, quando essa mostrava decadenza lenta ma progressiva della attività psichica derivante da un perturbamento dei poteri nutritivi di natura tossico-infettiva. La storia della ammalata, riferibile a questo periodo della malattia, si trova in una mia precedente Memoria [1]. Si torna a prendere sangue dalla piegatura del braccio il 4 maggio 1915 quando l'ammalata è tranquilla e lavora in comparto, ma permangono le idee demenziali di persecuzione e di colpa. Il risultato ottenuto dal sangue fu il seguente:

1ª presa dell'8 agosto 1913	A streptoc.
2ª » del 4 maggio 1915	B bianco

In questo caso adunque abbiamo uno stacco perfetto fra il risultato batteriologico del sangue nel periodo della malattia prossima allo stato maniacale depressivo

[1] Tizzoni e De Angelis, *Relazione sulle ricerche batteriologiche, eseguite nella campagna pellagrologica 1913*, pag. 13 e seg.

e quello successivo in cui la sindrome della demenza pellagrosa si era resa più evidente ed assoluta col passaggio rapido e completo dal tipo streptococcico al tipo stafilococcico bianco (tav. VII, fig. 28 e fig. 29).

Da questa 3ª serie di ricerche può quindi concludersi:

1° Che la base batterica della psicosi da pellagra con sindrome demenziale è data da forme evolutive del germe rappresentate dal tipo bacillare e dal tipo stafilococcico bianco (A $^{b.lli}$ + B bianco) od anche dall'ultimo solamente (B bianco).

2° Che a questa flora batterica possono associarsi altre forme evolutive dello stesso germe, specialmente quelle rappresentate dal tipo streptococcico, quando il passaggio dallo stato maniacale allo stato demenziale non è ancora completo, e permangono tuttora episodi di esaltazione psichica, o quando la lunga durata del periodo maniacale ha aumentato la resistenza e l'adattamento del tipo streptococcico che la sostiene, per modo che il suo passaggio alla successiva fase evolutiva terminale, al tipo stafilococcico, si compie in maniera più lenta ed incompleta.

Queste ricerche riescono anche interessanti perchè provano *la persistenza nel sangue per alcuni anni, del germe della pellagra da me descritto*, sia conservando per lunghissimo tempo la medesima forma batterica nella quale si è sistematizzato, sia compiendo nello organismo in rapporto con le variazioni del quadro morboso lo stesso ciclo evolutivo che compie, spesso in modo assai più sollecito, alla vita saprofitica, nelle colture artificiali.

Dopo questo non merita nemmeno di essere discussa l'ipotesi avanzata da taluno per combattere la specificità del germe da me descritto nella pellagra, cioè che esso sia l'effetto di semplici inquinamenti accidentali provenienti dall'esterno, oppure che esista veramente nel sangue, ma rappresenti solo dei comuni batteri penetrativi casualmente dall'intestino.

Chi ha pratica di simili ricerche sa benissimo che batteri ordinarî della flora intestinale passati nel sangue da soli, od insieme a germi specifici, ad es. il b. di Eberth, non rimangono che brevissimo tempo nella circolazione dalla quale sono sollecitamente eliminati o distrutti.

Per converso nulla può meglio dimostrare la specificità di un determinato microorganismo della sua costante presenza in una data malattia e del rapporto esistente fra le sue fasi evolutive ed il quadro nosologico che il malato presenta, come avviene appunto per il germe in questione.

Imbecillità con pellagra. Un solo caso mi fu dato osservare di questa forma nosologica nella Veneroni Rachele, entrata nel Manicomio di Mombello il 27 maggio 1915. Si trattava di una vecchia pellagrosa in cui si erano manifestate insonnia, logorrea con idee deliranti di rovina, algie diffuse e confusione mentale.

Al momento della presa del sangue la Veneroni si mostrava insufficiente psichicamente, con ideazione sbiadita, rudimentale ed a contenuto affatto puerile; inoltre aveva manifestissimo il guanto pellagroso (tav. 3, fig. 10).

La coltura del sangue dimostrò la presenza del tipo streptococcico misto al tipo stafilococcico bianco (A $^{streptoc.}$ + B bianco).

Controlli. Per confronto dei casi di pellagra da noi studiati fu praticata la coltura del sangue di altre forme mentali e cioè:

Demenza paralitica . . . . n. 3
Demenza precoce . . . . » 1
Demenza senile . . . . » 2
Tabe ascendente . . . . » 1

I risultati furono sempre negativi; il sangue rimase costantemente sterile anche dopo il 4° ed in alcuni casi dopo il 5° lavaggio fatto costantemente con lo stesso metodo sopra descritto.

Interessante il fatto che il sangue preso contemporaneamente a cinque controlli da certa Frontori Rosa, affetta da malinconia pellagrosa volgente alla demenza, degente pure come le altre cinque inferme nel Manicomio di Mombello, dette per due volte consecutive, il 6.1.7 e l'1.2.17 risultato positivo; la prima volta sviluppando forme bacillari caratteristiche, libere ed in catena, forme streptococciche e forme stafilococciche scolorate; la seconda volta, quando era sparito ogni sintomo della precedente acutizzazione pellagrosa, dando luogo allo sviluppo di sole forme bacillari libere, anche con estremi clavati. È pure da rilevare la circostanza che la coltura della prima presa di sangue quando la dermatite era in via di risoluzione, nacque prontamente, al 2° lavaggio, mentre nacque solo al 5° lavaggio la coltura del 2° saggio di sangue preso, come si disse, quando non esisteva più traccia della precedente acutizzazione. Si ritiene che ciò sia indubbiamente l'effetto di prodotti di reazione esistenti nel siero del sangue in seguito alla sofferta acutizzazione della malattia.

*
* *

Ed ora dopo aver veduto quale è il reperto batteriologico del sangue ed in un caso del liquido cefalo-rachidiano e degli organi (milza) nella psicosi da pellagra ed avere stabilito il rapporto che passa fra tale reperto e la sindrome psichica presentata dal malato, vediamo se col materiale raccolto in queste osservazioni si possono ancora illustrare alcuni punti della questione generale relativa ai caratteri morfologici, biologici e colturali del germe in questione, ed aggiungere qualcosa di nuovo e d'interessante alle cognizioni già esposte nelle precedenti Memorie.

Delle qualità morfologiche del germe, quello che più colpisce sono le variazioni della sua grandezza, del suo aspetto; ciò che più specialmente caratterizza questa specie batterica, tanto da farla classificare fra i *batteri pleomorfi*.

Anche in queste nuove ricerche mi sono convinto che i microorganismi ricavati dal sangue, dal liquido cefalo-rachidiano e dagli organi di pellagrosi affetti da psicosi, nelle colture artificiali si comportano, come nell'organismo, in due modi differenti, cioè ora hanno una assoluta fissità e mantengono indefinitamente le caratteristiche morfologiche e colturali di una data fase evolutiva del germe, ora invece subiscono totalmente o parzialmente rapide variazioni di forma.

Così abbiamo una trasformazione interna o naturale in cui l'evoluzione del germe si compie nel corpo in un tempo più o meno lungo, ora in modo completo (Fantoni Carolina), ora in modo incompleto (Rossi Angiolina); ed una trasformazione esterna che il germe presenta alla vita saprofitica e che si osserva nelle colture artificiali. Quest'ultima, poi, può essere immediata o prossima, quando si verifica subito o poco dopo il passaggio del germe alla vita saprofitica, ovvero può essere tardiva ed avve-

nire dopo molti mesi, anche dopo anni che il germe in questione è coltivato nello stesso mezzo di nutrizione.

Finalmente la trasformazione può procedere in senso evolutivo discendente od in senso evolutivo ascendente, quello che si riscontra assai più di rado.

Intendiamo per ciclo discendente quello che segue le fasi ordinarie di sviluppo e di evoluzione del germe; cioè quello che passa dal tipo bacillare al tipo streptococcico, al tipo stafilococcico, che per brevità di linguaggio indicheremo come *fase iniziale, media e terminale*; per ciclo ascendente, invece quello che procede in senso inverso, cioè che passa dalla fase terminale, alla intermedia, alla iniziale.

Esempî di sistematizzazione nel corpo di una data forma batterica e della sua stabilità alla vita saprofitica, l'abbiamo in moltissimi, anzi nel maggior numero dei casi; e di tali esempî se ne trovano in tutte le figure batteriche sotto le quali il germe può presentarsi, bacillare, streptococcica, stafilococcica; fatta solo eccezione della streptobacillare che si osserva più raramente e che quasi sempre rappresenta un fatto concomitante a carattere transitorio.

In questi casi di perfetta sistematizzazione si ricava dal sangue una sola forma batterica, qualunque essa sia, che rimane immutata in tutti i lavaggi, e tanto in quelli del sedimento come in quelli del coagulo, e che dimostra anche alla vita saprofitica una assoluta fissità; per cui la stessa forma si conserva indefinitamente attraverso i successivi passaggi ed i relativi trapianti in mezzi nutritivi differenti (brodo, agar, sangue di coniglio), nel caso presente per osservazione durata circa 1 $^1/_2$ anno.

In questi casi può sembrare davvero a chi è poco esperto in simili ricerche, di avere a che fare con una delle note forme batteriche a tipo bacillare, streptococcico, stafilococcico.

Ciò avviene più specialmente per il tipo stafilococcico, il quale rappresentando la parte terminale del ciclo evolutivo a cui tutte le altre tendono, ha, di fronte ad esse, maggior fissità, più grande resistenza.

Ed infatti i maggiori esempî di questa sistematizzazione noi li abbiamo appunto nel tipo stafilococcico bianco o giallo secondario (Cazzaniga, Provettoni, Lumini, Neroni, Fantoni, Ortalli), ma non mancano nemmeno esempî riguardanti altri tipi batterici come il tipo bacillare (Sanvito) ed il tipo streptococcico (Mariotti); nel quale vale per tutti il caso del Mazzini Francesco che permane alla vita saprofitica nella stessa forma streptococcica da circa 12 anni senza aver mai subìta variazione alcuna.

Invece in molti altri casi la coltura che si ricava dal sangue è costituita da due o più forme batteriche, fino a presentare il carattere del maggiore pleomorfismo, oppure forme batteriche differenti si sviluppano da due campioni distinti della stessa presa di sangue, dalla coltura del coagulo e da quella del sedimento, dai lavaggi successivi che si praticano nell'uno e nell'altro, finalmente per il cambiamento del substrato nutritivo in cui la coltura è fatta sviluppare.

Così nella Trentarossi, affetta da amenza pellagrosa, si ha nella coltura ricavata direttamente dal sangue un bellissimo esempio del maggiore polimorfismo; polimorfismo che è sempre sintomo di gravezza della malattia, la quale appunto in questo caso terminò rapidamente con la morte.

Questa coltura nacque fino dal 1° lavaggio del coagulo e con tutta sollecitudine, tanto che dopo un giorno dalla aggiunta di brodo era già sviluppata; altro carattere

questo di malignità od almeno di poca resistenza, corrispondentemente di poca reazione da parte dell'organismo; e tale coltura lasciava vedere catene lunghe cocciformi, sottilissime, debolmente colorate come quelle tipiche che si trovano nella pellagra grave, coppie, corte catene, cumuli di elementi rotondi o leggermente allungati, a forma ovoidale, alcuni più grossi e più fortemente colorati, filamenti divisi in blocchi bacilloidi, talora interrotti più qua e più là da corpi speciali che tengono fortemente il colore.

Nel successivo passaggio in sangue di coniglio si osservano solamente lunghe catene cocciformi e bacillari, *ed accanto a queste ancora alcuni filamenti indivisi.*

Finalmente in un 3° trapianto in agar dalla precedente matrice in sangue, la cöltura si riduce alla forma doppia A + B con predominanza di $A^{streptoc.}$ su $A^{streptob.}$.

Ma i cambiamenti nell'aspetto della flora batterica isolata da questo caso non cessano qui, ma continuano anche alla vita saprofitica, tanto che si stenta a separare nella piatta A da B per il rapido passaggio del tipo streptococcico al tipo stafilococcico bianco. La coltura della fase intermedia isolata in tal modo si presenta nei trapianti in agar a lunghi filamenti con divisioni ora streptococciche ora streptobacillari (tav. IV, figg. 5 e 6).

Quindi in questo caso si ebbe direttamente dal sangue una coltura che presentava la massima polimorfia in cui tutte le forme batteriche erano rappresentate; coltura che per questo carattere, come per la presenza di filamenti indivisi e di forme sporali dimostrava essere ancora molto prossima ed avere ancora stretti rapporti col ceppo originale da cui questa specie batterica deriva [1].

Alla vita saprofitica, fino dai primi trapianti, questa coltura si sistematizza nei due tipi streptococcico e stafilococcico (tav. IV, figg. 6 e 7) con tendenza a passare definitivamente a quest'ultima fase, come terminale, meno mutabile.

Anche nella Edri, in cui si osservò un quadro morboso amenziale gravissimo, con successivo passaggio allo stato demenziale, si ebbe un bellissimo esempio di polimorfia primitiva con rapida trasformazione di un tipo batterico nell'altro. Pure in questo caso la coltura nasce presto dal 1° lavaggio del coagulo, dopo 1 giorno dall'aggiunta del brodo, e si presenta in predominanza sotto forma di lunghe catene ad elementi rotondi, piccolissimi, debolmente colorati, a contorno indeciso; ed accanto a queste si vedono dei corpi rotondi più grossi, più colorati, riuniti in catena od in piccoli gruppi, simili a corpi sporali.

Il successivo trapianto in sangue di coniglio dimostra la massima polimorfia; si osservano b. separati, a disposizione caratteristica, catene bacillari o cocciche, coppie di cocchi più grossi con tendenza a formare dei cumuli; finalmente grossi elementi rotondi, circa di dimensione doppia dei precedenti, con contorno più colorato, che hanno tutto l'aspetto dei corpi sporali. Insomma anche in questo caso si aveva originariamente il massimo polimorfismo, con presenza di figure che avvicinavano questo germe al ceppo dei funghi inferiori dal quale deriva, e col quale mantiene sempre qualche ricordo o qualche connessione.

Peraltro nel successivo trapianto in agar tutte le precedenti forme batteriche si

[1] Vedi in proposito Tizzoni e De Angelis, *Significato ed importanza del polimorfismo nella identificazione e classificazione dello Streptobacillus pellagrae* (T.). R. Accademia dei Lincei, ser. 5ª, vol. X, fasc. XV, 1915.

riducono a due solamente, a lunghe e sottili catene pseudo-streptococciche, molto delicate, che si colorano debolmente e che hanno l'aspetto classico, e ad elementi rotondi più grossi, più colorati, isolati, riuniti a coppie, a cumuli, a corte catene, e si passa così ad una coltura doppia A$^{streptoc.}$ + B bianco.

Ma anche in questa coltura mista seguita l'accennata trasformazione, per la quale riesce difficile separare l'A$^{streptoc.}$ dal B bianco, stante il facile passaggio dalla prima forma nella seconda, pure se la prima proviene da colonie ben separate e distinte. Solo dopo molti tentativi si arriva a farne l'isolamento, forse per aver preso materiale da colonie sviluppate da germi più resistenti o meglio sistematizzati in quella data forma batterica (tav. IV, figg. 3 e 4).

In questo caso adunque, come nel precedente, si ebbe in origine una grandissima polimorfia che si ridusse poco dopo a due soli tipi batterici A$^{streptoc.}$ e B bianco, con tendenza del primo a passare rapidamente e definitivamente nel secondo, tanto da riescire difficile a separarlo ed a mantenerlo separato.

Lo stesso si ebbe pure nell'Antonini, affetta, come si disse, da psicosi pellagrosa a sindrome demenziale, ma con episodi di esaltazione, quale continuazione o risveglio dello stato maniacale precedente. Infatti anche in questo caso la coltura originale presentò la massima polimorfia, ma, a differenza delle due precedenti, ebbe uno sviluppo assai più tardivo, essendo nata solo al 4° lav. del coagulo ed al 2° del sedimento; segno questo di una maggior resistenza offerta dall'organismo.

In tale coltura originale, si possono egualmente osservare tutte le forme batteriche riunite nei modi più diversi: bacilli, cocchi, catene di elementi rotondi, figure a chiodo, a spoletta, e perfino filamenti indivisi con rigonfiamenti dati da corpi sporali (tav. VI, figg. 22, 23, 24). Peraltro in questo caso la coltura si sistematizza nei successivi passaggi in forme definitive; a tipo bacillare quella avuta dal lavaggio del coagulo, a tipo streptococcico quella proveniente dal sedimento del siero, e cessa una ulteriore loro trasformazione, in modo da potersi mantenere e conservare questi due tipi batterici alla vita saprofitica per molte generazioni susseguenti coltivandoli in sangue defibrinato di coniglio.

Finalmente un bell'esempio di polimorfismo della coltura originale ho potuto riscontrare nella Parma Antonia da me studiata quando si trovava ancora in stato maniacale, e prima che questo fosse passato allo stato demenziale; ed invero tale coltura dimostrò la più grande polimorfia, con presenza di bacilli clavati, con lunghi filamenti indivisi o divisi in blocchi cocciformi e bacilloidi, di cocchi isolati, riuniti a coppie od a cumuli; i quali nella rispettiva coltura si presentavano ora scolorati (B bianco) ora colorati in secondo tempo in giallognolo (B giallo secondario). Ma, anche in questo caso il germe, a seconda delle sue origini, cioè se derivato dall'uno piuttosto che dall'altro lavaggio, dal coagulo piuttosto che dal sedimento del siero, si sistematizza nelle forme batteriche che corrispondono alle tre fasi evolutive più volte ricordate, cioè nel tipo bacillare, streptococcico e stafilococcico; forme che si mantennero inalterate per lungo tempo ed in numerosi trapianti, senza tendenza alcuna delle due prime a passare nella ultima (tav. VI, figg. 25, 26, 27).

Dunque la polimorfia della coltura originale è sempre segno di malignità; le svariate forme poi che essa presenta si sistematizzano sollecitamente fino dai primi trapianti in alcuni od in tutti i tipi batterici che rappresentano le tre fasi evolutive

del germe (iniziale, media e terminale), nelle quali alcune volte si fissa per qualche tempo, in altre invece seguita nella trasformazione discendente sempre con tendenza verso la fase terminale, come la più stabile, la più resistente.

Le variazioni della figura batterica alcune volte si verificano egualmente nelle colture fatte dai varii campioni di una stessa presa di sangue. Così, mentre dalla Gallerani, dalla Trentarossi e dalla Barzaghi si ottennero da due campioni identici risultati, invece si ebbero risultati differenti dalla Rossi Angiolina e dalla Parma Antonia; risultati che è bene esaminare qui, sia per dare loro una giusta interpretazione, sia per le nuove conoscenze che emergono sui rapporti e sulla equivalenza delle varie forme evolutive del germe specifico.

Infatti nella Rossi Angiolina dal 2° lav. del coagulo di un 1° campione di sangue, dopo un giorno si ebbe nella matrice lo sviluppo di una coltura mista formata da bacilli e da filamenti a divisione streptococcica, che si mantiene eguale nei successivi trapianti in sangue, mentre in un ulteriore passaggio in agar sparì la forma bacillare e rimase solo la forma streptococcica (tav. VII, figg. 30, 31).

Invece dal rispettivo sedimento del siero la coltura stentò molto più a svilupparе; occorsero per il suo sviluppo 4 lavaggi, ed anche al 4° lavaggio nacque solo dopo 4 giorni dalla sostituzione del brodo, e questa volta, a differenza della precedente, produsse solo forme stafilococciche (tav. VII, fig. 32).

Ma v'è ancora di più! Un 2° campione della stessa presa di sangue nasce subito al 1° lavaggio e molto sollecitamente, dopo 2 giorni dalla aggiunta del brodo, e la coltura si presentò fino dall'origine in forma bacillare, nella quale rimase immutata anche per il cambiamento del mezzo di nutrizione (brodo, agar, sangue) o per successivi trapianti (tav. VII, fig. 33).

In queste circostanze chi considerasse le cose molto superficialmente potrebbe trovare nella differenza dei risultati ottenuti una palese contraddizione, ed interpretare tali differenze come la prova manifesta che i germi ricavati dal sangue non sono che l'effetto di accidentali inquinamenti causati da germi banali di specie diversa. Invece i casi in questione sono i più istruttivi per dimostrare i rapporti di parentela che esistono fra le varie forme batteriche sotto le quali il germe della pellagra, a seconda delle condizioni di coltura o di ambiente, può presentarsi; ciò che del resto costituisce la caratteristica di tutti i microorganismi pleomorfi.

Infatti le differenze nei risultati nella coltura del coagulo del 1° e del 2° campione della Rosa Angiolina, stanno a significare solamente che nel secondo caso lo sviluppo della coltura si è arrestato alla fase iniziale a tipo bacillare, nella quale si è sistematizzata rimanendo immutata nei trapianti successivi in agar ed in sangue e dando luogo a bacilli caratteristici per forma, grandezza e disposizione nonchè per la facilità di presentare rigonfiamenti clavati ad uno o ad ambidue gli estremi; mentre nel primo caso la coltura ha proceduto oltre, è passata cioè dalla fase iniziale alla successiva o intermedia, in cui le precedenti forme bacillari si sono allungate in filamenti che si sono rapidamente spezzettati in blocchi cocciformi originando figure simili a quelle dello streptococco.

Quale sia la ragione di questa differenza non possiamo dire in modo sicuro; solo dobbiamo rilevare che il 2° campione in cui si sviluppò il tipo bacillare stabile, fu

messo in coltura due giorni dopo il 1°, quindi il contatto col siero che conteneva fu in questo di due giorni più lungo dell'altro.

Dunque in questo caso, per il solo fatto noto che uno dei campioni di sangue era stato messo in coltura due giorni dopo l'altro, abbiamo dallo stesso salasso ripartito in provette differenti, due colture di apparenze diverse; una sistematizzata al tipo bacillare caratteristico, che non cambia mai alla vita saprofitica, ed una, che in origine era pure a tipo bacillare, ma che nel passaggio attraverso varii substrati nutritivi, si trasformò rapidamente ed in modo completo, passando dal tipo bacillare al tipo streptococcico nel quale rimase sistematizzata.

Anche lo stridente contrasto fra la coltura avuta dal coagulo nel 1° campione e quella ottenuta dal rispettivo sedimento, sparisce facilmente quando si considera che nel 1° caso si è arrestata ad una delle sue prime fasi evolutive, sistematizzandosi nel tipo streptococcico, e che invece nel 2° caso la stessa coltura si è rapidamente trasformata, ha compiuto tutto il ciclo evolutivo ed è arrivata alla sua fase terminale a tipo stafilococcico. Quale sia la ragione di questo differente comportamento è anche difficile dire con tutta sicurezza. Solo deve esser rilevato anche qui il ritardo e la maggior difficoltà di sviluppo nella coltura del sedimento del siero, che nacque solo al 4° lavaggio e dopo 4 giorni d'incubazione, 8-9 dal principio della prova; mentre quella del rispettivo coagulo si sviluppò al 2° lavaggio, dopo 1 giorno da chè era stato cambiato il brodo, ossia dopo 3 dal principio del trattamento. Quindi è molto probabile che nel 2° caso un più lungo contatto col siero residuo abbia reso il germe meno resistente, affrettandone la trasformazione verso la forma più stabile, il tipo stafilococcico; o che nel 1° caso, in difetto di questa condizione, lo sviluppo sia stato pure sollecito e la coltura stessa abbia potuto arrestarsi e sistematizzarsi a fasi meno avanzate del ciclo evolutivo.

Questo caso è anche interessante per mostrare dal lato morfologico la stretta parentela che passa fra bacilli e forme pseudo-streptococciche. Infatti nella coltura originale del 1° campione di sangue (coagulo) si vedono bacilli che non si allungano in filamenti, e di cui solo alcuni arrivano a dimensioni doppie delle ordinarie, si dividono in blocchetti di aspetto rozzo, non contornati nettamente, ed appena in pochi si ha la divisione chiara a mo' di streptococchi (tav. VII, fig. 30). La cosa si ripete nel successivo trapianto in sangue, sempre in proporzioni maggiori, fino a che nel passaggio in agar si hanno le lunghe catene pseudo-streptococciche.

Quindi si aveva originariamente una forma bacillare in cui negli stessi bacilli si dimostrava una facilità a divisioni in piccole masse a forma coccica, e solo successivamente si passò alla forma allungata, filamentosa, con la stessa divisione cocciforme dei filamenti. La sola differenza sta nel fatto di essere avvenuta la divisione del bacillo in masse cocciformi con o senza precedente allungamento in filamenti.

Dunque qui si è potuto seguire passo a passo dal lato morfologico la trasformazione del tipo bacillare in tipo streptococcico e l'inizio della divisione a catene cocciformi fino nel corpo dei bacilli fattisi appena più lunghi degli altri e prima che abbiano dato luogo alla formazione di veri filamenti.

Anche nella Parma Antonia ho avuto occasione di fare identiche osservazioni. Qui pure si ebbe in un primo campione il passaggio rapido, la sistematizzazione del germe alla fase streptococcica (tav. VI, fig. 27) con accanto forme stafilococciche

colorate in giallo; mentre in un secondo campione della stessa prova di sangue la coltura medesima si arrestò e si fissò alla fase antecedente, a tipo bacillare (tav. VI, fig. 26), e la forma stafilococcica concomitante non presentò colorazione alcuna.

Perciò, in questo caso, si possono fare le stesse considerazioni del precedente e richiamare inoltre l'attenzione sulla poca importanza che ha la colorazione secondaria nelle forme stafilococciche dal momento che dallo stesso materiale, per ragioni che ci sfuggono, si ricavano colture a tipo stafilococcico che ora si colorano in giallo, ora rimangono bianche.

È pure fuori dubbio l'importanza che ha il lavaggio del sangue, non solo sullo sviluppo della coltura, ma anche sulla forma batterica. Basta a questo riguardo dare un'occhiata ai risultati riportati con i maggiori particolari nella tabella II per convincersi di questa verità; ma non è inopportuno di richiamare anche qui l'attenzione sopra alcuni fatti specifici, riportandone alcuni dei principali.

In questi lavaggi si vede infatti alcune volte un passaggio graduale da una data fase evolutiva del germe ad una delle successive discendenti a misura che il lavaggio stesso procede; così nel 3° e 4° lavaggio del coagulo si ha nella Casati il passaggio completo da bacilli a stafilococco bianco; mentre nella Parma avvenne analoga trasfarmazione nel 3° e 4° lavaggio del sedimento, ma solo in modo incompleto, per cui dalla forma streptococcica si passa per gradi alla forma stafilococcica, con intermezzo di una coltura mista streptococcica-stafilococcica.

Altre volte questo passaggio è saltuario, ed in primo tempo si effettua come a ritroso per arrivare poi in ultimo in modo brusco dalla prima all'ultima fase evolutiva.

Ad es. nella Gallerani si ha nel 2°, 3°, 4° lavaggio del coagulo rispettivamente streptococchi, bacilli, stafilococco bianco, e nel 2° campione della Parma si ha nel 1°, 2° e 3° lavaggio del coagulo un contegno più saltuario e bizzarro, andandosi dai bacilli allo stafilococco bianco, per ritornare nuovamente ai bacilli nel 3° lavaggio.

Anche maggiori e sempre molto istruttive sono le differenze che emergono dal confronto dei risultati fra il lavaggio del coagulo e quello del rispettivo sedimento.

In alcuni casi si ha solo la mancanza nel coagulo o nel sedimento di uno degli elementi che si trova nell'altro. Così nella Zibaldi abbiamo A$^{b.lli}$ nel sedimento, e nel coagulo coltura dello stesso tipo, ma con aggiunta del B bianco; nella Rosellini e nella Barzaghi al B bianco del coagulo si aggiunge nel sedimento l'A$^{streptoc.}$; nella Visconti nel sedimento si aggiunge A$^{b.lli}$ al B bianco del coagulo; nella Parma 1° campione all'A$^{streptoc.}$ del coagulo si unisce il B bianco nel sedimento, e nel 2° campione al B bianco del sedimento si associa l'A$^{b.lli}$ nel coagulo; ma con la stravaganza accennata che nell'ultimo caso il B bianco si trova in un 2° lavaggio intercalato fra l'A$^{b.lli}$ del 1° e del 3°.

Finalmente in alcuni casi abbiamo in un lavaggio del sedimento, come avvenne nella Casati, tutti e due i rappresentanti (A$^{b.lli}$ e B bianco) che nella coltura del corrispondente lavaggio del coagulo si ritrovano separati in due lavaggi successivi (3° e 4°); per cui i germi ricavati sostanzialmente sono gli stessi, ma con diversa modalità nella loro comparsa.

Quindi tutte queste variazioni parziali, che a prima vista possono impressionare come cose molto diverse chi non ha pratica sufficiente di tali ricerche, in fondo non

rappresentano che passaggi graduali o bruschi alle successive fasi evolutive, specialmente allo stafilococco bianco; e qualche volta ricordi o ritorni alle precedenti fasi da cui la coltura definitivamente sistematizzata ha avuto origine.

Lo stesso dicasi per le variazioni complete come per le seguenti: nella Natali l'A b.lli del coagulo diventa nel sedimento B bianco, nella Prina il B giallo diventa A b.lli, nella Veneroni A streptoc. diventa B bianco.

In tutte queste variazioni deve vedersi un passaggio del germe da una fase evolutiva all'altra od alla fase finale: per cui una delle colture, quella a fase evolutiva meno avanzata ci sta a rappresentare il tipo batterico che si ritrovava nell'organismo, le altre c'indicano le trasformazioni complete od incomplete, rapide o lente che esso ha subìto alla vita saprofitica.

Quali sono le ragioni di tutte le modificazioni esterne accennate che il germe subisce nelle colture artificiali? Nulla può fare escludere che nell'organismo, nello stesso sangue circolante, fosse già incominciato il lento passaggio dalle forme più mutabili alle forme più fisse, più resistenti, che sono sempre rappresentate dal tipo B bianco o giallo secondario e che nel passaggio dalla vita parassitica alla vita saprofitica, e più ancora dal trapianto da un substrato nutritivo in un altro, si faccia una specie di selezione spontanea rimanendo quella forma batterica che è piu resistente e più confacente a quel determinato mezzo di nutrizione ed alle nuove condizioni di vita ed eliminandosi le altre. Il sorprendere forme miste nella coltura diretta del sangue preso dal malato (Edri, Trentarossi) potrebbe giustificare questa ipotesi. Se non che contro questa supposizione deve essere ricordato che non da tutti gli ammalati si ricavano colture miste, e che le trasformazioni avvengono sempre per speciali cause ed in una determinata direzione, tendendo sempre la coltura nei successivi lavaggi a passare da una fase evolutiva all'altra come nel ciclo di trasformazione normale, salvo eccezionali ritorni a quelle fasi precedenti da cui la coltura stessa è partita.

Per cui ritengo che le variazioni in parola rappresentino piuttosto trasformazioni esterne dovute a molteplici cause di nutrizione e di ambiente, anzi che essere costantemente l'effetto della selezione di una coltura mista preesistente come tale nell'organismo. Al quale riguardo debbo dare grande importanza all'azione del siero di sangue e quindi alla sua più o meno completa eliminazione a mezzo del lavaggio e corrispondentemente ad un più o meno lungo contatto fra siero e germe specifico.

Che il siero di sangue del pellagroso abbia un'influenza indiscutibile sul germe della malattia, questo ci è dimostrato anche dall'azione che esercita sulla coltura: lo sviluppo scalare della coltura stessa che segue ai varî lavaggi del coagulo e del sedimento ne è una prova.

La tabella II offre di questi fatti numerosi e convincenti esempî che confermano pienamente le nostre precedenti conclusioni al riguardo [1], e dei quali mi piace richiamare l'attenzione sui risultati ottenuti dal lavaggio del coagulo nei casi Casati, Sanvito, Chiodini, Barzaghi, Parma; e quelli avuti dal lavaggio del sedimento nei casi Mariotti, Fantoni, Prina, Rosellini.

[1] Tizzoni e De Angelis, *Relazioni sulle ricerche batteriologiche eseguite nella campagna pellagrologica per l'anno 1913*, loc. cit.

Oltre questo spesso accade vedere che piccole tracce di siero, specie se di vecchio pellagrose, bastano per dare fenomeni manifesti modificando sensibilmente l'aspetto della coltura. Così nella Neroni, anche dopo il 4° lavaggio, il coagulo dà luogo allo sviluppo di una coltura agglutinata in forma di fiocchetti densi, sospesi in un liquido limpido o depositati alla superficie del coagulo stesso come un fino pulviscolo o come piccole chiazze bianche formate da cocchi rigonfiati, impastati fra loro; colture che sono del tutto simili a quelle da me descritte negli eredo-pellagrosi (1) ed a quelle che si ottengono dal sangue della cavia semi-immunizzata per precedente incompleta vaccinazione (2).

Nè meno interessanti sono le variazioni che si osservano nella coltura per influenza specialmente del materiale nutritizio e che possono distinguersi in ragione del tempo in cui avvengono, in immediate e successive, e queste alla loro volta in discendenti ed ascendenti.

Esempî numerosissimi di variazioni che si verificano nel passaggio del germe alla vita saprofitica per influenza del mezzo in cui viene coltivato, si trovano nella tabella II, dove sono riportate le forme batteriche osservate nella coltura originale in brodo, nel successivo trapianto in sangue e nel trasporto in agar, ed alla quale rimandiamo per ogni conoscenza. In questa tabella si trovano molti casi in cui la forma batterica rimane fissa nel passaggio da un mezzo nutritivo nell'altro, sia essa costituita da cocchi, da streptococchi, da bacilli o da associazioni le più svariate di questi tipi batterici.

In altri casi, invece, si osserva che dalla coltura mista originale si va eliminando nei successivi passaggi qualcuno degli elementi che essa conteneva, e di solito fra tutti il meno resistenti, il più vulnerabile. Così avviene per la eliminazione dello streptococco nella Lumini, nella quale rimane solo lo stafilococco bianco; per la eliminazione dei bacilli nella coltura originale della Rossi formata di bacilli e streptococchi; per la eliminazione dello streptococco nella Fantoni e nella Ortalli, rimanendo solo lo stafilococco bianco che vi era associato.

Queste sollecite trasformazioni che avvengono nei primi passaggi non ci permettono di affermare sempre e con tutta sicurezza che la figura batterica ottenuta con la coltura rappresenti esattamente e completamente quanto si trova nel sangue circolante.

Ma assai più interessanti ed istruttive sono le trasformazioni tardive dovute manifestamente al mezzo nutritivo, all'ambiente, allo invecchiamento, perchè ci permettono di seguire in modo più lento, meno tumultuoso e quindi assai più persuasivo le variazioni che avvengono nel tipo batterico. Queste, come ho detto, si distinguono nelle trasformazioni discendenti ed ascendenti per le quali s'intendono quelle modificazioni che avvengono nella figura batterica che vanno nel senso della sua evoluzione normale, cominciando, cioè, dalla forma bacillare, andando alla filamentosa con blocchi bacilloidi o cocciformi, per passare in ultimo alla forma stafilococcica, o che procedono in senso inverso.

(1) Tizzoni, *La pellagra studiata nelle sue cause* ecc., pag. 73 segg.

(2) Tizzoni, *Primi esperimenti di vaccinazione negli animali contro il germe specifico della pellagra* (*Streptobacillus pellagrae* T.). R. Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna, Cl. Scienze fisiche, ser. VI, tom. IX, 1911-1912.

Dirò subito che nell'uomo, come alla vita saprofitica, le variazioni discendenti sono molto più frequenti a verificarsi di quelle ascendenti. Nel corso di questa Memoria ho riportato varii esempî di variazioni del tipo batterico avvenuto nell'organismo, specie nel passaggio dalle forme morbose acute, amenziali, alle forme croniche. demenziali, facendo specialmente rilevare come alla modificazione del quadro clinico si contrappongono sempre determinate trasformazioni del tipo batterico che si ritrova nel sangue con tendenza sempre verso la fase evolutiva terminale del germe, verso il tipo stafilococcico, che manifestamente è il meno mutabile.

Anche ho rilevato che nelle sindromi demenziali si ha spesso associazione della forma batterica terminale con quella iniziale (A b.lli + B bianco) ed ho messo in rapporto il ritorno al tipo fondamentale, bacillare, col ricorrere di acutizzazioni pellagrose. Anzi in questi casi non essendosi verificata modificazione del quadro psichico, è logico supporre che il ritorno del tipo bacillare sia effettivamente in relazioni con la riacutizzazione del processo pellagroso, e specialmente con le sue manifestazioni cutanee ed intestinali.

E poichè in molti casi le ammalate si trovavano da varii anni ricoverate nel Manicomio ed era quindi da escludersi l'intervento di nuove infezioni di origine alimentare, nè poteva davvero parlarsi di avitaminosi, dato il regime dietetico al quale le ricoverate sono sottoposte; così deve piuttosto ammettersi che in tali casi si avesse il ritorno dei germi del sangue dalla fase evolutiva terminale alla fase iniziale. *La riacutizzazione della pellagra, perciò, non sarebbe che l'effetto del ritorno del germe circolante nel sangue alle fasi iniziali* causato da molteplici cause che ci sfuggono, tra le quali non è da escludere quella dell'azione dei raggi solari. In proposito sono molto istruttive alcune interessanti ricerche del dott. Alzona, le quali dimostrano che l'esposizione al sole delle ammalate determina semplici eritemi solari che presto spariscono, mentre produce nelle pellagrose vere dermatiti caratteristiche. Ciò rende molto opportuno di completare in avvenire queste ricerche, determinando prima le qualità morfologiche del germe circolante nel sangue in vecchie pellagrose per vedere quali modificazioni subisce dopo che sono esposte al sole e quando comparisce l'eritema alle mani.

Di contro a questo ciclo evolutivo interno compiuto dal germe, ne abbiamo uno esterno che esso germe compie allo stesso modo alla vita saprofitica per invecchiamento della coltura e per variazione del materiale nutritivo. E sono appunto queste trasformazioni tardive o successive che si possono meglio seguire di quelle recenti od immediate e che danno un'idea più precisa e più persuasiva della evoluzione ascendente e discendente che il germe in parola è capace di compiere per condizioni varie e del perfetto parallelismo fra questa trasformazione e quelle che esso nel decorso della malattia compie nel corpo.

Diamo alcuni esempî di queste variazioni tardive osservate nelle nostre colture conservate in sangue di coniglio e rinnovate ogni mese nello stesso mezzo; colture che furono accuratamente seguite per oltre un anno; e per primo diciamo delle trasformazioni discendenti.

Come già dissi le trasformazioni in senso discendente sono le più facili a verificarsi; per quanto una coltura sia conservata in materiali di nutrizione i più adatti, come il sangue defibrinato di coniglio, presenta frequentemente modificazioni parziali

o totali della sua figura batterica che seguono sempre una certa regola e si compiono costantemente in un determinato modo e con variazioni date da tipi batterici sempre eguali e costanti da fare escludere assolutamente che ciò possa attribuirsi ad inquinamenti accidentali per batteri comuni.

Uno degli esempî più classici di trasformazione completa mi fu offerto da una coltura isolata in Russia (Bessarabia) nel luglio 1914 dalla ammalata Matwey; coltura che fino dalla sua origine era sistematizzata nella forma bacillare con bacilli clavati caratteristici (tav. VII, fig. 34) e che si mantenne tale fino all'ottobre 1915, tanto che nella relativa Memoria (¹) fu riportata come campione di tipo bacillare stabile. Ma nel mese indicato, senza che nulla fosse cambiato nelle condizioni della coltura, nell'intervallo fra un trapianto e l'altro, e nella qualità del materiale di nutrizione, che era sempre sangue defebrinato di coniglio di provata sterilità, essa cambiò bruscamente la sua figura batterica e passò rapidamente ed in modo completo dal tipo bacillare al tipo streptococcico nel quale si conserva tuttora, anche se si cambia il materiale di nutrizione.

Unitamente alle variazioni delle qualità morfologiche del germe in questione avvenne ancora quella delle sue proprietà biologiche; infatti mentre sotto il tipo bacillare non coagulava il latte, non scomponeva il raffinosio e si comportava passivamente di fronte agli zuccheri; invece sotto lo streptococcico coagulava rapidamente il latte, scomponeva il raffinosio e fermentava il glucosio.

Nelle figg. 34 e 35, della tav. VII, sono riportate per opportuni confronti il tipo originale bacillare e la forma derivata streptococcica prodottasi per variazione tardiva, e precisamente dopo 15 mesi che il germe si coltivava alla vita saprofitica, sempre sullo stesso substrato nutritivo.

Lo stesso ebbe a verificarsi nella coltura della Veneroni che dalla sua origine, cioè dal luglio 1915, era a tipo streptobacillare e che tale si mantenne fino a tutto il febbraio 1916 per passare nel trapianto del marzo della serie in sangue di coniglio al tipo streptococcico puro, caratteristico anche perchè Gram-negativo, e perchè coagula il latte e scompone il raffinosio, ciò che prima non faceva quando si presentava sotto forma streptobacillare.

Un bell'esempio di trasformazione discendente con passaggio dal tipo streptococcico al tipo stafilococcico l'ha offerto la coltura del Mariotti, nella quale dopo 6 mesi di vita saprofitica ed altrettanti passaggi in sangue di coniglio si ebbe la trasformazione del tipo originale $A^{streptoc.}$, prima nel tipo misto $A^{streptoc.} + B$, e poi definitivamente nel tipo B con colorazione secondaria in giallo.

Egualmente nella Edri l'$A^{streptoc.}$ separato dalla coltura mista originale $A^{streptoc.} + B$ bianco rimase immutato fino al trapianto della serie in sangue del marzo, nel quale ritornò alla coltura mista $A^{streptoc.} + B$ bianco, per passare in ultimo definitivamente a B bianco.

Allo stesso modo si comportò una forma streptococcica separata da una coltura mista della Gallerani che dopo molti mesi passò nella serie in sangue ad $A^{streptoc.} + B$ bianco.

(¹) Tizzoni, *Relazione sulla campagna pellagrologica per l'anno 1914 con osservazioni sulla pellagra in Bessarabia* (Russia), loc. cit., pag. 34, n. 14 delle tabelle annesse.

Così pure di molte altre colture a tipo streptococcico, che dopo 4-6 mesi di conservazione alla vita saprofitica passarono al tipo stafilococcico.

La trasformazione ascendente, ora è parziale, e si ha allora il passaggio di una coltura pura in una coltura mista che ripete ordinariamente il tipo originale da cui deriva; ora invece è totale, completa, e si ha allora il passaggio da una fase evolutiva più avanzata ad una precedente.

Bell'esempio di trasformazione parziale ascendente ci fu offerto dal 2° campione della Parma.

Infatti dal 2° lavaggio del sedimento di questo campioné si ricavò originariamente una coltura mista $A^{streptoc.}$ + B giallo; ma è così rapida la trasformazione del 1° nel 2° tipo batterico che non si riesce ad isolare l'$A^{streptoc.}$ e la coltura passa sollecitamente nel tipo stafilococcico puro. Peraltro nel maggio 1916, nella serie in sangue di questa coltura che, come si disse, aveva in precedenza mostrato sempre una forma pura stafilococcica, si nota il ritorno da B giallo alla coltura mista originale $A^{streptoc.}$ + B giallo dalla quale questa volta si riesce ad isolare ed a mantenere allo stato di purezza il tipo streptococcico.

In altri casi si osservarono ancora esempî di trasformazione completa ascendente. Così, sempre nella Parma, la coltura B bianco originale ottenuta dal 1° lavaggio del sedimento del 2° campione di sangue, nel febbraio 1916 passa ad $A^{b.lli}$; egualmente nella Barzaghi il B bianco ricavato da una coltura mista originale avuta dal 2° lavaggio del sedimento, nel mese di marzo 1916 si trasforma in $A^{b.lli}$ e tale rimane immutata per molti mesi; finalmente nella Zibaldi si ha dopo qualche tempo la trasformazione del B bianco in $A^{b.lli}$.

Ma variazioni anche più interessanti sono indubbiamente quelle discendenti con ritorno successivo al tipo batterico di partenza come si verificò nella Parma; nella quale si ebbe nella coltura del 1° lavaggio del sedimento campione 1°, dapprima il passaggio di $A^{streptoc.}$ in B bianco, che si mantenne immutato nella serie in sangue per tutto il marzo 1916 e che nel trapianto dell'aprile seguente tornò ad $A^{streptoc.}$ ossia alla forma originale.

Senza volerne trarre per ora conclusioni definitive, non è fuor di luogo far rilevare qui che il maggior numero di variazioni esterne sopra accennate si compie nel periodo primaverile dell'anno, dal febbraio al maggio, e nel periodo autunnale, dall'ottobre al decembre; cioè in quello stesso periodo in cui sogliono verificarsi le riacutizzazioni pellagrose; e che molto spesso si osserva nelle colture artificiali il passaggio dal tipo stafilococcico al tipo bacillare, come nelle accennate riacutizzazioni della pellagra si ritrova sovente nel sangue associato il tipo B bianco ad $A^{b.lli}$.

I risultati di queste pazienti ricerche valgono poi a stringere sempre più i rapporti fra i tipi batterici delle varie fasi evolutive del germe da me isolato dimostrando la possibilità del passaggio di una forma batterica nell'altra, tanto nel senso nel quale si svolge normalmente il ciclo evolutivo, quanto in senso inverso o con ritorno al punto di partenza dopo avere mostrato precedentemente variazioni discendenti.

Questo fatto è così caratteristico che per nessun altro batterio è noto; tanto che vale a dare al germe della pellagra una fisonomia sua propria che serve a distinguerlo da altre specie batteriche come è richiesto nel 2° postulato di Koch e che non permette affatto di confonderlo con inquinamenti e con germi banali.

Inoltre le trasformazioni tardive ricordate che avvengono nelle colture dopo 6 mesi, 1 anno e più e che precedentemente si erano sempre dimostrate di assoluta purezzza, sono la prova più evidente che quì trattasi di mutazioni vere della forma batterica e non di selezioni spontanee per influenza di un mezzo nutritivo favorente come quello che potrebbe invocarsi nelle trasformazioni rapide che avvengono nelle colture miste originali.

Manifestamente il substrato colturale ha una influenza grandissima sui caratteri morfologici della coltura, ma in senso ben diverso da quella di operare una semplice selezione.

A prova della influenza che esercitano i materiali di nutrizione sulla forma della coltura, io ho potuto raccogliere moltissimi esempî, di cui mi piace riportare qui alcuni dei più probativi.

Nella ammalata Madè dalla coltura del 3° lavaggio del sedimento si ottiene una matrice che contiene solo bacilli caratteristici e che si conserva identica anche nel successivo trapianto in sangue di coniglio dove si sistematizza e rimane immutata per molte generazioni (tav. V, fig. 17). Ma basta, da una qualunque delle colture in sangue, fare uno strisciamento in agar per vedere sviluppare una bellissima coltura pura a tipo streptococcico senza nemmeno l'ombra di un bacillo, ed una coltura mista di bacilli e di streptococchi se invece l'innesto venne praticato dal sangue stesso nel brodo. Finalmente se si trasporta di nuovo la coltura dall'agar nel sangue di coniglio, il tipo streptococcico fa ritorno bruscamente al tipo bacillare dal quale proveniva.

Nulla meglio di questo può, a mio avviso, dimostrare la parentela che esiste fra i due tipi batterici, bacillare e streptococcico, dal momento che si può a volontà passare dal 1° nel 2° e da questo ritornare al 1° quando si ripristinino le precedenti condizioni di coltura.

Egualmente la stessa coltura della Madè non nasce nel latte o vi nasce a tipo streptobacillare, con forme sporali e con le caratteristiche figure a chiodo, anche quando l'innesto è fatto dal brodo e dall'agar che contengono prevalentemente od esclusivamente forme streptococciche. Inoltre nel latte la coltura si comporta come se fosse a tipo bacillare, cioè il latte non viene affatto coagulato; a differenza di quello che avviene per la coltura a tipo streptococcico. Invece in gelatina la stessa coltura si comporta come quelle a tipo streptococcico, cioè a 24° nasce tardi, dopo 9 giorni, e non fluidifica la gelatina.

Ciò dimostra tutta l'importanza che ha il substrato di nutrizione nelle variazioni morfologiche della coltura, la quale, a seconda del mezzo nutritivo, si presenta a tipo bacillare od a tipo streptococcico; e prova altresì come in tali variazioni il latte abbia molta maggiore influenza della gelatina.

Così pure la coltura bacillare ottenuta dalla Visconti che si era dimostrata pura nella matrice originale, come nei trapianti successivi in sangue ed in agar, e che era rimasta immutata per molti mesi e per molte generazioni, si trasformava a volontà in coltura mista di bacilli (alcuni perfino con bellissime forme clavate) e di streptococchi per un semplice passaggio in latte; il quale, naturalmente, per la presenza del tipo streptococcico coagulava, mentre non coagula nella coltura bacillare pura.

Anche credo importante riferire allo stesso proposito quanto ho potuto osservare nella Casati. Infatti in questo caso la coltura originale in brodo del liquido cefalo-rachidiano sviluppava una forma streptococcica che tale si manteneva nel trapianto in agar e nelle successive generazioni nello stesso mezzo di nutrizione; ma bastava che la coltura in questione, e tanto l'originale quanto una di quelle in agar, fosse trapiantata in sangue di coniglio perchè si trasformasse immediatamente in una forma stafilococcica, parte colorata in giallo.

Le variazioni morfologiche che fin qui abbiamo ricordate sono sempre accompagnate dalle variazioni delle proprietà biologiche e nelle qualità colturali proprie dei tipi batterici nei quali si verificò il passaggio.

Così per il comportamento di fronte al metodo Gram., per la coagulazione del latte, per la scomposizione degli idrati di carbonio e la fermentazione degli zuccheri, per i caratteri della coltura in agar, in gelatina, su patata.

Peraltro, questo cambiamento non avviene sempre in modo brusco ed uniforme, ma alcune volte si effettua per gradi in cui si hanno forme intermedie che ritengono dei caratteri di uno dei due tipi più prossimi; forme ibride o intermedie che spesso costituiscono una specie di dissonanza fra caratteri morfologici, biologici e colturali di un determinato tipo batterico, come vedremo fra breve; oppure si osserva che il cambiamento morfologico e biologico precede quello colturale.

Così ad es. la coltura in agar avuta dal liquido cefalo-rachidiano della Casati, di cui si è detto poco innanzi, aveva tutte le caratteristiche del tipo streptococcico, mostrava cioè nella superficie dell'agar delle piccole gocciolette appena rilevate, trasparenti o di aspetto perlaceo, mai confluenti; caratteristiche che conservava per qualche generazione. Invece al microscopio i germi dimostravano già la tendenza di riunirsi a cumuli anzi che a catene, ed erano Gram-positivi come quelli di una coltura stafilococcica, nella quale la coltura in parola non stentava molto a passare anche per tutte le altre caratteristiche.

Per cui richiede una cosa assurda chi pretende di trovare in un germe polimorfo come questo, caratteri di assoluta fissità, e prende occasione da quelle dissonanze che non sa spiegare per demolire tutto quanto non trova informato ad ordinario criterio scientifico e non inquadrato sulla stabilità delle forme batteriche e sulla uniformità delle loro proprietà biologiche e colturali che presentano la maggior parte dei germi patogeni noti; almeno nelle condizioni ordinarie di osservazione.

Invece, in seguito a quello che è stato detto, sono facilmente spiegabili le eccezioni che possono ritrovarsi nei caratteri colturali e biologici dei germi ricavati dai casi di psicosi pellagrosa da me studiati, i cui particolari sono ripartiti nelle tab. III e IV. Le piccole varianti colturali sono facilmente spiegate; le colture a tipo streptococcico nascono anche in gelatina per puntata: ma con qualche ritardo e solo quando la temperatura ambiente supera 24° c.; le corrispondenti colture piatte per disseminazione si sviluppano pure, per quanto molto scarsamente, quando alla gelatina è stata aggiunta una goccia di sangue di coniglio [1]. Nessuna coltura a tipo streptococcico si colora col metodo Gram.

[1] Tizzoni e De Angelis, *Caratteri principali dello streptobacillus pellagrae da servire di guida per la sua identificazione*. R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. Rendiconti, anno 1913-1914.

Delle colture in gelatina per puntata tipo B nascono scarsamente e con molto ritardo, nè fluidificano la gelatina, quelle che per gli altri loro caratteri meno si discostano dal tipo streptococcico dal quale sono state recentemente originate; nelle altre la fluidificazione non avviene, od avviene più o meno sollecitamente e completamente senza nessuna regola.

Riguardo ai caratteri biologici le colture ricavate da varii casi di psicosi pellagrosa si comportarono in modo del tutto identico a quelle delle altre forme di pellagra; cioè la coagulazione del latte fu più pronta nelle forme streptococciche che nelle stafilococciche, le prime scomposero il raffinosio, le seconde non fermentarono la mannite; il tipo bacillare ebbe sempre comportamento negativo nel latte, cogli zuccheri e cogli idrati di carbonio. Riesce poi molto facile la spiegazione delle poche eccezioni in proposito verificate. Infatti nella Madè mancò la coagulazione del latte perchè in questo mezzo la coltura si sviluppa come uno streptobacillo a bacilli corti, alcuni contenenti anche forme sporali mediane e terminali, per quanto l'innesto fosse fatto da coltura in brodo ed in agar a tipo streptococcico. Al contrario la coltura a tipo bacillare puro della Zibaldi coagula eccezionalmente il latte, perchè in tale substrato nutritivo, accanto a gruppi di bacilli caratteristici, alcuni anche clavati, si sviluppano forme cocciche a coppie, a cumuli, a corte catene, alle quali devesi indubbiamente la incompleta e ritardata coagulazione del latte.

Lo stesso per la coagulazione del latte data egualmente da una coltura della Parma a tipo bacillare puro.

La reazione del raffinosio fu provata in 11 stipiti a tipo streptococcico con 7 risultati positivi. I 4 risultati negativi si spiegano facilmente perchè la matrice provata della Edri e della Trentarossi avevano la figura streptobacillare anzichè quella streptococcica, e perchè nel Mariotti e nella Madè la prova col raffinosio fu fatta molti mesi dopo che le rispettive colture erano state isolate dall'uomo, e quando si trovavano già in via di trasformazione dal tipo streptococcico al tipo stafilococcico.

In ordine al comportamento delle colture stafilococciche di fronte alla mannite si ebbero i soliti risultati; il B bianco non dette mai fermentazione alcuna; il B giallo solo qualche volta, quando la colorazione gialla era molto intensa ed avveniva in primo tempo.

*
* *

Dai risultati conseguiti in queste ricerche mi pare si possa addivenire logicamente alle seguenti conclusioni generali.

In tutti i casi di psicosi pellagrosa, si ritrova nel sangue, *senza eccezione alcuna*, la presenza del germe specifico della pellagra da me descritto.

Lo stesso reperto batteriologico fu ottenuto in un caso anche dal liquido cefalorachidiano, dalla milza e dalle squame epidermiche di una forma grave e diffusa di dermatosi pellagrosa.

La ricerca batteriologica del sangue vale così a stabilire sicuramente la natura della malattia, e a rischiarare la diagnosi clinica nei casi dubbi o solamente sospetti, in cui cioè la sindrome morbosa ed i precedenti anamnestici non permettono formulare un giudizio assoluto.

Il germe specifico della pellagra compie nel corpo lo stesso ciclo evolutivo che presenta fuori dell'organismo, alla vita saprofitica.

Le trasformazioni che avvengono nell'interno del corpo si svolgono ordinariamente in modo assai più lento di quelle che si verificano all'esterno.

Le variazioni morfologiche del germe in parola possono compiersi, nell'uno come nell'altro caso, tanto in senso ascendente quanto in senso discendente del ciclo evolutivo normale, costituito dalle tre fasi iniziale, media e terminale, rispettivamente a tipo bacillare, streptococcico e stafilococcico; o passare dall'una all'altra fase in modo saltuario, irregolare.

Le variazioni in senso discendente sono in ogni caso assai più frequenti di quelle in senso ascendente, per la tendenza che ha sempre il germe in questione a passare alle forme evolutive terminali (stafilococciche), che sembrano essere le meno mutabili, le più resistenti.

Nella evoluzione che il germe compie nel corpo o fuori del corpo, talora svolge con maggiore o minore rapidità l'intiero ciclo evolutivo, talora si sistematizza in una delle tre fasi ricordate per un tempo vario che può essere anche assai lungo.

La presenza del germe in circolo si continua per anni, e può esservi dimostrato anche in forme miti di pellagra in cui al momento della ricerca mancava qualsiasi manifestazione. Ciò fu constatato anche in ammalate ricoverate da lunghissimi anni in un Manicomio, che persisterono più croniche e più pellagrose che mai, e che andarono soggette anche a fatti di periodiche riacutizzazioni, senza che per esse potessero invocarsi nuove infezioni od intossicazioni di origine alimentare, e senza potersi trovare nella dieta manicomiale un favorente dell'avitaminosi.

Le accennate variazioni morfologiche del germe si accompagnano sempre a corrispondenti variazioni nelle sue proprietà biologiche e colturali.

Alcune volte queste variazioni vanno di pari passo; altre volte avvengono in tempo diverso, essendo le variazioni colturali precedute da quelle morfologiche e biologiche. Così si producono forme di transizione o tipi ibridi, che per le loro proprietà si comportano come appartenessero a figure batteriche differenti, e che costituiscono quelle rare eccezioni le quali solo apparentemente sembrano infirmare la regola.

Le cause delle trasformazioni che avvengono nell'organismo non ci sono note; solo si può constatare che esse corrispondono sempre a variazioni nella qualità ed intensità dei sintomi morbosi quali si verificano nel passaggio dalle sindromi morbose acute a quelle più lente, e nel riaccordarsi di una forma pellagrosa latente.

Le trasformazioni esterne non sempre sono apparenti e determinate solamente da una selezione naturale operatasi per effetto del mezzo nutritivo; invece il più spesso sono variazioni reali delle qualità morfologiche del germe che si compiono sotto l'influenza dello stesso siero del pellagroso, della composizione del substrato nutritivo, dell'invecchiamento della coltura ecc.

Al quadro clinico delle varie psicosi d'origine pellagrosa corrisponde sempre una determinata fase evolutiva del germe; perciò l'esame batteriologico del sangue vale non solo a confermare ed a rischiarare la diagnosi clinica sulla natura della malattia, ma fino ad un certo punto permette di riconoscerne ancora la speciale forma morbosa.

Nella psicosi a sindrome amenziale predomina la fase evolutiva media a tipo streptococcico.

Nella psicosi melanconica e demenziale si trova come fondamento la fase terminale a tipo stafilococcico per il solito scolorato, con questo venendosi a riconoscere un legame genetico fra malinconia e demenza.

La presenza del tipo bacillare della fase iniziale, sta frequentemente in rapporto con riacutizzazione di alcune manifestazioni pellagrose, specie di quelle cutanee ed intestinali.

La grande polimorfia della coltura originale, soprattutto la presenza di ricordi genetici o di connessioni col ceppo originale da cui il germe della pellagra è derivato (filamenti indivisi, forme sporali ecc.) sono sempre segni di acutezza e di malignità del processo.

Oltre alle forme pure date dalla presenza di un solo tipo batterico, si hanno forme associate nelle quali si trovano insieme altri tipi che rappresentano residui o ritorni alle fasi precedenti, ovvero tendenze e passaggi alle fasi successive.

Nelle psicosi amenziali si hanno frequentemente residui della fase iniziale a tipo bacillare da cui la forma streptococcica predominante deriva; talune volte associazioni col tipo stafilococcico quando la forma acuta sta per passare nella forma più lenta, e lo stato amenziale si trasforma in stato demenziale.

Nelle psicosi a sindrome melanconica e nella demenza pellagrosa le forme miste possono essere interpretate come effetto di una acutizzazione del processo pellagroso ed un ritorno del germe alla fase iniziale a tipo bacillare, o come la persistenza nell'organismo di alcuni stipiti più resistenti del tipo streptococcico, che spiegano la forma clinica anormale in cui, accanto alla sindrome melanconica o demenziale, si hanno episodî di agitazione, ricorrenze di stato maniacale o ipomaniacale, come continuazione di fenomeni già presentati in un periodo acuto, antecedente, della malattia.

Stando quindi agli effetti che si osservano nell'uomo sul sistema nervoso deve ritenersi il tipo streptococcico come il più tossico; meno tossico il tipo stafilococcico, indifferente il tipo bacillare.

La diversità nell'azione dei due tipi streptococcico e stafilococcico può dipendere, tanto da tossine diverse che si formerebbero nelle due corrispondenti fasi evolutive, quanto dal loro grado di attività e di attenuazione.

Mancano elementi sicuri per decidere tale questione; solo vogliamo ricordare che in favore della seconda ipotesi starèbbe il fatto che ai due tipi batterici corrispondono proprietà biologiche molto diverse.

La poca o nessuna tossicità del tipo bacillare sul sistema nervoso sarebbe d'altra parte confortata dalla mancanza di ogni attività coagulante, scomponente, fermentativa che dimostra alla vita saprofitica.

In conclusione la pellagra sarebbe sostenuta da un germe tutto speciale che non ha riscontro in quelli patogeni noti, e non solamente perchè può presentarsi sotto forme batteriche diverse, ma anche perchè ciascuna forma batterica possiede proprietà biologiche molto differenti e verosimilmente produce tossine diverse per qualità o per forza, da cui le differenti sindromi morbose alle quali quella speciale forma batterica del germe corrisponde.

Tabella I.ª

N.° d'ordine	Nome dell'ammalato	Precedenti creditarî	Diagnosi clinica	Durata della malattia	Fenomeni morbosi presentati	D[illegible] dell'[illegible] riac[illegible] zi[illegible]
1	CASATI Luigia a. 39, contadina di Riscaldina (Gallarate) res. in Arconate (Abbiategrasso). Entrata M.° Mombello 13-III-15, ivi † per marasma il 17-III-15.	Nessuno	*Amenza* pellagrosa	da anni	Eritemi imponenti al dorso delle mani e del naso. Stato amenziale preceduto da idee deliranti di persecuzione e mutamento dell'umore.	feb[illegible] 1[illegible]5
2	CAZZANIGA Innocenza a. 32, contadina di Arluno (Gallarate) quivi residente. Entrata M.° Mombello il 24-II-15.	Padre pellagroso, zio pell. morto al M.° Mombello.	*Demenza* pellagrosa	?	Guanto pellagroso; esagerazione dei riflessi. Enterite; euforia demenziale.	feb[illegible] 1[illegible]5
3	SANVITO Aurelia a. 31, contadina di Pessano (Gorgonzola). Entrata M.° Mombello il 24-II-15.	?	*Demenza* pellagrosa	?	Sitofoba; depressione dell'umore; disorientamento; gastroenterite; oligoemia. Ebbe eritemi nella primavera 1914. Esagerazione dei riflessi; clono della rotula e del piede.	ger[illegible] 1[illegible]5
4	PROVETTONI Maria a. 37, contadina di Lainate, residente a Saronno. Entrata M.° Mombello il 20-II-15.	Nessuno	*Melanconia* in pellagra sospetta.	?	Idee di dannazione, tedio della vita; stato ansioso, allucinazioni, mancanza di eritemi.	feb[illegible] 1[illegible]5
5	EDRI Eugenia a. 37, tessitrice e contadina di Milano, residente a Lissone (Monza). Entrata M.° Mombello il 15-II-15.	Figlia di ignoti	*Amenza* in pellagra sospetta.	?	Gravemente depauperata nelle condizioni organiche. Stato amenziale con disordine motorio; caotismo; grida tronche; carpologia; masturbazione; allucinazione; sucida, sitofoba, insonne; mancanza di eritemi, febbre di breve durata.	feb[illegible] 1[illegible]5

...teriale esaminato		Data della ricerca	Fenomeni al momento della ricerca	Risultato batteriologico	Tipo della coltura	Osservazioni
...o	dal cadavere					
...e	. .	16-III-15	Amenza. Pellagrodermi in desquamazione e sfaldamento. Stato confusionale allucinatorio con mutismo, grida, agitazione, insonnia, carpologia, atti di difesa e terrore. Stomatite imponente; riflessi esagerati; clono della rotula; Babinski. Manca la diarrea, febbre alta (40°).	Positivo	Ab.lli B bianco (1) B giallo	Le colture riunite da una graffa rappresentano colture miste ricavate da uno stesso materiale. (1) Ab.lli-B bianco si hanno separati od uniti insieme dai varî lavaggi in provetta; invece il B giallo si ottiene dai lavaggi in boccia grande speciale. Nelle successive generazioni si perdono rapidamente i b.lli e rimane solo il B bianco. (2) Passa con rapidità nelle colture successive a B bianco.
	Liquido cefalorach.	17-III-15	. .	Positivo	A streptoc. (2)	
...e	. .	20-III-15	Stato di demenza; guanto pellagroso, diarrea.	Positivo	B giallo	
...e	. .	20-III-15	Stato di demenza; abito pellagroso; sintomatologia nervosa già indicata.	Positivo	Ab.lli	Causa l'impurità della coltura, data prevalentemente da una sarcina, non può dirsi se oltre i bacilli si abbiano cocchi od altri batteri.
...e	. .	30-III-15	Stato malinconico colla sintomatologia nervosa già indicata.	Positivo	B bianco	Maidofaga; condizioni finanziarie miserrime.
...e	. .	14-IV-15	Stato amenziale con la sintomatologia nervosa già indicata.	Positivo	A streptoc. B bianco (1)	Maidofaga; condizioni finanziarie miserrime. Negativo l'esame per quanto riguarda la tubercolosi polmonare e la siero-diagnosi del tifo. In prosieguo si passa dallo stato amenziale allo stato demenziale con crisi depressive ed euforia. (1) A mezzo di piatta si riesce a separare l'A dal B.

TABELLA I.ª

N.° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	PRECEDENTI ereditarî	DIAGNOSI clinica	DURATA della malattia	FENOMENI MORBOSI PRESENTATI	DATA dell'ultima riacutizzazione	MATERIALE esaminato		DATA della ricerca	FENOMENI al momento della ricerca	RISULTATO batteriologico	TIPO della coltura	OSSERVAZIONI
							dal vivo	dal cadavere					
1	CASATI LUIGIA a. 39, contadina di Riscaldina (Gallarate) res. in Arconate (Abbiategrasso). Entrata M.° Mombello 13-III-15, ivi † per marasma il 17-III-15.	Nessuno	*Amenza* pellagrosa	da anni	Eritemi imponenti al dorso delle mani e del naso. Stato amenziale preceduto da idee deliranti di persecuzione e mutamento dell'umore.	febbraio 1915	Sangue	. .	16-III-15	Amenza. Pellagrodermi in desquamazione e sfaldamento. Stato confusionale allucinatorio con mutismo, grida, agitazione, insonnia, carpologia, atti di difesa e terrore. Stomatite imponente; riflessi esagerati; clono della rotula; Babinski. Manca la diarrea, febbre alta (40°).	Positivo	A b.^{lli} B bianco (¹) B giallo	Le colture riunite da una graffa rappresentano colture miste ricavate da uno stesso materiale. (¹) A b.^{lli} - B bianco si hanno separati od uniti insieme dai varî lavaggi in provetta; invece il B giallo si ottiene dai lavaggi in boccia grande speciale. Nelle successive generazioni si perdono rapidamente i b.^{lli} e rimane solo il B bianco. (²) Passa con rapidità nelle colture successive a B bianco.
								Liquido cefalorach.	17-III-15	. .	Positivo	A streptoc. (²)	
2	CAZZANIGA INNOCENZA a. 32, contadina di Arluno (Gallarate) quivi residente. Entrata M.° Mombello il 24-II-15.	Padre pellagroso, zio pell. morto al M.° Mombello.	*Demenza* pellagrosa	?	Guanto pellagroso; esagerazione dei riflessi. Enterite; euforia demenziale.	febbraio 1915	Sangue	. .	20-III-15	Stato di demenza; guanto pellagroso, diarrea.	Positivo	B giallo	
3	SANVITO AURELIA a. 31, contadina di Pessano (Gorgonzola). Entrata M.° Mombello il 24-II-15.	?	*Demenza* pellagrosa	?	Sitofoba; depressione dell'umore; disorientamento; gastroenterite; oligoemia. Ebbe eritemi nella primavera 1914. Esagerazione dei riflessi; clono della rotula e del piede.	gennaio 1915	Sangue	. .	20-III-15	Stato di demenza; abito pellagroso; sintomatologia nervosa già indicata.	Positivo	A b.^{lli}	Causa l'impurità della coltura, data prevalentemente da una sarcina, non può dirsi se oltre i bacilli si abbiano cocchi od altri batteri.
4	PROVETTONI MARIA a. 37, contadina di Lainate, residente a Saronno. Entrata M.° Mombello il 20-II-15.	Nessuno	*Melanconia* in pellagra sospetta.	?	Idee di dannazione, tedio della vita; stato ansioso, allucinazioni, mancanza di eritemi.	febbraio 1915	Sangue	. .	30-III-15	Stato malinconico colla sintomatologia nervosa già indicata.	Positivo	B bianco	Maidofaga; condizioni finanziarie miserrime.
5	EDRI EUGENIA a. 37, tessitrice e contadina di Milano, residente a Lissone (Monza). Entrata M.° Mombello il 15-II-15.	Figlia di ignoti	*Amenza* in pellagra sospetta.	?	Gravemente depauperata nelle condizioni organiche. Stato amenziale con disordine motorio; caotismo; grida tronche; carpologia; masturbazione; allucinazione; sucida, sitofoba, insonne; mancanza di eritemi, febbre di breve durata.	febbraio 1915	Sangue	. .	14-IV-15	Stato amenziale con la sintomatologia nervosa già indicata.	Positivo	A streptoc. B bianco (¹)	Maidofaga; condizioni finanziarie miserrime. Negativo l'esame per quanto riguarda la tubercolosi polmonare e la siero-diagnosi del tifo. In prosieguo si passa dallo stato amenziale allo stato demenziale con crisi depressive ed euforia. (¹) A mezzo di piatta si riesce a separare l'A dal B.

TABELLA I (*seguito*)

N.° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	PRECEDENTI ereditarî	DIAGNOSI clinica	DURATA della malattia	FENOMENI MORBOSI PRESENTATI	D... dell'... riac... z...
6	GALLERANI MARIA a. 46, contadina di Usmate, residente a Vergiate. Entrata M.° Mombello il 27-III-15.	?	*Malinconia* pellagrosa	?	Depressa con idee di peccato, tedio della vita; deperimento. Eritema alle mani e collare di Cazal.	feb... 1...
7	TRENTAROSSI CAROLINA a. 47, contadina coniugata a Mariotti Michele, di Castelnuovo Bocca d'Adda, quivi residente. Entrata M.° Mombello il 12-IV-15, † ivi il 18-IV-15 per marasma.	?	*Amenza* pellagrosa	?	Quadro psichico confusionale allucinatorio. Eritemi diffusi per tutto il corpo senza limite netto, più accentuati alle mani, ai piedi, al collo, alla faccia, in via di desquamazione. Facies pellagrosa, lingua idem; esagerazione dei riflessi; denutrizione.	
8	MARIOTTI MICHELE a. 51, contadino (bracciante) di Castelnuovo Bocca d'Adda, marito della precedente (ambulante),	Nessuno	*Pellagra* non riacutizzata; forma piuttosto lieve.	?	Eritemi al dorso delle mani nelle precedenti primavere; abito pellagroso, cioè colorito terreo, deperimento organico; intelligenza normale.	
9	LUMINI CHIARA a. 39, contadina di Mortizza, resid. a S. Stefano al Corno (Codogno). Entrata M.° Mombello il 21-IV-15.	Nessuno	*Melanconia* pellagrosa	?	Eritemi al dorso delle mani nelle precedenti primavere. Idee deliranti a fondo religioso e persecutorio; inerzia, atti impulsivi contro i famigliari. Nel M.° ha insonnia, negativismo speciale, contegno minaccioso contro il medico e le infermiere.	A... 1...
10	ROSSI ANGIOLINA a. 51, contadina di Castelletto Lodigiano, resid. a Bertonico. Entrata M.° Mombello il 18-IX-97. La stessa di cui a p. 149 e segg. della Memoria: *La pellagra studiata nelle sue cause*, Torino 1913.	?	*Demenza* pellagrosa	Dal settembre 1897	Eritemi primaverili; depressione dell'umore; idee deliranti persecutorie, stato di agitazione psico-motore con atti impulsivi; confusione profonda.	

…teriale …aminato		Data della ricerca	Fenomeni al momento della ricerca	Risultato batteriologico	Tipo della coltura	Osservazioni
…o	dal cadavere					
…e	. .	14-IV-15	Stato melanconico con la sintomatologia indicata; eritemi in atto.	Positivo	Ab.lli A streptoc. B bianco	Identico risultato si ottiene da due campioni separati della stessa presa di sangue.
…e	. .	14-IV-15	Stato amenziale coi sintomi indicati; eritemi diffusi a tutto il corpo; grave depauperamento organico.	Positivo	A streptob. A streptoc. B bianco	Scarsamente maidofaga; proviene da paese dove si osservano casi particolarmente gravi. Dalle colture in brodo della milza risultato identico a quello ottenuto da due campioni della stessa presa di sangue. La forma streptob. primitiva, filamentosa, si elimina nei trapianti successivi rimanendo solo A streptoc. B bianco. Impossibile separare nella coltura dalla epidermide A streptoc. dal B giallo per la rapida trasformazione del primo nel secondo.
…e …r- … .	. .	14-IV-15	. .	Positivo	A streptoc. B giallo	
	Milza	20-IV-15	. .	Positivo	A streptob. A streptoc. B bianco	
…e	. .	19-IV-15	Nessuno; il paziente attende ai lavori agricoli e non accusa disturbi.	Positivo	A streptoc.	Fu preso sangue in occasione di una visita fatta dal Mariotti alla moglie nel M.° di Mombello.
…e	. .	25-IV-15	Guanto pellagroso, esagezione dei riflessi, profondo deperimento organico, cute giallo-terrea. Stato melanconico con la sintomatologia nervosa indicata.	Positivo	B bianco	Maidofaga e poverissima
…e - …1°	. .	25-IV-15	Stato demenziale; giace in letto inerte, indifferente ad ogni stimolo, disorientata nel tempo e nel luogo, sucida. Atrofia della cute e delle mani tipica della vecchia pellagrosa.	Positivo	Ab.lli A streptoc. B bianco	Alle precedenti notizie anamnestiche si aggiunga che questa ammalata all'atto del suo ingresso nel M.° nel 1897 allattava da 6 mesi e presentava febbre che scomparve in pochi giorni. Risulta ancora dalle poche indicazioni contenute nel libretto che l'ammalata era allora in uno stato confusionale. Ciò rende anche più confutabile la diagnosi di frenosi puerperale emessa in quel tempo.
…e …2°	. .	»	. .	Positivo	Ab.lli	

Tabella I (*seguito*)

N.° d'ordine	Nome dell'ammalato	Precedenti ereditarî	Diagnosi clinica	Durata della malattia	Fenomeni morbosi presentati	Data dell'ultima riacutizzazione	Materiale esaminato dal vivo	Materiale esaminato dal cadavere	Data della ricerca	Fenomeni al momento della ricerca	Risultato batteriologico	Tipo della coltura	*Osservazioni*
6	Gallerani Maria a. 46, contadina di Usmate, residente a Vergiate. Entrata M.° Mombello il 27-III-15.	?	*Malinconia* pellagrosa	?	Depressa con idee di peccato, tedio della vita; deperimento. Eritema alle mani e collare di Cazal.	febbraio 1915	Sangue	. .	14-IV-15	Stato melanconico con la sintomatologia indicata; eritemi in atto.	Positivo	Ab.lli A streptoc. B bianco	Identico risultato si ottiene da due campioni separati della stessa presa di sangue.
7	Trentarossi Carolina a. 47, contadina coniugata a Mariotti Michele, di Castelnuovo Bocca d'Adda, quivi residente. Entrata M.° Mombello il 12-IV-15, † ivi il 18-IV-15 per marasma.	?	*Amenza* pellagrosa	?	Quadro psichico confusionale allucinatorio. Eritemi diffusi per tutto il corpo senza limite netto, più accentuati alle mani, ai piedi, al collo, alla faccia, in via di desquamazione. Facies pellagrosa, lingua idem; esagerazione dei riflessi; denutrizione.	. .	Sangue	. .	14-IV-15	Stato amenziale coi sintomi indicati; eritemi diffusi a tutto il corpo; grave depauperamento organico.	Positivo	A streptob. A streptoc. B bianco	Scarsamente maidofaga; proviene da paese dove si osservano casi particolarmente gravi. Dalle colture in brodo della milza risultato identico a quello ottenuto da due campioni della stessa presa di sangue. La forma streptob. primitiva, filamentosa, si elimina nei trapianti successivi rimanendo solo A streptoc. B bianco. Impossibile separare nella coltura dalla epidermide A streptoc. dal B giallo per la rapida trasformazione del primo nel secondo.
							Squame epidermiche	. .	14-IV-15	. .	Positivo	A streptoc. B giallo	
								Milza	20-IV-15	. .	Positivo	A streptob. A streptoc. B bianco	
8	Mariotti Michele a. 51, contadino (bracciante) di Castelnuovo Bocca d'Adda, marito della precedente (ambulante).	Nessuno	*Pellagra* non riacutizzata; forma piuttosto lieve.	?	Eritemi al dorso delle mani nelle precedenti primavere; abito pellagroso, cioè colorito terreo, deperimento organico; intelligenza normale.	?	Sangue	. .	19-IV-15	Nessuno; il paziente attende ai lavori agricoli e non accusa disturbi.	Positivo	A streptoc.	Fu preso sangue in occasione di una visita fatta dal Mariotti alla moglie nel M.° di Mombello.
9	Lumini Chiara a. 39, contadina di Mortizza, resid. a S. Stefano al Corno (Codogno). Entrata M.° Mombello il 21-IV-15.	Nessuno	*Melanconia* pellagrosa	?	Eritemi al dorso delle mani nelle precedenti primavere. Idee deliranti a fondo religioso e persecutorio; inerzia, atti impulsivi contro i famigliari. Nel M.° ha insonnia, negativismo speciale, contegno minaccioso contro il medico e le infermiere.	Aprile 1915	Sangue	. .	25-IV-15	Guanto pellagroso, esagerazione dei riflessi, profondo deperimento organico, cute giallo-terrea. Stato melanconico con la sintomatologia nervosa indicata.	Positivo	B bianco	Maidofaga e poverissima
10	Rossi Angiolina a. 51, contadina di Castelletto Lodigiano, resid. a Bertonico. Entrata M.° Mombello il 18-IX-97. La stessa di cui a p. 149 e segg. della Memoria: *La pellagra studiata nelle sue cause*, Torino 1913.	?	*Demenza* pellagrosa	Dal settembre 1897	Eritemi primaverili; depressione dell'umore; idee deliranti persecutorie, stato di agitazione psico-motore con atti impulsivi; confusione profonda.	. .	Sangue Campione 1°	. .	25 IV-15	Stato demenziale; giace in letto inerte, indifferente ad ogni stimolo, disorientata nel tempo e nel luogo, sucida. Atrofia della cute e delle mani tipica della vecchia pellagrosa.	Positivo	Ab.lli A streptoc. B bianco	Alle precedenti notizie anamnestiche si aggiunga che questa ammalata all'atto del suo ingresso nel M.° nel 1897 allattava da 6 mesi e presentava febbre che scomparve in pochi giorni. Risulta ancora dalle poche indicazioni contenute nel libretto che l'ammalata era allora in uno stato confusionale. Ciò rende anche più confutabile la diagnosi di frenosi puerperale emessa in quel tempo.
							Sangue Campione 2°	. .	"	. .	Positivo	Ab.lli	

Tabella I (*seguito*)

N.° d'ordine	Nome dell'ammalato	Precedenti ereditarî	Diagnosi clinica	Durata della malattia	Fenomeni morbosi presentati	D… dell'… riacu… zi…
11	NERONI Angiolina a. 67, coniugata, contadina, del Rip.° Montaltino (Milano) quivi residente. Entrata M.° Mombello il 9-XII-14.	Ignoti	*Demenza* pellagrosa	Da anni	Insonnia, stati confusionali allucinatori. Idee deliranti frammentarie di persecuzione. Sordastra. Tracce di colletto di Cazal. Cute al dorso delle mani assottigliata, pergamenata, anelastica. assai pigmentata. Lingua screpolata. Riflessi tendinei esagerati.	
12	FANTONI Carolina a. 47, contadina, coniugata, di Lomnago, resid. a Vittuone. Entrata M.° Mombello il 5-II-13. Stessa ammalata di cui alla Monografia: *Relazione sulle ricerche batteriologiche eseguite nella campagna pellagrologica 1913* (Riv. sperimentale di Freniatria, vol. XLI, fasc. 1-II.	Due fratelli e due sorelle morti per tifo pellagroso.	*Demenza* pellagrosa	Febbraio 1913	Vedi storia clinica nella Memoria citata, pag. 13 e segg.	
13	NATALI Angiolina a. 60, di Corte Palasio, residente a Cazzimani,- vedova, contadina. Primo ricov. M.° Mombello 17-VIII-13. Secondo ricov. id. 29-IV-15.	Nessuno	*Demenza* pellagrosa	. .	Stato di profonda confusione, allucinazioni, pellagrodermi tipici.	A… 1…
14	ORTALLI Giuseppina a. 43, contadina coniugata di Trezzo d'Adda, quivi residente. Entrata M.° Mombello il 2-V-15.	Ignoti	*Melanconia* pellagrosa	Da 2 anni	Depressione con tedio della vita, coscienza della malattia: eritemi al dorso delle mani da due primavere, colletto di Cazal; cachessia; 1° tono soffiante, prolungato all'aorta. Lingua arrossata: riflessi profondi esagerati. Albuminaria. Diarrea.	Prin… 1…
15	PRINA Gaetana a. 57, contadina, coniugata, di Montenoso, resid. a Melegnano. Entrata M.° Mombello il 17-XI-14.	Ignoti	*Melanconia* in pellagra sospetta	6 mesi	Intense idee depressive, tedio della vita con proposito di suicidio; deperimento organico. Note di catarro bronchiale diffuso. Cute del dorso delle mani anelastica, assai pigmentata.	Prin… 1…

ATERIALE saminato		Data della ricerca	Fenomeni al momento della ricerca	Risultato batte-riologico	Tipo della coltura	*Osservazioni*
vo	dal cadavere					
ue	. .	4-V-15	Stato di demenza coi fenomeni indicati e con stimmate pellagrose.	Positivo	B bianco	
ue	. .	4-V-15	Nessun fatto nuovo oltre quelli ricordati nella Memoria citata a p. 13 e segg. Permangono le idee demenziali di persecuzione. Tranquilla; si limita a ripetere senza passionalità: « devono bruciarmi! ». Lavora in comparto.	Positivo	B bianco	
ue	. .	4-V-15	Stato demenziale, eritemi in atto nel dorso delle mani.	Positivo	A$^{b.lli}$ B bianco	
ue	. .	14-V-15	Stato melanconico con la sintomatologia nervosa indicata; eritemi in atto; diarrea.	Positivo	B bianco	Maidofaga.
e- [1]	. .	14-V-15		Positivo	B bianco	[1] Le deiezioni furono studiate dal dott. De Angelis che ne riferirà a parte.
ue	. .	11-V-15	Stalo melanconico con la sintomatologia nervosa indicata. Mancano segni certi che dimostrino l'esistenza della pellagra.	Positivo	{ A$^{b.lli}$ B giallo	Maidofaga; dimessa migliorata il 6-VI-15.

TABELLA I (*seguito*)

N.° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	PRECEDENTI ereditari	DIAGNOSI clinica	DURATA della malattia	FENOMENI MORBOSI PRESENTATI	DATA dell'ultima riacutizzazione	MATERIALE esaminato dal vivo	MATERIALE esaminato dal cadavere	DATA della ricerca	FENOMENI al momento della ricerca	RISULTATO batteriologico	TIPO della coltura	*OSSERVAZIONI*
11	NERONI ANGIOLINA a. 67, coniugata, contadina, del Rip.° Montaltino (Milano) quivi residente. Entrata M.° Mombello il 9-XII-14.	Ignoti	*Demenza* pellagrosa	Da anni	Insonnia, stati confusionali allucinatori. Idee deliranti frammentarie di persecuzione. Sordastra. Tracce di colletto di Cazal. Cute al dorso delle mani assottigliata, pergamenata, anelastica, assai pigmentata. Lingua screpolata. Riflessi tendinei esagerati.	. .	Sangue	. .	4-V-15	Stato di demenza coi fenomeni indicati e con stimmate pellagrose.	Positivo	B bianco	
12	FANTONI CAROLINA a. 47, contadina, coniugata, di Lonnago, resid. a Vittuone. Entrata M.° Mombello il 5-II-13. Stessa ammalata di cui alla Monografia: *Relazione sulle ricerche batteriologiche eseguite nella campagna pellagrologica 1913* (Riv. sperimentale di Freniatria, vol. XLI, fasc. I-II.	Due fratelli e due sorelle morti per tifo pellagroso.	*Demenza* pellagrosa	Febbraio 1913	Vedi storia clinica nella Memoria citata, pag. 13 e segg.	. .	Sangue	. .	4-V-15	Nessun fatto nuovo oltre quelli ricordati nella Memoria citata a p. 13 e segg. Permangono le idee demenziali di persecuzione. Tranquilla; si limita a ripetere senza passionalità: « devono bruciarmi! ». Lavora in comparto.	Positivo	B bianco	
13	NATALI ANGIOLINA a. 60, di Corte Palasio, residente a Cazzimani, vedova, contadina. Primo ricov. M.° Mombello 17-VIII-13. Secondo ricov. id. 29-IV-15.	Nessuno	*Demenza* pellagrosa	. .	Stato di profonda confusione, allucinazioni, pellagrodermi tipici.	Aprile 1915	Sangue	. .	4-V-15	Stato demenziale, eritemi in atto nel dorso delle mani.	Positivo	Ab.lli B bianco	
14	ORTALLI GIUSEPPINA a. 43, contadina coniugata di Trezzo d'Adda, quivi residente. Entrata M.° Mombello il 2-V-15.	Ignoti	*Melanconia* pellagrosa	Da 2 anni	Depressione con tedio della vita, coscienza della malattia: eritemi al dorso delle mani da due primavere, colletto di Cazal; cachessia; 1° tono soffiante, prolungato all'aorta. Lingua arrossata: riflessi profondi esagerati. Albuminaria. Diarrea.	Primavera 1915	Sangue	. .	14-V-15	Stato melanconico con la sintomatologia nervosa indicata; eritemi in atto; diarrea.	Positivo	B bianco	Maidofaga.
							Deiezioni (1)	. .	14-V-15		Positivo	B bianco	(1) Le deiezioni furono studiate dal dott. De Angelis che ne riferirà a parte.
15	PRINA GAETANA a. 57, contadina, coniugata, di Montenoso, resid. a Melegnano. Entrata M.° Mombello il 17-XI-14.	Ignoti	*Melanconia* in pellagra sospetta	6 mesi	Intense idee depressive, tedio della vita con proposito di suicidio; deperimento organico. Note di catarro bronchiale diffuso. Cute del dorso delle mani anelastica, assai pigmentata.	Primavera 1915	Sangue	. .	11-V-15	Stato melanconico con la sintomatologia nervosa indicata. Mancano segni certi che dimostrino l'esistenza della pellagra.	Positivo	Ab.lli B giallo	Maidofaga; dimessa migliorata il 6-VI-15.

Tabella I (*seguito*)

N.° d'ordine	Nome dell'ammalato	Precedenti ereditarî	Diagnosi clinica	Durata della malattia	Fenomeni morbosi presentati	I.t. dell... ria(ti... on
16	CHIODINI Rosa a. 54 contadina, coniugata, di Mereallo, quivi residente. Entrata M.° Mombello il 6-V-15, quivi † per marasma il 27-V-15.	Padre pellagroso	*Amenza* pellagrosa (stato confusionale allucinatorio).	3 anni	Allucinazioni a contenuto religioso; sitofobia. Stato eonfusionale; delirî allucinatorî con grida tronehe, disordine motorio, earpologia. Marasma, febbre; eritema tipico al dorso della mano ed al naso; esagerazione dei riflessi tendinei; cloni, guizzi muscolari. Enterite. Albuminaria.	Pri...
17	ANTONINI Luigia a. 70, eontadina, coniugata, di Baggio (Milano), quivi residente. Primo rieovero M.° Mombello 11-VI-93; dimessa 11-III-94; secondo rieov. 16-III-13.	In famiglia domina la pellagra. (Così il certificato medico senza altra specificazione).	*Demenza* pellagrosa	Da circa 22 anni	Al primo ricovero inquietá, disordinata, con idee deliranti d'indegnità, di rovina; presentava emaciazione generale. In complesso stato di esaltazione con tendenza alla forma maniacale.	Prim... 18...
18	MADÈ Paolina a. 56, contadina, vedova, di Lodi Vecchio, resid. a Milano dal 1905. Primo ricov. M.° Mombello 30-V-98; dimessa 29-V-906; secondo ricov. 20-VII-906.	Zio materno alienato (forma?)	*Melanconia* pellagrosa	Primavera 1898	Melanconica; allucinazioni acustiche; idee deliranti di grandezza, di dannazione. Guanto pellagroso. Da due primavere entra in uno stato depressivo con idee deliranti di peccato che si dilegua verso l'estate.	
19	ZIBALDI Maria-Rosa a. 64, vedova, di Trivulzio (Pavia) residente a Basate (Abbiategrasso). Primo rieov. M.° Mombello 14-III-93; dimessa il 29-IX-94. Secondo ricov. 27-II-12.	Nessuno	*Demenza* pellagrosa	Primavera 1893	Depressione; idee deliranti a tipo religioso; eritemi tipici al dorso delle mani (nel marzo 1893). Questa forma depressiva passò suceessivamente allo stato demenziale.	Ma... 1...
20	VENERONI Rachele a. 71, contadina, di Modigliá, resid. ad Affori. Entrata M.° Mombello il 27-V-15.	?	*Imbecillità* con pellagra	Vecchia pellagrosa	Insonne, logorroica, eon idee deliranti di rovina; algie diffuse; confusione mentale.	
21	ROVELLINI Angela a. 63, vedova. contadina, di Parebiago, residente a Busto-Garofalo. Entrata M.° Mombello 1-VII-15; dimessa, migliorata in prova dal M.° 19-IX-15.	Fratello pellagroso morto a Mombello.	*Melanconia* pellagrosa	?	Insonne, attonita, a volte chiusa in assoluto mutismo, con manifestazioni di idee deliranti depressive e tendenze suicide.	Ma... 19...

...TERIALE ...aminato		DATA della ricerca	FENOMENI al momento della ricerca	RISULTATO batteriologico	TIPO della coltura	OSSERVAZIONI
...o	dal cadavere					
...e	..	11-V-15	Stato amenziale con la sintomatologia indicata. Eritemi in atto. Grave depauperamento organico.	Positivo	A b.lli A streptoc.	
...e	..	17-V-15	Stato demenziale con allucinazioni terrificanti; irrequietudine motoria e insonnia; grave deperimento organico, diarrea, guanto pellagroso.	Positivo	A b.lli A streptoc.	Coltura originale eminentemente polimorfa in cui tutte le forme erano rappresentate, compresi bacilli e filamenti non divisi, contenenti anche forme sporali.
...e	..	17-V-15	Fenomeni nervosi riferiti; mancanza di eritemi, ma traccia della pregressa dermatosi.	Positivo	A b.lli A streptoc.	Si sistematizza rapidamente in successivi passaggi in A streptococco.
...e	..	17-V-15	Stato demenziale: guanto pellagroso.	Positivo	A b.lli B bianco	A b.lli si ottiene anche da solo in coltura pura. Dalla coltura mista si riesce a separare il B bianco.
...e	..	20-VII-15	Insufficiente psichicamente, con ideazione sbiadita, rudimentale ed a contenuto affatto puerile. Guanto pellagroso.	Positivo	A streptoc. (1) B bianco	(1) Elementi prevalenti un po' allungati da far pensare trattarsi piuttosto di forma *streptobacillare* in via di trarformazione nella forma *streptococcica*.
...e	..	20-VII-15	Spiccato eritema dorsale delle mani con maggiore intensità a destra; depressione psichica e degli affetti in specie, tedio della vita. Tali fenomeni andarono gradatamente migliorando fino alla sua dimissione dal M.°	Positivo	A streptoc. B bianco	Il B bianco si ottiene anche da solo in coltura pura. Dalla coltura mista non si riesce a separare l'A streptoc. per la sua rapida trasformazione in B bianco.

TABELLA I (*seguito*)

N.° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	PRECEDENTI ereditarî	DIAGNOSI clinica	DURATA della malattia	FENOMENI MORBOSI PRESENTATI	DATA dell'ultima riacutizzazione	MATERIALE esaminato dal vivo	dal cadavere	DATA della ricerca	FENOMENI al momento della ricerca	RISULTATO batteriologico	TIPO della coltura	*OSSERVAZIONI*
16	CHIODINI Rosa a. 54 contadina, coniugata, di Mercallo, quivi residente. Entrata M.° Mombello il 6-V-15, quivi † per marasma il 27-V-15.	Padre pellagroso	*Amenza* pellagrosa (stato confusionale allucinatorio).	3 anni	Allucinazioni a contenuto religioso; sitofobia. Stato confusionale; delirî allucinatorî con grida tronche, disordine motorio, carpologia. Marasma, febbre; eritema tipico al dorso della mano ed al naso; esagerazione dei riflessi tendinei; cloni, guizzi muscolari. Enterite. Albuminaria.	Primavera 1915	Sangue	. .	11-V-15	Stato amenziale con la sintomatologia indicata. Eritemi in atto. Grave depauperamento organico.	Positivo	Ab.lli Astreptoc.	
17	ANTONINI Luigia a. 70, contadina, coningata, di Baggio (Milano), quivi residente. Primo ricovero M.° Mombello 11-VI-93; dimessa 11-III-94; secondo ricov. 16-III-13.	In famiglia domina la pellagra. (Così il certificato medico senza altra specificazione)	*Demenza* pellagrosa	Da circa 22 anni	Al primo ricovero inquieta, disordinata, con idee deliranti d'indegnità, di rovina; presentava emaciazione generale. In complesso stato di esaltazione con tendenza alla forma maniacale.	Primavera 1913?	Sangue	. .	17-V-15	Stato demenziale con allucinazioni terrificanti; irrequietudine motoria e insonnia; grave deperimento organico, diarrea, guanto pellagroso	Positivo	Ab.lli Astreptoc.	Coltura originale eminentemente polimorfa in cui tutte le forme erano rappresentate, compresi bacilli e filamenti non divisi, conteneuti anche forme sporali.
18	MADÈ Paolina a. 56, contadina, vedova, di Lodi Vecchio, resid. a Milano dal 1905. Primo ricov. M.° Mombello 30-V-98: dimessa 29-V-906; secondo ricov. 20-VII-906.	Zio materno alienato (forma?)	*Melanconia* pellagrosa	Primavera 1898	Melanconica; allucinazioni acustiche; idee deliranti di grandezza, di dannazione. Guanto pellagroso. Da due primavere entra in uno stato depressivo con idee deliranti di peccato che si dilegua verso l'estate.	?	Sangue	. .	17-V-15	Fenomeni nervosi riferiti; mancanza di eritemi, ma traccia della pregressa dermatosi.	Positivo	Ab.lli Astreptoc.	Si sistematizza rapidamente in successivi passaggi in A streptococco.
19	ZIBALDI Maria-Rosa a 64, vedova, di Trivulzio (Pavia) residente a Basate (Abbiategrasso). Primo ricov. M.° Mombello 14-III-93; dimessa il 29-IX-94. Secondo ricov. 27-II-12.	Nessuno	*Demenza* pellagrosa	Primavera 1893	Depressione; idee deliranti a tipo religioso; eritemi tipici al dorso delle mani (nel marzo 1893). Questa forma depressiva passò successivamente allo stato demenziale.	Maggio 1915	Sangue	. .	17-V-15	Stato demenziale: guanto pellagroso.	Positivo	Ab.lli B bianco	Ab.lli si ottiene anche da solo in coltura pura. Dalla coltura mista si riesce a separare il B bianco.
20	VENERONI Rachele a. 71, contadina, di Modiglia, resid. ad Affori. Entrata M.° Mombello il 27-V-15.	?	*Imbecillità* con pellagra	Vecchia pellagrosa	Insonne, logorroica, con idee deliranti di rovina; algie diffuse; confusione mentale.	?	Sangue	. .	20-VII-15	Insufficiente psichicamente, con ideazione sbiadita, rudimentale ed a contenuto affatto puerile. Guanto pellagroso.	Positivo	Astreptoc. (1) B bianco	(1) Elementi prevalenti un po' allungati da far pensare trattarsi piuttosto di forma *streptobacillare* in via di trarformazione nella forma *streptococcica*.
21	ROVELLINI Angela a. 63, vedova, contadina, di Parabiago, residente a Busto-Garofalo. Entrata M.° Mombello 1-VII-15; dimessa, migliorata in prova dal M.° 19-IX-15.	Fratello pellagroso morto a Mombello.	*Melanconia* pellagrosa	?	Insonne, attonita, a volte chiusa in assoluto mutismo, con manifestazioni di idee deliranti depressive e tendenze suicide.	Maggio 1915	Sangue	. .	20-VII-15	Spiccato eritema dorsale delle mani con maggiore intensità a destra; depressione psichica e degli affetti in specie, tedio della vita. Tali fenomeni andarono gradatamente migliorando fino alla sua dimissione dal M.°	Positivo	Astreptoc. B bianco	Il B bianco si ottiene anche da solo in coltura pura. Dalla coltura mista non si riesce a separare l'Astreptoc. per la sua rapida trasformazione in B bianco.

TABELLA I (*seguito*)

N.° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	PRECEDENTI ereditarî	DIAGNOSI clinica	DURATA della malattia	FENOMENI MORBOSI PRESENTATI
2	BARZAGHI GIOVANNA a. 41, nubile, prima contadina. poi operaia, di Trezzo d'Adda, quivi residente. Entrata M.° Mombello 9-VII-15. ivi † di marasma il 23-VII-15.	Madre pellagrosa morta a Mombello.	*Amenza* pellagrosa	dal 1907	Da tempo indebolimento intellettuale; dopo i segni della pellagra (1907) fu internata nelle locande sanitarie (1908-1913). Dimostrò idee deliranti di persecuzione e demonomaniache; tentò anche il suicidio gettandosi dalla finestra. Deperimento profondo, diarrea profusa alternata da stitichezza; guanto primaverile caratteristico.
23	VISCONTI SERAFINA a. 72, contadina di Colnago, residente a Trezzo d'Adda. Entrata M.° Mombello 26-VII-15, ivi † di marasma il VI-X-15.	?	*Demenza* pellagrosa	Da tempo	Manifestazioni allucinatorie visive; stravaganze degli atti che a volte riuscivano scandalose e di pericolo alla paziente.
24	PARMA ANTONIA a. 54, nubile, domestica, di Nova, quivi residente. Entrata M.° Mombello il 15-III-15.	Ignoti	*Demenza* pellagrosa con ricorrenti stati ipomaniacali.	Un anno	In seguito a tumulti avvenuti a Milano cominciò a presentare mentale abnormità con eccessiva verbosità, incoerenza e tendenza a fuggire di casa.

[Mat]eriale [esa]minato — dal cadavere	Data della ricerca	Fenomeni al momento della ricerca	Risultato batteriologico	Tipo della coltura	Osservazioni
. .	20-VII-15	Eritemi in atto; diarrea infrenabile, confusione mentale, allucinazioni terrificanti della vita ed interpretazioni di dannazione e diaboliche. Ebbe temperatura febbrile.	Positivo	Astreptoc. (1) B bianco	Il B bianco si ottiene anche da solo in coltura pura. (1) Dalla coltura mista non si riesce a separare l'Astreptoc. per la rapida trasformazione della coltura stessa in B bianco.
. .	5-VIII-15	Eritemi in atto. Decadimento mentale, specie della memoria, inaffettività assoluta. Difficoltà della parola per atassia dei muscoli fonici.	Positivo	Ab.lli B bianco	
. . .	5-VIII-15	Eritemi in atto; eccitabile con allucinazioni zoopsichiche, rilevantesi con visioni di uccelli; umore variabile con alternative di emotività e gaiezza eccessiva. Insonnia, confabulazione, vaniloquio e talora sitofobia. I fenomeni di eccitazione psichica si attenuarono sino quasi a scomparire, permanendo fatti di debolezza mentale che si manifestano con disordine ideativo e del giudizio, scambio di persone e disorientazione nel tempo e nello spazio.	Positivo	Ab.lli Astreptoc. B giallo (1) B bianco	Non risulta nella paziente nessuna intossicazione alcoolica per quanto l'eritema sia esteso a tutte le falangi e limitato da contorno sfumato anzi che netto (vedi fotogr.). Figlia di contadini, maidofaga fino a 22 anni. Dopo domestica a Milano per ritornar di nuovo in famiglia a Nova ad epoca imprecisata. (1) Il B giallo è legato in coltura mista con Astreptoc., ma si riesce a farne la separazione per mezzo di piatta.

TABELLA I (*seguito*)

N.° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	PRECEDENTI ereditarî	DIAGNOSI clinica	DURATA della malattia	FENOMENI MORBOSI PRESENTATI	DATA dell'ultima riacutizzazione	MATERIALE esaminato dal vivo	MATERIALE esaminato dal cadavere	DATA della ricerca	FENOMENI al momento della ricerca	RISULTATO batteriologico	TIPO della coltura	OSSERVAZIONI
2	BARZAGHI GIOVANNA a. 41, nubile, prima contadina. poi operaia, di Trezzo d'Adda, quivi residente. Entrata M.° Mombello 9-VII-15. ivi † di marasma il 23-VII-15.	Madre pellagrosa morta a Mombello.	*Amenza* pellagrosa	dal 1907	Da tempo indebolimento intellettuale; dopo i segni della pellagra (1907) fu internata nelle locande sanitarie (1908-1913). Dimostrò idee deliranti di persecuzione e demonomaniache; tentò anche il suicidio gettandosi dalla finestra. Deperimento profondo, diarrea profusa alternata da stitichezza; guanto primaverile caratteristico.	Maggio 1915	Sangue	. .	20-VII-15	Eritemi in atto; diarrea infrenabile, confusione mentale, allucinazioni terrificanti della vita ed interpretazioni di dannazione e diaboliche. Ebbe temperatura febbrile.	Positivo	Astreptoc. (1) B bianco	Il B bianco si ottiene anche da solo in coltura pura. (1) Dalla coltura mista non si riesce a separare l'Astreptoc. per la rapida trasformazione della coltura stessa in B bianco.
23	VISCONTI SERAFINA a. 72, contadina di Colnago, residente a Trezzo d'Adda. Entrata M.° Mombello 26-VII-15, ivi † di marasma il VI-X-15.	?	*Demenza* pellagrosa	Da tempo	Manifestazioni allucinatorie visive: stravaganze degli atti che a volte riuscivano scandalose e di pericolo alla paziente.	Marzo 1915	Sangue	. .	5-VIII-15	Eritemi in atto. Decadimento mentale, specie della memoria, inaffettività assoluta. Difficoltà della parola per atassia dei muscoli fonici.	Positivo	Ab.lli B bianco	
24	PARMA ANTONIA a. 54, nubile, domestica, di Nova, quivi residente. Entrata M.° Mombello il 15-III-15.	Ignoti	*Demenza* pellagrosa con ricorrenti stati ipomaniacali.	Un anno	In seguito a tumulti avvenuti a Milano cominciò a presentare mentale abnormità con eccessiva verbosità, incoerenza e tendenza a fuggire di casa.	Maggio 1915	Sangue	. .	5-VIII-15	Eritemi in atto; eccitabile con allucinazioni zoopsichiche, rilevantesi con visioni di uccelli; umore variabile con alternative di emotività e gaiezza eccessiva. Insonnia, confabulazione, vaniloquio e talora sitofobia. I fenomeni di eccitazione psichica si attenuarono sino quasi a scomparire, permanendo fatti di debolezza mentale che si manifestano con disordine ideativo e del giudizio, scambio di persone e disorientazione nel tempo e nello spazio.	Positivo	Ab.lli Astreptoc. B giallo (1) B bianco	Non risulta nella paziente nessuna intossicazione alcoolica per quanto l'eritema sia esteso a tutte le falangi e limitato da contorno sfumato anzi che netto (vedi fotogr.). Figlia di contadini, maidofaga fino a 22 anni. Dopo domestica a Milano per ritornar di nuovo in famiglia a Nova ad epoca imprecisata. (1) Il B giallo è legato in coltura mista con Astreptoc, ma si riesce a farne la separazione per mezzo di piatta.

TABELLA II.

N.° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	DIAGNOSI clinica	STATO della malattia al momento della coltura	MATERIALE coltivato		DATA della ricerca	COLTURA DAL CO[...]		
				dal vivo	dal cadavere		1° lavaggio	2° lavaggio	3 av[...]
1	CASATI Luigia	*Amenza* pellagrosa.	Amenza. Pellagrodermi in desquamazione e sfaldamento.	Sangue	. .	16-III-15	— — (1)	— + 1.gno	-3 4 av[...] -1 -1
					liq. cef. rach.	17-III-15	. .	. .	.
2	CAZZANIGA Innocenza	*Demenza* pellagrosa.	Demenza, guanto pellagroso, enterite.	Sangue	. .	20-III-15	—	—	-
3	SANVITO Aurelia . . .	*Demenza* pellagrosa.	Stato di demenza. Abito pellagroso.	Sangue	. .	20-III-15	—	+ 5 g.ni	-3 (
4	PROVETTONI Maria .	*Melanconia* in pellagra sospetta.	Stato melanconico.	Sangue	. .	30-III-15	—	(1)	.
5	EDRI Eugenia	*Amenza* in pellagra sospetta.	Stato amenziale.	Sangue	. .	14-IV-15	+ 1 g.no	. .	.
6	GALLERANI Maria . .	*Melanconia* pellagrosa.	Stato melanconico.	Sangue	. .	14-IV-15	+ 1 g.no	+ 1 g.no	. -1 4 av[...] -1

Coltura [dal s]edimento del siero			Caratteri microscopici della coltura			Coltura dal coagulo		Coltura dal sedimento del siero		Osservazioni
[lavag]gio	2° lavaggio	3° lavaggio	Originale	Sangue	Agar	Tipo	Varietà del tipo B	Tipo	Varietà del tipo B	
	. .	. .	bacilli	bacilli	bacilli	$A^{b.lli}$				(1) Lavaggio in boccia grande speciale.
	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			Nella coltura mista dal sedimento del siero si perdono rapidamente i bacilli e rimane solo B bianco.
	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	giallo			L'$A^{streptoc.}$ ottenuto dal liquido cefalo-rachidiano si trasforma rapidamente e passa nelle generazioni successive in B bianco e giallo.
	—	+ 1 g.^{no}	bac. staf.	bac. staf.	bac. staf.	. .	. .	$A^{b.lli}$ B $A^{streptoc.}$	bianco	
	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .			
	+ 1 g.^{no}	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	giallo	
	. .	. :	bacilli	bacilli	bacilli	$A^{b.lli}$				(1) Il 4° lavaggio coagulo nasce dopo 1 giorno. Data la impurità della coltura, rappresentata prevalentemente da una sarcina lutea, non può dirsi se i bacilli erano allo stato di purezza o accompagnati da cocchi.
[g].^{no}	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	bianco	(1) Inquinamento accidentale nel 2° e 3° lavaggio coagulo.
	. .	. .	streptoc. stafiloc.	streptoc. stafiloc.	streptoc. stafiloc.	$A^{streptoc.}$ B	 bianco			Si riesce con piatta in agar a separare l'A dal B.
	. .	. .	streptoc. bacilli stafiloc.	streptoc. bacilli stafiloc.	streptoc. bacilli stafiloc.	$A^{streptoc.}$ $A^{b.lli}$ B	 bianco			*Identici risultati si ottengono da 2 campioni separati della stessa presa di sangue.* Bello esempio di rapida trasformazione o di eliminazione nei successivi lavaggi, di alcune forme batteriche.

TABELLA II.

N° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	DIAGNOSI clinica	STATO della malattia al momento della coltura	MATERIALE coltivato		DATA della ricerca	COLTURA DAL COAGULO			COLTURA dal sedimento del siero			CARATTERI MICROSCOPICI della coltura			COLTURA dal coagulo		COLTURA dal sedimento del siero		OSSERVAZIONI
				dal vivo	dal cadavere		1° lavaggio	2° lavaggio	3° lavaggio	1° lavaggio	2° lavaggio	3° lavaggio	Originale	Sangue	Agar	Tipo	Varietà del tipo B	Tipo	Varietà del tipo B	
1	CASATI LUIGIA	*Amenza* pellagrosa.	Amenza. Pellagrodermi in desquamazione e sfaldamento.	Sangue	. .	16-III-15	—	—	+3 g.ni	. .	. .	. .	bacilli	bacilli	bacilli	Ab.lli				(1) Lavaggio in boccia grande speciale. Nella coltura mista dal sedimento del siero si perdono rapidamente i bacilli e rimane solo B bianco. L'Astreptoc. ottenuto dal liquido cefalo-racbidiano si trasforma rapidamente e passa nelle generazioni successive in B bianco e giallo.
									4° lavaggio +1 g.no	. .	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			
							— (1)	+ 1.g.no	+1 g.no	. .	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	giallo			
										–	—	+ 1 g.no	bac. staf.	bac. staf.	bac. staf.	. .	. .	Ab.lll B Astreptoc.	 bianco	
					liq. cef. rach.	17-III-15	. .	. .	.	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .			
2	CAZZANIGA INNOCENZA	*Demenza* pellagrosa.	Demenza, guanto pellagroso, enterite.	Sangue	. .	20-III-15	—	—	–	—	+ 1 g.no	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	giallo	
3	SANVITO AURELIA . . .	*Demenza* pellagrosa.	Stato di demenza. Abito pellagroso.	Sangue	. .	20-III-15	—	+ 5 g.ni	+3 g.ni (1)	. .	. .	. :	bacilli	bacilli	bacilli	Ab.lli				(1) Il 4° lavaggio coagulo nasce dopo 1 giorno. Data la impurità della coltura, rappresentata prevalentemente da una sarcina lutea, non può dirsi se i bacilli erano allo stato di purezza o accompagnati da coccbi.
4	PROVETTONI MARIA .	*Melanconia* in pellagra sospetta.	Stato melanconico.	Sangue	. .	30-III-15	—	(1)	. .	+ 1 g.no	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	bianco	(1) Inquinamento accidentale nel 2° e 3° lavaggio coagulo.
5	EDRI EUGENIA	*Amenza* in pellagra sospetta.	Stato amenziale.	Sangue	. .	14-IV-15	+ 1 g.no	. .		. .	. .	. .	streptoc. stafiloc.	streptoc. stafiloc.	streptoc. stafiloc.	Astreptoc. B	 bianco			Si riesce con piatta in agar a separare l'A dal B.
6	GALLERANI MARIA . .	*Melanconia* pellagrosa.	Stato melanconico.	Sangue	. .	14-IV-15	+ 1 g.no	+ 1 g.no	. +1 g.no 4° lavaggio +1 g.no	. .	. .	. .	streptoc. bacilli stafiloc.	streptoc. bacilli stafiloc.	streptoc. bacilli stafiloc.	Astreptoc. Ab.lli B	 bianco			*Identici risultati si ottengono da 2 campioni separati della stessa presa di sangue.* Bello esempio di rapida trasformazione o di eliminazione nei successivi lavaggi, di alcune forme batteriche.

TABELLA II (*seguito*).

N.° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	DIAGNOSI clinica	STATO della malattia al momento della coltura	MATERIALE coltivato		DATA della ricerca	COLTURA DEL CO[...]		
				dal vivo	dal cadavere		1° lavaggio	2° lavaggio	3
7	TRENTAROSSI Carolina	*Amenza* pellagrosa.	Quadro psichico confusionale, allucinatorio. Eritemi diffusi a tutto il corpo.	Sangue	. .	14-IV-15	+ 1 g.no	. .	
					milza	20-IV-15	. .	. .	
					squame epidermiche	14-IV-15	. .	. .	
8	MARIOTTI Michele. .	*Pellagra* non riacutizzata; forma lieve.	Nessun fenomeno. Il paziente attende ai lavori agricoli e non accusa alcun disturbo.	Sangue	. .	19-IV-15	—	—	
9	LUMINI Chiara . . .	*Melanconia* pellagrosa.	Stato melanconico; guanto pellagroso; deperimento organico.	Sangue	. .	25-IV-15	—	—	
10	ROSSI Angiolina. . .	*Demenza* pellagrosa.	Stato demenziale; atrofia della cute delle mani.	Sangue (1° camp.)	. .	25-IV-15	—	+ 1 g.no	
				Sangue (2° camp.)	. .	25-IV-15	+ 2 g.ni	. .	
11	NERONI Luigia . . .	*Demenza* pellagrosa.	Stato di demenza con stimmate pellagrose.	Sangue	. .	4-V-15	—	—	
12	FANTONI Carolina. .	*Demenza* pellagrosa.	Stato demenziale con stimmate pellagrose.	Sangue	. .	4-V-15	—	+ 1 g.no	

Coltura sedimento del siero			Caratteri microscopici della coltura			Coltura dal coagulo		Coltura dal sedimento del siero		Osservazioni
gio	2° lavaggio	3° lavaggio	Originale	Sangue	Agar	Tipo	Varietà del tipo B	Tipo	Varietà del tipo B	
	. .	. .	stafiloc. streptob.	stafiloc. streptob.	stafiloc. streptoc.	$A^{streptob.}$ $A^{streptoc.}$ B	bianco			La coltura del sangue è polimorfa contenendo stafilococchi, streptococchi e streptobacilli, i quali ultimi si eliminano nei trapianti successivi. *Lo stesso risultato si ottiene da 2 campioni di sangue della stessa presa.* La milza per semplice aggiunta di brodo sviluppa dopo 24 ore. Tanto dal sangue quanto dalla milza si riesce a separare A da B.
	. .	. .	stafiloc. streptob.	stafiloc. streptob.	stafiloc. streptoc.	$A^{streptob.}$ $A^{streptoc.}$ B	bianco			
	. .	. . .	streptoc. stafiloc.	streptoc. stafiloc.	stafiloc.	B	giallo			
	+ 2 g.ni	+ 1 g.no	streptoc.	streptoc.	streptoc.	. .	. .	$A^{streptoc.}$ (2)		(1) Il 4° lavaggio coagulo nasce scarsamente dopo 2 giorni. Tipo $A^{streptoc.}$ (2) Dopo 6 mesi di vita saprofitica ed altrettanti passaggi in sangue di coniglio il tipo puro originale $A^{streptoc.}$ diventa $A^{streptoc.}$ + B giallo.
	+ 1 g.no	. .	streptoc. stafiloc.	streptoc. stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	bianco	(1) Il 4° lavaggio coagulo nasce dopo 8 giorni pure a forma di stafilococco bianco.
	. .	. .	bacilli streptoc.	bacilli streptoc.	streptoc.	$A^{streptoc.}$				(1) Nasce il 4° lavaggio dopo 4 giorni. Nell'originale del 1° campione accanto agli streptococchi si vedono bacilli indivisi, alcuni divisi in diplococchi allungati.
	—	— (1)	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	bianco	
	. .	. .	bacilli	bacilli	bacilli	$A^{b.lli}$				
	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			(1) Nasce il 4° lavaggio dopo 2 giorni.
no	+ 1 g.no	. .	diplococ. stafiloc.	diplococ.	streptoc. stafiloc.	. .	. .	B	bianco	
	. .	. .	diplococ. stafiloc.	diplococ. stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			Nella coltura originale si osservano cocchi più grossi aventi un contorno più colorato come fossero corpi sporali.
ni	+ 1 g.no	. .	»	»	»	. .	. .	B	bianco	

TABELLA II (*seguito*).

N.° d'ordine	Nome dell'ammalato	Diagnosi clinica	Stato della malattia al momento della coltura	Materiale coltivato: dal vivo	Materiale coltivato: dal cadavere	Data della ricerca	Coltura del coagulo: 1° lavaggio	Coltura del coagulo: 2° lavaggio	Coltura del coagulo: 3° lavaggio	Coltura dal sedimento del siero: 1° lavaggio	Coltura dal sedimento del siero: 2° lavaggio	Coltura dal sedimento del siero: 3° lavaggio	Caratteri microscopici della coltura: Originale	Caratteri microscopici della coltura: Sangue	Caratteri microscopici della coltura: Agar	Coltura dal coagulo: Tipo	Coltura dal coagulo: Varietà del tipo B	Coltura dal sedimento del siero: Tipo	Coltura dal sedimento del siero: Varietà del tipo B	Osservazioni
7	TRENTAROSSI Carolina	*Amenza* pellagrosa.	Quadro psichico confusionale, allucinatorio. Eritemi diffusi a tutto il corpo.	Sangue	. .	14-IV-15	+ 1 g.no	. .	. .	. .	. .	. .	stafiloc. streptob.	stafiloc. streptob	stafiloc. streptoc.	$A^{streptob.}$ $A^{streptoc.}$ B	bianco			La coltura del sangue è polimorfa contenendo stafilococcbi, streptococchi e streptobacilli, i quali ultimi si eliminano nei trapianti successivi. *Lo stesso risultato si ottiene da 2 campioni di sangue della stessa presa.* La milza per semplice aggiunta di brodo sviluppa dopo 24 ore. Tanto dal sangue quanto dalla milza si riesce a separare A da B.
					milza	20-IV-15	. .	. .	. .	. .	. .	. .	stafiloc. streptob.	stafiloc. streptob.	stafiloc. streptoc.	$A^{streptob.}$ $A^{streptoc.}$ B	bianco			
					squame epidermiche	14-IV-15	. .	. .	. .	. .	. .	. .	streptoc. stafiloc.	streptoc. stafiloc.	stafiloc.	B	giallo			
8	MARIOTTI Michele. .	*Pellagra* non riacutizzata; forma lieve.	Nessun fenomeno. Il paziente attende ai lavori agricoli e non accusa alcun disturbo.	Sangue	. .	19-IV-15	—	—	— (1)	—	+ 2 g.ni	+ 1 g.no	streptoc.	streptoc.	streptoc.	. .	. .	$A^{streptoc.}$ (2)		(1) Il 4° lavaggio coagulo nasce scarsamente dopo 2 giorni. Tipo $A^{streptoc.}$ (2) Dopo 6 mesi di vita saprofitica ed altrettanti passaggi in sangue di coniglio il tipo puro originale $A^{streptoc.}$ diventa $A^{streptoc.}$ + B giallo.
9	LUMINI Chiara . . .	*Melanconia* pellagrosa.	Stato melanconico; guanto pellagroso; deperimento organico.	Sangue	. .	25-IV-15	—	—	— (1)	—	+ 1 g.no	. .	streptoc. stafiloc.	streptoc. stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	bianco	(1) Il 4° lavaggio coagulo nasce dopo 8 giorni pure a forma di stafilococco bianco.
10	ROSSI Angiolina. . .	*Demenza* pellagrosa.	Stato demenziale; atrofia della cute delle mani.	Sangue (1° camp.)	. .	25-IV-15	—	+ 1 g.no	. .	. .	. .	. .	bacilli streptoc	bacilli streptoc.	streptoc.	$A^{streptoc.}$				(1) Nasce il 4° lavaggio dopo 4 giorni. Nell'originale del 1° campione accanto agli streptococchi si vedono bacilli indivisi, alcuni divisi in diplococchi allungati.
										+	—	— (1)	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	bianco	
				Sangue (2° camp.)	. .	25-IV-15	+ 2 g.ni	. .	. .	. .	. .	. .	bacilli	bacilli	bacilli	$A^{b.lli}$				
11	NERONI Luigia . . .	*Demenza* pellagrosa.	Stato di demenza con stimmate pellagrose.	Sangue	. .	4-V-15	—	—	— (1)	. .	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			(1) Nasce il 4° lavaggio dopo 2 giorni.
										+ 1 g.no	+ 1 g.no	. .	diplococ. stafiloc.	diplococ.	streptoc. stafiloc.	. .	. .	B	bianco	
12	FANTONI Carolina. .	*Demenza* pellagrosa.	Stato demenziale con stimmate pellagrose.	Sangue	.	4-V-15	—	+ 1 g.no	. .	. .	. .	. .	diplococ. stafiloc.	diplococ. stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			Nella coltura originale si osservano cocchi più grossi aventi un contorno più colorato come fossero corpi sporali.
										+ 6 g.ni	+ 1 g.no	. .	"	"	"	. .	. .	B	bianco	

Tabella II (*seguito*).

N° d'ordine	Nome dell'ammalato	Diagnosi clinica	Stato della malattia al momento della coltura	Materiale coltivato		Data della ricerca	Coltura del co…		
				dal vivo	dal cadavere		1° lavaggio	2° lavaggio	3° lav…
13	NATALI Angela . . .	*Demenza* pellagrosa.	Stato demenziale; eritemi in atto al dorso delle mani.	Sangue	. .	4-V-15	—	—	—
14	ORTALLI Giuseppina .	*Melanconia* pellagrosa.	Stato di depressione; eritemi pellagrosi, diarrea.	Sangue	. . .	4-V-15	—	—	+1
				Deiez.	. .	4-V-15	. .	. .	
15	PRINA Gaetana . . .	*Melanconia* pellagrosa sospetta.	Idee depressive con propositi di suicidio; mancano segni certi della pellagra.	Sangue	. .	11-V-15	—	—	—
16	CHIODINI Rosa . . .	*Amenza* pellagrosa (stato confusionale allucinatorio).	Stato amenziale con gravi disordini allucinatori confusionali, febbre, pellagrodermi, enterite.	Sangue	. .	11-V-15	+ 2 g.^{ni}	+ 1 g.^{no}	.
17	ANTONINI Luigia . .	*Demenza* pellagrosa.	Stato demenziale con allucinazioni terrificanti; guanto pellagroso, diarrea, grave deperimento organico.	Sangue	. .	17-V-15	—	—	—
18	MADÈ Paolina . . .	*Melanconia* pellagrosa.	Stato melanconico con allucinazioni e idee deliranti. Stimmate di pellagra pregressa.	Sangue	. .	17-V-15	—	—	—
19	ZIBALDI Maria Rosa .	*Demenza* pellagrosa.	Stato demenziale; guanto pellagroso.	Sangue	. .	17-V-15	—	—	—

Coltura [dal sed]imento del siero			Caratteri microscopici della coltura			Coltura dal coagulo		Coltura dal sedimento del siero		Osservazioni
o	2 lavaggio	3°-lavaggio	Originale	Sangue	Agar	Tipo	Varietà del tipo B	Tipo	Varietà del tipo B	
	. .	. .	bacilli	bacilli clavati	bacilli	Ab.lli				(1) Nasce al 4° lavaggio dopo 10 giorni.
	+ 1 g.no	. .	diplococ. streptoc.	diplococ. stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	bianco	
	—	— (1)	diplococ. streptoc.	diplococ. stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			(1) Negativo anche il 4° lavaggio. Sedimento.
	. .	. .	stafiloc.	. .	stafiloc.	B	bianco			
	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	giallo			(1) Nasce il 4° lavaggio dopo 6 giorni. (2) Il 4° lavaggio sedimento nasce dopo 1 giorno pure in forma di bacilli.
	+ 3 g.ni	+ 2 g.ni (2)	bacilli	bacilli clavati	bacilli	. .	. .	Ab lli		
	. .	. .	streptoc.	(1) streptoc.	streptoc.	Astreptoc.				(1) Forma filamentosa; anche qualche elemento allungato a tipo streptobacillare. (2) Nasce il 4° lavaggio dopo 3 giorni.
	—	— (2)	bacilli	bacilli	bacilli clavati	. .	. .	Ab.lli		
	. .	. .	bacilli	bacilli	bacilli clavati	Ab.lli				(1) Nasce il 4° lavaggio dopo 2 giorni. (2) Anche forme bacillari e filamenti indivisi o con divisioni irregolari. La massima polimorfia; forme sporali.
	+ 1 g.no	. .	streptoc.	streptoc.	streptoc. (2)	. .	. .	Astreptoc.		
	—	+ 1 g.no	bacilli (2)	bacilli	streptoc.	. .	. .	{ Ab.lli / Astreptoc.		(1) Negativo anche il 4° lavaggio. (2) In brodo originale mista Ab.lli Astreptoc.: anche lunghe catene con forme sporali - Si sistematizza rapidamente in Astreptoc.
	. .	. .	bacilli stafiloc.	bacilli stafiloc.	bacilli stafiloc.	{ Ab.lli / B	bianco			(1) Nasce il 4° lavaggio dopo 2 giorni. (2) Nasce il 4° lavaggio dopo 3 giorni. Si riesce a separare Ab.lli da B bianco, ma impossibile mantenere quest'ultimo, perchè nei trapianti successivi si trasforma rapidamente in Ab.lli.
	—	— (2)	bacilli	bacilli	bacilli	. .	. .	Ab.lli		

TABELLA II (*seguito*).

N° d'ordine	Nome dell'ammalato	Diagnosi clinica	Stato della malattia al momento della coltura	Materiale coltivato dal vivo	Materiale coltivato dal cadavere	Data della ricerca	Coltura del coagulo 1° lavaggio	Coltura del coagulo 2° lavaggio	Coltura del coagulo 3° lavaggio	Coltura dal sedimento del siero 1 lavaggio	Coltura dal sedimento del siero 2 lavaggio	Coltura dal sedimento del siero 3 lavaggio	Caratteri microscopici della coltura: Originale	Sangue	Agar	Coltura dal coagulo: Tipo	Varietà del tipo B	Coltura dal sedimento del siero: Tipo	Varietà del tipo B	Osservazioni
13	NATALI Angela . . .	*Demenza* pellagrosa.	Stato demenziale; eritemi in atto al dorso delle mani.	Sangue	. .	4-V-15	—	—	— (1)	. .	. .	. .	bacilli	bacilli clavati	bacilli	Ab.lli				(1) Nasce al 4° lavaggio dopo 10 giorni.
										—	+ 1 g.no	. .	diplococ. streptoc.	diplococ. stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	bianco	
14	ORTALLI Giuseppina .	*Melanconia* pellagrosa.	Stato di depressione; eritemi pellagrosi, diarrea.	Sangue	. . .	4-V-15	—	—	+ 1 g.	—	—	— (1)	diplococ. streptoc.	diplococ. stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			(1) Negativo anche il 4° lavaggio. Sedimento.
				Deiez.	. .	4 V-15	. .	. .	. .	. .	. .	. .	stafiloc.	. .	stafiloc.	B	bianco			
15	PRINA Gaetana . . .	*Melanconia* pellagrosa sospetta.	Idee depressive con propositi di suicidio; mancano segni certi della pellagra.	Sangue	. .	11-V-15	—	—	— (1)	. .	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	giallo			(1) Nasce il 4° lavaggio dopo 6 giorni. (2) Il 4° lavaggio sedimento nasce dopo 1 giorno pure in forma di bacilli.
										—	+ 3 g.ni	+ 2 g.ni (2)	bacilli	bacilli clavati	bacilli	. .	. .	Ab lli		
16	CHIODINI Rosa . . .	*Amenza* pellagrosa (stato confusionale allucinatorio).	Stato amenziale con gravi disordini allucinatori confusionali, febbre, pellagrodermi, enterite.	Sangue	. .	11-V-15	+ 2 g.ni	+ 1 g.no	. .	.	. .	. .	streptoc.	(1) streptoc.	streptoc.	Astreptoc.				(1) Forma filamentosa; anche qualche elemento allungato a tipo streptobacillare. (2) Nasce il 4° lavaggio dopo 3 giorni.
				—						—	—	— (2)	bacilli	bacilli	bacilli clavati	. .	. .	Ab.lli		
17	ANTONINI Luigia . .	*Demenza* pellagrosa.	Stato demenziale con allucinazioni terrificanti; guanto pellagroso, diarrea, grave deperimento organico.	Sangue	. .	17-V-15	—	—	— (1)	.	. .	. .	bacilli	bacilli	bacilli clavati	Ab.lli				(1) Nasce il 4° lavaggio dopo 2 giorni. (2) Anche forme bacillari e filamenti indivisi o con divisioni irregolari. La massima polimorfia; forme sporali.
										—	+ 1 g.no	. .	streptoc.	streptoc.	streptoc. (2)	. .	. .	Astreptoc.		
18	MADÈ Paolina . . .	*Melanconia* pellagrosa.	Stato melanconico con allucinazioni e idee deliranti. Stimmate di pellagra pregressa.	Sangue	. .	17-V-15	—	—	— (1)	—	—	+ 1 g.no	bacilli (2)	bacilli	streptoc.	. .	. .	Ab.lli / Astreptoc.		(1) Negativo anche il 4° lavaggio. (2) In brodo originale mista Ab.lli Astreptoc.: anche lunghe catene con forme sporali - Si sistematizza rapidamente in Astreptoc.
19	ZIBALDI Maria Rosa .	*Demenza* pellagrosa.	Stato demenziale; guanto pellagroso.	Sangue	. .	17-V-15	—	—	— (1)	. .	. .	. .	bacilli stafiloc.	bacilli stafiloc.	bacilli stafiloc.	Ab.lli / B	bianco			(1) Nasce il 4° lavaggio dopo 2 giorni. (2) Nasce il 4° lavaggio dopo 3 giorni. Si riesce a separare Ab.lli da B bianco, ma impossibile mantenere quest'ultimo, perchè nei trapianti successivi si trasforma rapidamente in Ab.lli.
											—	— (2)	bacilli	bacilli	bacilli	. .	. .	Ab.lli		

Tabella II (*seguito*).

N.° d'ordine	Nome dell'ammalato	Diagnosi clinica	Stato della malattia al momento della coltura	Materiale coltivato dal vivo	Materiale coltivato dal cadavere	Data della ricerca	Coltura del co[...] 1° lavaggio	2° lavaggio	3° la[...]
20	Veneroni Rachele .	*Imbecillità* con pellagra.	Insufficenza psichica con ideazione rudimentale a contenuto puerile. Guanto pellagroso.	Sangue	. .	20-VII-15	+ 1 g.^{no}	. .	
21	Rovellini Angiola .	*Melanconia* pellagrosa.	Stato melanconico - guanto pellagroso.	Sangue	. .	20-VII-15	—	—	-2
22	Barzaghi Giovanna .	*Amenza* pellagrosa.	Stato di amenza. Eritemi in atto - diarrea infrenabile. Temperatura febbrile.	Sangue	. .	20-VII-15	—	+ 2 g.^{ni}	-1
23	Visconti Serafina. .	*Demenza* pellagrosa.	Eritemi in atto. Stato demenziale.	Sangue	. .	5-VIII-15	—	+ 9 g.^{ni}	.
24	Parma Antonia . . .	*Demenza* pellagrosa con ricorrenti stati ipomaniacali.	Stato di demenza. Eritemi in atto.	Sangue (camp. 1°)	. .	20-VIII-15	+ 2 g.^{ni}	+ 1 g.^{no}	.
				Sangue (camp. 2°)	. .	20-VIII-15	+13 g.^{ni}	. . +11 g.^{ni}	. . +1

Coltura dal sedimento del siero			Caratteri microscopici della coltura			Coltura dal coagulo		Coltura dal sedimento del siero		Osservazioni
1° lavaggio	2° lavaggio	3° lavaggio	Originale	Sangue	Agar	Tipo	Varietà del tipo B	Tipo	Varietà del tipo B	
..	..	..	streptob.	streptob. streptoc.	streptoc.	A streptoc.				
—	+ 1 g.no	..	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	..	..	B	bianco	
..	..	..	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			(1) Dopo 3 mesi di coltura in sangue di coniglio il B bianco si trasforma in Ab.lli. (2) È così rapida la trasformazione dell'A in B che la separazione dal 1° al 2° non è affatto possibile.
+ 2 g.ni	..	..	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	..	..	B	bianco (1)	
	+ 1 g.no	..	streptoc. stafiloc.	streptoc. stafiloc.	streptoc. stafiloc.	..	..	{A streptoc. B	bianco (2)	
..	..	..	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	bianco (1)			(1) *Dal coagulo si ottiene lo stesso risultato da 2 campioni separati della medesima presa di sangue.* (2) È così rapida la trasformazione dell'A in B che non è possibile separare il 1° dal 2°.
—	+ 1 g.no	..	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc. streptoc.	..	..	{A streptoc. B	bianco	
..	..	..	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			(1) La coltura originale lasciata in termostato in ultimo non presenta più che forme cocciche dovute probabilmente alla trasformazione dei precedenti bacilli. Alla vita saprofitica su coltora in sangue di coniglio i bacilli si trasformano rapidamente in streptococchi.
+ 1 g.no	..	..	bacilli	bacilli	bacilli	..	..	Ab.lli (1)		
	+ 6 g.ni	..	diplococ.	stafiloc.	stafiloc.	..	..	B	bianco	
..	..	..	streptoc.	streptoc.	streptoc.	A streptoc.				
+ 1 g.no	..	..	streptoc.	streptoc.	streptoc.	..	..	A streptoc.		
	+ 1 g.no	..	{diplococ. streptoc.	stafiloc. streptoc.	stafiloc. streptoc.	..	..	{A streptoc. B	giallo	
..	..	..	bacilli	bacilli	bacilli	Ab.lli				
..	..	..	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			
..	..	..	bacilli	bacilli	bacilli	Ab.lli				
+ 9 g.ni	..	..	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	..	..	B	bianco	

Tabella II (*seguito*).

N.° d'ordine	Nome dell'ammalato	Diagnosi clinica	Stato della malattia al momento della coltura	Materiale coltivato		Data della ricerca	Coltura del coagulo			Coltura dal sedimento del siero			Caratteri microscopici della coltura			Coltura dal coagulo		Coltura dal sedimento del siero		Osservazioni
				dal vivo	dal cadavere		1° lavaggio	2° lavaggio	3° lavaggio	1° lavaggio	2° lavaggio	3° lavaggio	Originale	Sangue	Agar	Tipo	Varietà del tipo B	Tipo	Varietà del tipo B	
20	Veneroni Rachele	*Imbecillità* con pellagra.	Insufficenza psichica con ideazione rudimentale a contenuto puerile. Guanto pellagroso.	Sangue	. .	20-VII-15	+ 1 g.no	. .	. .	. .	. .	. .	streptob.	streptob. streptoc.	streptoc.	A streptoc.				
										—	+ 1 g.no	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	bianco	
21	Rovellini Angiola	*Melanconia* pellagrosa.	Stato melanconico - guanto pellagroso.	Sangue	. .	20-VII-15	—	—	+ 2 g.ni	. .	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			(1) Dopo 3 mesi di coltura in sangue di coniglio il B bianco si trasforma in Ab.lli. (2) È così rapida la trasformazione dell'A in B che la separazione dal 1° al 2° non è affatto possibile.
										+ 2 g.ni	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	bianco (1)	
											+ 1 g.no	. .	streptoc. stafiloc.	streptoc. stafiloc.	streptoc. stafiloc.	. .	. .	A streptoc. B	bianco (2)	
22	Barzaghi Giovanna	*Amenza* pellagrosa.	Stato di amenza. Eritemi in atto - diarrea infrenabile. Temperatura febbrile.	Sangue	. .	20-VII-15	—	+ 2 g.ni	+ 1 g.ni	. .	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	bianco (1)			(1) *Dal coagulo si ottiene lo stesso risultato da 2 campioni separati della medesima presa di sangue.* (2) È così rapida la trasformazione dell'A in B che non è possibile separare il 1° dal 2°.
										—	+ 1 g.no	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc. streptoc.	. .	. .	A streptoc. B	bianco	
23	Visconti Serafina	*Demenza* pellagrosa.	Eritemi in atto. Stato demenziale.	Sangue	. .	5-VIII-15	—	+ 9 g.ni	. .	. .	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			(1) La coltura originale lasciata in termostato in ultimo non presenta più che forme cocciche dovute probabilmente alla trasformazione dei precedenti bacilli. Alla vita saprofitica su coltura in sangue di coniglio i bacilli si trasformano rapidamente in streptococchi.
										+ 1 g.no	. .	. .	bacilli	bacilli	bacilli	. .	. .	Ab.lli (1)		
											+ 6 g.ni	. .	diplococ.	stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	bianco	
24	Parma Antonia	*Demenza* pellagrosa con ricorrenti stati ipomaniacali.	Stato di demenza. Eritemi in atto.	Sangue (camp. 1°)	. .	20-VIII-15	+ 2 g.ni	+ 1 g.no	. .	. .	. .	. .	streptoc.	streptoc.	streptoc.	A streptoc.				
										+ 1 g.no	. .	. .	streptoc.	streptoc.	streptoc.	. .	. .	A streptoc.		
											+ 1 g.no	. .	diplococ. streptoc.	stafiloc. streptoc.	stafiloc. streptoc.	. .	. .	A streptoc. B	giallo	
				Sangue (camp. 2°)	. .	20-VIII-15	+ 13 g.ni	. .		. .	. .	. .	bacilli	bacilli	bacilli	Ab.lli				
								+ 11 g.ni		. .	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	B	bianco			
									+ 11 g.ni	. .	. .	. .	bacilli	bacilli	bacilli	Ab.lli				
										+ 9 g.ni	. .	. .	stafiloc.	stafiloc.	stafiloc.	. .	. .	B	bianco	

TABELLA III.

N.° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	DATA della ricerca	MATERIALE usato	COLTURA IN AGAR			COLTURA IN GE[LATINA] per infissione
				Tipo	colore	sviluppo del colore	sviluppo
1	CASATI LUIGIA	aprile 915	Sangue	Ab.lli	—	—	non nasce
				B	bianco	—	+ 3 giorni
				B	giallo	primitivo	+ 2 giorni
			Liquido cefalo-rach.°	Astreptoc. (²)	—	—	+ 1 giorno
2	CAZZANIGA INNOCENZA	aprile 915	Sangue	B	giallo	secondario	+ 1 giorno (¹)
3	SANVITO AURELIA . . .	aprile 915	Sangue	Ab.lli	—	—	non nasce
4	PROVETTONI MARIA. .	aprile 915	Sangue	B	bianco	—	+ 1 giorno
5	EDRI EUGENIA.	aprile 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	non nasce
				B	bianco	—	+ 2 giorni
6	GALLERANI MARIA. . .	aprile 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	non nasce
				B	bianco	—	+ 2 giorni
7	TRENTAROSSI CAROLINA	aprile 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	non nasce
				B	bianco	—	+ 2 giorni
			Milza	Astreptoc.	—	—	non nasce
				B	bianco	—	+ 3 giorni
			Squame epidermiche	B	giallo	primitivo	+ 1 giorno
8	MARIOTTI MICHELE . .	aprile 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	+ 11 giorni (¹)
9	LUMINI CHIARA	aprile 915	Sangue	B	bianco	—	+ 2 giorni

...onie ...latina	Coltura su patata		Caratteri micròscopici	Comportamento al Gram	Osservazioni
	superficie	liquido di condensazione			
...nasce	—	—	bacilli	—	Tutte queste osservazioni furono continuate 15 o 20 g.ni.
...ristiche	Sottile velamento punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	(1) La parte superficiale della coltura si colora in giallo-ovo.
»	» » »	» » »	Stafilococco	+	(2) L'osservazione fu fatta su coltura in via di trasformazione che perciò rivestiva alcuni caratteri del tipo B. Così per i caratteri microscopici, per il comportamento sulla patata e per la colorazione al Gram.
»	Velamento secco punteggiato bianco.	—	Stafilococco	+	
...ristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	(1) La parte superficiale della coltura si colora in giallo-ovo.
...nasce	—	—	bacilli	—	
...ristiche	Sottile velamente secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
...nasce	—	fiocchetti	Streptococco	—	
...ristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
...nasce	—	fiocchetti	Streptococco	—	
...ristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
...nasce	—	fiocchetti	Streptococco	—	
...ristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
...nasce	—	—	Streptococco	—	
...ristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Velamento uniforme.	Stafilococco	+	
...ristiche	» » »	» » »	Stafilococco	+	
...nasce	—	fiocchetti	Streptococco	—	(1) Dopo 11 giorni nasce qualche colonia piccola in alto della puntata dove è raccolto molto sangue.
...ristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	

TABELLA III.

N.° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	DATA della ricerca	MATERIALE usato	COLTURA IN AGAR			COLTURA IN GELATINA per infissione a 22°		COLONIE in gelatina	COLTURA SU PATATA		CARATTERI micròscopici	COMPORTAMENTO al Gram	OSSERVAZIONI
				Tipo	colore	sviluppo del colore	sviluppo	fluidificazione		superficie	liquido di condensazione			
1	CASATI LUIGIA	aprile 915	Sangue	A b.lli	—	—	non nasce	–	non nasce	—	—	bacilli	—	Tutte queste osservazioni furono continuate 15 o 20 g.ni.
				B	bianco	—	+ 3 giorni	+	caratteristiche	Sottile velamento punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	(1) La parte superficiale della coltura si colora in giallo-ovo.
				B	giallo	primitivo	+ 2 giorni	+–	"	" " "	" " "	Stafilococco	+	(2) L'osservazione fu fatta su coltura in via di trasformazione che perciò rivestiva alcuni caratteri del tipo B. Così per i caratteri microscopici, per il comportamento sulla patata e per la colorazione al Gram.
			Liquido cefalo-rach.°	A streptoc. (2)	—	—	+ 1 giorno	–	"	Velamento secco punteggiato bianco.	—	Stafilococco	+	
2	CAZZANIGA INNOCENZA	aprile 915	Sangue	B	giallo	secondario	+ 1 giorno (1)	–	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	(1) La parte superficiale della coltura si colora in giallo-ovo.
3	SANVITO AURELIA . . .	aprile 915	Sangue	A b.lli	—	—	non nasce	–	non nasce	—	—	bacilli	—	
4	PROVETTONI MARIA. .	aprile 915	Sangue	B	bianco	—	+ 1 giorno	+	caratteristiche	Sottile velamente secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
5	EDRI EUGENIA.	aprile 915	Sangue	A streptoc.	—	—	non nasce	–	non nasce	—	fiocchetti	Streptococco	—	
				B	bianco	—	+ 2 giorni	+–	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
6	GALLERANI MARIA. . .	aprile 915	Sangue	A streptoc.	—	—	non nasce	–	non nasce	—	fiocchetti	Streptococco	—	
				B	bianco	—	+ 2 giorni	–	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
7	TRENTAROSSI CAROLINA	aprile 915	Sangue	A streptoc.	—	—	non nasce	–	non nasce	—	fiocchetti	Streptococco	—	
				B	bianco	—	+ 2 giorni	–	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
			Milza	A streptoc.	—	—	non nasce	–	non nasce	—	—	Streptococco	—	
				B	bianco	—	+ 3 giorni	++	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Velamento uniforme.	Stafilococco	+	
			Squame epidermiche	B	giallo	primitivo	+ 1 giorno	– +	caratteristiche	" " "	" " "	Stafilococco	+	
8	MARIOTTI MICHELE . .	aprile 915	Sangue	A streptoc.	—	—	+ 11 giorni (1)	–	non nasce	—	fiocchetti	Streptococco	—	(1) Dopo 11 giorni nasce qualche colonia piccola in alto della puntata dove è raccolto molto sangue
9	LUMINI CHIARA	aprile 915	Sangue	B	bianco	—	+ 2 giorni	–	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	

Tabella III (*seguito*).

N.° d'ordine	Nome dell'ammalato	Data della ricerca	Materiale usato	Coltura in agar: Tipo	colore	sviluppo del colore	Coltura in gel… per infissione a 2…: sviluppo
10	ROSSI Angiolina	aprile 915	Sangue (1° campione) » » » (2° campione)	Astreptoc. B Ab.lli	— bianco —	— — —	non nasce + 3 giorni non nasce
11	NERONI Luigia	maggio 915	Sangue (coagulo) » (sedimento)	B B	bianco bianco	— —	+ 7 giorni (1) + 15 giorni
12	FANTONI Carolina . .	maggio 915	Sangue (coagulo) » (sedimento)	B B	bianco bianco	— —	+ 8 giorni + 11 giorni (1)
13	NATALI Angiola	maggio 915	Sangue »	Ab.lli B	— bianco	— —	non nasce + 7 giorni (1)
14	ORTALLI Giuseppina. .	maggio 915	Sangue	B	bianco	—	+ 4 giorni
15	PRINA Gaetana	maggio 915	Sangue (coagulo) » (sedimento)	B Ab lli	giallo —	secondario —	+ 2 giorni non nasce
16	CHIODINI Rosa	maggio 915	Sangue »	Astreptoc. Ab.lli	— —	— —	non nasce non nasce
17	ANTONINI Luigia . . .	maggio 915	Sangue (coagulo) » (sedimento)	Ab.lli Astreptoc.	— —	— —	non nasce + 10 giorni (1)
18	MADÈ Paolina	maggio 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	+ 7 giorni (1)
19	ZIBALDI Maria	maggio 915	Sangue »	Ab.lli B	— bianco	— —	non nasce + 6 giorni

…lonie …elatina	Coltura su patata — superficie	Coltura su patata — liquido di condensazione	Caratteri microscopici	Comportamento al Gram	Osservazioni
…n nasce	—	—	Streptococco	—	
…eristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
…n nasce	—	—	bacilli	—	
…eristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	(¹) Solo poche colonie piccolissime sulla parte superiore dell' innesto.
»	» » »	» » »	Stafilococco	+	
…teristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	(¹) Solo poche colonie nella parte alta della puntata ove è raccolto molto sangue.
»	» » »	» » »	Stafilococco	+	
…n nasce	—	—	bacilli	—	(¹) Nasce scarsa a colonie piccolissime limitate solo alla parte alta della infissione.
…teristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme	Stafilococco	+	
…teristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
…teristiche	Velamento secco punteggiato giallo.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
…n nasce	—	—	bacilli	—	
…nasce (¹)	—	—	Streptococco	—	(¹) Nemmeno con aggiunta di sangue di coniglio.
…n nasce	—	—	bacilli	—	
…n nasce	—	—	bacilli	—	(¹) Nasce solo quando la temperatura supera 24°. (²) Nasce solo e molto scarsamente quando si aggiunge sangue normale di coniglio.
…teristiche (²)	—	fiocchetti	Streptococco	—	
…n nasce	—	fiocchetti	Streptococco	—	(¹) Temperatura ambiente superiore a 24°.
…n nasce	—	—	bacilli	—	
…teristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	

TABELLA III (*seguito*).

N.° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	DATA della ricerca	MATERIALE usato	COLTURA IN AGAR			COLTURA IN GELATINA per infissione a 22°		COLONIE in gelatina	COLTURA SU PATATA		CARATTERI microscopici	COMPORTAMENTO al Gram	*OSSERVAZIONI*
				Tipo	colore	sviluppo del colore	sviluppo	fluidificazione		superficie	liquido di condensazione			
10	ROSSI ANGIOLINA	aprile 915	Sangue (1° campione)	Astreptoc.	—	—	non nasce	—	non nasce	—	—	Streptococco	—	
			" "	B	bianco	—	+ 3 giorni	+	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
			" (2° campione)	Ab.lli	—	—	non nasce	—	non nasce	—	—	bacilli	—	
11	NERONI LUIGIA.	maggio 915	Sangue (coagulo)	B	bianco	—	+ 7 giorni [1]	+	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	[1] Solo poche colonie piccolissime sulla parte superiore dell'innesto.
			" (sedimento)	B	bianco	—	+ 15 giorni	+	"	" " "	" " "	Stafilococco	+	
12	FANTONI CAROLINA . .	maggio 915	Sangue (coagulo)	B	bianco	—	+ 8 giorni	+	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	[1] Solo poche colonie nella parte alta della puntata ove è raccolto molto sangue.
			" (sedimento)	B	bianco	—	+ 11 giorni [1]	+	"	" " "	" " "	Stafilococco	+	
13	NATALI ANGIOLA	maggio 915	Sangue	Ab.lli	—	—	non nasce	—	non nasce	—	—	bacilli	—	[1] Nasce scarsa a colonie piccolissime limitate solo alla parte alta della infissione.
			"	B	bianco	—	+ 7 giorni [1]	+	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme	Stafilococco	+	
14	ORTALLI GIUSEPPINA. .	maggio 915	Sangue	B	bianco	—	+ 4 giorni	+	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
15	PRINA GAETANA.	maggio 915	Sangue (coagulo)	B	giallo	secondario	+ 2 giorni	+	caratteristiche	Velamento secco punteggiato giallo.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
			" (sedimento)	Ab.lli	—	—	non nasce	—	non nasce	—	—	bacilli	—	
16	CHIODINI ROSA.	maggio 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	non nasce	—	non nasce [1]	—	—	Streptococco	—	[1] Nemmeno con aggiunta di sangue di coniglio.
			"	Ab.lli	—	—	non nasce	—	non nasce	—	—	bacilli	—	
17	ANTONINI LUIGIA . . .	maggio 915	Sangue (coagulo)	Ab.lli	—	—	non nasce	—	non nasce	—	—	bacilli	—	[1] Nasce solo quando la temperatura supera 24°. [2] Nasce solo e molto scarsamente quando si aggiunge sangue normale di coniglio.
			" (sedimento)	Astreptoc.	—	—	+ 10 giorni [1]	—	caratteristiche [2]	—	fiocchetti	Streptococco	—	
18	MADÈ PAOLINA	maggio 915	Sangne	Astreptoc.	—	—	+ 7 giorni [1]	—	non nasce	—	fiocchetti	Streptococco	—	[1] Temperatura ambiente superiore a 24°.
19	ZIBALDI MARIA	maggio 915	Sangue	Ab.lli	—	—	non nasce	—	non nasce	—	—	bacilli	—	
			"	B	bianco	—	+ 6 giorni	+	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme	Stafilococco	+	

Tabella III (*seguito*).

N.° d'ordine	Nome dell'ammalato	Data della ricerca	Materiale usato	Coltura in agar			Coltura in gel… per infissione 22…
				Tipo	colore	sviluppo del colore	sviluppo
20	Veneroni Rachele. .	luglio 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	non nasce
			»	B	bianco	—	+ 2 giorni
21	Rovellini Angiola. .	luglio 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	non nasce [1]
			»	B	bianco	—	+ 2 giorni
22	Barzaghi Giovanna. .	luglio 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	non nasce
			»	B	bianco	—	+ 2 giorni
23	Visconti Serafina . .	agosto 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	non nasce
			»	B	bianco	—	+ 2 giorni
24	Parma Antonia.	agosto 915	Sangue	Ab.lli	—	—	non nasce
			»	Astreptoc.	—	—	non nasce
			»	B	giallo	secondario	+ 2 giorni
			»	B	bianco	—	+ 3 giorni

…nie …atina	Coltura su patata		Caratteri microscopici	Comportamento al Gram	Osservazioni
	superficie	liquido di condensazione			
…asce	—	—	Streptococco	—	
…istiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
…asce	—	—	Streptococco	—	([1]) Lasciato lungamente alla stufa si sviluppano rare colonie bianche, secche, puntiformi, nella parte alta della coltura ove è raccolto molto sangue.
…istiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
…asce	—	—	Streptococco	—	
…istiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento fioccoso.	Stafilococco	+	
…asce	—	—	Streptococco	—	
…istiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
…asce	—	—	bacilli	—	
…asce	—	—	Streptococco	—	
…istiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
	» » »	» » »	Stafilococco	+	

TABELLA III (*seguito*).

N.° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	DATA della ricerca	MATERIALE usato	COLTURA IN AGAR			COLTURA IN GELATINA per infissione a 22°		COLONIE in gelatina	COLTURA SU PATATA		CARATTERI microscopici	COMPORTAMENTO al Gram	OSSERVAZIONI
				Tipo	colore	sviluppo del colore	sviluppo	fluidificazione		superficie	liquido di condensazione			
20	VENERONI RACHELE . .	luglio 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	non nasce	—	non nasce	—	—	Streptococco	—	
			»	B	bianco	—	+ 2 giorni	—	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
21	ROVELLINI ANGIOLA . .	luglio 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	non nasce [1]	—	non nasce	—	—	Streptococco	—	[1] Lasciato lungamente alla stufa si sviluppano rare colonie bianche, secche, puntiformi, nella parte alta della coltura ove è raccolto molto sangue.
			»	B	bianco	—	+ 2 giorni	—	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
22	BARZAGHI GIOVANNA . .	luglio 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	non nasce	—	non nasce	—	—	Streptococco	—	
			»	B	bianco	—	+ 2 giorni	—	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento fioccoso.	Stafilococco	+	
23	VISCONTI SERAFINA . .	agosto 915	Sangue	Astreptoc.	—	—	non nasce	—	non nasce	—	—	Streptococco	—	
			»	B	bianco	—	+ 2 giorni	—	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
24	PARMA ANTONIA.	agosto 915	Sangue	Ab III	—	—	non nasce	—	non nasce	—	—	bacilli	—	
			»	Astreptoc.	—	—	non nasce	—	non nasce	—	—	Streptococco	—	
			»	B	giallo	secondario	+ 2 giorni	—	caratteristiche	Velamento secco punteggiato bianco.	Intorbidamento uniforme.	Stafilococco	+	
			»	B	bianco	—	+ 3 giorni	—	»	» » »	» » »	Stafilococco	+	

Tabella IV.

N.° d'ordine	Nome dell'ammalato	Tipo della coltura studiata	Coagulazione del	
			coagulazione	tempo
1	CASATI Luigia	(Coltura dal sangue)		
		Ab.lli (1)	—	—
		B giallo	+	5 giorni
		B bianco	+	4 giorni
		(Coltura del liquido cefalorachidiano)		
		B bianco	+	2 giorni
2	CAZZANIGA Innocenza	B giallo	+	20 giorni
3	SANVITO Aurelia	Ab.lli (1)	—	—
4	PROVETTONI Maria	B giallo	+	1 giorno
5	EDRI Eugenia	Astreptoc.	+	1 giorno
		B bianco	+	1 giorno
6	GALLARANI Maria	Astreptoc.	+	1 giorno (1)
7	TRENTAROSSI Carolina	(Coltura dal sangue)		
		Astreptoc.	+	1 giorno (1)
		B bianco	+	7 giorni
		(Coltura squame epidermiche)		
		B giallo	+	2 giorni
		(Coltura dalla milza)		
		Astreptoc.	+	1 giorno (3)
		B bianco	+	2 giorni

…RMENTAZIONE …ello zucchero			*OSSERVAZIONI*
	mannite	glucosio	
	. .	. . (²)	(¹) Non si può fare la reazione degli zuccheri perchè non sviluppa affatto nel brodo cui è aggiunto raffinosio, mannite e glucosio. (²) + d. significa: fermentazione debolmente positiva.
	—	+ d.	
	—	+	
	—	+	
	+ d.	+	
	. .	. .	(¹) Non nasce nel brodo con aggiunta di zucchero.
	—	+	
)	—	+	(¹) Non è tipo streptococcico sicuro; si accosta piuttosto per la forma e la lunghezza degli elementi al tipo streptobacillare.
	—	+	
	—	+	(¹) Dopo 6 ore già comincia la coagulazione.
)	—	+	(¹) Dopo 6 ore comincia la coagulazione. (²) Non è tipo streptococcico sicuro; si accosta piuttosto per la forma e la lunghezza degli elementi al tipo streptobacillare. (³) Dopo 4-5 ore già comincia la coagulazione del latte.
	—	+	
	+	+	
	—	+	
	—	+	

TABELLA IV.

N.º d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	TIPO della coltura studiata	COAGULAZIONE DEL LATTE			FERMENTAZIONE dello zucchero			OSSERVAZIONI
			coagulazione	tempo	carat. del coa.	finosio	mannite	glucosio	
1	CASATI LUIGIA	(Coltura dal sangue)							
		Ab.lli (1)	—	—	–	. .	. .	. .	(1) Non si può fare la reazione degli zuccheri perchè non sviluppa affatto nel brodo cui è aggiunto raffinosio, mannite e glucosio. (2) + d. significa: fermentazione debolmente positiva.
		B giallo	+	5 giorni	comp	–	—	+ d. (2)	
		B bianco	+	4 giorni	comp	—	—	+	
		(Coltura del liquido cefalorachidiano)							
		B bianco	+	2 giorni	comp	—	—	+	
2	CAZZANIGA INNOCENZA	B giallo	—	20 giorni	gelatin	—	+ d.	+	
3	SANVITO AURELIA	Ab.lli (1)	—	—	–	. .	. .	. .	(1) Non nasce nel brodo con aggiunta di zucchero.
4	PROVETTONI MARIA	B giallo	+	1 giorno	comp	—	—	+	
5	EDRI EUGENIA	Astreptoc.	+	1 giorno	comp	— (1)	—	+	(1) Non è tipo streptococcico sicuro; si accosta piuttosto per la forma e la lunghezza degli elementi al tipo streptobacillare.
		B bianco	+	1 giorno	comp	-	—	+	
6	GALLARANI MARIA	Astreptoc.	+	1 giorno (1)	comp	+	—	+	(1) Dopo 6 ore già comincia la coagulazione.
7	TRENTAROSSI CAROLINA	(Coltura dal sangue)							(1) Dopo 6 ore comincia la coagulazione. (2) Non è tipo streptococcico sicuro; si accosta piuttosto per la forma e la lunghezza degli elementi al tipo streptobacillare. (3) Dopo 4-5 ore già comincia la coagulazione del latte.
		Astreptoc.	+	1 giorno (1)	comp	— (2)	—	+	
		B bianco	+	7 giorni	gelatin	–	—	+	
		(Coltura squame epidermiche)							
		B giallo	+	2 giorni	comp	–	+	+	
		(Coltura dalla milza)							
		Astreptoc.	+	1 giorno (3)	comp	+	—	+	
		B bianco	+	2 giorni	comp	–	—	+	

Tabella IV (*seguito*).

N.° d'ordine	Nome dell'ammalato	Tipo della coltura studiata	Coagulazione del l[atte]		
			coagulazione	tempo	ra[...] d co[...]
8	MARIOTTI Michele	Astreptoc.	+	1 giorno	co[...]
9	LUMINI Chiara	B bianco	—	—	
10	ROSSI Angiolina	Ab.lli (1)	—	—	
		Astreptoc.	+	1 giorno	co[...]
		B bianco	+	3 giorni	co[...]
11	NERONI Luigia	B bianco (coagulo)	+	15 giorni	get[...]
		B bianco (sedimen.)	+	14 giorni	co[...]
12	FANTONI Carolina	B bianco (coagulo)	+	25 giorni	gel[...]
		B bianco (sedimen.)	+	15 giorni (1)	co[...]
13	NATALI Angiola	Ab.lli (1)	—	—	
		B bianco	+	22 giorni	co[...]
14	ORTALLI Giuseppina	B bianco	+	3 giorni	co[...]
15	PRINA Gaetana	Ab.lli (1)	—	—	
		B giallo	+	6 giorni	geli[...]
16	SCHIODINI Rosa	Ab.lli (1)	—	—	
		Astreptoc.	+	1 giorno	co[...]
17	ANTONINI Luigia	Ab.lli	—	—	
		Astreptoc.	+	1 giorno	co[...]

ERMENTAZIONE dello zucchero			OSSERVAZIONI
)	mannite	glucosio	
(¹)	—	+	(¹) Forse trattasi di un tipo in via di trasformazione; infatti nelle successive generazioni la coltura passa rapidamente a B bianco.
	—	+	
	. .	. .	(¹) In brodo cui è aggiunto zucchero non nasce.
	—	+	
	—	+	
	—	+	
	—	+	
	—	+	(¹) Una seconda prova coagula dopo 9 giorni.
	—	+	
	. .	. .	(¹) Non nasce in brodo zuccherato.
	—	+	
	—	+	
	. .	. .	(¹) Non nasce in brodo zuccherato.
	—	+ d.	
	. .	. .	(¹) Non nasce in brodo zuccherato.
	—	+	
	—	+ d.	
d.	—	—	

Tabella IV (*seguito*).

N.° d'ordine	Nome dell'ammalato	Tipo della coltura studiata	Coagulazione del latte: coagulazione	tempo	carattere del coagulo	Fermentazione dello zucchero: raffinosio	mannite	glucosio	*Osservazioni*
8	MARIOTTI Michele	Astreptoc.	+	1 giorno	compatto	– (1)	—	+	(1) Forse trattasi di un tipo in via di trasformazione: infatti nelle successive generazioni la coltura passa rapidamente a B bianco.
9	LUMINI Chiara	B bianco	—	—	–	—	—	+	
10	ROSSI Angiolina	Ab.lli (1) Astreptoc. B bianco	— + +	— 1 giorno 3 giorni	– compatto compatto	. . + —	. . — —	. . + +	(1) In brodo cui è aggiunto zucchero non nasce.
11	NERONI Luigia	B bianco (coagulo) B bianco (sedimen.)	+ +	15 giorni 14 giorni	gelatinoso compatto	— —	— —	+ +	
12	FANTONI Carolina	B bianco (coagulo) B bianco (sedimen.)	+ +	25 giorni 15 giorni (1)	gelatinoso compatto	— —	— —	+ +	(1) Una seconda prova coagula dopo 9 giorni.
13	NATALI Angiola	Ab.lli (1) B bianco	— +	— 22 giorni	– compatto	. . —	. . —	. . +	(1) Non nasce in brodo zuccherato.
14	ORTALLI Giuseppina	B bianco	+	3 giorni	compatto	—	—	+	
15	PRINA Gaetana	Ab.lli (1) B giallo	— +	— 6 giorni	– gelatinoso	. . —	. . —	. . + d.	(1) Non nasce in brodo zuccherato.
16	CHIODINI Rosa	Ab.lli (1) Astreptoc.	— +	— 1 giorno	– compatto	. . +	. . —	. . +	(1) Non nasce in brodo zuccherato.
17	ANTONINI Luigia	Ab.lli Astreptoc.	— +	— 1 giorno	– compatto	— + d.	— —	+ d. —	

Tabella IV (*seguito*).

N.° d'ordine	Nome dell'ammalato	Tipo della coltura studiata	Coagulazione del l[...]		
			coagulazione	tempo	[...]
18	MADÈ Paolina	Astreptoc.	—	—	
19	ZIBALDI Rosa	Ab.lli	+ (¹)	25 giorni	ge[...]
		B bianco	+	9 giorni	ge[...]
20	VENERONI Rachele	Astreptoc.	+	1 giorno	co[...]
		B bianco	+	6 giorni	co[...]
21	ROVELLINI Angela	Astreptoc.	+	1 giorno	co[...]
		B bianco	+	12 giorni	gel[...]
22	BARZAGHI Giovanna	B bianco (¹)	+	13 giorni	gel[...]
23	VISCONTI Serafina	Ab.lli (¹)	+ (²)	8 giorni	gel[...]
		B bianco	+	18 giorni	gel[...]
24	PARMA Antonia	Ab.lli (¹)	—	—	
		Astreptoc.	+	1 giorno	co[...]
		B bianco	+	6 giorni	co[...]
		B giallo	+	15 giorni	co[...]

...rmentazione dello zucchero		Osservazioni
mannite	glucosio	
—	+	([1]) La eccezione del comportamento della coltura in latte si spiega perchè in questo mezzo, per quanto innestata abbondantemente da agar e da brodo con evidenti forme streptococciche, nasce scarsamente e col tipo streptobacillare a bacilli corti, alcuni contenenti anche figure sporali mediane o terminali (forme a chiodo).
—	+ d.	([1]) La ragione dell'eccezione sta in questo che nel latte accanto a gruppi di bacilli caratteristici, alcuni anche clavati, si vedono forme cocciche, a coppie, a cumuli, a corte catene. Forse per effetto del materiale di nutrizione nel trapianto in latte si è determinata la trasformazione della coltura e la conseguente coagulazione del mezzo, essendo puramente bacillare la matrice in sangue ed il relativo trapianto in agar.
—	+ d	
—	+	
—	+	
—	+	
—	+	
—	+	([1]) Non è stato possibile provare la forma streptococcica perchè non si riuscì mai separarla in coltura pura per la sua rapida trasformazione in B bianco.
. .	. .	([1]) Non nasce in brodo zuccherato.
—	+	([2]) Oltre ai bacilli caratteristici si vedono nel latte forme cocciche, ora riunite in catena, ora raccolti in gruppi alla cui presenza, dovuta probabilmente a una rapida trasformazione che i bacilli subiscono in questo mezzo, si deve la coagulazione del latte stesso.
. .	. .	([1]) Non nasce in brodo zuccherato.
—	+	
—	+	
—	+	

TABELLA IV (*seguito*).

N.° d'ordine	NOME DELL'AMMALATO	Tipo della coltura studiata	COAGULAZIONE DEL LATTE			FERMENTAZIONE dello zucchero			OSSERVAZIONI
			coagulazione	tempo	caratt… del coag…	…finosio	mannite	glucosio	
18	MADÈ Paolina	Astreptoc.	—	—		—	—		(¹) La eccezione del comportamento della coltura in latte si spiega perchè in questo mezzo, per quanto innestata abbondantemente da agar e da brodo con evidenti forme streptococciche, nasce scarsamente e col tipo streptobacillare a bacilli corti, alcuni contenenti anche figure sporali mediane o terminali (forme a chiodo).
19	ZIBALDI Rosa	Ab. lli	+ (¹)	25 giorni	gelatin…	-	—	+ d.	(¹) La ragione dell'eccezione sta in questo che nel latte accanto a gruppi di bacilli caratteristici, alcuni anche clavati, si vedono forme cocciche, a coppie, a cumuli, a corte catene. Forse per effetto del materiale di nutrizione nel trapianto in latte si è determinata la trasformazione della coltura e la conseguente coagulazione del mezzo, essendo puramente bacillare la matrice in sangue ed il relativo trapianto in agar.
		B bianco	+	9 giorni	gelatin…	—	—	+ d	
20	VENERONI Rachele	Astreptoc.	+	1 giorno	compatt…	+	—	+	
		B bianco	+	6 giorni	compatt…	—		+	
21	ROVELLINI Angela	Astreptoc.	+	1 giorno	compatt…	+	—	+	
		B bianco	+	12 giorni	gelatin…	—	—	+	
22	BARZAGHI Giovanna	B bianco (¹)	+	13 giorni	gelatin…	—	—	+	(¹) Non è stato possibile provare la forma streptococcica perchè non si riuscì mai separarla in coltura pura per la sua rapida trasformazione in B bianco.
23	VISCONTI Serafina	Ab.lli (¹)	+ (²)	8 giorni	gelatin…	..	..	..	(¹) Non nasce in brodo zuccherato. (²) Oltre ai bacilli caratteristici si vedono nel latte forme cocciche, ora riunite in catena, ora raccolti in gruppi alla cui presenza, dovuta probabilmente a una rapida trasformazione che i bacilli subiscono in questo mezzo, si deve la coagulazione del latte stesso.
		B bianco	+	18 giorni	gelatin…	—	—	+	
24	PARMA Antonia	Ab.lli (¹)	—	—	—	.	..	..	(¹) Non nasce in brodo zuccherato.
		Astreptoc.	+	1 giorno	compatt…	+	—	+	
		B bianco	+	6 giorni	compatt…	—	—	+	
		B giallo	+	15 giorni	compatt…	—	—	+	

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Tavola I.

Fig. 1. Barzaghi Gaetana. Amenza pellagrosa.
Fig. 2. Chiodini Rosa. Amenza pellagrosa febbrile. Quadro gravissimo e completo dal punto di vista somatico e psichico.
Fig. 3. Trentarossi Carolina. Amenza pellagrosa. Caso altrettanto grave del precedente, rimarchevole per la dermopatia diffusa, gravissima.
Fig. 4. La stessa del precedente; per la dimostrazione della dermatosi pellagrosa alle mani con desquamazione di grossi lembi epidermici.

Tavola II.

Fig. 5. Lumini Chiara. Melanconia pellagrosa.
Fig. 6. Prina Gaetana. Melanconia in pellagra sospetta.
Fig. 7. Natali Angela. Demenza pellagrosa. Vecchia pellagrosa con critema in atto.
Fig. 8. Antonini Luigia. Demenza pellagrosa con eritemi in atto.

Tavola III.

Fig. 9. Parma Antonia. Demenza pellagrosa con ricorrenti stati ipomaniacali. Eritemi in atto
Fig. 10. Veneroni Rachele. Imbecillità con pellagra.
Fig. 11. Parma Antonia. Rappresenta il tipo anormale dell'eritema alle mani a forma di guanto intiero ed a limite indeciso, sfumato, sull'avambraccio.
Fig. 12. Barzaghi Gaetana. Eritema pellagroso palmare.

Tavola IV.

Fig. 1. Chiodini Rosa. Amenza pellagrosa. 4° lav. sedimento, 1° agar 24 ore. Tipo bacillare, 1×1000.
Fig. 2. Id. Id. 2° lav. coagulo, 1° agar 24 ore. Tipo streptococcico, 1×1000.
Fig. 3. Edri Eugenia. 1° lav. coagulo, agar 24 ore. Tipo streptococcico, 1×1000.
Fig. 4. Id. Id. Id. Tipo stafilococcico bianco (B. bianco), 1×1000.
Fig. 5. Trentarossi Carolina. Amenza pellagrosa. Sangue. 1° lav. coagulo. Originale 24 ore. Tipo streptobacillare, 1×1000.
Fig. 6. Id. Id. Sangue. 1° lav. coagulo, 1° agar 24 ore. Tipo streptococcico, 1×1000.
Fig. 7. Id. Id. Sangue. 1° lav. coagulo, 1° sangue 24 ore. Tipo stafilococcico, 1×1000.
Fig. 8. Id. Id. Milza Agar 24 ore. Tipo streptococcico, 1×1000.
Fig. 9. Id. Id. Milza Originale in brodo. Tipo stafilococcico, 1×1000.

Tavola V.

Fig. 10. PRINA GAETANA. Melanconia in pellagra sospetta. 4° lav. coagulo, agar 24 ore. Tipo stafilococcico, 1 × 1000.

Fig. 11. Id. Id. 4° lav. coagulo, 1ª in sangue 24 ore. Tipo bacillare, 1 × 1000.

Fig. 12. LUMINI CHIARA. Melanconia pellagrosa. 2° lav. sedimento, agar 24 ore. Tipo stafilococcico, 1 × 1000.

Fig. 13. PROVETTONI MARIA. Malinconia in pellagra sospetta. 1° lav. sedimento, agar 24 ore. Tipo stafilococcico, 1 × 1000.

Fig. 14. ROSELLINI ANGELA. Melanconia pellagrosa. 2° lav. sedimento, agar 24 ore. Tipo stafilococcico, 1 × 1000.

Fig. 15. ORTALLI GIUSEPPINA. Melanconia pellagrosa. 3° lav. coagulo, agar 24 ore. Tipo stafilococcico, 1 × 1000.

Fig. 16. CAZZANIGA INNOCENZA. Demenza pellagrosa. 2° lav sedimento, agar 24 ore. Tipo stafilococcico, 1 × 1000.

Fig. 17. MADÈ PAOLINA. Melanconia pellagrosa. 3° lav. sedimento, originale brodo. Tipo bacillare, 1 × 1000.

Fig. 18. Id. Id. 4° lav. sedimento, 1° agar 24 ore. Tipo streptococcico, 1 × 1000.

Tavola VI.

Fig. 19. NATALI ANGELA. Demenza pellagrosa. *a*) 2° lav. sedimento, agar 24 ore. Tipo stafilococcico; *b*) 4° lav. coagulo, 1ª in sangue 24 ore. Tipo bacillare; *c*) Id. bacilli clavati, 1 × 1000.

Fig. 20. NERONI LUIGIA. Demenza pellagrosa. 2° lav. sedimento, agar 24 ore. Tipo stafilococcico, 1 × 1000.

Fig. 21. ZIBALDI MARIA-ROSA. Demenza pellagrosa. *a*) 4° lav. coagulo, agar 24 ore. Tipo stafilococcico; *b*) 4° lav. sedimento, agar 24 ore. Tipo bacillare, 1 × 1000.

Fig. 22. ANTONINI LUIGIA. Demenza pellagrosa con ricorrenti stati ipomaniacali. 4° lav. coagulo, 1° agar 24 ore. Tipo bacillare; alcuni bacilli con spezzettamento del protoplasma in masse cocciformi. 1 × 1000.

Fig. 23. Id. Id. 2° lav. sedimento, 1° agar 24 ore. Tipo pleomorfo con filamenti indivisi e corpi sporali, 1 × 1000.

Fig. 24. Id. Id. 2° lav. sedimento, agar 24 ore. Tipo stafilococcico, 1 × 1000.

Fig. 25. PARMA ANTONIA. Demenza pellagrosa con ricorrenti stati ipomaniacali. 2° lav. coagulo, 2° campione sangue, agar 24 ore. Tipo stafilococcico, 1 × 1000.

Fig. 26. Id. Id. 1° lav. coagulo, 2° campione sangue, agar 24 ore. Tipo bacillare con bacilli clavati, 1 × 1000.

Fig. 27. Id. Id. 2° lav. coagulo, 1° campione sangue, agar 24 ore. Tipo streptococcico, 1 × 1000.

Tavola VII.

Fig. 28. FANTONI CAROLINA. Demenza pellagrosa. 1ª presa di sangue dell'8 agosto 1912, quando presentava ancora il quadro della psicosi maniaco-depressiva, agar 24 ore. Tipo streptococcico. 1 × 1000.

Fig. 29. Id. Id. 2ª presa di sangue del 4 maggio 1915, quando lo stato demenziale è completo. 2° lav. coagulo, agar 24 ore. Tipo stafilococcico, 1 × 1000.

ERRATA CORRIGE

A pag. 252 nella spiegazione della fig. 24 invece di: *Tipo stafilococcico* leggi: *Tipo streptococcico.*

Nella Tavola 6ª i numeri delle figure vanno così corretti:

invece di 19 leggi 21
» 21 » 19
» 22 » 23
» 23 » 24
» 24 » 22
» 25 » 27
» 27 » 25

Nella Tavola 7ª i numeri delle figure vanno così corretti:

invece di 31 leggi 33
» 33 » 31

Fig. 30. Rossi Angiolina. Demenza pellagrosa. 2° lav. coagulo, 1° campione sangue, 1ª in sangue 24 ore. Tipo bacillare; alcuni bacilli col protoplasma diviso in blocchetti a forma streptococcica, 1 × 1000.

Fig. 31. Id. Id. 2° lav. coagulo, 1° campione sangue, agar 24 ore, da precedenti colture in sangue. Tipo streptococcico, 1 × 1000.

Fig. 32. Id. Id. 4° lav. sedimento, 1° campione sangue, originale in brodo dopo 4 giorni. Tipo stafilococcico. 1 × 1000.

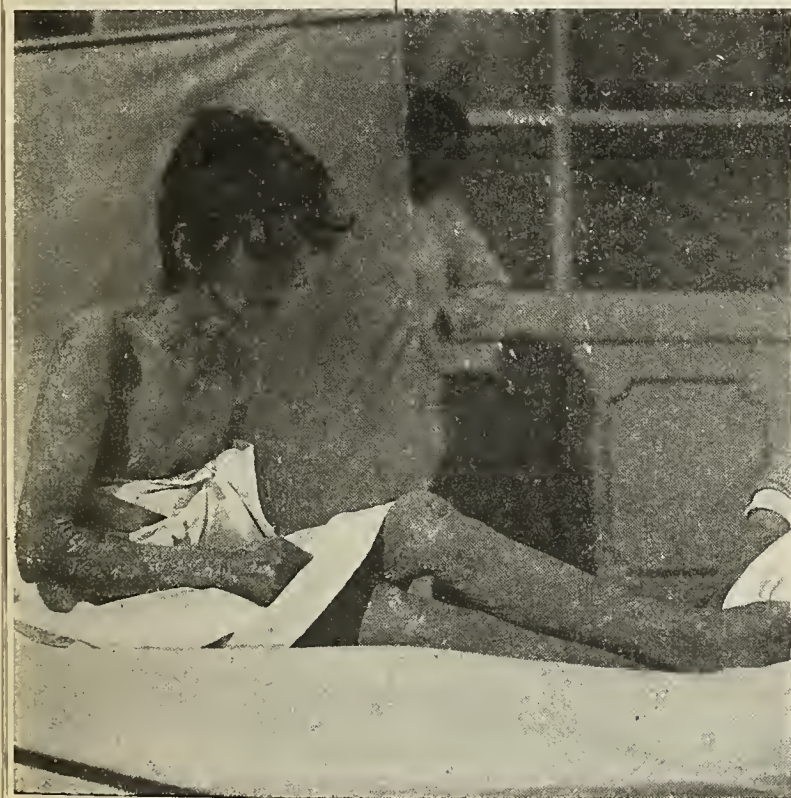
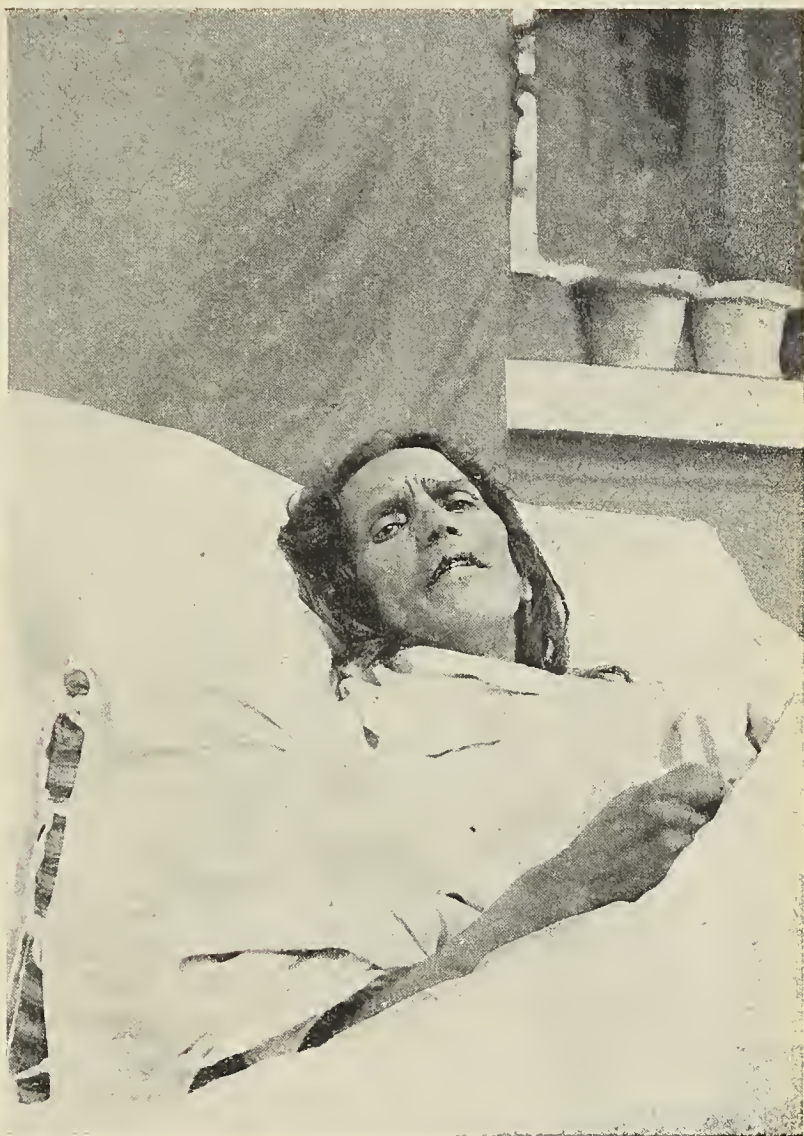
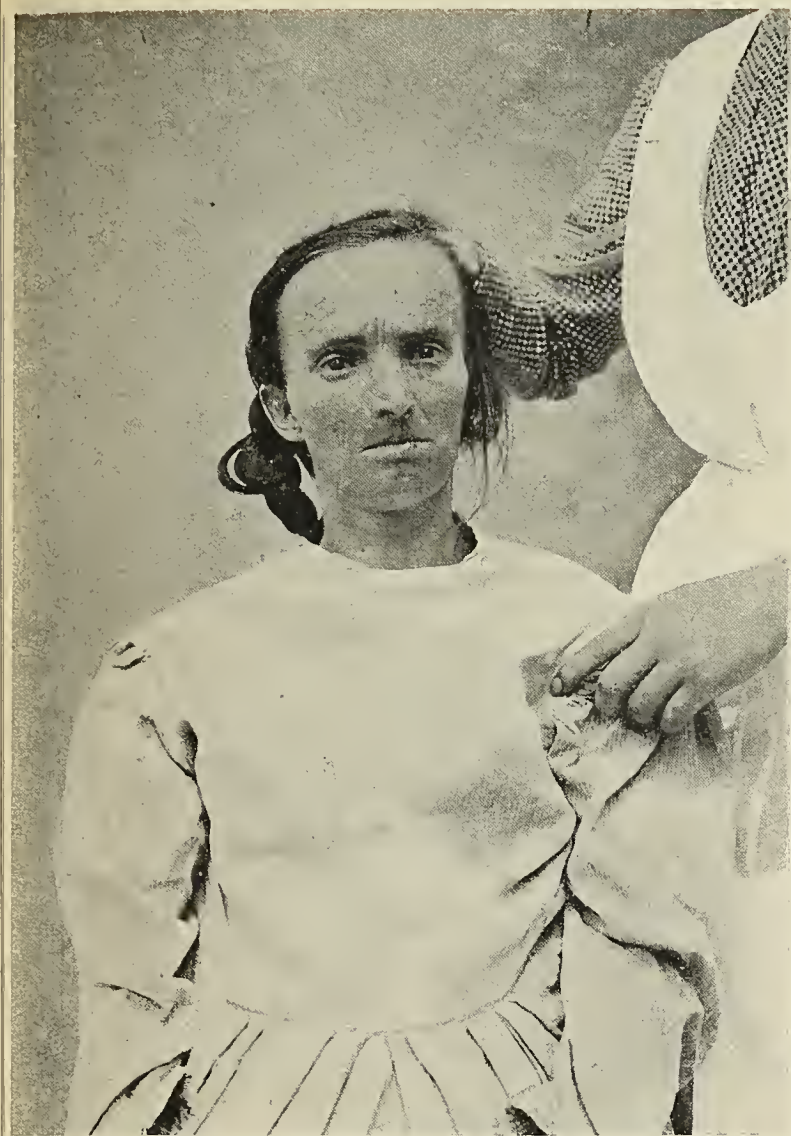
Fig. 33. Id. Id. 1° lav. coagulo, 2° campione sangue, agar 24 ore. Tipo bacillare.

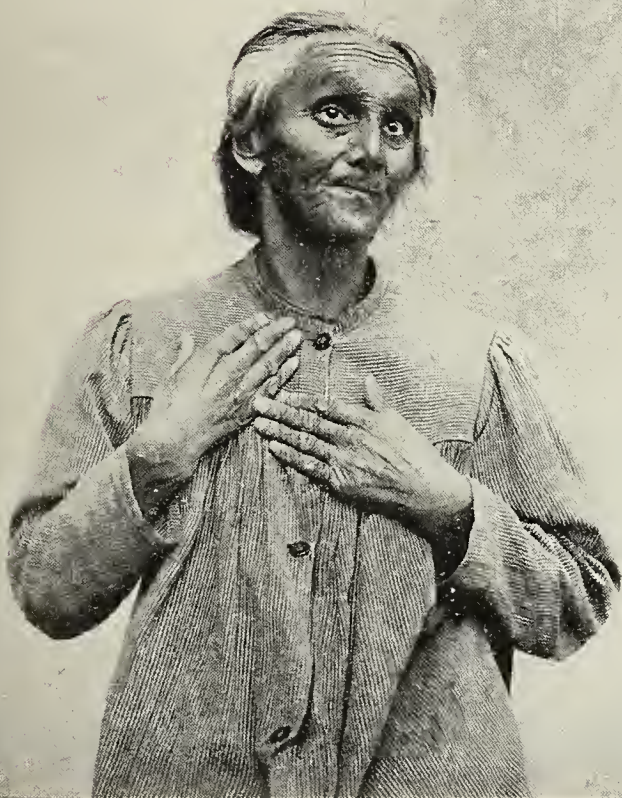
Fig. 34. Matwey (Russia-Bessarabia). Pellagra in atto. Presa del sangue del 24 luglio 1914, 2° lav. coagulo, agar 24 ore. Tipo bacillare stabile con b. clavati.

Fig. 35. Id. Id. La stessa coltura. Serie in sangue dopo il trapianto del 19 ottobre 1915, agar 24 ore. Tipo streptococcico, 1 × 1000.

Fig. 36. Mariotti Michele marito della Trentarossi Carolina. Pellagra non riacutizzata; forma lieve, 2° lav. sedimento, coltura in sangue 24 ore. Tipo streptococcico, 1 × 1000.

1 2

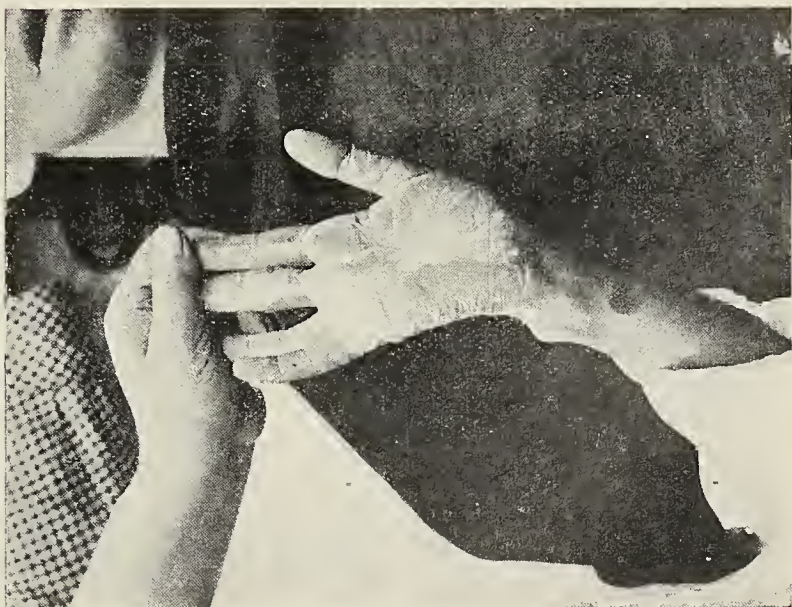
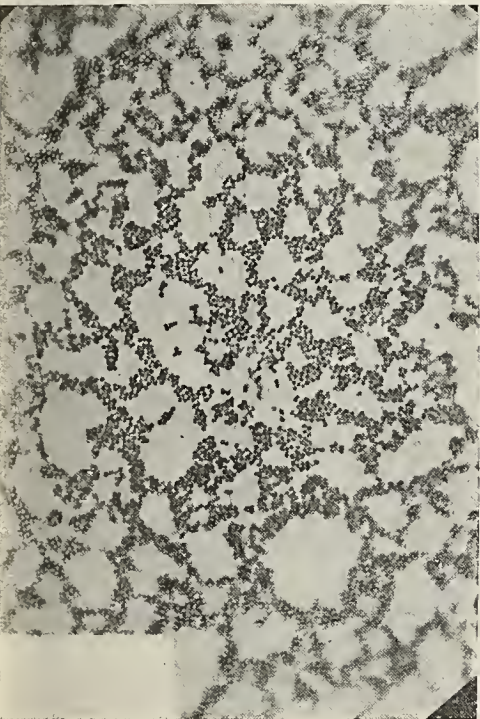
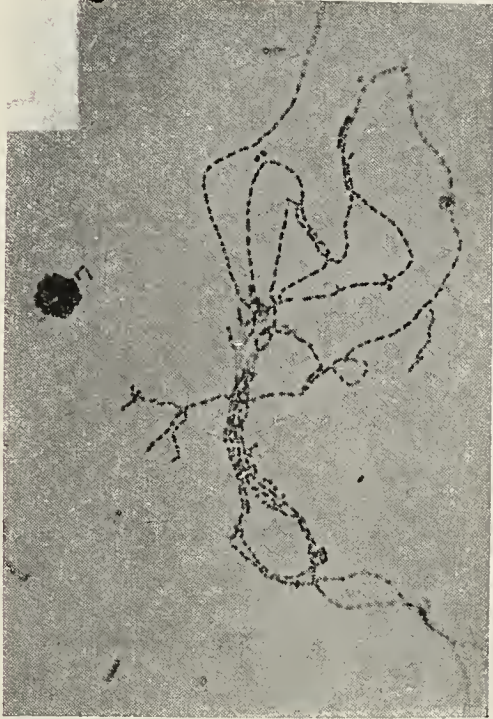
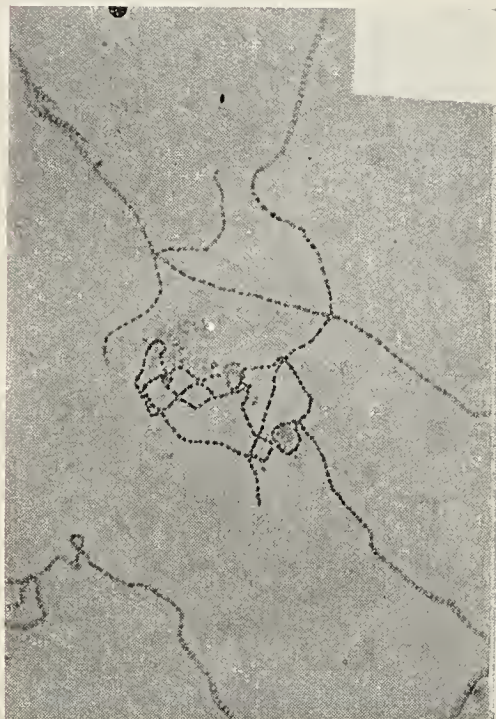
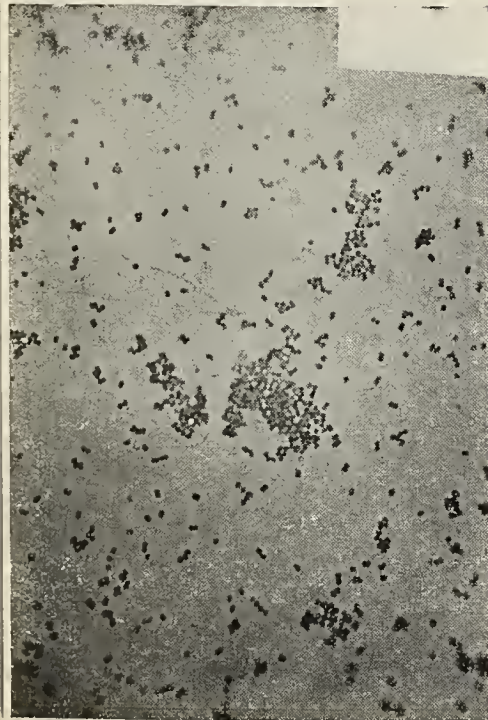
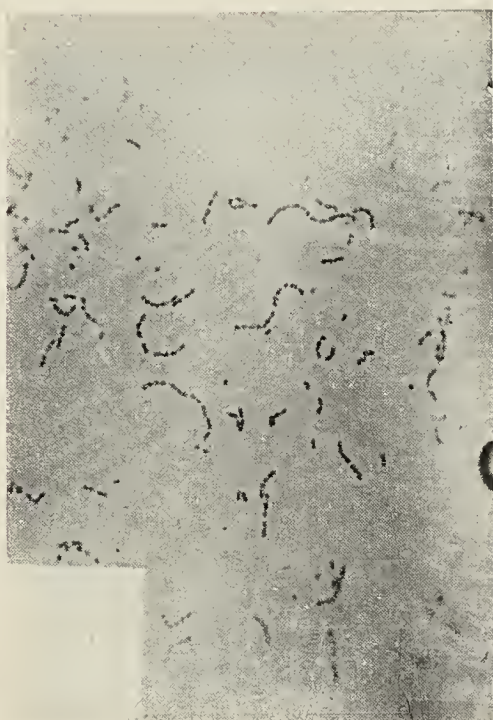
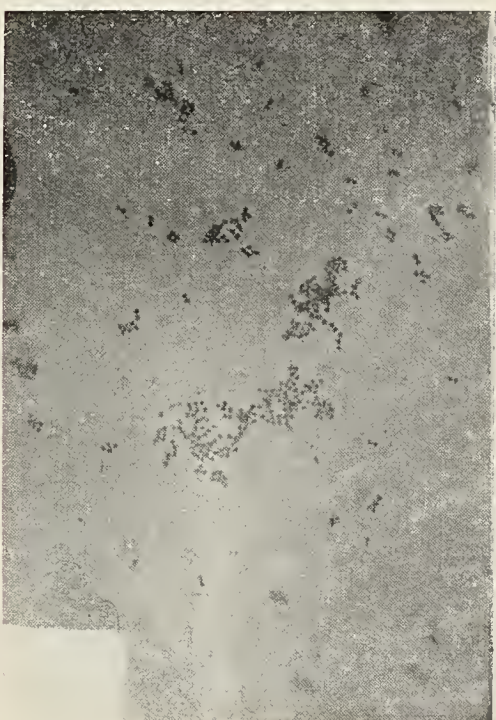
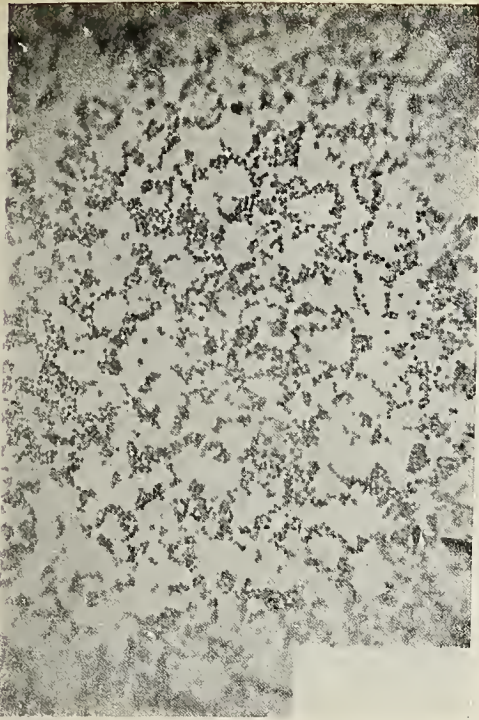
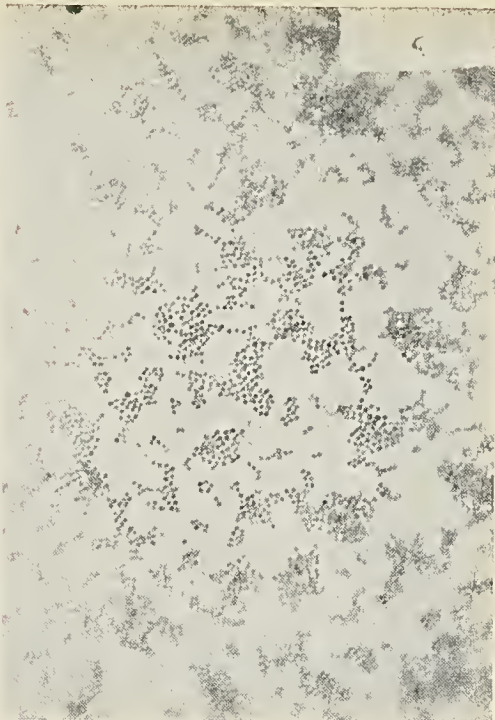
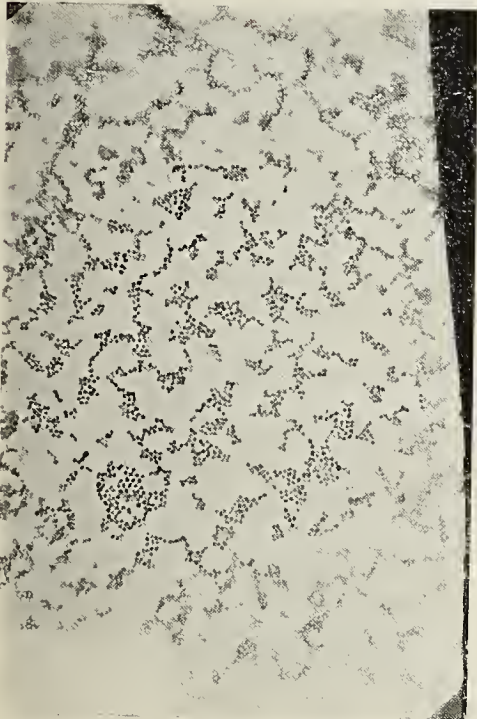
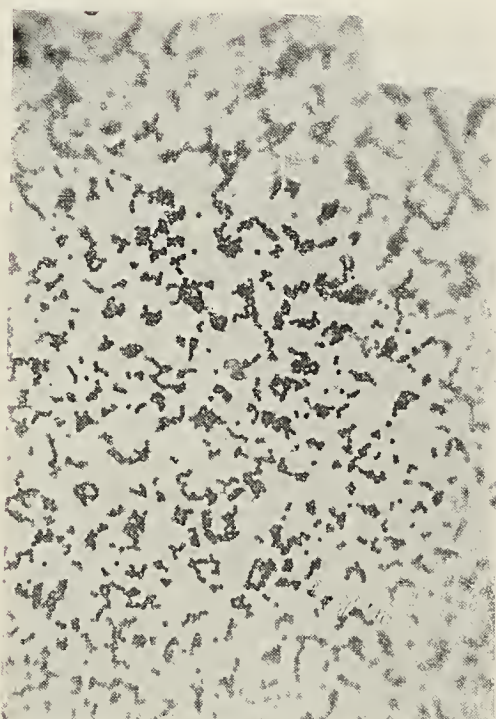
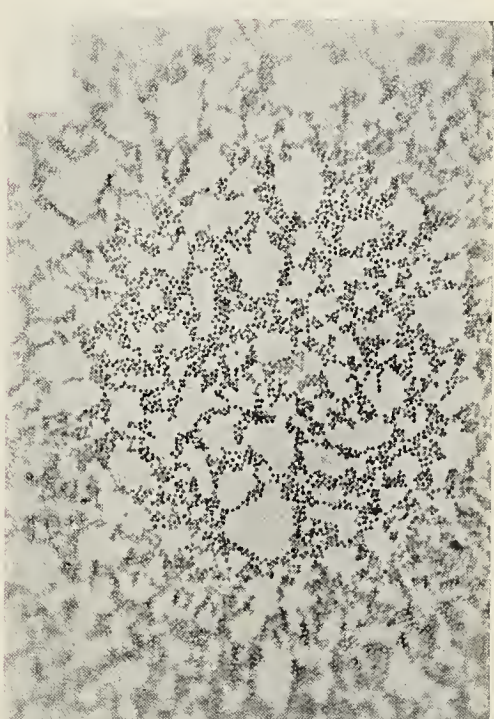
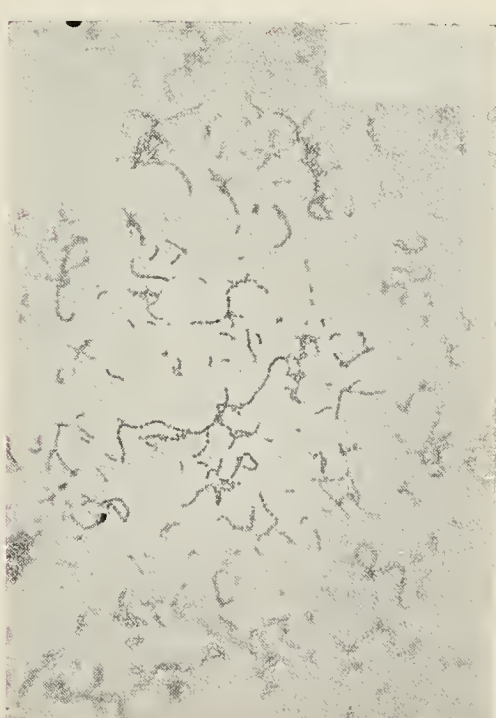
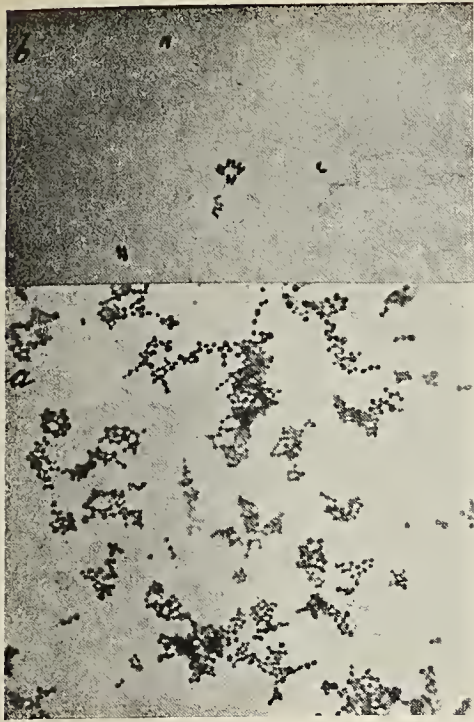
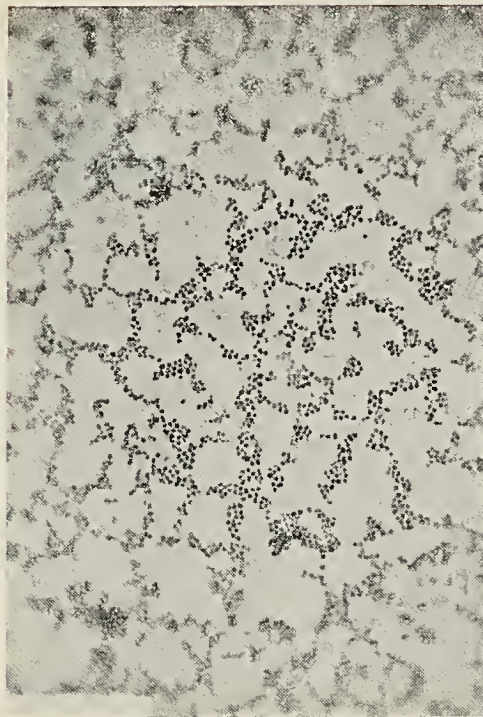
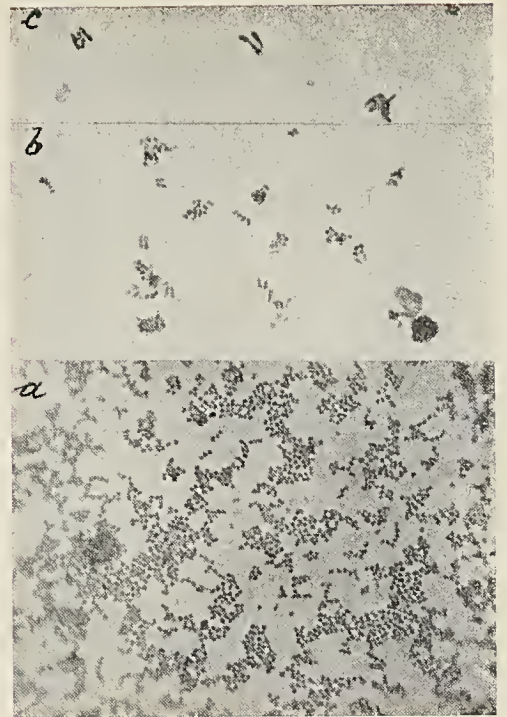
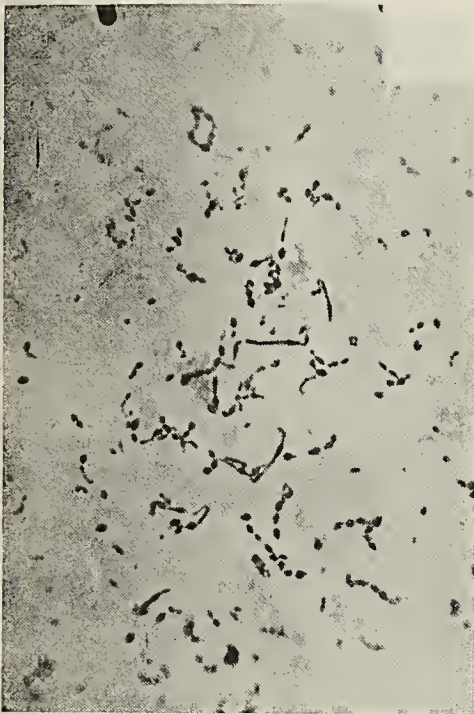
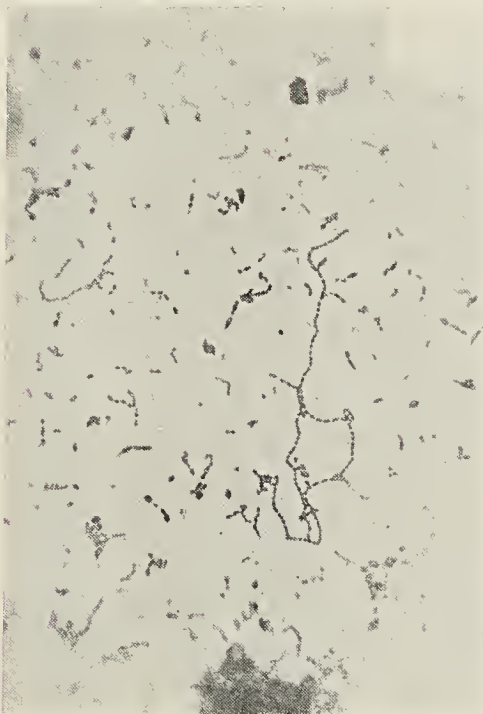
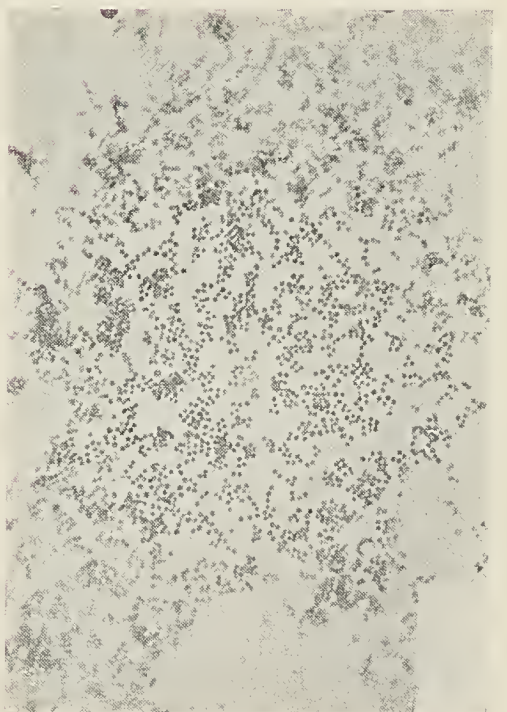
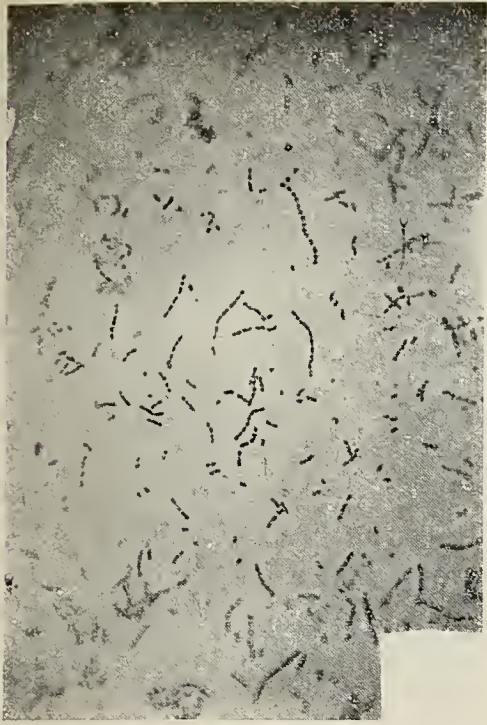
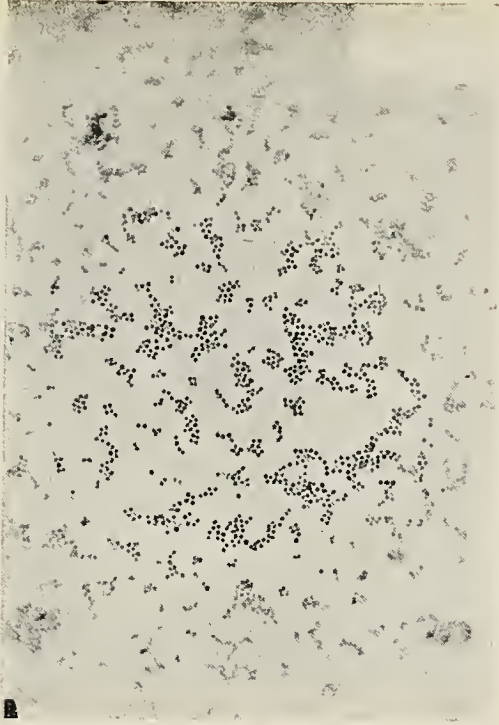
3 4

5

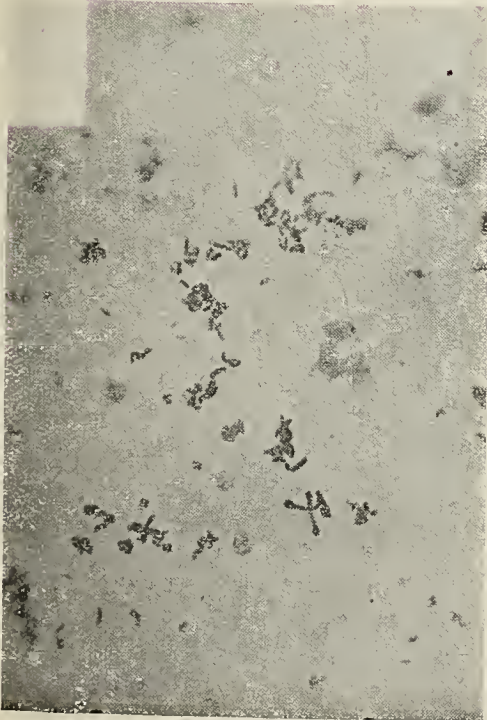
6

7

8

9

10

11

12

1
2
3
4
5
6
7
8
9

10 11 12

13 14 15

16 17 18

19 20 21

22 23 24

25 26 27

28 29 30

31 32 33

34 35 36

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI. Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I-XXVI. (1892-1918). Fasc. 4°, Sem. 1°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XXVI. (1892-1917). Fasc. 7°-10°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XII. Fasc. 5.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-6.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. 10; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino e Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa e Napoli.*

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
(Anno CCCXIV 1917)
Serie Quinta — Volume XII — Fascicolo VI.

ARISTIDE STEFANI

NERVI REGOLATORI DEL RICAMBIO

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI
1918

Nervi regolatori del ricambio.

Memoria del Socio ARISTIDE STEFANI

presentata nella seduta del 3 giugno 1917.

1. — Premesse.

In questa Memoria mi propongo di riassumere e di coordinare gli studî fatti nel mio Istituto sulla innervazione del ricambio.

Prima che io mi dedicassi a questi studî, parecchi fatti erano stati osservati intorno all'azione del sistema nervoso sul ricambio: ma la glicosuria consecutiva a lesioni dei centri nervosi, al taglio ed alla stimolazione di nervi era considerata come conseguenza di alterazioni circolatorie; dubbio era, come lo è tuttora, il significato degli innalzamenti di temperatura che succedono a lesioni dell'encefalo, e molte e serie obbiezioni venivano sollevate contro la dottrina dei nervi trofici.

La prova della esistenza di nervi che regolano direttamente il ricambio, e più precisamente il ricambio generale, è stata data dalle ricerche dei miei assistenti, i fratelli Cavazzani, nel 1892, colle quali fu dimostrato che nel plesso celiaco si trovano fibre nervose, le quali stimolate producono la trasformazione del glicogene epatico in glucosio, indipendentemente da qualunque azione vasomotoria [1].

[1] Fratelli Cavazzani, *Le funzioni del pancreas ed i loro rapporti colla patogenesi del diabete*. Venezia, Nodari, 1892, pag. 168 e seg.; idem, *Sulla funzione glicogenica del fegato*, Annali di chimica e di farmacologia, fascicolo di marzo, 1894; idem, *Sur les cause de l'iperglicémie relativemente a la pathogenie du diabète*. Arch. ital. de biologie, t. XIX, 1893.

Benchè forse superfluo, credo bene di notare che i nervi producenti la trasformazione del glicogene epatico in glucosio, mentre appartengono alla categoria dei nervi secretori, sono anche regolatori del ricambio per la importanza del glucosio del sangue nel ricambio generale; precisamente come il nervo frenico è, nello stesso tempo, nervo motore e nervo respiratorio.

Le ricerche dei Cavazzani presero le mosse dalla supposizione che il diabete consecutivo alla asportazione del pancreas, dimostrato da v. Mering e Minkowski (¹), riconoscesse la sua origine in lesioni irritative del plesso celiaco, inevitabili in simile operazione.

Allo stato odierno delle cognizioni, è invece da ritenersi che il diabete consecutivo alla asportazione del pancreas sia dovuto alla mancanza del pancreas, come aveano ammesso v. Mering e Minkowski; ma la supposizione che esso potesse dipendere da irritazione del plesso celiaco, è stata pienamente giustificata dalla scoperta dei nervi glicosecretori, con la quale furono portati anche dei contributi di fondamentale importanza alla dottrina della glicogenesi epatica.

2. — Nervi glicosecretori.

I fratelli Cavazzani dimostrarono che in seguito alla stimolazione del plesso celiaco;

a) aumenta la percentuale del glucosio nel sangue delle vene sovraepatiche;

b) diminuisce nel fegato il glicogene e si produce glucosio in quantità corrispondente;

c) le cellule epatiche perdono il glicogene in esse accumulato.

E in base a questi fatti essi conclusero, *che il plesso celiaco contiene fibre nervose, la cui eccitazione stimola le cellule epatiche, determinando lo svolgimento in esse di un'attività, in virtù della quale il glucogene accumulato viene trasformato in glucosio.*

*
* *

La dimostrazione, che in seguito alla stimolazione del plesso celiaco aumenta la percentuale del glucosio nel sangue delle vene sovraepatiche, è stata fatta dai fratelli Cavazzani dosando, nei cani, la quantità di glucosio che il detto sangue contiene prima e dopo la stimolazione del plesso celiaco (²).

I cani venivano anestizzati col cloralio, quindi si apriva ad essi il ventre e si mettevano allo scoperto le vene sovraepatiche ed il plesso celiaco. Per estrarre il sangue, nelle prime esperienze, si praticava un'incisione in una vena sovraepatica e si introduceva attraverso la stessa una cannula che rimaneva in sito senza legatura; ma nelle esperienze successive si lasciò da parte la cannula e si raccolse il sangue direttamente dalla incisione praticata nella vena, incisione che veniva chiusa, durante la stimolazione del plesso, mediante una pinza emostatica, senza interrompere il corso del sangue attraverso la vena; e ciò per turbare il meno possibile la circolazione del sangue attraverso il fegato.

(¹) von Mering u. Minkowski, *Diabetis mellitus nach Pancreasextirpation*, Arch. f. exper. Pathol. u. Pharmacologie, B. XXVI, 1889

(²) Fratelli Cavazzani, lavori sopracitati, vedi specialmente: *Sulla funzione glicogenica del fegato*. Annali etc.

La stimolazione del plesso celiaco era fatta con corrente indotta, applicando lo stimolatore elettrico, in congiunzione con la slitta di Du Bois-Reymond, direttamente sul detto plesso. L'intensità della corrente era piuttosto forte, tale da poter essere appena tollerata dalla punta dalla lingua. La stimolazione durava 2-5 minuti. Il dosamento del glucosio fu fatto col metodo del Fehling, previa dealbuminazione del sangue.

I cani sottoposti a queste ricerche sono stati in numero di dieci; ed i risultati da esse ottenuti sono riassunti nella seguente tabella:

Numero progressivo	Glucosio nel sangue sovraepatico	
	prima della stimolazione del plesso celiaco	dopo la stimolazione del plesso celiaco
I	1,32 °/₀₀	2,22 °/₀₀
II	0,69 »	3,51 »
III	0,25 »	1,35 »
IV	traccie »	1,14 »
V	1,30 »	1,61 »
VI	1,26 »	1,41 »
VII . . .	0,83 »	2,10 »
VIII . . .	0,77 »	1,46 »
IX	traccie »	0,40 »
X	0,25 »	0,91 »
Media	0,70 °/₀₀	1,61 °/₀₀

Questi risultati sono evidentemente concordi nel dimostrare che *in seguito alla stimolazione del plesso celiaco aumenta la percentuale del glucosio nel sangue delle vene sovraepatiche*, e *quindi che il fegato*, *in causa della detta stimolazione*, *produce glucosio che passa nel sangue.*

***

Era logico il supporre che il glucosio versato dal fegato nel sangue provenisse da saccarificazione del glicogene epatico, ma non era facile il provarlo.

Per averne la prova i fratelli Cavazzani [1], in una prima serie di ricerche, dosarono la quantità di glucosio e di glicogene contenuta nel fegato prima e dopo la stimolazione del plesso celiaco, asportando dal cane vivente un pezzo di fegato, del peso di 5-6 gr., prima di fare la detta stimolazione, ed asportandone un altro, presso a poco dello stesso peso, dopo di avere fatta la stimolazione.

Onde diminuire l'emorragia del fegato, innanzi di fare la prima asportazione, si praticarono attraverso il fegato due legature e si escise poi il fegato compreso fra le stesse.

[1] Fratelli Cavazzani, *Sulla funzione glicogenica del fegato,* Annali di chimica e di farmacologia, 1894.

Queste legature non erano necessarie prima della seconda asportazione, perchè dopo di questa l'animale veniva abbandonato.

Ciascun pezzo di fegato, appena esciso, veniva gettato nell'acqua bollente, dove lo si lasciava per 20 minuti circa; e quindi veniva levato dalla stessa e triturato in un mortaio con polvere di vetro. La poltiglia, così ottenuta, era messa a bollire nell'acqua per 20 minuti, quindi si filtrava, si triturava di nuovo il residuo solido, e lo si metteva nuovamente a bollire. Queste operazioni si ripetevano finchè il liquido filtrato non dava più reazione alla tintura di iodio, vale a dire, fino a quando si doveva ritenere che tutto il glicogene fosse stato estratto dall'acqua bollente. Si mescolavano allora tutti i liquidi appartenenti ad un pezzo di fegato formando un liquido solo, e tutti i liquidi appartenenti all'altro pezzo formandone un secondo, e si dosava prima il glucosio e poi il glicogene contenuti in ciascuno dei due liquidi. Il glucosio fu dosato col metodo del Fehling ed il glicogene con la inversione.

Queste ricerche sono state in numero di *cinque*; e tutte hanno dimostrato che *in seguito alla stimolazione del plesso celiaco diminuisce nel fegato il glicogene ed aumenta contemporaneamente il glucosio*; siccome risulta dalla seguente tabella:

Numero progressivo	Glicogene per cento di fegato		Glucosio per cento di fegato		Differenza prodotta dalla stimolazione nella quantità del	
	prima della stimolazione	dopo la stimolazione	prima della stimolazione	dopo la stimolazione	glicogene	glucosio
I	2,988	1,857	0,550	0,930	— 1,131	+ 0,380
II	1,751	0,989	0,281	0,329	— 0,762	+ 5,048
III	2,530	1,961	0,174	0,455	— 0,569	+ 0,281
IV	1,670	0,778	0,081	0,149	— 0,822	+ 0,068
V	3,988	2,301	0,523	0,833	— 1,647	+ 0,310
Media	2,585	1,577	0,322	0,539	— 0,986	+ 0,223

Secondo questi risultati, la quantità di cui si trovò diminuito il glicogene è stata sempre maggiore di quella di cui si trovò aumentato il glucosio, e così doveva essere. anche se la quantità di glucosio che nel fegato si formava, corrispondeva esattamente alla quantità di glicogene che dal fegato scompariva, perchè nell'animale vivente il glucosio, di mano in mano che si forma, viene asportato dalla corrente del sangue.

Ma per provare che il glucosio formatosi nel fegato derivava da trasformazione del glicogene, non bastava dimostrare che l'aumento del glucosio si accompagnava a diminuzione del glicogene, bisognava anche dimostrare che la quantità di cui il glucosio aumentava, corrispondeva a quella di cui il glicogene diminuiva; e per ottenere questa prova era necessario di sperimentare su fegati sottratti alla circolazione, nei quali il glucosio formatosi non potesse essere dal sangue asportato.

Perciò, i fratelli Cavazzani fecero una seconda serie di ricerche, in cui il glicogene ed il glucosio del fegato, prima e dopo la stimolazione, furono dosati in cani

di recente uccisi, nei quali la circolazione era soppressa, e nei quali era da ritenersi che fosse conservata l'attitudine funzionale del fegato di trasformare il glicogene in glucosio, in seguito alla stimolazione del plesso celiaco.

In questi animali, tutto il glucosio, che si formava nel fegato per opera della stimolazione del plesso celiaco, dovea nel fegato rimanere; e se esso non riconosceva altra origine che quella del glicogene, la quantità complessiva degli idrati di carbonio (glicogene + glucosio), contenuta nel fegato prima della stimolazione del plesso celiaco, dovea essere eguale alla quantità complessiva degli idrati di carbonio (glicogene + glucosio) contenuta nel fegato dopo la stimolazione.

Quattro sono state le esperienze eseguite, ed i risultati delle stesse sono riassunti nella seguente tabella:

Numero progressivo	Glicogene per cento di fegato		Glucosio per cento di fegato		Quantità complessiva degli idrati di carbonio calcolata in glucosio		Differenza
	prima della stimolazione	dopo la stimolazione	prima della stimolazione	dopo la stimolazione	prima della stimolazione	dopo la stimolazione	
I	1,96	1,11	0,68	1,60	2,82	2,82	0
II	0,35	0,16	0,27	0,62	0,65	0,79	+ 0,14
III	3,49	2,89	0,37	0,64	4,10	3,80	— 0,30
IV	0,29	0,17	0,17	0,32	0,49	0,51	+ 0,02
Media	1,52	1,08	0,37	0,79	2,01	1,98	— 0,03

Secondo questa tabella, nelle esperienze I e IV, la quantità complessiva degli idrati di carbonio dopo la stimolazione fu trovata eguale, o quasi, alla quantità complessiva degli idrati di carbonio prima della stimolazione. Nelle esperienze II e III fra le due quantità fu trovata invece una piccola differenza; ma siccome questa differenza, oltre ad essere piccola, nella esperienza II è stata in più e nella esperienza III è stata in meno, così parmi che i Cavazzani fossero pienamente autorizzati a considerarla come effetto di errori sperimentali, inevitabili in simili ricerche. E perciò, in base alle dette esperienze devesi concludere, *che la somma degli idrati di carbonio, nel fegato di cane appena ucciso, dopo la stimolazione del plesso celiaco rimane eguale a quella degli idrati di carbonio prima della detta stimolazione, e quindi che il glucosio che si forma nel fegato sotto la stimolazione del plesso celiaco deriva esclusivamente dal glicogene preesistente nel fegato.*

Simile conclusione non può essere infirmata dal dubbio che il glicogene possa essere distribuito nel fegato in modo non uniforme, perchè il Seegen prima, e poi anche i fratelli Cavazzani [1] dimostrarono che la distribuzione di esso è approssimativamente eguale nelle varie parti del fegato.

[1] Fratelli Cavazzani, *Sulla funzione glicogenica del fegato*, Annali di chimica e di farmacologia, 1894.

***

Essendo noto che il glicogene si trova accumulato nelle cellule epatiche, E. Cavazzani cercò [1], se per mezzo di osservazioni microscopiche si potevano ottenere dei dati che convalidassero la perdita del glicogeno da parte delle stesse sotto la stimolazione del plesso celiaco; e trovò che le cellule epatiche, dopo la detta stimolazione, sono più piccole, con contorni meno distinti, e che esse si colorano meno intensamente sotto l'azione della soluzione iodo-iodurata. Simili risultati depongono evidentemente nel senso, che sotto la stimolazione del plesso celiaco le cellule epatiche perdono il glicogene in esse accumulato (figg. 1 e 2).

Fig. 1. — Cellule epatiche di cane normale (Cavazzani).

***

Date le attuali cognizioni, la trasformazione del glicogene epatico in glucosio, sotto la stimolazione del plesso celiaco, dimostrata dai Cavazzani, non potrebbe avvenire che per azioni vasomotorie, delle fibre nervose stimolate, sui vasi del fegato, o per un'azione diretta di dette fibre sulle cellule epatiche, eccitante un'attitudine saccarificante di queste.

La possibilità di una trasformazione del glicogene epatico in glucosio per azioni vasomotorie era stata ammessa dal Bernard, secondo il quale la glucosuria consecutiva alla puntura del quarto ventricolo era dovuta ad un fermento che si originava nel fegato in seguito ad aumentato afflusso di sangue, fermento che determinava la trasformazione del glicogene epatico in glucosio [2]. E appunto in considerazione di

[1] E. Cavazzani, *Ueber die Veränderungen der Leberzellen während der Reizung des Plexus caeliacus*, Archivio di Pflüger, B. 57, 1894.

[2] Cl. Bernard, *Leçons sur le diabéte*, pag. 388 e seg. Paris, 1877. Vedi anche Pflüger, *Das Glycogen*, Archivio di Pflüger, B. 96, 1903, pag. 315.

questa possibilità, i Cavazzani, nell'estrarre il sangue dalle vene sovraepatiche per dosarne il glucosio, ebbero cura, siccome ho detto, di evitare, per quanto era possibile, una stasi nella circolazione del fegato.

Ma una origine fermentativa del glucosio formatosi nel fegato sotto la stimolazione del plesso celiaco non si accordava con la rapidità con cui il detto glucosio si formava; ed una origine vasomotoria di esso rimaneva esclusa, in via generale, dal fatto, che la stimolazione del plesso celiaco produceva la trasformazione del glicogene epatico in glucosio, anche dopo la morte dell'animale, quando non si potevano più produrre disturbi circolatori, essendo la circolazione soppressa.

Fig. 2. — Cellule epatiche dello stesso cane, dopo di avere stimolato per 10 minuti il plesso celiaco (Cavazzani).

E così, della trasformazione del glicogene epatico in glucosio sotto la stimolazione del plesso celiaco, non rimaneva possibile altra causa che una eccitazione delle cellule epatiche, prodotta dalle fibre nervose del plesso celiaco; e l'origine del glucosio epatico, sotto la stimolazione del plesso celiaco, da questa eccitazione delle cellule epatiche fu esplicitamente ammessa dai Cavazzani, che paragonarono l'azione del plesso celiaco sul fegato a quella della corda del timpano sulla ghiandola sottomascellare.

Nel 1894, Morat e Dufour [1], senza conoscere i lavori dei Cavazzani, dimostrarono che lo stimolo dello splancnico, le cui fibre, come è noto, concorrono alla formazione del plesso celiaco, produce aumento di glucosio nel sangue, e spiegarono il fatto nello stesso modo dei Cavazzani, ammettendo cioè che il detto nervo contenesse fibre le quali eccitavano direttamente l'attitudine delle cellule epatiche di trasfor-

[1] Morat e Dufour, *Les nerfs glycosecreteurs*, Arch. d. physiol. norm. et pathol., 1894.

mare in glucosio il glicogene in esse contenuto, e con parola assai bene appropriata, denominarono queste fibre: *fibre glicosecretorie.*

Ma la Memoria dei fisiologi di Lione è di due anni posteriore a quella dei fratelli Cavazzani, e mentre Morat e Dufour si limitarono a dimostrare che l'eccitazione dello splancnico fa aumentare il glucosio nel sangue arterioso, i Cavazzani dimostrarono che la stimolazione del plesso celiaco fa aumentare il glucosio nel sangue delle vene sovraepatiche, e che il glucosio versato dal fegato nel sangue deriva da trasformazione del glicogene epatico.

Il merito della priorità nella scoperta dei nervi glicosecretori spetta quindi ai Cavazzani, e ciò fu riconosciuto anche dai fisiologi francesi (1).

3. — Nervi glicoinibitori.

Visto che la eccitazione del plesso celiaco determina la trasformazione del glicogene epatico in glucosio, e che secondo le esperienze di Morat e Dufour le fibre glicosecretorie sono date al plesso celiaco dallo splancnico, era logico cercare, se e quale azione sulla glicogenesi epatica spiegasse il vago, il quale collo splancnico concorre a formare il plesso celiaco. Questa ricerca fu tentata dal mio aiuto, B. Vasoin, nel 1903, seguendo una via affatto diversa da quella che era stata seguita dai Cavazzani nella ricerca dei nervi glicosecretori (2).

Egli mosse dal fatto, generalmente riconosciuto, che nelle rane ibernanti, in seguito al risveglio, prodotto dall'innalzamento della temperatura ambiente, si verifica una rapida e notevole diminuzione del glicogene epatico, e cercò, se la perdita del glicogene epatico, determinata dal risveglio, si verificasse nelle rane vagotomizzate in quantità eguale o diversa da quella con cui si verifica nelle rane normali; e più precisamente egli cercò quale fosse, nelle une e nelle altre, la perdita in peso del fegato, quale la perdita assoluta di glicogene, e quale la perdita di questo in relazione al peso del fegato.

Se la perdita del glicogene epatico nelle rane vagotomizzate fosse stata eguale a quella delle rane normali, ciò avrebbe significato che il vago non prende parte ai processi per cui il glicogene epatico viene trasformato, e rispettivamente, se fosse stata minore, ciò avrebbe significato che il vago eccitava i detti processi, e se fosse stata maggiore che li inibiva.

Le ricerche del Vasoin furono eseguite nel modo che segue.

Le rane ibernanti, appena portate in Laboratorio, erano divise in sei gruppi formati ciascuno di 5-6 rane. Alle rane di tre gruppi si tagliavano i vaghi, e così si avevano tre gruppi di rane vagotomizzate e tre gruppi di rane normali.

Un gruppo di rane normali ed un gruppo di rane vagotomizzate, presso a poco dello stesso peso, erano lasciati, per due o tre giorni, alla temperatura dell'ambiente

(1) Martz, *Physiologie du foie.* Paris, 1898, pag. 67.

(2) B. Vasoin, *Sul glicogene epatico delle rane ibernanti e sulle sue modificazioni quantitative in seguito ad aumento rapido della temperatura nelle rane normali e nelle rane vagotomizzate,* Sperimentale, 1903.

invernale; un secondo gruppo di rane normali ed un secondo gruppo di rane vagotomizzate erano collocati in una stanza riscaldata a 20°, ed ivi lasciati per 24 ore; un terzo gruppo di rane normali ed un terzo gruppo di rane vagotomizzate erano collocati nella stessa stanza riscaldata a 20°, ma ivi lasciati per 48 ore, anzichè per 24 ([1]).

Passato il tempo stabilito, le rane venivano decapitate; si levavano subito ad esse i fegati mettendo assieme i fegati delle rane dello stesso gruppo, e formando così altrettanti gruppi di fegati quanti erano stati quelli delle rane; si determinava il peso di ciascuno di questi gruppi, e quindi il peso medio di ciascun fegato e si procedeva quindi al dosamento del glicogene in essi contenuto.

Questo dosamento è stato fatto col metodo seguìto dai Cavazzani, estraendo cioè il glicogene con l'acqua bollente, previa triturazione, sottoponendo il glicogene estratto alla inversione e dosando lo zucchero, così ottenuto, col metodo del Fehling.

Da queste esperienze del Vasoin è risultato:

1°) che per il taglio dei vaghi, nelle rane lasciate alla temperatura bassa della stagione invernale, non si verifica alcun mutamento nè nella quantità del glicogene contenuto nel fegato, nè nel peso del fegato;

2°) che in seguito al risveglio, nelle rane vagotomizzate, il glicogene epatico diminuisce in proporzione notevolmente maggiore che nelle rane normali.

Nelle rane vagotomizzate, rimaste nella stanza calda per 24 ore, la diminuzione del glicogene epatico, per grammo di fegato, è stata di 38 milligr. circa, e nelle rane vagotomizzate, rimaste nella stanza stessa per 48 ore, è stata di milligr. 41; mentre nelle rane normali, rimaste nella stessa stanza per 24 ore, è stata di milligr. 10 e nelle rane normali, rimaste nella stessa stanza per 48 ore, è stata di milligr. 15;

3°) che in seguito al risveglio, il peso del fegato, nelle rane vagotomizzate, diminuisce in proporzione molto maggiore che nelle rane normali.

Nelle rane vagotomizzate, rimaste nella stanza calda per 24 ore, la diminuzione è stata, per fegato, da grammi 1,644 a grammi 0,848; vale a dire di 79 centigr., e nella proporzione come da 100 a 52; mentre nelle rane normali, rimaste nella stanza stessa per 24 ore, è stata, per fegato, da grammi 1,385 a grammi 1,169; vale a dire di centigr. 21, e nella proporzione da 100 a 84.

Nelle rane vagotomizzate, rimaste nella stanza calda per 48 ore, la diminuzione del peso del fegato è stata per fegato da gr. 1,644 a gr. 0,836 cioè di centigr. 80, e nella proporzione come da 100 a 49; e nelle rane normali corrispondenti è stata da gr. 1,385 a gr. 0,964 vale a dire di centigr. 42 e nella proporzione da 100 a 67.

In base a questi fatti, il Vasoin concluse, e parmi che non si potesse concludere diversamente, *che il vago inibisce la trasformazione del glucosio epatico, promossa dall'innalzamento della temperatura*, e *quindi che esso contiene fibre nervose glicoinibitorie*.

([1]) Ho motivo di ritenere che la temperatura a cui erano realmente esposte le rane in queste ricerche fosse di qualche grado inferiore a 20°; e ciò perchè 20° era la temperatura segnata dal termometro appeso alle pareti della stanza, mentre il vaso che conteneva le rane era posto sul pavimento.

*
* *

Le ricerche fatte dal Vasoin furono ripetute nel mio Istituto, nel 1907 da A. Farini, e nel 1910 da A. Berti, con la collaborazione di A. Roncato.

Le ricerche del Farini (1) ebbero principalmente lo scopo di controllare i risultati del Vasoin, usando per l'estrazione del glicogene il metodo della potassa, recentemente proposto dal Pflüger (2), anzichè quello dell'acqua bollente, seguìto dal Vasoin e prima dai fratelli Cavazzani.

I risultati ottenuti dal Farini sono stati pienamente conformi a quelli in precedenza ottenuti dal Vasoin, e perciò egli non potè che confermare la conclusione già da questi formulata: *che il vago contiene fibre inibitorie della trasformazione del glicogene epatico.*

Le ricerche di Berti e Roncato (3) furono determinate dalle osservazioni di F. Soprana, di cui dirò più innanzi, secondo le quali le rane vagotomizzate si comportano come le rane normali, solamente fino a che la temperatura ambiente rimane inferiore a 20°. Al di sopra di questa temperatura esse cominciano a presentare dei disturbi respiratorî, i quali aumentano rapidamente coll'elevarsi della temperatura stessa; così che esse muoiono dopo alcune ore di soggiorno ad una temperatura di

(1) A. Farini, *Sulle variazioni quantitative del glicogene e delle sostanze albuminose del fegato per la influenza della temperatura e del taglio dei vaghi,* Atti dell'Istituto Veneto, t. 67, anno 1907-08; *Sulla perdita dei grassi e dell'acqua del fegato nelle rane ibernanti per l'elevata temperatura e per il taglio dei vaghi,* Atti dell'Istituto Veneto, t. 67, anno 1907-08; *Sul ricambio del fegato nel letargo delle rane,* Atti dell'Istituto Veneto, t. 68, anno 1908-09.

In questi lavori il Farini, dopo di avere controllati i risultati del Vasoin, estraendo il glicogene con la potassa secondo il metodo del Pflüger, cercò quali fossero le perdite che nel risveglio subisce il fegato delle rane ibernanti, oltre che in glicogene, in sostanze proteiche, grassi ed acqua; e dimostrò che i vaghi, mentre influiscono sulla perdita del glicogene, non influiscono su quella delle sostanze proteiche e dei grassi. Meritevoli di speciale ricordo sono le ricerche del Farini sul ricambio del fegato delle rane in letargo. In esse si dimostra che nei primi mesi, novembre e dicembre, all'aumento progressivo del glicogene nel fegato corrisponde una diminuzione, in eguale misura, dei grassi; fatto che depone evidentemente in favore di una trasformazione in glicogene dei grassi epatici. Nei mesi successivi di letargo, il glicogene diminuisce ed il grasso aumenta, ma non in quantità corrispondente.

Nel ricordare questo mio valente ed amatissimo Allievo, non posso a meno di dichiarare il profondo dolore provato per la di Lui morte.

Alberto Farini fu uno dei miei collaboratori più valenti e più operosi. Intelligenza distinta, scrupolosità nella ricerca e amore allo studio erano in Lui accoppiati a rara modestia, a singolare nobiltà di carattere ed a grande bontà; e perciò Egli era da me, non solo altamente stimato, ma amato di affetto, quasi direi, paterno, e a questo affetto Egli corrispondeva con espansione figliale.

Possa essere di qualche conforto ai desolati Genitori il pensiero che la di Lui memoria sarà sempre viva e cara nell'animo mio.

(2) Pflüger, *Das Glycogen,* Archivio di Pflüger, 96, 1903; *Glycogene, Dictionnaire de Physiologie di Richet,* t. VII. Paris, 1907.

(3) Berti e Roncato, *Ulteriori ricerche sul glicogene e sul grasso del fegato delle rane vagotomizzate in contributo all'azione del vago sugli scambi,* Atti dell'Istituto Veneto, tomo 69, anno 1909-10.

poco superiore a 20°, e dopo circa un'ora di soggiorno alla temperatura di 25°, con fenomeni di grave dispnea e convulsioni [1].

Considerando questi fatti, per eliminare il dubbio che i risultati del Vasoin e del Farini fossero dipesi da sofferenze dispnoiche anzichè dall'azione diretta del vago sulla glicogenesi, Berti e Roncato ripeterono le esperienze del Vasoin e del Farini producendo il risveglio delle rane con temperature di circa 15°, e dimostrarono che anche usando di queste temperature, nelle rane vagotomizzate si verifica un consumo di glicogene epatico assai maggiore che nella rane normali, confermando pienamente le conclusioni del Vasoin e del Farini.

Nelle esperienze di Berti e Roncato il dosamento del glucogene è stato fatto col metodo del Pflüger, come in quelle del Farini.

4. — Accordo colla dottrina del sistema autonomo del Langley e colla dottrina della scuola di von Noorden intorno ai nervi regolatori della glicogenesi epatica [2].

Secondo il Langley, le fibre nervose centrifughe del sistema nervoso della vita vegetativa, che egli denomina *autonomo*, fibre che, come è noto, presiedono ai movimenti dei muscoli non soggetti alla volontà ed alle secrezioni, sono formate, non solo da fibre di origine simpatica, ma anche da fibre che derivano dall'asse cerebrospinale, coi nervi cranici e sacrali, e sono perciò distinte in fibre *simpatiche* ed in fibre *cranio-sacrali*.

Al sistema autonomo cranio-sacrale appartengono le fibre dell'oculo-motore che vanno ai muscoli intrinsèci dell'occhio, le fibre vasomotorie e secretorie che si trovano nel V, nel VI, nel VII e nel IX paio, le fibre centrifughe del vago per il cuore, per i bronchi e per gli organi digerenti, e le fibre centrifughe sacrali che si portano al retto ed all'apparecchio uro-genitale. Ed al sistema autonomo del simpatico appartengono tutte le fibre centrifughe del simpatico.

Gli organi innervati dal sistema autonomo ricevono, in generale, fibre, tanto dal sistema autonomo del simpatico, quanto dal sistema autonomo cranio-sacrale; ma le fibre di un sistema si distinguono da quelle dell'altro, perchè, in generale, l'azione delle une è opposta a quella delle altre (il simpatico allarga la pupilla e l'oculo-motore la costringe, il simpatico accelera i moti del cuore ed il vago li rallenta, ecc.), e perchè gli organi di terminazione periferica delle une vengono eccitati o paralizzati da farmaci che non eccitano nè paralizzano gli organi di terminazione periferica delle altre.

La adrenalina eccita gli organi di terminazione periferica delle fibre simpatiche, producendo allargamento della pupilla e acceleramento del cuore; la pilocarpina

[1] Ritengo che anche nelle esperienze del Soprana, come in quelle precedenti del Vasoin, la temperatura, a cui erano sottoposte le rane nella stanza riscaldata, fosse di qualche grado inferiore.

[2] Credo doveroso di notare che nella compilazione di questo capitolo ho utilizzato uno studio accurato che in argomento ha fatto il mio aiuto, A. Roncato.

e la fisostigmina invece eccitano gli organi di terminazione periferica delle fibre autonome cranio-sacrali producendo costrizione della pupilla e rallentamento dei battiti cardiaci; e l'atropina produce, come la adrenalina, dilatazione della pupilla e acceleramento dei battiti cardiaci, ma non come fa questa, eccitando cioè gli organi di terminazione delle fibre simpatiche, ma sibbene paralizzando quelli delle fibre dell'oculo-motore e del vago.

Carattere comune a tutte le fibre del sistema autonomo, sia simpatiche e sia cranio-sacrali, è inoltre di essere interrotte lungo il loro decorso da gangli, le cui cellule vengono paralizzate dalla nicotina [1].

I fatti dimostrati nel mio Istituto rispetto alla innervazione glicogenica del fegato sono, evidentemente, in perfetto accordo colla dottrina del Langley, perchè, secondo gli stessi, la funzione glicogenica del fegato è regolata tanto dal sistema autonomo del simpatico, quanto dal sistema autonomo del vago; perchè l'azione su di essi del simpatico è opposta a quella del vago; e perchè non solo le fibre del simpatico, ma anche quelle del vago, prima di entrare nel fegato, sono interrotte da cellule gangliari. Oltre di ciò, dalle ricerche di altri autori, come dirò fra poco, fu dimostrato che anche per le proprietà farmacologiche questa innervazione risponde pienamente ai postulati della dottrina del Langley.

*
* *

La Scuola di von Noorden [2], in conformità alla dottrina del Langley e in base ad osservazioni di carattere clinico e farmacologico, ammette che la glicogenesi

[1] Dei lavori del Langley mi limito a citarne due, ricordando che fondamento alla dottrina del Langley sono stati i lavori del Gaskell.

Langley, *Das sympatische und verwandte nervöse System der Wirbelthiere (autonomus nervöses System)*. Ergebnisse der Physiologie, B. II, 1904. — Id., *On the reaction of cells and of nerveendings to certain poissons* etc. Journ. of Physiol., vol. XXXIII, 1905-06.

Una chiara e breve esposizione della dottrina del Langley leggesi nel Manuale di Farmacologia di Meyer e Gottlieb, *Experimentelle Pharmacologie*, Wien, 1910, pag. 119.

I primi studi del Langley sono stati fatti conoscere in Italia dal Bottazzi nel 1897. *La fisiologia del simpatico secondo le ricerche del Langley e dei suoi allievi.* Rivista di Patol. mentale e nervosa, 1897.

[2] Eppinger, Falta e Rudinger, *Wechselwirkung der Drüsen mit innere Sekretion*, Zeitschr. f. klin. Medizin, 1908.

Eppinger ed Hess, *Zur Pathol. des vegetativen Nervensystems*, Zeitschr. f. klin. Med., 1909.

Falta, Neuburg e Nobel, *Wechselwirkung der Drüsen mit innere Sekretion*, Zeitschr. f. klin. Medizin, 1911.

Eppinger ed Hess, *Die Vagotonie*, Sammlung klinischer Abhandlungen üb. Path. u. Ther. der Stoffwecksel- u. Ernährungsstöhrungen. Herausgegeben von C. von Noorden, 9-10 Heft, Berlin, 1910.

Falta, *Le malattie delle ghiandole sanguigne*. Milano, 1914. Trad. Hanau.

Lavori con analogo indirizzo furono compiuti anche nell'Istituto di Farmacologia di Vienna diretto da H. Mayer.

A scanso di confusioni credo opportuno di notare, che mentre il Langley sotto il nome di sistema autonomo comprende tanto il sistema autonomo del simpatico quanto il sistema autonomo cranio-sacrale, la scuola di Vienna comprende invece questi due sistemi sotto l'antica denominazione di sistema nervoso della vita vegetativa, riservando il nome di sistema autonomo al sistema cranio-sacrale, che in qualche recente lavoro è detto anche *parasimpatico*.

epatica, o, come essa dice, la mobilitazione degli idrati di carbonio, sia promossa dal simpatico e inibita dal vago; ed i fatti principali in appoggio di questa dottrina sono i seguenti:

a) che l'adrenalina, la quale, secondo la dottrina del Langley, eccita gli organi di terminazione delle fibre simpatiche, produce iperglicemia e glicosuria, non subordinabili a ostacolato consumo di glucosio;

b) che la glicosuria adrenalinica può essere arrestata dalla pilocarpina, la quale, secondo la dottrina del Langley, eccita gli organi di terminazione delle fibre del sistema autonomo cranio-sacrale, e quindi del vago;

c) che in alcuni casi si riesce ad ottenere glicosuria somministrando l'atropina, la quale, secondo la dottrina del Langley, paralizza gli organi di terminazione delle fibre autonome cranio-sacrali e quindi del vago.

La ragione per cui solo in alcuni casi l'atropina produce glicosuria, secondo la scuola di von Noorden, starebbe in ciò, che nei diversi individui è diversa la eccitabilità, il *tono*, del sistema autonomo del simpatico, ed è pure diversa la eccitabilità, il *tono*, del sistema autonomo cranio-sacrale, per cui in alcuni prevale il tono del sistema autonomo del simpatico, ed in altri prevale invece il tono del sistema autonomo cranio-sacrale.

La prevalenza del sistema autonomo simpatico è dimostrata da una reazione più pronta all'adrenalina, la quale produce glicosuria, acceleramento del cuore, ecc.; e la prevalenza del sistema autonomo cranio-sacrale da una reazione più pronta alla pilocarpina, alla fisostigmina, le quali producono rallentamento del cuore, salivazione, ecc. (1).

Data la possibilità di un tono più o meno elevato nel sistema autonomo simpatico, e di un tono più o meno elevato nel sistema autonomo cranio sacrale, si capisce come l'atropina possa produrre in alcuni casi glicosuria senza produrla in altri.

Le osservazioni della scuola di von Noorden rispetto all'attitudine dell'atropina di produrre glicosuria sono in accordo coi risultati di alcune ricerche, ancora inedite, del mio assistente, A Rossi.

Secondo queste ricerche, per mezzo della somministrazione dell'atropina, il Rossi è riuscito ad ottenere glicosuria in quattro cani, e in altri quattro non è riuscito ad ottenerla, e non è mai riuscito ad ottenere glicosuria nei conigli.

Riassumendo, la Scuola di von Noorden, prendendo le mosse dalla dottrina del Langley, in base ad osservazioni di carattere, specialmente, farmacologico, ammette:

a) che il versamento del glucosio dal fegato nel sangue sia regolato dal sistema nervoso;

(1) Gli individui in cui prevale il tono del sistema autonomo del simpatico sono indicati dalla Scuola di von Noorden col nome di *simpaticotonici*, e quelli in cui prevale il tono del sistema autonomo cranio-sacrale col nome di *vagotonici*. Simile distinzione, che ricorda quella dei temperamenti sanguigni, linfatici ecc. della vecchia medicina, ha grande importanza, non solamente dal punto di vista clinico, ma anche dal punto di vista sperimentale, perchè differenze, in rapporto al tono dell'uno e dell'altro sistema, si verificano anche negli animali, e la prevalenza dell'uno o dell'altro è caratteristica di alcune specie; nei cani p. es. il tono del vago è elevato, e nei conigli invece è basso.

b) che l'azione del sistema nervoso sulla glicogenesi epatica si esplichi mediante fibre glicosecretorie appartenenti al sistema autonomo del simpatico, e mediante fibre glicoinibitorie appartenenti al vago, vale a dire al sistema autonomo cranio-sacrale.

Ma questo è precisamente quello che, con lunga serie di ricerche, fu dimostrato nel mio Istituto, indipendentemente dalle dottrine del Langley e della Scuola di von Noorden, siccome risulta da quanto ho riferito.

La concordanza, fra i risultati ottenuti nel mio Istituto e le dottrine del Langley e della Scuola di von Noorden, fu rilevata dal mio allievo, il prof. Pari, fino dal 1910, e costituisce, per quanto mi sembra, un fatto di notevole importanza ([1]).

5. — Ulteriori ricerche intorno all'azione del sistema nervoso sulla glicogenesi epatica.

Mentre nel mio Istituto si dimostrava che la glicogenesi epatica viene promossa ed inibita dal sistema nervoso, altrove si dimostrava che essa viene promossa ed inibita anche dalle secrezioni interne; e precisamente che viene eccitata dal secreto delle soprarenali e della tiroide, e inibita dal secreto interno del pancreas e delle paratiroidi; e per conseguenza era necessario di cercare, se il sistema nervoso spiegava sulla stessa la sua azione in modo diretto, eccitando e inibendo le cellule epatiche, oppure in modo indiretto, provocando scariche in circolo di ormoni eccitatori e di ormoni inibitori.

Riguardo all'azione glicosecretoria del simpatico, dalle ricerche stesse dei Cavazzani risultava, che essa si esplica in modo diretto, essendosi manifestata anche dopo morte, quando la circolazione è sospesa e ormoni non possono essere trasmessi al fegato col sangue; ma riguardo all'azione inibitoria del vago i fatti dimostrati non permettevano sicure conclusioni, e per chiarire l'argomento erano necessarie ulteriori ricerche che furono eseguite dal mio aiuto, A. Roncato ([2]).

Egli mosse dal fatto, dimostrato da Noel Paton ([3]) e confermato ed illustrato da E. Cavazzani ([4]), che nella trasformazione *post mortem* del glicogene epatico in glucosio si verificano due periodi, il primo dei quali dipende da attività delle cellule epatiche sopraviventi, ed il secondo da processi cadaverici, e cercò se per mezzo della stimolazione del vago *post mortem* venisse rallentata la trasformazione del glicogene, che si verifica nel primo periodo.

Gli animali adoperati per simili ricerche sono stati conigli, perchè in questi animali il vago al collo è distinto dal simpatico.

([1]) Pari, *Glicosuria e diabete*. Relazione XX Congresso Medicina Interna. Roma, 1910.

([2]) A. Roncato, *Rapporti fra la coordinazione nervosa e la coordinazione umorale della funzione glicogenica del fegato*, Archivio di Fisiologia, vol. XIII, 1915.

([3]) Noel Paton, *On hepatic glycogenesis*, Phylosoph. Transact. Roy. Soc. 1894.

([4]) E. Cavazzani, *Contributo allo studio delle origini del calore animale*, ecc., Accad. di Ferrara, 1897; id., *Intorno alla influenza del chinino sulla glicogenesi e termogenesi epatica*, Accad. di Ferrara, 1899.

Appena ucciso l'animale, gli si apriva il ventre e si praticava un taglio attraverso il fegato, in modo da separarne da esso una parte che veniva lasciata nel ventre; ciò fatto, si suturavano le pareti addominali e si stimolava quindi il moncone periferico del vago, destro o sinistro, al collo, dopo di averlo bene isolato dal simpatico, con corrente indotta appena tollerabile dalla lingua, per la durata da mezza ad un'ora.

Scorso questo tempo, si procedeva al dosamento del glicogene contenuto nel fegato rimasto unito all'organismo, che aveva dovuto subire l'azione della stimolazione del vago, e del glicogene contenuto nel pezzo di fegato, dal fegato staccato e lasciato poi nella cavità addominale, il quale non poteva avere subito l'azione della eccitazione del vago. Il dosamento del glucogene fu fatto col metodo del Pflüger.

Queste ricerche, in numero di *otto*, sono state tutte concordi nel dimostrare che il fegato unito all'organismo, il quale aveva subìto l'azione del vago, conteneva glicogene in quantità maggiore del pezzo di fegato, che non aveva potuto subirla; e precisamente, nel fegato unito all'organismo il glicogene fu trovato, in media, nella proporzione di 1,074 %, e nel pezzo di fegato isolato fu trovato, in media, nella proporzione di 0,824 %.

In quattro conigli di controllo, sottoposti agli stessi trattamenti, meno la stimolazione del vago, il glicogene nel fegato unito all'organismo fu trovato in quantità pressochè eguale a quella in cui fu trovato nel pezzo di fegato isolato, e precisamente, in media, nella quantità di 1,080 % nel fegato unito all'organismo, e nella quantità di 1,073 % nel pezzo di fegato isolato ([1]).

Queste ricerche dimostrano quindi, *che il vago spiega un'azione inibitrice sulla glicogenesi epatica anche* post mortem, *quando la circolazione è sospesa, e quindi che questa azione è diretta, senza intermezzo di secrezioni interne.*

Dal momento che tanto l'azione eccitante del simpatico, quanto l'azione inibitoria del vago si esplicano indipendentemente da secrezioni interne, il versamento del glucosio dal fegato nel sangue viene ad essere regolato da due fattori indipendenti: il *nervoso* e l'*umorale*; e su questa doppia regolazione il Roncato fa delle considerazioni, concludendo che, con probabilità, il fattore nervoso, per la rapidità con cui agisce, provvede a bisogni generali che sorgono repentinamente, quali sono quelli determinati da grande dispendio di lavoro muscolare e di calore, e che il fattore umorale, per la maggior lentezza con cui agisce, provvede invece ai bisogni ordinarî, mantenendo pressocchè costante la proporzione del glucosio nel sangue.

Queste esperienze del Roncato sono interessanti, anche perchè per mezzo di esse fu dimostrata l'azione inibitoria del vago sulla glicogenesi epatica nei mammiferi, mentre, per le esperienze del Vasoin e del Farini, essa era stata dimostrata solo nelle rane.

***

L'azione inibitoria del vago sulla glicogenesi epatica nei conigli fu argomento di ricerche anche da parte del mio assistente, A. Rossi ([2]).

([1]) Siccome ho fatto conoscere a pag. 259, la pressochè uniforme distribuzione del glicogene nel fegato era già stata dimostrata dal Seegen e dai Cavazzani.

([2]) A. Rossi, *Influenza del pneumogastrico sulla mobilizzazione degli idrati di carbonio*. Archivio di fisiologia, XIII, 1915.

Il Rossi cercò, se dopo due giorni di digiuno, nei conigli con vaghi tagliati, la quantità di glicogene, contenuta nel fegato, fosse eguale o diversa da quella contenuta, dopo due giorni di digiuno, nel fegato di conigli normali. Se essa fosse risultata minore, sarebbe stato dimostrato un fatto che deponeva in favore dell'azione inibitoria del vago sulla glicogenesi epatica. Per diminuire i turbamenti delle funzioni respiratorie e rendere così possibile una sopravivenza sufficientemente lunga dei conigli dopo il taglio di ambo i vaghi, questi nervi furono tagliati al disotto dell'origine dei laringei inferiori, e dopo di avere tagliato un vago, prima di procedere al taglio del secondo, si attese che l'animale si fosse bene ristabilito. Anche in queste ricerche il dosamento del glicogene fu fatto col metodo del Pflüger.

Secondo i risultati di queste esperienze, la quantità di glicogene contenuta, dopo due giorni di digiuno, nel fegato dei conigli vagotomizzati fu trovata sempre minore di quella contenuta, dopo due giorni di digiuno, nel fegato di conigli con vaghi integri; e precisamente essa fu trovata di 0,461 % nei fegati dei conigli vagotomitizzati, media di sette esperienze; di 0.590 % nei fegati dei conigli a cui era stato tagliato un solo vago, media di otto esperienze; e di 0,654 %, media di sette esperienze, nei fegati dei conigli sui quali erano stati fatti tutti gli atti operativi a cui erano stati sottoposti i conigli vagotomizzati d'ambo i lati, senza tagliare i vaghi.

Le differenze fra la quantità di glicogene contenuta nei fegati dei conigli vagotomizzati e quella contenuta nei fegati dei conigli non vagotomizzati, dopo due giorni di digiuno, non sono state molto notevoli, ma in compenso sono state costanti nei singoli animali; e perciò anche queste ricerche del Rossi depongono in favore di un'azione inibitoria del vago sulla glicogenesi epatica. Però sul significato vero delle stesse non posso a meno di esprimere delle riserve, a motivo dei turbamenti nelle funzioni della circolazione e della respirazione, che succedono al taglio dei vaghi, anche se questi sono stati tagliati sotto l'origine dei laringei inferiori.

Avendo raccolta l'urina emessa, durante il digiuno, dai sopradetti conigli, il Rossi potè inoltre osservare che la vagotomia unilaterale determinava glicosuria transitoria, e che la vagotomia bilaterale determinava glicosuria permanente; fatti che pure depongono in favore di un'azione inibitoria del vago sulla glicogenesi epatica.

***

In un successivo lavoro, il Rossi (1) portò un pregevole contributo ai rapporti fra la regolazione nervosa e la regolazione umorale della glicogenesi epatica, dimostrando che la glicosuria che si provoca in via reflessa mediante la stimolazione del moncone centrale del vago, glicosuria già dimostrata dal Bernard (2) e dall'Eckhard (3), si accompagna a diminuzione del glicogene epatico, e che questa diminuzione si verifica, anche se prima di stimolare il moncone centrale del vago, si

(1) A. Rossi, *Azione reflessa del pneumogastrico sulla mobilizzazione degli idrati di carbonio del fegato*, Archivio di Fisiologia, XIV, 1916.

(2) Bernard, *Leçons de Physiologie experim.*, Paris, 1855, tome I, pag. 333 e seg.

(3) Eckhard, *Beiträge zur Anat. u. Physiol.*, VIII, 1979.

sottraggono alla circolazione le capsule soprarenali, mediante la legatura del loro peduncolo vascolare. In base a questo fatto la glicosuria riflessa sopraindicata non può essere attribuita a scariche in circolo di adrenalina.

*
* *

Per ultimo, ricordo i mutamenti morfologici che secondo le osservazioni di Berti e Roncato [1] e di Berti e Rossi [2] si verificano nelle cellule epatiche delle rane in seguito al taglio ed alla stimolazione dei vaghi.

Le cellule epatiche delle rane vagotomizzate durante la ibernazione e poi conservate in vita per parecchi giorni alla temperatura di 15-16°, si distinguono da

Fig. 3. — Cellule epatiche di rana normale portata dalla temperatura di ibernazione alla temperatura di 16° e mantenuta a questa temperatura per quindici giorni (Berti e Roncato).

quelle delle rane non vagotomizzate tenute nelle stesse condizioni, perchè sono più ricche di quelle granulazioni, *microsomi*, che furono studiate dal Langley [3] nel 1882, e dal Lahousse [4] nel 1887; dimodochè esse appaiono più oscure delle cellule epatiche delle rane normali. Oltre di ciò, mentre le dette granulazioni nelle cellule delle rane vagotomizzate sono sparse per tutta la cellula, quelle poche che si trovano nelle cellule delle rane normali sono invece tutte accumulate sul lato della cellula che guarda il canalicolo biliare (figg. 3 e 4). In queste ricerche, le rane sono state

(1) Berti e Roncato, *Ulteriori studî sugli effetti della vagotomia nelle rane. Alcune osservazioni istologiche sui fegati*, Archivio di Fisiologia, VIII, 1910.

(2) Berti e Rossi, *Mutamenti morfologici delle cellule epatiche consecutivi alla eccitazione del vago*, Archivio di Fisiologia, X, 1912.

(3) Langley, *Preliminary account on the structure of the cells of the liver* etc., Proceed. of the Roy. Soc. of London, XXXIV, 1882-83

(4) Lahousse, *Contribution a l'étude des modifications morphologiques de la cellule hepatique pendant la secretion*, Arch. d. Biol., tome VII, 1887; *Recherches expérimentales sur l'influence exercée sur la structure du foie per la ligature du canal cholédoque*, Arch. d. Biol., tome VII, 1887.

portate dalla temperatura di ibernazione a temperature più elevate per attivare la funzione del fegato, che nel letargo rimane sospesa.

Per dimostrare che anche lo stimolo del vago produce mutamenti morfologici nelle cellule epatiche, furono messe a confronto cellule epatiche di rane normali ibernanti, riscaldate per qualche giorno a 20°, con cellule epatiche di rane tenute nelle stesse condizioni, ma nelle quali era poi stata fatta la stimolazione del vago con debole corrente indotta, per la durata di 1-2 ore. Da questo confronto è risultato, che le cellule epatiche delle rane in cui era stato stimolato il vago possedevano un numero minore di microsomi ed erano quindi più chiare, e che anche in esse i pochi microsomi si trovavano accumulati verso il lato della cellula, che guarda

Fi . 4. — Cellule epatiche di rana vagotomizzata portata dalla temperatura di ibernazione alla temperatura di 16°, e mantenuta a questa temperatura per quindici giorni (Berti e Roncato).

il canalicolo biliare (figg. 5 e 6). Mentre dunque in seguito al taglio del vago i microsomi aumentano di numero e si trovano sparsi per tutto il corpo della cellula, in seguito alla stimolazione dello stesso essi invece diminuiscono di numero e si trovano accumulati sul lato della cellula che guarda il canalicolo biliare.

Il motivo per cui, in queste ricerche, le rane ibernanti furono sottoposte alla temperatura di 20°, è dipeso dalla osservazione, che il numero dei microsomi nelle cellule epatiche tanto più cresce quanto più si eleva la temperatura.

I preparati, a cui si riferiscono le figure riportate, sono stati fatti col metodo del Benda.

Merita di essere notato, che le differenze fra le cellule epatiche delle rane vagotomizzate e le cellule epatiche delle rane non vagotomizzate erano così evidenti, che dalla osservazione microscopica si poteva con sicurezza giudicare, se il preparato apparteneva a rana normale oppure a rana vagotomizzata.

Seguendo le idee del Langley e del Labousse, che i detti granuli siano organi biligeni, Berti e Roncato conclusero, in base ai risultati delle suddette ricerche, che il vago contiene fibre secretorie biliari, e questa conclusione veniva confermata dalla osservazione che la cistifellea delle rane vagotomizzate si trova, più o meno

completamente, vuota, ed è quindi da ritenersi che in esse la secrezione biliare sia sospesa.

A sostegno di questa conclusione, il Rossi [1] osservò successivamente, che si trova vuota anche la cistifellea dei conigli a cui siano stati tagliati ambo i vaghi

Fig. 5. — Cellule epatiche di rana normale portata dalla temperatura di ibernazione alla temperatura di 20°, e mantenuta a questa temperatura per sette giorni (Berti e Rossi).

al disotto della origine dei laringei inferiori, come nelle ricerche riferite a pag. 270; ed osservò inoltre che anche le cellule epatiche di questi animali presentano caratteri

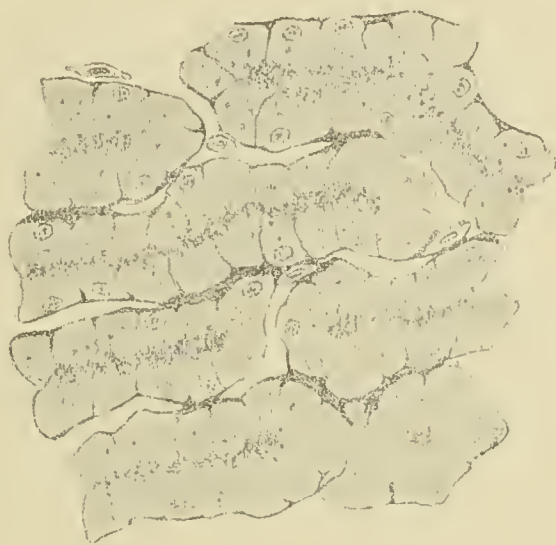



Fig. 6. — Cellule epatiche della stessa rana dopo un'ora di stimolazione del moncone periferico del vago destro (Berti e Rossi).

analoghi a quelli delle cellule epatiche delle rane vagotomizzate. Queste osservazioni furono fatte su conigli morti 8-10 giorni dopo la vagotomia e su conigli uccisi 4-6 giorni dopo la stessa.

[1] A. Rossi, *Arresto della secrezione biliare e mutamenti morfologici delle cellule epatiche dopo il taglio bilaterale dei vaghi nei conigli*, Istituto Veneto, LXXIV, anno 1914-15.

Ma sul significato preciso dei mutamenti morfologici delle cellule epatiche che si verificano in seguito al taglio ed allo stimolo del vago, parmi che sia ancora opportuna qualche riserva, in causa delle molteplici funzioni che hanno sede nelle cellule epatiche. Qualunque però sia il loro significato, essi confermano l'esistenza di azioni dirette del vago sopra le dette cellule.

6. — Contributi alla dottrina della glicogenesi epatica.

Dopo di avere fatto conoscere come sia stata dimostrata l'esistenza di nervi glicosecretori e di nervi glicoinibitori, credo bene di ricordare che colle ricerche, mediante le quali i fratelli Cavazzani riuscirono a dimostrare l'esistenza di nervi glicosecretori, furono anche portati dei contributi di fondamentale importanza alla dottrina della glicogenesi epatica.

Secondo la dottrina del Bernard, il fegato forma glicogene a spese, specialmente, dello zucchero che viene ad esso portato col sangue portale, ed il glicogene imagazinato viene dal fegato trasformato in glucosio, il quale passa in circolazione, per mezzo del sangue delle vene sovraepatiche.

Ma se il Bernard era riuscito a dimostrare che il fegato trasforma in glicogene lo zucchero che viene ad esso portato dal sangue, e se egli era riuscito a dimostrare che nel fegato si forma glucosio a spese del glicogene in esso fegato accumulato, egli non era però riuscito a provare la trasformazione, *in vita*, del glicogene in glucosio. Questa trasformazione era stata da lui dimostrata solamente *post mortem*, nel fegato abbandonato a sè, e poteva quindi essere un fatto d'ordine cadaverico, senza significato funzionale; e in questo senso essa era stata interpretata dal Pavy [1], il quale, a sostegno di tale concetto, notava che nel fegato levato dall'animale vivente e gettato subito nell'acqua bollente non si trova glucosio, o solo qualche traccia trascurabile di esso.

Le osservazioni del Pavy furono confermate dallo Schiff [2] e da altri che aderirono alla di lui interpretazione.

Le ricerche dei fratelli Cavazzani hanno colmata la lacuna sopraindicata nella dottrina della glicogenesi epatica, dando la sicura dimostrazione della trasformazione del glicogene epatico in glucosio durante la vita, sotto la stimolazione del plesso celiaco, e dimostrando anche che il glucosio, formato nel fegato dal glicogene, passa nel sangue circolante per mezzo delle vene sovraepatiche.

Altro importante contributo fu portato dai Cavazzani alla glicogenesi epatica, in rapporto al modo con cui nel fegato si forma il glucosio a spese del glicogene.

Allorquando i Cavazzani iniziarono le loro ricerche, si ammetteva, in generale, che il glucosio si formasse nel fegato per opera di un fermento diastasico, elaborato

(1) Pavy, *Researches on the Nature and tractment of Diabetes*, London, 1862.
(2) Schiff, *Nouvelles recherches sur la glycogenie animale*, Journ. d. l. Anat. et d. l. Physiol., 1866.

dal fegato o al fegato trasportato dal sangue, e ciò in conformità a quanto era stato ammesso dal Bernard [1]. Ma una simile origine non si poteva ascrivere al glucosio che si generava nel fegato sotto la stimolazione del plesso celiaco, per la rapidità con cui questo glucosio si formava; e quindi i Cavazzani attribuirono la causa di questa formazione ad una attività saccarificante del protoplasma delle cellule epatiche, attività che per ora non si può dire in che consista, ma che è legata allo stato di vita delle cellule stesse, e viene promossa dalla eccitazione di speciali fibre nervose, fibre glicosecretorie.

Contro l'origine del glucosio epatico da processi enzimatici, E. Cavazzani dimostrò inoltre, che sotto la stimolazione del plesso celiaco, mentre si produce nel fegato abbondante quantità di glucosio, non aumenta affatto il debole potere diastasico che il fegato possiede [2], e fece anche notare, che lo zucchero del sangue è solo glucosio, mentre dall'amido e dal glicogeno, per opera di fermenti diastasici, si ottiene sempre maltosio [3].

L'origine del glucosio epatico da una attività delle cellule epatiche in istato di vita è stata confermata dalle ricerche già ricordate di Noel Paton [4], colle quali fu dimostrato, che la trasformazione del glicogene in glucosio, scoperta dal Bernard nel fegato *post portem*, presenta due periodi, un primo in cui essa decorre in modo rapido, ed un secondo in cui decorre lentamente, e che la trasformazione rapida del primo periodo viene arrestata dal fluoruro di sodio e dall'acqua cloroformizzata, mentre questi agenti non spiegano alcuna azione sulla trasformazione lenta del secondo periodo.

Essendo proprietà del fluoruro di sodio e dell'acqua cloroformizzata di arrestare le attività vitali senza spiegare azione sugli enzimi, in base ai fatti sopraindicati Noel Paton concluse, che la trasformazione rapida del primo periodo dipende da una attività delle cellule epatiche sopraviventi, e che la trasformazione lenta del secondo periodo deve essere invece attribuita ad azioni enzimatiche.

Le osservazioni di Noel Paton furono confermate da E. Cavazzani [5], il quale dimostrò che anche il violetto di metile e la chinina, veleni protoplasmatici come il fluoruro, rallentano notevolmente la trasformazione del glicogene epatico *post mortem*, nel primo periodo.

L'origine del glucosio epatico da una attività inerente alle cellule epatiche in istato di vita fa entrare anche la glicogenesi epatica nel campo della dottrina cellulare, e ci permette di meglio comprendere, come per mezzo della glicogenesi epatica vengano soddisfatti i bisogni dell'organismo, relativi alla produzione del calore e del movimento.

(1) A. Bernard, *Leçons sur le diabete*, pag. 388 e seg., Paris, 1877.

(2) E. Cavazzani, *Sul meccanismo della trasformazione del glicogene in glucosio*, Annali di Chimica e di Farmacologia, 1894.

(3) Halliburton, *Lehrbuch der chem., Physiol.*, pag. 568, Heidelberg, 1893.

(4) Noel Paton, *On hepatic glycogenesis*, Phylosoph. Transact. Roy. Soc., 1894.

(5) E. Cavazzani, *Contributo allo studio della origine del calore animale* ecc., Accademia di Ferrara, 1897; idem, *Intorno alla influenza del chinino sulla glicogenesi e termogenesi epatica*, Accad. di Ferrara, 1899.

L'origine del glucosio epatico da una attività cellulare non esclude però che glucosio si possa formare nel fegato anche passivamente, per opera di enzimi, formati dal fegato o al fegato trasportati dal sangue. Ma il glucosio così formato non ha significato funzionale, non essendo la sua formazione promossa da bisogni dell'organismo; e con probabilità ad esso devonsi ascrivere alcune glicosurie.

7. — Azione inibitrice del vago sulla produzione del CO^2 e del calore.

Appena fu dimostrato, dalle ricerche del Vasoin, che il vago inibisce nelle rane ibernanti la saccarificazione del glicogene epatico promossa dall'innalzamento della temperatura, il mio assistente. F. Soprana (1), cercò se il vago inibisce anche la produzione del CO^2, la quale, siccome è noto, negli animali a sangue freddo aumenta coll'elevarsi della temperatura dell'ambiente.

Le esperienze del Soprana furono condotte in modo analogo a quelle del Vasoin. Le rane ibernanti, appena portate in laboratorio, furono in parte vagotomizzate e quindi divise in gruppi di rane normali e di rane vagotomizzate, formati dallo stesso numero di rane e aventi, presso a poco, lo stesso peso.

Ciò fatto, si dosò il CO^2 emesso, durante 3-6 ore, da un gruppo di rane normali e quello emesso contemporaneamente da un gruppo di rane vagotomizzate, sottoposte alla stessa temperatura, la quale nelle diverse ricerche variò da 5° a 25°. Il CO^2 fu dosato per pesata.

Riassumo nella seguente tabella i risultati delle numerose esperienze fatte dal Soprana, notando che le cifre sono medie ottenute dalle esperienze che decorsero più regolarmente (2):

Temperatura	CO^2 eliminato per ora e per chilogramma di rana		Differenza
	dalle rane normali	dalle rane vagotomizzate	
5°-10°	gr. 0.038	gr. 0.042	+ 0.004
15°	» 0.051	» 0.077	+ 0.026
20°	» 0.063	» 0.111	+ 0.048
25°	» 0.099	» 0.049	— 0.050

Dalle cifre di questa tabella:

1° Viene confermato il fatto, già noto, che coll'elevarsi della temperatura ambiente da 0° a 25° aumenta nelle rane normali la quantità di CO^2 emessa nella unità di tempo.

(1) F. Soprana, *Azione del vago sulla respirazione interna*, Istituto Veneto, tomo 63, anno 1903-4; *Ulteriori ricerche intorno all'azione del vago sulla respirazione interna*, Istituto Veneto, tomo 64, anno 1904-5.

(2) Ricordo la nota a pag. 263, secondo la quale la temperatura a cui erano in realtà sottoposte le rane nella stanza riscaldata, doveva essere, anche in queste esperienze, di alcuni gradi inferiore a quella indicata.

2° Viene dimostrato che fra le temperature di 5° e 20°, alla stessa temperatura, le rane vagotomizzate emettono una quantità di CO^2 maggiore di quella che emettono le rane normali, e che la differenza aumenta coll'aumentare della temperatura.

3° Viene dimostrato che alla temperatura di 25° le rane vagotomizzate emettono invece una quantità di CO^2 minore di quella che emettono le rane normali, e precisamente circa la metà.

In base a questi risultati il Soprana concluse che, fra le temp. di 0° e 20°, il vago spiega nelle rane un'azione moderatrice sulla produzione del CO^2, promossa dall'innalzamento della temperatura ambiente, azione che, con tutta probabilità, è intimamente collegata con quella che lo stesso vago spiega sulla glicogenesi epatica.

Ma, ciò posto, rimaneva da spiegare, perchè alla temperatura di 25° la quantità di CO^2 emessa dalle rane vagotomizzate fosse minore di quella emessa dalle rane normali.

Siccome ho già avuto occasione di notare in precedenza (pag. 264), dalle osservazioni del Soprana è risultato che quando la temperatura oltrepassa i 20°, le rane vagotomizzate presentano gravi fenomeni di dispnea, e che esse muoiono, dopo circa un'ora, alla temperatura di 25°, e dopo alcune ore alla temperatura di 20°.

La dispnea che nelle rane vagotomizzate si verifica quando la temperatura oltrepassa i 20°, è stata argomento di speciali ricerche da parte dei miei allievi Soprana [1], Pari [2] e Berti e Marzemin [3]; e la causa di essa fu dal Pari riconosciuta nel fatto, che in seguito al taglio dei vaghi le rane non possono più aprire la glottide e rimane quindi abolita la respirazione polmonare.

Ma se questa è la causa della dispnea delle rane vagotomizzate, perchè questa dispnea insorge solamente quando la temperatura oltrepassa i 20°?

Questo fatto si spiega ammettendo, che fino a questa temperatura la mancanza della respirazione polmonare sia compensata dalla respirazione cutanea [4], e che la respirazione cutanea diventi insufficiente, quando la temperatura ambiente oltrepassa i 20°, in causa dell'aumento degli scambi respiratorî, prodotto dalla temperatura stessa. Diventando insufficiente la respirazione cutanea e mancando la polmonare, si capisce come a questa temperatura venga ad essere deficiente l'O^2 nel sangue, e come in questo si accumuli il CO^2; e come per conseguenza insorga la dispnea, e diminuisca la quantità del CO^2 emesso.

I risultati del Soprana, rispetto alla emissione del CO^2 nelle rane vagotomiz-

[1] Soprana, *Del ritmo respiratorio nelle rane vagotomizzate*, Atti Istituto Veneto, LXIII, 1903-1904.

[2] Pari, *Sul meccanismo e sul ritmo respiratorio delle rane normali e delle rane vagotomizzate*, Archivio di Fisiologia, III, 1906.

[3] Berti e Marzemin, *Sulla meccanica respiratoria e sulla eliminazione di* CO^2 *nelle rane vagotomizzate sotto l'origine del laringeo superiore*. Archivio di Fisiologia, VIII, 1910.

[4] Sotto questo nome comprendesi anche la respirazione che si può effettuare nelle prime vie digerenti.

zate, furono confermati da ricerche successive fatte dal mio aiuto, A. Berti, colla collaborazione dell'allievo interno, M. Marzemin (1).

In queste ricerche si cercò di determinare meglio la temperatura a cui erano sottoposte le rane nella stanza riscaldata, e si trovò che la diminuzione nella emissione del CO^2 incominciava ad un grado più basso di quello indicato dal Soprana, e precisamente verso i 18°, anzichè al di sopra dei 20°.

Il taglio dei vaghi nelle rane, in queste esperienze di Berti e Marzemin, è stato fatto al di sotto dell'origine del laringeo superiore.

***

Spiegando il vago un'azione moderatrice sulla produzione del CO^2, era logicamente da supporsi che esso spiegasse anche un'azione moderatrice sulla produzione del calore.

Ma ricerche in proposito non erano possibili su animali a sangue freddo, e perciò esse furono tentate dal mio allievo Pari (2) sui conigli, cercando se la temperatura interna dei conigli con vaghi tagliati, al di sotto del laringeo superiore, si elevasse più rapidamente della temperatura interna dei conigli normali, quando gli uni e gli altri venivano collocati in ambiente saturo di umidità, e di temperatura pressochè eguale alla temperatura interna dell'animale. In simili condizioni, essendo annullate le perdite del calore, un aumento più rapido della temperatura interna da parte dei conigli vagotomizzati avrebbe significato che in questi animali si verificava una maggiore produzione di calore.

Undici coppie di conigli, composte di un coniglio normale e di un coniglio vagotomizzato, furono sottoposte a simili ricerche; ma dei risultati ottenuti da due di esse non si può tener conto, perchè il coniglio vagotomizzato rispettivo, appena collocato nel termostato, fu preso da coma. Le coppie dei cui risultati si deve tener conto, restano quindi *nove*, e in tutte queste nove coppie è stato osservato, che l'aumento della temperatura cominciò a verificarsi prima nel coniglio vagotomizzato e poi nel coniglio normale, e che la morte sopravenne pure nel coniglio vagotomizzato prima che nel coniglio normale.

In base a questi risultati, il Pari concluse che il vago, oltre che inibire la trasformazione del glicogene epatico e la produzione del CO^2, inibisce anche la produzione del calore. La conclusione è perfettamente logica, e fino a prova in contrario deve essere accettata; ma non mi nascondo che una qualche riserva è necessaria, in causa dei turbamenti nelle funzioni della circolazione e della respirazione che succedono al taglio dei vaghi.

(1) Berti e Marzemin, loc. cit

(2) Pari, *Sull'azione protettiva del vago contro l'aumento della temperatura interna,* Gazzetta degli Ospedali e delle Cliniche, 1907, n. 141.

8. — Ricambio generale e ricambio locale, e regolazione dell'uno e dell'altro.

Il ricambio degli organismi devesi distinguere in *generale* e *locale*; il primo è collegato con bisogni inerenti all'organismo intero, quali sono la produzione del calore e del movimento; ed il secondo coi bisogni inerenti ai singoli organi, vale a dire, colla nutrizione dei tessuti [1]. Questa distinzione è, a mio avviso, di fondamentale importanza, e in accordo con essa devesi cercare, come venga regolato il ricambio generale e come venga regolato il ricambio locale.

Il sistema nervoso può certo spiegare sul ricambio, sia generale e sia locale, un'azione *indiretta*, per mezzo dei nervi vasomotori. Ma oltre che un'azione indiretta per mezzo dei nervi vasomotori, può esso spiegare sul ricambio, generale e locale, anche azioni *dirette*, per mezzo di nervi *ad hoc* espressamente deputati? Questa è la questione che anzitutto deve, a mio avviso, essere presa in esame.

La glicogenesi epatica è senza dubbio un fatto di ricambio generale, collegato colla produzione del CO^2, del calore e del movimento; e perciò le esperienze sopra riferite, colle quali fu dimostrato che essa è direttamente regolata da speciali nervi, eccitatori e inibitori, e che i nervi inibitori della stessa inibiscono anche la produzione del CO^2 e del calore, *costituiscono necessariamente anche la prova della esistenza di nervi regolatori, in via diretta, del ricambio generale.* Ma dalle dette esperienze nessun lume ci vien dato invece riguardo alla esistenza o non esistenza di nervi regolatori, in via diretta, del ricambio locale, della nutrizione degli organi.

La *dottrina dei nervi trofici*, regolatori in via diretta della nutrizione degli organi, è stata emessa nel 1860 dal Samuel [2]; ma col progredire delle cognizioni, i dubbî intorno ad essa, anzichè diminuire, sono andati crescendo.

I fatti sperimentali, su cui principalmente si basava questa dottrina, erano le ulcerazioni che succedono nella cornea e nella mucosa della lingua e della bocca in seguito al taglio del V paio, e nella zampa posteriore in seguito al taglio dello sciatico, e l'atrofia dei muscoli striati, che succede al taglio dei rispettivi nervi motori.

Ma essendo stato dimostrato, che le ulcerazioni della cornea dopo il taglio del V paio, e quelle della zampa dopo il taglio dello sciatico non si verificano, se le parti, divenute insensibili, vengono convenientemente protette contro gli insulti dell'ambiente, queste alterazioni trofiche sono evidentemente da riferirsi alla perdita della sensibilità, piuttosto che alla mancanza di azioni nervose trofiche. E alla sua volta, l'atrofia dei muscoli striati, dopo il taglio dei rispettivi nervi motori, ha perduto il suo valore dimostrativo, dopo che si venne a conoscere che i muscoli striati

[1] A. Stefani, *Sull'azione trofica del sistema nervoso. Le Nevraxe.* Vol. XIV, 1913. Libro giubilare dedicato a Van Gehuchten.

A. Stefani, *Azione regolatrice del vago sugli scambî e sulla temperatura interna.* Archivio di Fisiologia, V, 1908. Vedi anche VIII Congresso internaz. di Fisiologia, Vienna, settembre 1910.

[2] Samuel, *Die trophische Nerven,* Leipzig 1860.

si atrofizzano anche senza che siano stati tagliati i loro nervi motori, se l'arto viene immobilizzato.

In base a numerosi fatti, di fisiologia animale e di fisiologia vegetale, alla dottrina dei nervi trofici fu sostituita, in questi ultimi tempi, quella dello *stimolo funzionale*, secondo la quale è la funzione stessa che costituisce lo stimolo regolatore, *in via diretta*, della nutrizione degli organi [1]. Ed a sostegno di questa dòttrina il mio assistente, A. Malesani [2], nel 1910, ha dimostrato un fatto di molto valore, che brevemente riferisco.

Il Malesani dimostrò, che se si sottopone a digiuno un cane, dopo di avere ad esso asportato un rene, il rene che rimane, non aumenta di peso, come notoriamente avviene nella nefrectomia unilaterale, e nello stesso tempo non diminuisce di peso, come notoriamente diminuiscono i reni nel digiuno. Alla morte per digiuno, il peso del rene rimasto unico si trova pressochè invariato.

Le esperienze del Malesani sono state in numero di dieci e tutte su cani; ed i risultati di esse sono riassunti nella tabella seguente:

Numero progressivo	Peso del rene asportato	Peso del rene rimasto unico alla morte per digiuno
I	gr. 27.00	gr. 26.50
II	» 9.80	» 9.00
III	» 16.00	» 15.90
IV	» 30.20	» 30.00
V	» 29.50	» 29.00
VI	» 18.00	» 18.00
VII . . .	» 18.50	» 18.70
VIII . . .	» 21.20	» 21.80
IX	» 33.44	» 33.00
X	» 32.30	» 32.50
Media	gr. 23.50	gr. 23.44

A mio avviso, il fatto dimostrato dal Malesani non si può spiegare, se non ammettendo che la funzione urinaria regoli la nutrizione del rene.

Il rene rimasto unico non si ipertrofizza nel digiuno, come avviene nelle condizioni ordinarie, perchè nel digiuno diminuisce la quantità dei materiali che i reni devono eliminare, e non si atrofizza come si atrofizzano i reni nel digiuno, perchè esso è costretto ad un lavoro doppio di quello che avrebbe compiuto se l'altro rene non fosse stato asportato.

[1] O. Hertwig, *Les tissus*, trad. p. Julin. Paris, 1903, pp. 131-148, Allgemeine Biologie, Cap. XVIII-XX. Jena, 1906.

[2] A. Malesani, *Comportamento del rene rimasto unico nell'organismo durante il digiuno*, Accademia Lincei, 1910.

Ammesso che la funzione costituisca lo stimolo trofico normale dell'organo, si capisce perchè un organo aumenti di peso quando aumenta il suo lavoro funzionale. siccome avviene notoriamente nei muscoli; si capisce perchè il rapporto fra il peso dei singoli organi e il peso dell'organismo sia diverso nelle diverse specie, variando a seconda delle specie l'attività dei diversi organi; e si capisce perchè invece nella stessa specie il detto rapporto si mantenga pressochè costante, essendo l'attività dei singoli organi, negli individui della stessa specie, pressochè dello stesso grado.

Se poi la funzione costituisce lo stimolo trofico diretto, ne viene di conseguenza che i nervi motori ed i nervi secretori vengono ad essere, *in via indiretta*, anche nervi trofici dei muscoli e delle ghiandole; e così si spiega come i muscoli si atrofizzino dopo il taglio dei rispettivi nervi motori.

Dopo quanto sono venuto esponendo parmi di potere concludere:

1°) *Che il ricambio generale è regolato direttamente da nervi* ad hoc *espressamente deputati.*

2°) *Che il ricambio locale è regolato invece direttamente dalla funzione degli organi stessi.*

3°) *Che il sistema nervoso regola, in via indiretta, il ricambio generale ed il ricambio locale per mezzo dei nervi vasomotori.*

4°) *Che il sistema nervoso regola, in via indiretta, il ricambio locale, la nutrizione cioè dei tessuti, per mezzo dei nervi motori e secretori.*

La distinzione del ricambio in generale e locale trova conferma nelle ricerche fatte dal Pari [1], nel 1904, intorno ai rapporti fra gli scambi respiratori e la superfice del corpo delle rane, ricerche che furono determinate da osservazioni fatte dal Manca [2] pochi anni prima, secondo le quali, anche negli animali a sangue freddo, la quantità di CO^2 emesso, per unità in peso del corpo, era maggiore negli animali più piccoli. Queste osservazioni del Manca non erano in accordo con la *legge di superficie*, illustrata dal Richet, dal Rubner, etc., perchè secondo la stessa solamente negli animali a sangue caldo dovrebbe verificarsi la corrispondenza fra la quantità del ricambio e la superfice dell'animale, solo in questi animali essendo necessario che le perdite del calore siano compensate da una produzione corrispondente.

E perciò il Pari sottopose ad ulteriori studî il rapporto, nelle rane, fra il CO^2 eliminato e la superfice del corpo; e la conclusione a cui egli è pervenuto, in seguito

[1] G. A. Pari, *Sulla intensità degli scambi respiratori nei vertebrati eterotermi e sul significato della legge di superficie*, Volume giubilare dedicato al prof. Stefani. Bologna, 1903; idem, *Sul rapporto tra il peso del fegato e la grandezza dell'animale nei vertebrati eterotermi. Contributo alla interpretazione della legge di superficie*, Archivio di fisiologia, vol. I, 1904.

[2] Ricordo sempre con dolore la morte di questo mio valentissimo Allievo, avvenuta pochi anni dopo che Egli era arrivato alla cattedra di fisiologia nella R. Università di Sassari. I di Lui numerosi lavori sono tutti interessanti e molti originali; e con elevato pensiero essi sono stati raccolti in un volume, per cura della Vedova, la nobile signora Margherita Lupati, che in modo migliore non poteva onorare la memoria del compianto Consorte. (Prof. Gregorio Manca. *Lavori di fisiologia.* Castelfranco Veneto, 1913). Fra questi lavori i più interessanti sono quelli sul digiuno degli animali a sangue freddo, e quelli sulle proprietà osmotiche dei corpuscoli del sangue e della lente.

a critica acuta e serena dei risultati delle ricerche sue e dei risultati in precedenza ottenuti da altri sperimentatori, e specialmente dal Richet nei cani, è che *la quantità del ricambio, tanto negli animali a sangue caldo quanto negli animali a sangue freddo, è in funzione sia del peso e sia della superficie del corpo; e che quindi vi ha una parte di ricambio la quale è subordinata al peso, ed un'altra parte la quale è subordinata invece alla superfice del corpo.*

Si capisce come deva verificarsi in tutti gli animali, sia a sangue freddo e sia a sangue caldo, un rapporto fra la quantità del ricambio e il peso del corpo, quando si considera che la nutrizione è un bisogno fondamentale di tutti i tessuti; e si capisce pure come deva verificarsi un rapporto fra la quantità del ricambio e la superfice del corpo, non solo negli animali a sangue caldo, in subordinazione al bisogno di mantenere costante la temperatura, ma anche negli animali a sangue freddo, quando si considera che in tutti gli animali i movimenti sono, in generale, provocati dalle azioni dell'ambiente sulla superfice sensitiva del corpo, e che queste azioni, in linea generale, devono essere quindi tanto maggiori, quanto più estesa è la detta superficie.

Il ricambio in rapporto col peso del corpo corrisponde evidentemente al ricambio locale, ed il ricambio in rapporto con la superficie corrisponde al ricambio generale.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI. Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I-XXVI. (1892-1918). Fasc. 4°, Sem. 1°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XXVI. (1892-1917). Fasc. 7°-10°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XII. Fasc. 6.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-6.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino e Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa e Napoli.*

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

(Anno CCCXIV 1917)

Serie Quinta — Volume XII — Fascicolo VII.

GIOVANNI ZAPPA

STUDIO DI UN NUOVO METODO

PER

LA DETERMINAZIONE DELLA LATITUDINE

CON OSSERVAZIONI IN PRIMO VERTICALE

(Premio *Carpi* pel 1913-14)

Smithsonian Institution
SEP 25 1924
National Museum

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1918

Studio di un nuovo metodo per la determinazione della latitudine con osservazioni in primo verticale.

Memoria di GIOVANNI ZAPPA

(premio « Carpi » pel 1913-14)

Descrizione e carattere del nuovo metodo.

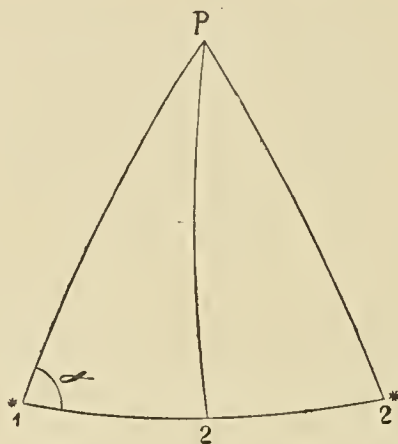
I metodi classici di Bessel e di Struve, che dànno la latitudine con osservazioni in primo verticale, domandano la determinazione del tempo dei passaggi a Est e ad Ovest della stessa stella; quindi domandano la conoscenza dell'andamento dell'orologio e della variazione delle costanti strumentali per un tempo non piccolo. Di più non permettono praticamente che l'osservazione al verticale Ovest preceda quella al verticale Est, e quindi non permettono l'eliminazione di taluni errori sistematici.

L'osservazione delle stelle zenitali riduce l'intervallo di tempo per cui si devono conoscere il Δt e la variazione dell'azimut (tralasciamo l'errore dell'inclinazione che vien dato dalla livella, e quello della collimazione che può esser considerato come costante nello stesso intervallo e attenua l'effetto di tali errori: di modo che i metodi stessi vengono esclusivamente adoperati con stelle assolutamente zenitali (generalmente entro tre gradi dallo zenit); ma l'osservazione delle zenitali porta degli inconvenienti sia per la stretta zona di declinazione in cui le stelle devono esser scelte, sia per la durata del passaggio, sia per la traiettoria quasi parallela al piano verticale, sia perchè se molti errori diminuiscono, alcuni crescono per δ che s'avvicina a φ. Nemmeno per le stelle zenitali, è possibile la precedenza dell'osservazione al verticale W.

Il metodo che proponiamo costituisce il complemento dei metodi classici perchè permette l'osservazione di stelle di qualunque distanza zenitale e nello stesso tempo è immune dagli inconvenienti suddetti; esso consiste nell'osservazione in primo verticale di due stelle di coordinate note $\alpha_1\,\delta_1$, $\alpha_2\,\delta_2$ che passino per il primo verticale a breve intervallo l'una dall'altra, l'una a E, l'altra a W; potrà precedere tanto l'osservazione dell'una che quella dell'altra, dimodochè se indichiamo con T_1 il tempo dell'osservazione della stella che passa a E, con T_2 il tempo di quella che passa a W potrà essere $T_2 - T_1$ positivo o negativo. Per ottenere buoni risultati bisognerà che

$T_2 - T_1$ sia piccolo, anzi appena tale che l'osservazione successiva delle due stelle sia praticamente possibile; qualunque sia il segno di $T_2 - T_1$, la differenza degli angoli orari a cui le due stelle sono osservate, supposto lo strumento in primo verticale, è data da

$$t = T_2 - T_1 + \alpha_1 - \alpha_2 .$$

Consideriamo il triangolo sferico (P, 1, 2) formato dal polo (P) e dai due punti (1, 2) in cui sono successivamente osservate le due stelle in primo verticale, una a E, l'altra a W.

Il cerchio massimo PZ in cui Z indica lo zenit del luogo di osservazione, sarà il meridiano del luogo, cioè sarà PZ uguale alla colatitudine e PZ formerà angoli retti con 1 , 2 ; l'angolo in 1 che diremo γ sarà dato da

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\operatorname{sen} t \cos \delta_2}{\operatorname{sen} \delta_2 \cos \delta_1 - \operatorname{sen} \delta_1 \cos \delta_2 \cos t}$$

o da

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{2 \cos \delta_2}{\operatorname{sen} (\delta_1 + \delta_2) \operatorname{tg} \frac{1}{2} t - \operatorname{sen} (\delta_1 - \delta_2) \operatorname{ctg} \frac{1}{2} t}$$

e la latitudine sarà data dalla relazione

$$\operatorname{sen} \gamma \cos \delta_1 = \cos \varphi .$$

Poichè $\delta_1\ \delta_2$ nelle nostre formole costituiscono le distanze dall'equatore che hanno le stelle al momento del loro passaggio al primo verticale e anche t dipende dalle coordinate delle due stelle al medesimo momento, segue immediatamente che le coordinate $\alpha_1\ \alpha_2\ \delta_1\ \delta_2$ devono essere apparenti, che $T_2 - T_1$ deve essere corretto degli errori derivanti dall'orologio e di quelli derivanti dallo strumento.

La distanza zenitale a cui le stelle vengono osservate sarà data dalla formola consueta

$$\cos z = \frac{\operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen} \varphi}$$

e l'angolo orario sarà dato da

$$\cos \tau = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi} .$$

La determinazione della latitudine con osservazioni in primo verticale è resa così frutto di osservazioni puramente differenziali (determinazione della piccola differenza di tempo dei due passaggi) quale è quella della determinazione in meridiano col metodo di Horrebow-Talcott, ma di carattere assolutamente diverso.

Dalla relazione che dà la distanza zenitale appare che pur essendo osservabili tutte le stelle di declinazione δ compresa tra 0° e φ, la distanza zenitale z cresce abbastanza rapidamente col crescere di $\varphi - \delta$.

Difatti si ha per $\varphi = 40°52'$ latitudine dell'Osservatorio di Capodimonte

per δ =	Z =
40°	11°
35	29
30	40
25	50
20	58
15	67
10	75
5	82
0	90

Per cui, restando nel caso generale di escludere le osservazioni di passaggi a meno di 30° dall'orizzonte, si ha una fascia di 20° in declinazione di stelle che si prestano per una buona osservazione. L'intervallo impiegato nel passaggio da Est a Ovest non pone più alcun impedimento.

Passiamo all'esame del comportarsi degli errori per le declinazioni della fascia tra 40° e 20°. Noi terremo $\varphi = 40°52'$, come il caso che più c'interessa, ma le considerazioni che verremo facendo si estenderanno immediatamente alle latitudini diverse, poichè si baseranno quasi esclusivamente sulle distanze zenitali.

Effetto degli errori sulla latitudine nelle determinazioni col nuovo metodo e loro eliminazione.

Terremo conto di tutti gli errori che portino nella latitudine un errore di 0".01 e li divideremo in due categorie: errori nell'angolo t, errori nelle declinazioni.

Un errore dt nell'angolo t produrrà nella latitudine l'errore dato dalla relazione

$$d\varphi = -\cos\gamma\cos\delta_1 \operatorname{cosec}\varphi\, d\gamma$$

$$d\gamma = -\left[\frac{\operatorname{sen}(\delta_1+\delta_2)}{\cos^2\frac{1}{2}t} + \frac{\operatorname{sen}(\delta_1-\delta_2)}{\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}t}\right]\frac{\operatorname{sen}^2\gamma}{4\cos\delta_2}\cdot dt$$

e si ha la tabella seguente che dà in 0".01 l'errore $d\varphi$ per un errore di $0^s.01$:

δ_2 \ δ_1	20	25	30	35	40
20	8.1	6.7	5 5	4.0	1.6
25	6.7	5.8	4.8	3.7	1 6
30	5.5	4.8	4.2	3.1	1.5
35	4.0	3.7	3.1	2.7	1.3
40	1.6	1.6	1.5	1.3	1.1

Un errore nell'angolo al polo t deriva da due cause: dai difetti della determinazione di $T_2 - T_1$ e da quelli di $\alpha_2 - \alpha_1$. La determinazione di $T_2 - T_1$ risulta affetta da un complesso di errori che esamineremo tra poco. Quella di $\alpha_2 - \alpha_1$ dalla differenza degli errori di α_2 e di α_1. Poichè a un errore $\Delta\alpha$ corrisponde un errore uguale in t, per lo studio dell'influsso di $\Delta\alpha$ valgono le formole e la tabella precedente. Da esse si vede che il coefficiente che trasforma l'errore $\Delta\alpha$ in errore in φ è minore di 1 e per stelle vicine allo zenit notevolmente minore. Qui già appare l'opportunità di ridurre in molti casi un po' la zona di 20° che abbiamo assunto come utile: ma supponiamo pure di avere $\frac{1}{4}$ come valore medio del rapporto $\frac{d\varphi}{d\alpha}$. Ne segue che è sempre importante di avere stelle di ascensione retta ben conosciuta. Nei metodi classici tale precisione non è richiesta; ma, poichè è richiesta quella delle declinazioni, e, nella loro grande generalità, le stelle che hanno buona declinazione hanno buona ascensione retta, non si viene a introdurre così una limitazione nella scelta delle stelle, ma si va incontro a una nuova causa d'errore: quella dipendente dalla ascensione retta. Questo errore viene a sostituire quelli che nascevano nei metodi classici per le variazioni dell'orologio, e delle costanti dello strumento nel lungo intervallo tra i due passaggi Est e Ovest.

Ma oggi che si hanno buone coordinate di moltissime stelle (4 cataloghi di fondamentali con 3064 stelle e il *Preliminar General Catalogue* di L. Boss con 6188 stelle), la nuova sorgente di errore è assai meno temibile della prima, specialmente per il fatto che possono essere studiati con tutta cura gli errori sistematici delle osservazioni, e quindi si è di fronte quasi unicamente a errori accidentali che si eliminano con osservazioni numerose.

Si può considerare completa l'eliminazione degli errori sistematici in ascensione retta per l'identità dei tre sistemi fondamentali N. B. A.; mentre per la declinazione, i tre sistemi fondamentali presentano una differenza che, nulla al polo, diviene massima all'equatore col valore di 0''30. Di essi però il sistema di Boss non dovrebbe avere all'equatore, secondo Newcomb, un errore superiore a 0''.1; l'effetto di questa incertezza è comune ai metodi classici ed al nuovo di cui trattiamo; ma è di minimo importo per le determinazioni di latitudine e costante per tutte le ascensioni rette e quindi di nessuna importanza per lo studio delle variazioni.

Poichè osservazioni di dieci coppie si ottengono facilmente in meno di tre ore di osservazione, consideriamo appunto una determinazione di dieci coppie; anzi, per comodità di calcolo dell'errore probabile, di nove.

Supponiamo l'errore in ascensione retta di una stella essere in media di $0''.20$ (errore probabile della maggior parte delle stelle del *P. G. C.*); supposto l'errore di un $\alpha_2 - \alpha_1$ uguale a

$$\sqrt{2 \times 0.20^2} = 0''.28$$

all'equatore e quindi in tempo e sul parallelo (supposto δ medio uguale a 30°)

$$0^s.022$$

il medio di 9 coppie sarà affetto da

$$0^s.007$$

e la latitudine avrà un errore probabile di

$$0''.025$$

numero che può anche esser ridotto a due terzi, migliorando le coordinate stellari con nuove osservazioni o scegliendo le stelle dal *P. G. C.* in modo da prendere quelle di maggior precisione.

L'errore in $T_2 - T_1$ ha tre sorgenti: errore di osservazione dei passaggi; errori strumentali; rifrazione anormale. Le prime due e specialmente la seconda dipendono dallo strumento usato. Ammetteremo dunque, come è il nostro caso, che le osservazioni siano fatte con uno strumento dei passaggi facilmente invertibile (Bamberg, Repsold). Albrecht dà [*Formeln und Hilfstafeln*, pag. 21] per le osservazioni meridiane di un doppio contatto, come valore dell'error medio

$$\mu = \sqrt{0^s.04^2 + \left(\frac{2^s.1}{U}\right)^2 \sec^2\delta}$$

ed allora potremo ammettere per le osservazioni in primo verticale

$$\mu = \sqrt{0^s.04^2 + \left(\frac{2^s.1}{U}\right)^2 \frac{1}{\operatorname{sen}^2 z \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

dove U indica l'ingrandimento; è presumibile però che i coefficienti possano essere un poco diversi, poichè il moto della stella qui è inclinato rispetto al filo mobile e non normale ad esso. Per semplicità ammettiamo un ingrandimento di 100 volte e avremo

$$\mu = 0^s.02\sqrt{2^2 + \operatorname{cosec}^2\varphi \operatorname{cosec}^2 z}\,.$$

Allora per la media di nove doppî contatti si hanno gli errori medî

	s
$\delta = 20$	0.018
25	0.019
30	0.021
35	0.025
40	0.056

e per la differenza dell'osservazione di una stella a E con quella di una a W si hanno, secondo la formola

$$\sqrt{\varepsilon_E^2 + \varepsilon_W^2} \,,$$

i valori dati dalla tabella in centesimi di secondo in tempo:

δ_2 \ δ_1	20	25	30	35	40
20	2.55				
25	2.62	2.69			
30	2.77	2.83	2.97		
35	3.08	3 14	3.27	3.54	
40	5 88	5.91	5.98	6.13	7.92

Con la formola data precedentemente si ottiene l'errore corrispondente nella latitudine e si ha la nuova tabella in cui l'unità è il centesimo di secondo d'arco:

δ_2 \ δ_1	20	25	30	35	40
20	20.7				
25	17.7	15.7			
30	15.4	13.6	12.5		
35	12.5	11.8	10.3	9.5	
40	9.7	9.7	9.0	8.4	8.3

E quando si osservino più di 9 doppî contatti, i numeri si riducono secondo il rapporto $3/\sqrt{n}$ dove n è il numero dei doppî contatti. La latitudine che derivi da 9 coppie avrà un errore medio pari alla terza parte degli errori suddetti.

Poichè la latitudine è funzione della differenza dei tempi misurati, gli errori sistematici d'osservazione non hanno influsso, salvo quelli che mutassero di segno con l'angolo orario. Se anche tali errori esistono, quando si osservi con il micrometro

registratore, devono esser minimi; cosicchè possiamo concludere che si ha per la latitudine determinata in una sera con 9 coppie, un errore dovuto ad imperfetta osservazione dei passaggi prossimo a 0''.04.

E passiamo agli errori strumentali: collimazione (c), inclinazioni (i), azimut (a). Introduciamo le quantità ausiliarie λ e η definite dalle

$$\begin{aligned} \cos\lambda \operatorname{sen}(\varphi-\eta) &= -\operatorname{sen} i \cos\varphi + \cos i \cos a \operatorname{sen}\varphi \\ \operatorname{sen}\lambda \operatorname{sen}(\varphi-\eta) &= \cos i \operatorname{sen} a \\ \cos(\varphi-\eta) &= \operatorname{sen} i \operatorname{sen}\varphi + \cos i \cos a \cos\varphi \end{aligned}$$

indichiamo con t l'angolo orario in cui una stella α, δ passa in 1° verticale; indichiamo con ε la correzione dell'angolo orario osservato, cioè poniamo

$$t = t_{oss} + \varepsilon;$$

avremo allora rigorosamente (vedi Chauvenet, II, 243):

$$\cos(t_{oss} - \lambda) = \operatorname{cosec}(\varphi-\eta) \operatorname{sen} c \sec\delta + \operatorname{ctg}(\varphi-\eta) \operatorname{tg}\delta .$$

Da questa formola dedurremo la correzione $\varepsilon = f(c, a, i; \alpha, \delta, \varphi)$.

Poichè è

$$\cos t = \operatorname{cotg}\varphi \operatorname{tg}\delta$$

si ha

$$\cos(t_{oss} - \lambda) - \cos t = \frac{\operatorname{sen} c \sec\delta}{\operatorname{sen}(\varphi-\eta)} + \frac{\operatorname{tg}\delta \operatorname{sen}\eta}{\operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}(\varphi-\eta)}$$

e quindi

$$\operatorname{sen}(\varepsilon+\lambda) = \left[2\cos t \operatorname{sen}^2\left(\frac{\varepsilon+\lambda}{2}\right) + \frac{\operatorname{sen} c \sec\delta}{\operatorname{sen}(\varphi-\eta)} + \frac{\operatorname{tg}\delta \operatorname{sen}\eta}{\operatorname{sen}(\varphi-\eta)\operatorname{sen}\varphi}\right]\frac{1}{\operatorname{sen} t}$$

cioè per

$$\operatorname{sen} t = \frac{\operatorname{sen} z}{\cos\delta} \qquad \cos t = \frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg}\varphi} \qquad \cos z = \frac{\operatorname{sen}\delta}{\operatorname{sen}\varphi} \ (^1)$$

$$a) \quad \operatorname{sen}(\varepsilon+\lambda) = \frac{2\cos\varphi \operatorname{sen}^2\left(\frac{\varepsilon+\lambda}{2}\right)}{\operatorname{tg} z} + \frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen}(\varphi-\eta)} + \frac{\operatorname{sen}\eta}{\operatorname{tg} z \operatorname{sen}(\varphi-\eta)} .$$

La formola a) è rigorosa e vale anche per errori grandi. Se di questi si possono trascurare le seconde potenze, si ha

$$b) \quad \varepsilon = \left[-a + \frac{c}{\operatorname{sen} z} + \frac{i}{\operatorname{tg} z}\right]\frac{1}{\operatorname{sen}\varphi} .$$

Al fine di stabilire il limite massimo degli errori per poter usare la b) invece della a) senza introdurre nella latitudine un errore superiore a 0''.01, considereremo i 4 casi:

$z = 10°$ che corrisponde per noi a $\delta = 40°$
$z = 30°$ $\delta = 35°$
$z = 40°$ $\delta = 30°$
$z = 50°$ $\delta = 25°$

ai quali corrispondono per un $d\varphi = 0''.01$ i dt

$0''.10$
$0''.05$
$0''.03$
$0''.02$

I termini di secondo ordine saranno:

per $(\varepsilon + \lambda)$ $\quad \frac{(\varepsilon + \lambda)^2}{2} \frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z}$;

per c $\quad c \eta \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen} \varphi}$;

per η oltre il precedente $\quad \frac{\eta^2 \operatorname{ctg} \varphi}{\operatorname{tg} z \operatorname{sen} \varphi}$.

Ponendo la condizione che nessuno dei detti termini abbia a superare la metà dei dt corrispondenti, avremo che se gli errori vengono espressi in secondi, dovranno essere $\varepsilon + \lambda$, il prodotto $c \times \eta$ ed η minori o tutt'al più uguali ai valori della tabella:

errori \ decl.	25	30	35	40
$\varepsilon + \lambda$	84″	86″	91″	73″
$c\eta$	824	1239	1444	1030
η	38″	41″	41″	32″

Quando queste disuguaglianze siano rispettate, possiamo subito affermare valida la formola

$$\varepsilon = -\lambda + \frac{c}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen} \varphi} + \frac{\eta}{\operatorname{tg} z \operatorname{sen} \varphi}$$

poichè gli errori che si commettono sostituendo l'arco al seno sono del terzo ordine

(1) Si ha anche

$$\operatorname{sen} t = \frac{\sqrt{\operatorname{sen}(\varphi - \delta) \operatorname{sen}(\varphi + \delta)}}{\operatorname{sen} \varphi \cos \delta} \qquad \operatorname{sen} z = \frac{\sqrt{\operatorname{sen}(\varphi - \delta) \operatorname{sen}(\varphi + \delta)}}{\operatorname{sen} \varphi} \qquad \frac{\cos z}{\cos t} = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi}$$

$$\frac{\operatorname{tg} z}{\operatorname{tg} t} = \cos \varphi .$$

e precisamente

per un arco di	si ha un errore di
5′	0″.0006
10	0·001
15	0.003
20	0.007
25	0.013
30	0.023
35	0.036
40	0.054
45	0.077
50	0.106
55	0.141
60	0.183

A meno di termini del terzo ordine si ha

$$\eta = i + \left[\frac{\eta^2}{2} - \frac{i^2}{2} + \frac{\lambda^2}{2} - \frac{a^2}{2}\right] \operatorname{tg} \varphi$$

$$\lambda = \frac{a}{\operatorname{sen} \varphi} + \lambda \eta \operatorname{ctg} \varphi$$

$$\eta = i - \left[\frac{i^2}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{\eta^2}{2}\right] \operatorname{ctg} \varphi$$

cioè, sempre a meno di termini del terzo ordine,

$$\eta = i + \left[\frac{\lambda^2}{2} - \frac{a^2}{2}\right] \operatorname{tg} \varphi$$

$$\lambda = \frac{a}{\operatorname{sen} \varphi} + \lambda \eta \operatorname{ctg} \varphi$$

$$\eta = i - \frac{a^2}{2} \operatorname{ctg} \varphi$$

e introducendo la seconda nella prima, si giunge di nuovo alla terza, quindi abbiamo da considerare le due relazioni indipendenti

$$\lambda = \frac{a}{\operatorname{sen} \varphi} + \lambda \eta \operatorname{ctg} \varphi = \frac{a}{\operatorname{sen} \varphi} + \frac{a i}{\operatorname{sen} \varphi \operatorname{tg} \varphi}$$

$$\eta = i - \frac{a^2}{2} \operatorname{ctg} \varphi .$$

Si ha subito che per $\varphi = 40°52'$ se a e i vengono espressi in secondi, dovranno il primo e il prodotto di entrambi, espressi in secondi, essere minori o uguali ai numeri rispettivi della tabella

decl. / errori	25	30	35	40
ai	1215	2294	2293	5802
a	53	54	48	45

Tutte le condizioni trovate si riassumono praticamente nelle seguenti:

$$\begin{array}{llll}
\delta = 40° & |i| < 30'' & |c + 0.7\,i| < 10'' & |a| < 45'' \\
\delta = 35 & |i| < 40'' & |c + 0.8\,i| < 30'' & \\
\delta = 30 & |i| < 40'' & |c + 0.9\,i| < 40'' & |a| < 50''. \\
\delta = 25 & |i| < 40'' & |c + 1.0\,i| < 40'' &
\end{array}$$

I limiti che abbiamo trovato sono tali da permettere la riduzione, fuor che per le stelle assolutamente zenitali, con la formola b) anche per uno strumento messo in primo verticale piuttosto grossolanamente quando si abbiano i passaggi al filo centrale. Con quella formola però non si possono ridurre le osservazioni dei fili laterali neppure per osservazioni non simmetriche se non in casi molto particolari.

Essa comprende solo le prime potenze degli errori ed ha la precisione necessaria quando questi errori sono dell'ordine di $10''$ cioè in parte di raggio di 5×10^{-5} mentre c arriva ordinariamente ad alcune centinaia di secondi d'arco. Per $c = 1000''$ $c^2 = 2 \times 10^{-5}$ mentre ci e ca varranno 2.5×10^{-7} e c^3 varrà 10^{-7}: donde la necessità evidente di prendere in considerazione i termini in c^2 e l'opportunità di non trascurare *a priori* neppur quelli in ci in ca in c^3 e di giungere così ad una formola a meno dei termini di secondo ordine, che comprenda cioè i termini di ordine 1 e 1,5, chiamato 1 l'ordine di i, a, c^2, cioè di $10''$.

Ebbene a meno dei termini del 2° ordine si ha

$$\varepsilon = -\frac{a}{\operatorname{sen}\varphi} + \frac{c}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen}\varphi} + \frac{i}{\operatorname{tg} z \operatorname{sen}\varphi} + \frac{c^2}{2 \operatorname{sen}\varphi \operatorname{tg}\varphi \operatorname{sen}^2 z \operatorname{tg} z} +$$
$$+ \frac{ci}{\operatorname{sen}\varphi \operatorname{tg}\varphi \operatorname{sen} z \operatorname{tg}^2 z} + \frac{ci}{\operatorname{sen}\varphi \operatorname{tg}\varphi \operatorname{sen} z} + \frac{c^3}{6 \operatorname{sen}^3 z \operatorname{sen}^3 \varphi} -$$
$$- \frac{c^3}{6 \operatorname{sen} z \operatorname{sen}\varphi} + \frac{c^3}{2 \operatorname{sen}^3 z \operatorname{tg}^2 z \operatorname{sen}\varphi \operatorname{tg}^2\varphi}.$$

Indichiamo con A_1 e A_2 rispettivamente il primo e il secondo termine in ci, con $B_1\, B_2\, B_3$ rispettivamente il primo, il secondo, il terzo termine in c^3, con C il termine in c^2, e nei quadri seguenti troveremo il valore dei nuovi termini per $c = 100''\ 200''\ 400''\ 600''$ e le distanze zenitali 10° 20° 30° 40° 50°, espresso in secondi d'arco; nei termini in ci si è preso $i = 10''$

A_1

z \ c	100″	200″	400″	600″
10°	1.59	3.17	6.34	9.51
20	0.18	0.38	0.76	1.13
30	0.05	0.10	0.21	0.31
40	0.02	0.04	0.08	0.11
50	0.01	0.02	0.03	0.05

A_2

z \ c	100″	200″	400″	600″
10°	0.05	0.10	0.20	0.30
20	0.03	0.05	0.10	0.15
30	0.02	0.03	0.07	0.10
40	0.01	0.03	0.05	0.08
50	0.01	0.02	0.04	0.07

B_1

z \ c	100″	200″	400″	600″
10°	0.01	0.02	0.17	0.58
20	0.00	0.00	0.02	0.08
30	0.00	0.00	0.01	0.02
40	0.00	0.00	0.00	0.01
50	0.00	0.00	0.00	0.01

B_2

z \ c	100″	200″	400″	600″
10°				
20				
30		0.00		
40				
50				

B_3

z \ c	100″	200″	400″	600″
10°	0.15	1.18	9.43	31.83
20	0.00	0.04	0.04	0.98
30	0.00	0.00	0.00	0.12
40	0.00	0.00	0.00	0.11
50	0.00	0.00	0.00	0.00

C

z \ c	100″	200″	400″	600″
10°	8.04	32.21	128.95	289.93
20	1.00	4.02	16.09	36 21
30	0.30	1.19	4.75	10.68
40	0.12	0.49	1.97	4.45
50	0.06	0.25	0.98	2.20

Ne segue che il termine in c^2 non si può mai trascurare per i fili laterali. Nei limiti delle tabelle è sempre trascurabile B_2, quasi sempre A_2 e B_1 ed in alcuni casi A_1 e B_3. Per $z = 10°$ e collimazioni forti appaiono non trascurabili nemmeno i termini in c^4 e in $c^2 i$, che hanno speciale importanza perchè non vengono eliminati nelle osservazioni a fili simmetrici. Essi sono

$$\frac{5 c^4}{8 \operatorname{sen}^4 z \operatorname{tg}^3 z \operatorname{sen} \varphi \operatorname{tg}^3 \varphi} + \frac{3 c^4}{8 \operatorname{sen}^4 z \operatorname{tg} z \operatorname{sen}^3 \varphi \operatorname{tg} \varphi} - \frac{c^4}{6 \operatorname{sen}^2 z \operatorname{tg} z \operatorname{sen} \varphi \operatorname{tg} \varphi}$$

$$\frac{c^2 i}{2 \operatorname{sen}^2 z \operatorname{tg} z \operatorname{sen}^3 \varphi} + \frac{c^2 i}{\operatorname{sen}^2 z \operatorname{tg} z \operatorname{sen} \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi} + \frac{2 c^2 i}{\operatorname{sen}^2 z \operatorname{tg}^3 z \operatorname{sen} \varphi \operatorname{tg}^2 \varphi}$$

i termini più forti in c^4 e in $c^2 i$ cioè il primo in c^4 e l'ultimo in $c^2 i$ importano quanto appare nel quadro seguente, supposto i di 10″

c	c^4		$c^2 i$	
	$z = 10°$	$z = 20°$	$z = 10°$	$z = 20°$
100″	0.″00	0.″00	0.″06	0.″00
200	0.05	0.00	0.23	0.01
400	0.86	0.01	0.92	0.03
600	4.37	0.03	2.09	0.06

Possiamo concludere che con fili simmetrici fino a $z = 20°$ e poco oltre basta la considerazione del termine in c^2, e poichè gli altri termini in c^4 e in $c^2 i$ sono trascurabili anche per $z = 10°$ potremo aggiungere che per z da 10° a 20° basta considerare ancora il primo termine in c^4 e l'ultimo in $c^2 i$ oltre quello in c^2. E il caso dei fili simmetrici è quello che si ha quando, come proponiamo, si inverta lo strumento durante il passaggio di ogni stella. Per distanze zenitali minori di 10° o per collimazioni eccezionali sarà più conveniente ricorrere, come per le osservazioni a fili non simmetrici, alle formole complete date sopra, che possono esser semplificate nei termini indipendenti da c, od a quelle che contengono l'angolo intermedio tra quello della stella al filo d'osservazione e quello della stella al filo di mezzo o in primo verticale. Usando il tempo intermedio t_i tra l'osservato (corretto dell'errore dell'orologio) e quello dell'astro in primo verticale si ha la formola degli errori rigorosa

$$2 \operatorname{sen} \frac{\varepsilon + \lambda}{2} = \frac{1}{\operatorname{sen}\left(t_i - \frac{\lambda}{2}\right)} \left\{ \frac{\operatorname{sen} c \sec \delta}{\operatorname{sen}(\varphi - \eta)} + \frac{\operatorname{tg} \delta \operatorname{sen} \eta}{\operatorname{sen}(\varphi - \eta) \operatorname{sen} \varphi} \right\}$$

usando invece il tempo intermedio t_c tra quello osservato al filo di mezzo di collimazione c_m e quello al filo considerato di collimazione $c_c - c_m = h$ si ha per la riduzione al filo di mezzo sempre rigorosamente

$$2 \operatorname{sen} \frac{H}{2} = \frac{2 \cos\left(\frac{1}{2} h + c_m\right) \operatorname{sen} \frac{1}{2} h}{\operatorname{sen}(\varphi - \eta) \cos \delta \operatorname{sen}(t_c - \lambda)}$$

nelle quali in casi non estremi si possono introdurre ovvie modificazioni.

La correzione dell'orologio che qui compare, e soltanto qui, non è un elemento necessario. Prima di tutto deve avere solo una precisione scarsa, quella necessaria per c nei termini di secondo ordine. Ma se ne può fare sempre a meno sia usando lo sviluppo in serie, sia procedendo con successive approssimazioni nel calcolo di t_c, di t_i o di ε nel secondo membro della

$$\varepsilon = -\frac{a}{\operatorname{sen} \varphi} - \frac{a\eta}{\operatorname{sen} \varphi} \operatorname{ctg} \varphi + \frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z} \left[\varepsilon + \frac{a}{\operatorname{sen} \varphi} \right]^2 + c \frac{[1 + i \operatorname{ctg} \varphi]}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen} \varphi} + \frac{\eta}{\operatorname{tg} z \operatorname{sen} \varphi}$$

o di t_{oss} nella

$$\cos t = \cos(t_{oss} - \lambda) - \operatorname{sen} c \left[\frac{1 + i \operatorname{ctg} \varphi}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen} \varphi}\right] - \frac{i}{\operatorname{tg} z \operatorname{sen} \varphi}$$

dove

$$\lambda = \frac{a}{\operatorname{sen} \varphi} + \frac{a i}{\operatorname{sen} \varphi} \operatorname{ctg} \varphi$$

o ricavando $\operatorname{sen}(\varepsilon + \lambda)$ dalla formola a). Se si pone

$$\frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z} = A \qquad \frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen}(\varphi - \eta)} + \frac{\operatorname{sen} \eta}{\operatorname{tg} z \operatorname{sen}(\varphi - \eta)} + \frac{\cos \varphi}{\operatorname{tg} z} = B$$

si ha rigorosamente

$$\operatorname{sen}(\varepsilon + \lambda) = \frac{B - A \sqrt{1 + A^2 - B^2}}{1 + A^2}.$$

Ma il tempo può esser determinato con le stesse osservazioni di latitudine.

Dalla formola ridotta si hanno subito i rapporti degli incrementi dell'angolo orario, con gli incrementi degli errori

$$\frac{dt}{da} = \frac{1}{\operatorname{sen} \varphi} \qquad \frac{dt}{dc} = \frac{1}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen} \varphi} \qquad \frac{dt}{di} = \frac{1}{\operatorname{sen} \varphi \operatorname{tg} z}$$

e con la formola data sopra che fornisce $\frac{d\varphi}{dt}$ si hanno senz'altro i rapporti

$$\frac{d\varphi}{da} \qquad \frac{d\varphi}{dc} \qquad \frac{d\varphi}{di}.$$

Inoltre dalle formole già ottenute si giunge alle quattro formole seguenti nelle quali per semplicità poniamo

$$\frac{a}{\operatorname{sen} \varphi} = \bar{a} \qquad \frac{c}{\operatorname{sen} \varphi} = \bar{c} \qquad \frac{i}{\operatorname{sen} \varphi} = \bar{i}$$

e indichiamo con $T_1 T_2$ il tempo dei passaggi osservati a E col cerchio a N e a S rispettivamente e analogamente con $T_3 T_4$ i due passaggi osservati a W col cerchio a N e a S, rispettivamente, con T_E il tempo del passaggio esatto a E, con T_W quello del passaggio esatto a W, con K la correzione all'orologio per il tempo $\frac{1}{2}(T_E + T_W)$, con k la marcia dell'orologio con ε i termini di ordine superiore in c; usiamo agli errori gl'indici 1 2 3 4 per indicare che si considera il loro valore ai tempi $T_1 T_2 T_3 T_4$; conserviamo per generalità i termini a primo ordine di c, che si eliminano con l'inversione dello strumento a metà di ogni passaggio; introduciamo le convenzioni

a positivo quando la linea di collimazione 0 per $z = 90°$ è deviata da E verso N;

i positivo quando la linea di collimazione 0 per $z = 0$ è deviata da N a S;

c positivo quando la linea di osservazione è spostata dalla parte del cerchio;

nei termini di ε i singoli errori alla prima potenza hanno gli stessi segni con cui figura il loro valore assoluto per lo stesso passaggio e la stessa posizione dello strumento nei termini di primo ordine.

$$T_E = T_1 + K + k[T_1 - \tfrac{1}{2}(T_E + T_W)] + \bar{a}_1 + \bar{c}_1 \operatorname{cosec} z - \bar{i}_1 \operatorname{ctg} z - \varepsilon_1 \quad \text{Pass E Cer. N}$$

$$T_E = T_2 + K + k[T_2 - \tfrac{1}{2}(T_E + T_W)] + \bar{a}_2 - \bar{c}_2 \operatorname{cosec} z - \bar{i}_2 \operatorname{ctg} z - \varepsilon_2 \quad \text{Pass E Cer. S}$$

$$T_W = T_3 + K + k[T_3 - \tfrac{1}{2}(T_E + T_W)] + \bar{a}_3 - \bar{c}_3 \operatorname{cosec} z + \bar{i}_3 \operatorname{ctg} z + \varepsilon_3 \quad \text{Pass W Cer. N}$$

$$T_W = T_4 + K + k[T_4 - \tfrac{1}{2}(T_E + T_W)] + \bar{a}_4 + \bar{c}_4 \operatorname{cosec} z + \bar{i}_4 \operatorname{ctg} z + \varepsilon_4 \quad \text{Pass W Cer. S}$$

Per il medio delle osservazioni con cerchio a N e a S si ha

$$T_E = \frac{T_1 + T_2}{2} + K + k[\tfrac{1}{2}(T_1 + T_2) - \tfrac{1}{2}(T_E + T_W)] +$$
$$+ \tfrac{1}{2}(\bar{a}_1 + \bar{a}_2) + \tfrac{1}{2}(\bar{c}_1 - \bar{c}_2) \operatorname{cosec} z - \tfrac{1}{2}(\bar{i}_1 + \bar{i}_2) \operatorname{ctg} z - \tfrac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

$$T_W = \frac{(T_3 + T_4)}{2} + K + k[\tfrac{1}{2}(T_3 + T_4) - \tfrac{1}{2}(T_E + T_W)] +$$
$$+ \tfrac{1}{2}(\bar{a}_3 + \bar{a}_4) - \tfrac{1}{2}(\bar{c}_3 - \bar{c}_4) \operatorname{cosec} z + \tfrac{1}{2}(\bar{i}_3 + \bar{i}_4) \operatorname{ctg} z + \tfrac{1}{2}(\varepsilon_3 + \varepsilon_4)$$

e quindi per la differenza dei tempi nell'ipotesi che k e gli errori non siano così grandi, da rendere necessaria la distinzione di $\frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ da T_E e di $\frac{1}{2}(T_3 + T_4)$ da T_W nel calcolo dell'andamento dell'orologio, indicando la distanza zenitale della stella a E con z_1 e quella della stella a W con z_2 si ha

$$T_W - T_E = \left(\frac{T_3 + T_4}{2}\right) - \left(\frac{T_1 + T_2}{2}\right) + k[T_W - T_E] +$$
$$+ \tfrac{1}{2}(\bar{a}_4 + \bar{a}_3 - \bar{a}_2 - \bar{a}_1) + \tfrac{1}{2}(\bar{c}_4 - \bar{c}_3) \operatorname{cosec} z_2 + \tfrac{1}{2}(\bar{c}_2 - \bar{c}_1) \operatorname{cosec} z_1 +$$
$$+ \tfrac{1}{2}(\bar{i}_4 + \bar{i}_3) \operatorname{cotg} z_2 + \tfrac{1}{2}(\bar{i}_2 + \bar{i}_1) \operatorname{ctg} z_1 + \tfrac{1}{2}(\varepsilon_4 + \varepsilon_3 + \varepsilon_2 + \varepsilon_1).$$

Con questa e le formole precedenti noi possiamo valutare l'effetto dei diversi errori sulla latitudine.

Per un errore di 0″1 nella collimazione, nell'azimut, nell'inclinazione medî per il passaggio a E o a W di una stella, si ha nel tempo del passaggio l'errore dato dalle tibelle seguenti in centesimi di secondo in tempo

δ	azimut	collimazione	inclinazione
20°	1.0	1.2	0.6
25	1.0	1.4	0.9
30	1.0	1.6	1.2
35	1.0	2.1	1.9
40	1.0	5.5	5.4

e l'errore sulla latitudine in centesimi di secondo d'arco sarà dato dalle seguenti tabelle nelle quali δ_1 è la declinazione della stella, osservata con un errore di azimut, collimazione, inclinazione, rispettivamente.

Azimut

δ_1 \ δ_2	20	25	30	35	40
20	8.3	6.8	5.6	4.1	1.6
25	6.8	5.9	4.9	3.8	1.6
30	5.6	4.9	4.3	3.2	1.5
35	4.1	3.8	3.2	2 8	1.3
40	1.6	1.6	1.5	1.3	1.1

Collimazione

δ_1 \ δ_2	20	25	30	35	40
20	9.7	8.0	6.6	4.8	1.9
25	8.9	7.7	6.4	4.9	2.1
30	8.7	7.6	6.6	4.9	2.4
35	8.5	7.8	6.6	5.7	2.8
40	8.8	8.8	8.2	7.2	6.0

Inclinazione

δ_1 \ δ_2	20	25	30	35	40
20	5.0	4.2	3.4	2.5	1.0
25	5.8	5.0	4.2	3.2	1.4
30	6.6	5.8	5.1	3.7	1.8
35	7.5	6.9	5.8	5.0	2.4
40	8.7	8.7	8.1	7.1	5.8

Da queste tabelle si ha immediatamunte l'effetto degli errori quando di essi sono affette entrambe le stelle. Poichè l'angolo orario t contiene simmetricamente i valori assoluti delle due stelle, l'influsso sulla latitudine dell'errore di una o dell'altra stella a parità di declinazione è uguale e le tabelle dànno precisamente l'errore in φ quando la coppia sia formata dalle due stelle di declinazione δ_1 e δ_2 e una delle due, quella che diremo di declinazione δ_1, venga osservata con errore. Quando poi tutte e due sono osservate con errore, l'errore in φ sarà la somma degli effetti dei due singoli errori; solo occorre badare che, come si è detto, la stella errata è nelle tabelle indicata coll'indice 1 e quindi se le declinazioni delle due stelle sono δ e δ' e per tutte e due si è avuto un errore nell'osservazione, l'errore complessivo in φ sarà la somma dei due, dati dalla tabella quando si ponga $\delta = \delta_1$ e $\delta' = \delta_2$ e quando si ponga $\delta' = \delta_1$ e $\delta = \delta_2$. Se per esempio si tratta dell'errore di 0''.1 nell'inclinazione delle due stelle di una coppia che abbiano 40° e 20° di declinazione, l'effetto sarà

δ_1	δ_2	errore in φ
20	40	0''.010
40	20	0''.087
		0''.097

Se poi si considera l'errore medio o probabile della latitudine per un errore rispettivamente medio o probabile dei diversi errori di orientamento, per l'azimut serve la tabella or ora data, giacchè occorre considerare non l'errore di ciascun azimut, ma l'errore della differenza dell'azimut nel passaggio a E e in quello a W; per la collimazione e per l'inclinazione si hanno le nuove tabelle che seguono. In esse è dato in centesimi di secondo d'arco l'errore medio o probabile nella latitudine per un errore di 0″.1 medio probabile rispettivamente nella collimazione o nella inclinazione.

Inclinazione

	20	25	30	35	40
20	7.2				
25	7.2	7.1			
30	7.5	7.1	7.2		
35	7.9	7.7	7.0	7.1	
40	8.9	9.0	8.3	7.7	8.0

Collimazione

	20	25	30	35	40
20	13.8	12.1	11.0	9.9	9.3
25		11.0	9.9	9.4	9·3
30			9.4	8.3	8.6
35				8.1	7.9
40					8.1

Nella formola che dà $T_W - T_E$ compare anche un'altra sorgente di errore: se la marcia dell'orologio non è esattamente conosciuta, il termine

$$K(T_W - T_E)$$

rappresenta un errore nell'angolo orario $T_W - T_E$ e quindi in φ; tale errore in $T_W - T_E$ è proporzionale a $T_W - T_E$ stesso, e il suo effetto nella latitudine vien dato dalla formola riferita sopra per la determinazione di $\frac{d\varphi}{dt}$. Supposto che tra i passaggi delle due stelle di una stessa coppia abbiano a passare due decimi di ora (e questo è un intervallo grande, chè si hanno coppie di buone stelle con un intervallo medio di un decimo di ora) supposto che la marcia diurna dell'orologio sia errata di un decimo di secondo in tempo (e l'errore potrà esser sempre assai minore) si ha che l'errore nella latitudine è quello dato dalla seguente tabella, in centesimi di secondo d'arco:

δ_1 \ δ_2	20	25	30	35	40
20	0.7	0.6	0.5	0.3	0.1
25	0.6	0.5	0.4	0.3	0.1
30	0.5	0.4	0.4	0.3	0.1
35	0.3	0.3	0.3	0.2	0.1
40	0.1	0.1	0.1	0.1	0·1

Abbiamo subito la conseguenza che anche quando non si disponga di un ottimo orologio, l'errore sulla latitudine, per ragionevoli incertezze nella marcia dell'orologio, è zero. Per gli altri errori che cosa dovremo temere?

Quando si osservi ad un buon istrumento che permetta una sicura inversione durante il passaggio di ciascuna stella, si devono considerare come assolutamente eliminati i termini con potenze dispari dell'errore di collimazione dei diversi fili. Il maggior termine che resta sarà

$$h = \frac{\Sigma c^2}{2n \operatorname{sen}^2 z \operatorname{tg} z \operatorname{sen} \varphi \operatorname{tg} \varphi}$$

che ha lo stesso segno per i due passaggi a medesimi fili prima e dopo l'inversione, e quindi rappresenta l'effetto sul tempo dei passaggi ottenuti come media di n appulsi prima ed n dopo l'inversione agli stessi fili quando la sommatoria comprenda appunto le loro n collimazioni, ciascuna una volta. Il suo segno è poi — per i passaggi al verticale E, + per quelli a W. Un errore dh in h è errore nell'angolo orario e sappiamo come potremo avere l'effetto del suo importo sulla latitudine ricorrendo alla solita tabella che dà il rapporto $d\varphi/dt$ e sommando l'effetto dello stesso errore su entrambe le stelle, mentre agli errori dc nelle c corrisponde per ogni stella un errore dh dato dalla relazione

$$dh = \frac{\Sigma c\, dc}{n \operatorname{sen}^2 z \operatorname{tg} z \operatorname{sen} \varphi \operatorname{tg} \varphi}$$

e detti dC e C due valori intermedî tali che $C\, dC = \Sigma c\, dc$, ad un errore in h di $0''.1$ corrisponde un errore dC legato dalla relazione

$$dC = 0''.1 \times \operatorname{sen}^2 z \operatorname{tg} z \operatorname{tg} \varphi \operatorname{sen} \varphi / C$$

e quindi coi valori seguenti supposto $C = 200''$

$\delta = 40$	$dc = 0''.4$
$\delta = 35$	$dc = 8''$
$\delta = 30$	$dc = 20''$
$\delta = 25$	$dc = 41''$
$\delta = 20$	$dc = 67''$

e proporzionalmente, secondo la proporzione inversa, per altri valori di c/n. S'intende subito che a meno di valori piccoli di z o molto grandi di c/n, basta una conoscenza grossolana delle distanze dei fili o degli intervalli dei contatti per non avere nessun errore sensibile nella latitudine, tanto più che l'errore dc che figura nella formola è, come si è detto, all'incirca il medio degli errori spettanti ai diversi fili, o ai diversi contatti.

Per esempio, nel caso estremo di $\delta_1 = 40°$ e $\delta_2 = 40°$ si ha che ad un errore in φ di $0''.01$ corrisponde un errore in C di $0^s.02$ su entrambe le stelle.

L'azimut nel passaggio W e nel passaggio E appare con lo stesso segno e con lo stesso coefficiente; quindi, se non vi è variazione nel suo ammontare, si deve ritenere nullo anche l'effetto dell'azimut sulla latitudine. Ma variazione può verificarsi o per movimento continuo sia della base dello strumento sia del pilastro, o durante l'inversione dello strumento. Supposto anche che esista un movimento non piccolo della base o del pilastro, il suo ammontare in uno o due decimi di ora dev'esser piccolo sempre e può essere interamente introdotto nel calcolo quando l'impianto comprenda almeno una mira e d'altra parte può anche esser eliminato, osservando coppie di stelle che abbiano la prima stella alternativamente a Est e a Ovest. L'ammontare per l'inversione non deve esistere in modo sensibile se lo strumento è buono e l'inversione viene fatta con garbo: del resto anche tale mutamento può esser scoperto con le mire e per di più è da tener conto che il coefficiente dell'errore per la latitudine per stelle non troppo lontane dallo zenit è minore di uno.

Se per l'azimut ci si trova di fronte a una variazione dell'errore, per la inclinazione dobbiamo considerare tutta la deviazione dell'asse di rotazione dal piano orizzontale, sono il coefficiente dell'inclinazione riduce l'errore nella latitudine a circa $^2/_3$: quindi il suo ammontare va conosciuto con esattezza. È da notare che con l'inversione dello strumento quando si legga la livella prima e dopo dell'osservazione di ogni stella, se non si commettono errori sistematici vi è da sperare in una eliminazione di piccoli errori accidentali. Certo si deve conoscere bene il valore delle parti della livella e si deve tener piccola l'inclinazione.

Hanno effetto sull'azimut e sull'inclinazione le irregolarità dei perni: essi, come è noto, non si eliminano con l'inversione che toglie solo l'effetto di una differenza di diametro (dissimmetria) nell'inclinazione; nell'azimut la dissimmetria non ha effetto. Lo studio dei perni va dunque compiuto se non si hanno buone ragioni per ritenere trascurabile l'effetto di tali irregolarità.

Quale errore potremo temere nella inclinazione, quale nell'azimut, quale nella collimazione?

Ammettiamo che conoscendo bene il valore delle parti della livella, tenendo la inclinazione piccola, livellando con cura la inclinazione abbia un errore sistematico serale di

$$0''.05$$

ed un errore accidentale di $0''.1$.
la latitudine dedotta da una coppia sarà errata per l'errore sistematico di

$$0''.04$$

e per l'errore accidentale di

$$0''.07$$

quindi possiamo ammettere in complesso una latitudine errata di

$$0''.08$$

e per nove coppie una latitudine errata in media di

$$0''.05$$

Per l'azimut vogliamo ammettere anche lo stesso ammontare di errore: ebbene la latitudine di una coppia sarà errata in media di

$$0''.02$$

per un errore sistematico serale nella variazione d'azimut su tutte le coppie e di

$$0''.04$$

per l'accidentale, quindi in complesso di

$$0''05$$

e quella di nove coppie sarà errata in media di

$$0''.02$$

Nessun errore è ragionevolmente da ammettere nella collimazione quando si inverta lo strumento a metà delle osservazioni di ogni passaggio.

Ci resta da considerare l'effetto sulla latitudine dell'errore nelle declinazioni.

Si ha

$$\frac{d\varphi}{d\delta_1} = \frac{\operatorname{sen}\gamma}{\operatorname{sen}\varphi}\operatorname{sen}\delta_1 - \frac{\cos\gamma}{\operatorname{sen}\varphi}\cos\delta_1\frac{d\gamma}{d\delta_1}$$

$$\frac{d\gamma}{d\delta_1} = -\frac{1}{2\cos\delta_2}\left[\operatorname{tg}\frac{1}{2}t\cos\left(\delta_1+\delta_2\right) - \cos\left(\delta_1-\delta_2\right)\operatorname{ctg}\frac{1}{2}t\right]\operatorname{sen}^2\gamma$$

donde le due tabelle seguenti: nella prima è dato l'effetto sulla latitudine in $0''.01$ pei un errore di $0''.1$ della declinazione δ_1 di una stella; nella seconda è dato l'effetto di un tale errore in entrambe le stelle, ammesso che esso sia dato da

$$\sqrt{\frac{d\varphi^2}{d\delta_1}+\frac{d\varphi^2}{d\delta_2}}$$

δ_1 \ δ_2	20	25	30	35	40
20	7.7	6.5	5.3	4.0	1.7
25	7.5	6 6	5.5	4 2	2.0
30	7.5	6.6	5.7	4.5	2.2
35	7.9	7.2	6.4	5.3	2.7
40	9.1	8.7	8.3	7.5	5.2

δ_1	20	25	30	35	40
20	10.9	9.9	9.2	8.9	9.3
25	9.9	9.3	8.6	8.3	8.9
30	9 2	8.6	8.1	7.8	8.6
35	8.9	8.3	7.8	7.5	8.0
40	9.3	8.9	8.6	8.0	7.3

Dunque anche l'errore delle declinazioni produce un errore minore di esso nella latitudine ed in misura approssimativamente uguale per le diverse distanze zenitali. Ammesso che per le declinazioni si abbia un errore di $0''.20$, quale è l'errore pro-

babile della maggior parte delle stelle del P. G. C., avremo in media per ogni coppia un errore nella latitudine di

$$0''.16$$

e quindi per nove coppie di

$$0''.05.$$

Non abbiamo fatto cenno dell'errore dovuto alla rifrazione nell'osservazione dei passaggi; esso è normalmente nullo, e può nascere solo da rifrazioni laterali: vale a dire quasi esclusivamente da inclinazione degli strati d'aria che alteri la simmetria rispetto al primo verticale. Occorre distinguere le due cause: la locale che è quella di maggior effetto dovuta ad asimmetrie nelle costruzioni o nel terreno nelle vicinanze del luogo di osservazione, la regionale dovuta alle condizioni dell'atmosfera e specialmente alle depressioni barometriche.

Dalla prima occorre guardarsi con ogni cura; la seconda, contro la quale non si può far nulla, benchè generalmente sposti il raggio visuale o verso N o verso S, tanto a E quanto a W e quindi non lasci intatta la differenza dei tempi dei due passaggi e benchè non si debba in generale accettare come di carattere accidentale, perchè generalmente in un dato luogo si ha il predominio di depressioni a N o a S col cielo sereno (una depressione in 1° verticale non ha nessuno influsso) è di effetto assolutamente minimo.

Il valore del nuovo metodo.

Se riassumiamo tutte le cognizioni degli errori di una latitudine, fatta col metodo descritto, alle quali siamo giunti nelle pagine precedenti, arriviamo alla conclusione che, tenuto conto di tutte le cause (coordinate difettose, errori di osservazione, errori nelle costanti strumentali) sarà da aspettare nella latitudine dedotta da nove coppie un errore di

$$0''.10.$$

Almeno questa è la cifra che risulta facendo la radice quadrata della somma dei quadrati degli errori ammessi precedentemente, ed a essa possiamo dare solo il termine generico di errore, e il significato di dare abbastanza da vicino l'idea dell'esattezza del metodo. Chè la precisione di esso potrà esser definita meglio solo dopo osservazioni eseguite; ed anzi, solo dopo averlo usato per un certo tempo e con sagacia, si potrà stabilire l'incertezza delle latitudini con esso ottenute.

Fin da ora possiamo affermare che questo metodo può reggere al confronto con il metodo di Horrebow-Talcott. Forse esso potrà non raggiungere proprio la precisione che al metodo del micrometro e delle livelle hanno saputo dare gli osservatori delle stazioni internazionali, i nostri di Carloforte in particolar modo, ma, usato nelle stesse condizioni favorevoli, non ne resterà lontano. Avrà sempre il vantaggio di essere come quello un metodo essenzialmente differenziale, e di poter come quello esser basato su osservazioni di una zona di stelle abbastanza larga, di avere l'ordine

dell'osservazione a E e a W invertibile, cioè di poter osservare prima a W o prima a E, e di domandare allo strumento la stabilità solo per pochi minuti.

Il carattere dei due metodi è però essenzialmente diverso; il seguente specchietto li mette a riscontro:

	Horrebow-Talcott	Nuovo metodo
si osservano	differenze di altezze	differenze di passaggi
in	meridiano	1° verticale
per mezzo di	vite micrometrica e livella	micrometro registratore e cronografo con l'orologio
errori di orientamento sensibili per	curvatura del parallelo	inclinazione diversa da quella data dalla livella
coppie di stelle	di α vicine	di δ vicine
spostamento temibile dello strumento	in distanza zenitale	in azimut
ma che vien scoperto da	livelle	mire
dell'apparato misuratore si devono ben conoscere	gli errori della vite, e le parti della livella	le parti della livella
le livelle devono dare	spostamento dello strumento in distanza zenitale	l'inclinazione dell'asse di rotazione
sono temibili le anomalie della rifrazione con effetto	in altezza	in azimut

Dal quale appare che, se l'uno si basa su misure con la vite, e l'altro su osservazioni di tempo, in compenso il primo domanda una conoscenza dell'apparato misuratore che il secondo non chiede; e dal quale risulta (e questo è quello che sommamente ci importa), che il nuovo metodo è atto a risolvere l'incertezza sulla natura del termine di Kimura delle variazioni di latitudini posto in luce dalle osservazioni col metodo di Horrebow-Talcott. Poniamo mente al carattere essenzialmente diverso dei due metodi, poniamo mente all'influsso diverso della rifrazione nell'uno e nell'altro, alla differenza delle coordinate delle stelle di una stessa coppia, al modo diverso con cui le coordinate entrano nell'uno o nell'altro, al carattere diverso delle osservazioni, e giungiamo alla conclusione che il paragone delle osservazioni, ottenute coi due metodi, metterà in luce se il termine di Kimura è dovuto a errori strumentali, alla rifrazione, alla aberrazione, a errori delle coordinate stellari, a errori di osservazione, o quasi con certezza permetterà di concludere che esso è effettivamente reale. Appunto per la risoluzione dei dubbi sulla natura del termine abbiamo studiato questo metodo e per esso in modo particolare lo proponiamo.

Si può ben dire che il nuovo metodo poggia su osservazioni strettamente differenziali poichè si tratta di determinare la differenza di tempo del passaggio in primo verticale di due stelle che passano l'una a Est e l'altra a Ovest a pochi minuti di intervallo (sei minuti costituiscono un intervallo comodissimo) ed uno solo degli errori entra con il suo valore nella determinazione: questo errore è la inclinazione (la collimazione viene eliminata con la inversione dello strumento); certamente sarebbe meglio se si avesse da fare con una variazione dell'effetto dell'inclinazione, ma non meglio se

si dovesse determinare una variazione dell' inclinazione, fra le due osservazioni. a E e a W, giacchè solo grossolanamente si può ammettere regolare l'andamento dell' inclinazione con il tempo nel corso d'una sera: spesso le deviazioni dall'andamento regolare sono maggiori di tutta la variazione.

Dalle tavole date più indietro appare che si può usare il metodo per almeno una fascia di 15° in declinazione, ma esaminiamo minutamente il comportarsi degli errori alle diverse declinazioni. Per le coordinate delle stelle si ha che il coefficiente dell'errore in declinazione è quasi costante per tutte le declinazioni di stelle con $\varphi - \delta$ da 0° a 15° ed anche a 20°, variazione sensibile si ha invece per il coefficiente degli errori nell'ascensione retta: posto ugnale a 1 per stelle con $\varphi - \delta = 50'$ alle quali corrisponde $z = 10°$ diviene 5 per stelle con $\varphi - \delta = 15°$, alle quali corrisponde $z = 50°$, ma resta sempre notevolmente minore del coefficiente dell'errore della declinazione; di modo che l'effetto complessivo sulla latitudine di un errore dello stesso ordine nelle due coordinate ha un coefficiente che aumenta, ma non arriva a raddoppiarsi per $\varphi - \delta$ che passa da 0°,8 a 15°. Per gli errori accidentali di osservazione si ha dalla nostra tabella che il coefficiente diviene quasi doppio per $\varphi - \delta$ che passa da 0°.8 a 15°, se si mantiene lo stesso numero di contatti, mentre generalmente è difficile averne tanti delle zenitali quanti se ne possano avere delle non zenitali, e quindi i coefficienti tendono ad uguagliarsi. Per gli errori di orientamento dello strumento si ha costante il coefficiente dell' inclinazione che è l'errore più temibile; si ha notevolmente variabile quello della variazione dell'azimut che, posto uguale a 1 quello per $\varphi - \delta = 0°,8$ diviene 6 per $\varphi - \delta = 15$, ma tale coefficiente è minore di 1 sempre (va da 0,15 a 0,84), e la variazione dell'azimut è minima nel breve tempo che intercede fra i due passaggi delle due stelle d'una coppia e per di più essa viene eliminata, se uniforme col tempo, con l'osservazione alterna di coppie con la prima stella E o W: dimodochè si deve ritenere l'azimut di effetto nullo nella latitudine. E di nessun effetto è in tutti i casi l'errore che si può commettere determinando la marcia dell'orologio con osservazioni correnti.

E concludendo diciamo che se chiamiamo 1 l'errore complessivo nella latitudine per una coppia di stelle con $\varphi - \delta = 0°.8$ l'avremo forse di 1.5 per $\varphi - \delta = 15°$, Quindi le stelle di una fascia di 15° di declinazione corrispondenti a una di oltre 40° in distanza zenitale, si prestano tutte bene per la determinazione della latitudine.

Per $\varphi - \delta = 15°$ abbiamo già $z = 50°$ e per $\varphi - \delta = 20$ già $z = 60$, allontanarsi di più dallo zenit non converrebbe in nessun caso, chè andremmo incontro ad anomalie sensibili della rifrazione. Ora in 15° di declinazione a partire da φ intorno a 40° verso l'equatore, si hanno nel P. G. C. oltre 500 stelle di grandezza uguale alla 6.7, o più lucenti, e con tale materiale si ha più di quello che occorre per formare un programma continuo e senza interruzione di coppie di stelle di declinazione non molto diversa e di non molto diverso splendore e con giusti intervalli e alternate a prima stella con passaggio a E e a prima stella con passaggio a W. Questa alternativa è importante non solo per immediate ragioni di simmetria, ma per l'eliminazione ch'essa comporta degli errori che siano uniformemente variabili col tempo e che siano dello stesso segno per passaggi a E o per passaggio a W. I quindici gradi di declinazione corrispondono a 40° di distanza zenitale e dànno quindi nel primo

verticale a E e a O un arco di cerchio massimo abbastanza ampio per lo studio di errori sistematici che variino con la distanza zenitale.

Un altro vantaggio notevole presenta il nuovo metodo rispetto ai classici; quello di un notevole risparmio di tempo sia come lunghezza dalla serata d'osservazione, a parità di numero delle singole determinazioni, sia come durata di una singola determinazione. L'avere un valore della latitudine in 6 o 7 minuti rende possibile studiare le variazioni della latitudine a brevissimo periodo.

Pratica dell'osservazione.

Le osservazioni dei passaggi al primo verticale avvengono lungo la traiettoria della stella, che non è normale al filo che individua il piano traverso il quale i passaggi vengono osservati; gli errori sistematici che ne derivano quando si osservi il passaggio dietro i fili fissi possono essere relativamente forti ed è bene ricorrere al micrometro registratore. Ma anche col micrometro registratore ordinario si ha un inconveniente, quello che la stella non viene osservata nel mezzo del campo; però già da un decennio Repsold ha costruito per le osservazioni dei passaggi fuori del meridiano un micrometro registratore con il movimento dell'oculare contemporaneo a quello del filo, ma secondo una direzione inclinata rispetto alla direzione secondo la quale il filo si muove ed inclinata di un angolo variabile a volontà: il valore di tale angolo vien dato da un indice mobile rispetto a una graduazione di grado in grado; di modochè rapidamente e bene si dà al movimento dell'oculare l'inclinazione dovuta. Con esso la stella vien sempre osservata al centro del campo, a meno che non sia assai vicina allo zenit. In tal caso si dovrebbe a rigore usare un angolo troppo piccolo perchè l'oculare possa muoversi, ma anche allora, usando l'angolo minimo utile, l'osservazione avviene nella regione centrale. Del resto anche questo piccolo difetto può esser eliminato con una diversa costruzione. L'uso di questo micrometro è dunque preferibile a quello di ogni altro.

All'eliminazione completa del primo termine dell'errore di collimazione col micrometro filare si provvede con l'inversione; quando però si usi il micrometro registratore resta, come è noto, la parte di tale errore dovuta alla durata del contatto ed al passo perduto della vite. Tale parte non ha nessun influsso sulle nostre determinazioni di differenza dei passaggi, quando le due stelle di una sola coppia siano esattamente sullo stesso parallelo, ed altrimenti ha come coefficiente la differenza delle cosecanti delle due distanze zenitali moltiplicata per la cosecante della latitudine e quindi ha un influsso minimo e con coppie formate da stelle di δ non troppo diverse basta una conoscenza non rigorosa dei due errori. Nello stesso modo si comporta l'errore che deriva da osservazione in punti del campo non coincidenti nelle due posizioni dello strumento, quando si abbia la coincidenza dei punti d'osservazione delle due stelle di una coppia, quindi basta in tal caso con i buoni micrometri registratori usare per la riduzione il valore medio della rivoluzione. Parimenti un difetto nell'orientamento del micrometro non ha influsso se le stelle vengono osservate nella stessa

regione del filo, nelle due posizioni dello strumento, o se la regione è la stessa in complesso per le due stelle di una coppia.

L'impianto delle mire una ad E e una a W è di molta utilità per avere le variazioni di azimut, ed a esso si deve ricorrere quando si vogliono fare delle osservazioni in cui si cimentino tutte le moderne risorse della pratica dell'osservare affine di mettere in luce quantità estremamente piccole, ma poichè l'intervallo di tempo che passa tra una stella e l'altra di una coppia è piccolo, nel grandissimo numero dei casi inferiore ai dieci minuti, in buone condizioni d'osservazione si può ammettere uguale a zero la variazione di azimut e quindi tralasciare l'impianto delle mire. Queste giovano, ed una sola può anche bastare, quando si vogliano fare investigazioni sulle variazioni di latitudine, ma possono esser tralasciate, quando si tratti solo di una determinazione di essa. L'uso di due mire anzichè di una, è di grande vantaggio, più ancora che per il controllo della loro stabilità, per riconoscere agevolmente gli spostamenti delle immagini che possono esser dovuti a cambiamento della loro forma e quindi del loro centro ed a rifrazioni laterali. Se si tien presente che solo le variazioni d'azimut hanno valore e non l'errore d'azimut, s'intende come si debba prestare la massima attenzione agli spostamenti suddetti, quando non si possa o non si voglia ammettere nulla la variazione d'azimut fra i tempi di osservazione delle due stelle di ciascuna coppia. È da ultimo da tener presente che anche una variazione d'azimut abbastanza regolare durante le osservazioni, viene ad esser eliminata nel medio per l'osservazione alterna di coppie con la stella precedente a E e con la stella precedente a W.

Per l'inclinazione dell'asse di rotazione dello strumento occorre naturalmente una buona livella, quale è quella di un buon strumento dei passaggi. Le condizioni in cui si ricorre qui alla livella sono differenti da quelle del metodo di Talcott e la livella nel nostro caso è di dimensioni maggiori, e dà indicazioni migliori, tuttavia è da ritenere che, se si avesse anche qui una livella a due fiale, la precisione del metodo potrebbe essere aumentata.

Dato il carattere differenziale delle osservazioni, anche quando si vogliano eseguire osservazioni della massima precisione possibile, perdono ogni importanza le piccole variazioni che si possano verificare nel corso di una lunga serata, sia nell'apparato micrometrico, sia nel cronografo. Solo occorrerà non alterare fra due stelle di una stessa coppia nè la posizione delle ancore nè la tensione delle molle, sia al cronografo, sia al relais, poichè questi cambiamenti portano una variazione sensibile del tempo di corrente, e, quando si usi il micrometro registratore, neppure conviene di pulire la rotella dei contatti fra le due stelle di una stessa coppia.

Per le condizioni della cupola (simmetria, aerazione, fessura ecc.) e del terreno circostante valgono qui le norme consuete; solo è da tener presente che si tratta di rendere quanto più è possibile identiche le condizioni in cui sono osservati i passaggi delle due stelle di una coppia, di cui l'una viene osservata a E e l'altra a W ad altezze di poco diverse, quindi sono da eliminare le cause che farebbero deviare in azimut i raggi visuali di una delle due stelle, o, in diversa misura, quelli di entrambi, cioè cercare soprattutto la simmetria rispetto alla linea E W.

Per eliminare poi l'effetto delle variazioni di temperatura col tempo, come per l'eliminazione di altri errori sistematici, giova l'osservazione alterna di coppie con la stella precedente ad E e coppie con la stella precedente a W.

Per mettere lo strumento in primo verticale soccorre bene il metodo consueto (vedi anche più avanti). Per rendere facile la riduzione gli errori dovranno essere non grandi: basta per questo che sieno inferiori a 1^s, ma è bene che siano resi piccoli quanto agevolmente può farsi, specialmente l'inclinazione. L'orientamento del micrometro può esser fatto con tutta precisione anche in primo verticale puntando un oggetto terrestre (mira) e movendo lo strumento in distanza zenitale.

Il criterio della scelta delle stelle per un programma di osservazione varia con lo scopo delle osservazioni stesse: a seconda che si voglia determinare la latitudine di un luogo, oppure che si voglia studiare la variazione della latitudine. Nel primo caso si ha di mira generalmente piuttosto la riduzione al minimo degli errori sistematici, nel secondo la scoperta di essi: quindi nel primo caso si deve cercare di raggiungere per ciascuna coppia il tipo di coppia ideale; nel secondo di avere coppie di diverso tipo, ma sempre buone coppie.

Per ciò che riguarda la formazione del programma di osservazione si deve tener presente che errori sistematici sono specialmente da aspettare per diversità di splendore, per diversità di declinazione, e quindi di distanza zenitale, tra le due stelle delle singole coppie, per l'intervallo di osservazione tra le due stelle di ciascuna coppia, per l'altezza media e per luminosità media delle stelle di ciascuna coppia; per la precedenza dell'osservazione della stella a E od a O, per l'ora dell'osservazione in riguardo specialmente al tempo trascorso dal tramonto del sole.

Di una forma dell'errore sistematico dipendente dalla distanza zenitale occorre far cenno; dall'obliquità delle traiettorie stellari rispetto alla orizzontale deriva un errore di carattere fisiologico e l'effetto di tale obliquità si divide in due parti: una diversa velocità che si deve dare al filo mobile (condizione uguale a quello dell'osservazione in meridiano di stelle di declinazione diversa), e inclinazione diversa del filo. Il primo effetto è nullo o quasi nullo per l'esperienza appunto delle osservazioni meridiane. Il secondo può venir assimilato a quello delle puntate al zenitale per stelle di diversa declinazione ed è quindi d'ammontare maggiore del primo, ma può venir eliminato col prisma di reversione. La diversa velocità delle stelle lungo il filo si deve considerare di effetto praticamente trascurabile, quando si abbia l'oculare mobile nella direzione della stella, poichè il moto della stella lungo il filo per l'uniformità di questo non viene avvertito se non in vicinanza del bordo, nel qual luogo non si osserva, o in vicinanza di fili trasversi fissi che sono del tutto inutili e possono esser tolti. Se poi non si ha l'oculare mobile nella direzione della stella, la fonte principale dell'errore è la posizione della stella nel campo negli istanti d'osservazione. Comunque, tutti questi errori nelle ricerche minute devono esser studiati da ciascun osservatore, come quelli che sono di carattere principalmente personale.

Per la scelta delle stelle che in generale può esser fatta interamente col « Preliminar General Catalogue di L. Boss », occorre procurarsi l'ora del passaggio delle singole stelle e la loro distanza zenitale. Per questo è utile fare una tabella che dia l'angolo orario e l'altezza del passaggio al primo verticale nei limiti di declinazione

della zona che si vuol battere con intervalli comodi, per es. di 10′ in 10′ di declinazione se si tratta di un programma di molte stelle come per la variazione della latitudine, o di grado in grado se di poche determinazioni di latitudine: nel primo caso si ha la precisione necessaria anche per le puntate e il prepararsi all'osservazione; nel secondo caso si ha comodamente solo quella necessaria per fare il programma.

A tal fine servono bene le formole

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi} \qquad \cos z = \frac{\operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen} \varphi}.$$

Per le stelle di osservazione si potrà poi calcolare l'inclinazione della direzione del movimento stellare rispetto all'orizzontale, ch'è data dall'angolo parallattico cioè dalla formola

$$\operatorname{sen} q = \frac{\cos \varphi}{\cos \delta},$$

per la puntata all'indice del movimento dell'oculare, quando si dispone di un micrometro in cui la direzione del movimento dell'oculare sia variabile rispetto a quella del filo, benchè in generale si possa tenere fissa una puntata media.

Determinazioni delle costanti strumentali.

Per la determinazione delle costanti strumentali a, c, comprendendo nella seconda anche la parte di primo ordine che non viene eliminata con l'inversione quando si usi il micrometro registratore, vale a dire la larghezza del contatto e il passo perduto della vite, giova conoscere il valore della rivoluzione in arco o in tempo e questo può esser fatto con osservazioni in primo verticale, con le stelle che vengono osservate per la determinazione della latitudine, specialmente con quelle non molto lontane dallo zenit, come segue:

Consideriamo il valore della rivoluzione o di parte della rivoluzione come una differenza di errori di collimazione, e quindi alle due osservazioni che appunto di una rivoluzione o di parte di essa distino, applichiamo la formola degli errori, data sopra, e avremo se indichiamo con 1, 2 gli elementi relativi alle due osservazioni e con r il valore della rivoluzione, o della parte considerata e con c l'errore di collimazione dell'osservazione 1:

$$\operatorname{sen}(\varepsilon_1 + \lambda) = \frac{2\cos\varphi}{\operatorname{tg} z}\operatorname{sen}^2\left(\frac{\varepsilon_1 + \lambda}{2}\right) + \frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen}(\varphi - \eta)} + \frac{\operatorname{sen} \eta}{\operatorname{tg} z \operatorname{sen}(\varphi - \eta)}$$

$$\operatorname{sen}(\varepsilon_2 + \lambda) = \frac{2\cos\varphi}{\operatorname{tg} z}\operatorname{sen}^2\left(\frac{\varepsilon_2 + \lambda}{2}\right) + \frac{\operatorname{sen}(c + r)}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen}(\varphi - \eta)} + \frac{\operatorname{sen} \eta}{\operatorname{tg} z \cdot \operatorname{sen}(\varphi - \eta)}$$

e quindi

$$\operatorname{sen}(\varepsilon_2 + \lambda) - \operatorname{sen}(\varepsilon_1 + \lambda) =$$

$$= \frac{2\cos\varphi}{\operatorname{tg} z}\left[\operatorname{sen}^2\frac{\varepsilon_2+\lambda}{2} \quad \operatorname{sen}^2\frac{\varepsilon_1+\lambda}{2}\right] + \frac{\operatorname{sen}(c+r) - \operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen}(\varphi - \eta)}$$

relazione che darebbe il valore di r ma, a dir vero, non con rapidità. Consideriamo altre due osservazioni simmetriche alle prime rispetto alla linea di collimazione nulla, se indichiamo i nuovi errori con $-\varepsilon_3$ e $-\varepsilon_4$ otteniamo la nuova relazione

$$\operatorname{sen}(\varepsilon_4 - \lambda) - \operatorname{sen}(\varepsilon_3 - \lambda) =$$

$$= -\frac{2\cos\varphi}{\operatorname{tg} z}\left[\operatorname{sen}^2\frac{\varepsilon_4-\lambda}{2} - \operatorname{sen}^2\frac{\varepsilon_3-\lambda}{2}\right] + \frac{\operatorname{sen}(c+r) - \sec c}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen}(\varphi - \eta)}.$$

Supponiamo ora che le $\varepsilon \pm \lambda$ siano tanto piccole da trascurare le loro terze potenze, e poichè per $\varepsilon = 10' = 2^m 5$ si ha un errore di $0''.001$ in ε stesso, potremo, nella generalità dei casi, trascurare tali potenze, allora abbiamo dalla semisomma delle due relazioni

$$\frac{1}{2}[\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_4 - \varepsilon_3] =$$

$$= \frac{\cos\varphi}{\operatorname{tg} z}\left[\left(\frac{\varepsilon_2+\lambda}{2}\right)^2 - \left(\frac{\varepsilon_1+\lambda}{2}\right)^2 - \left(\frac{\varepsilon_4-\lambda}{2}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_3-\lambda}{2}\right)^2\right] + \frac{r}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen}(\varphi-\eta)}$$

Il primo termine del secondo membro vale

$$\frac{1}{4}\frac{\cos\varphi}{\operatorname{tg} z}\left[\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_4^2 + \varepsilon_3^2 + 2\lambda[\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_4 - \varepsilon_3]\right]$$

Ora, nella ipotesi che siano trascurabili le terze potenze degli errori e particolarmente i termini con $c^2 r$ e con $i^2 r$ che sono i più forti che vi compaiono (abbiamo già visto entro quali ampî limiti essi debbano mantenersi perchè ciò avvenga), tale termine vale

$$\frac{ri\cos\varphi}{\operatorname{sen} z \operatorname{tg}^2 z \operatorname{sen}^2\varphi}$$

e si ottiene la relazione

$$r = \frac{1}{2}[\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_4 - \varepsilon_3]\operatorname{sen} z \operatorname{sen}(\varphi - \eta) + \frac{ri\operatorname{ctg}\varphi}{\operatorname{tg}^2 z}$$

alla quale si può sostituire la

$$r = \frac{1}{2}[\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_4 - \varepsilon_3]\operatorname{sen} z \operatorname{sen}\varphi + \frac{ri\operatorname{ctg}\varphi}{\operatorname{tg}^2 z}$$

che per i anche di qualche secondo d'arco può ridursi a

$$r = \frac{1}{2}[\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_4 - \varepsilon_3] \operatorname{sen} z \operatorname{sen} \varphi .$$

che è paragonabile per la rapidità e comodità a quella delle osservazioni meridiane.

Il termine $ri \operatorname{ctg}\varphi/\operatorname{tg}^2 z$ vale $0^s.001$ se $r = 1'$ e i e z hanno i valori corrispondenti nella tabellina

i	z
1″.4	10°
5″.9	20°
15″	30°
31″	40°
63″	50°
134″	60°

e proporzionalmente per altri valori di i, r, o di tutto il termine. Anche le altre formole date più indietro per la riduzione delle osservazioni al filo di mezzo, o a quello di collimazione zero, si prestano in modo ovvio per determinare il valore della rivoluzione.

Il modo consueto di determinare l'ampiezza del contatto non è sufficiente per osservazioni di grande precisione, poichè è possibile che la velocità di rotazione abbia influsso sulla posizione che deve avere il contatto per permettere alla corrente di passare. È vero che ricerche in questo senso sono state fatte (vedi Astronomische Beobachtungen zu Königsberg, Abt. 42, pag. 17) e hanno portato alla conclusione che l'ampiezza del contatto determinata nel modo consueto (cioè girando con velocità piccolissima il manubrio ed arrestandosi appena si sente battere il cronografo e leggendo la posizione della vite) è valida per tutte le velocità stellari, ma bisogna tener conto in ricerche di grande precisione che il fatto può esser peculiare di una data rotella dei contatti, ed anche delle condizioni in cui si trova una rotella determinata per un maggiore o minore logoramento. Il metodo tenuto da Cohn (loc. cit.) va usato con molta cautela perchè non sia dubbia nè l'istantaneità del contatto che viene a formarsi tra una sporgenza della rotella dei contatti ed una piastra fissa contro la quale va a battere quella sporgenza, nè la contemporaneità di tale contatto e della fermata della rotella (è necessario disporre per tal metodo di un motore a moto uniforme).

Ed è altresì possibile che la lunghezza del contatto che risulta come differenza tra un contatto ed un distacco non sia uguale per cause diverse (prima tra esse per il magnetismo residuo), a quello che effettivamente deve essere usato, cioè distanza tra il luogo dei due contatti che si producono sulla stessa lamina l'uno ad una estremità girando in un senso, l'altro all'altra estremità girando in senso opposto. Il modo di avere la giusta lunghezza, per le diverse stelle, è dato dal procedimento seguente:

Osserviamo passaggi di stelle, invertendo lo strumento a metà dell'osservazione di ciascuna stella come si fa per l'eliminazione della collimazione, sia con il cir-

cuito dei segnali micrometrici nelle condizioni ordinarie, sia mentre nel rocchetto dei segnali micrometrici passa costantemente una corrente costante inversa a quella che viene a passare quando il circuito si chiude alla rotella dei contatti, di modo che si abbia nel rocchetto corrente zero quando vi è contatto al micrometro e corrente normale quando là il circuito è interrotto. Se i segnali di prima e dopo l'inversione vengono ugualmente combinati nelle due specie di osservazioni, la grandezza (lunghezza del semicontatto o della seminterruzione moltiplicata per un coefficiente determinato) che va aggiunta in un caso, va tolta nell'altro e solamente quando si sia usato la giusta grandezza, i risultati di una stessa determinazione coincidono nei due casi, e quando non coincidono forniscono con la loro semidifferenza la correzione al valore usato.

I cronografi a scrittura continua danno la durata del contatto o del distacco, alterata per l'effetto della tensione delle molle che comandano le penne: ma la media delle durate così ottenute osservando una medesima stella nei due modi anzidetti è immune da tale alterazione.

Naturalmente l'osservazione a coppie alterne con i due modi di osservazione, porta l'eliminazione di ogni errore derivante dalla lunghezza del contatto.

Tutto questo in generale; è da tener presente che nelle osservazioni con il metodo delle coppie la semiampiezza del contatto compare nella differenza di angolo orario moltiplicata per la differenza delle cosecanti zenitali delle due stelle, e quindi non è necessario che sia conosciuta con una precisione estrema.

Ci resta a dire della determinazione dell'azimut delle mire. Se si osservano passaggi di stelle a E o a O come si usa per determinare l'azimut di uno strumento in primo verticale e si aggiunge all'azimut dello strumento l'angolo fra l'asse ottico di questo e le mire, si giunge agevolmente al risultato. Così se si ha un azimut che si presenta piccolo e si confronta il tempo calcolato del passaggio al primo verticale con l'osservato, corretto questo di inclinazione e di collimazione, la differenza ε si converte subito nell'errore di azimut strumentale con la formula data sopra

$$a = -\varepsilon \operatorname{sen} \varphi$$

mentre per un azimut forte si deve ricorrere alla formola generale

$$\operatorname{tg} a = \frac{\cos\delta \operatorname{sen}\varphi \cos t - \operatorname{sen}\delta \cos\varphi}{\cos\delta \operatorname{sen} t}$$

in cui t è il tempo del passaggio osservato e corretto dell'inclinazione, della collimazione e dell'andamento dell'orologio.

La quale formola si riduce alla migliore

$$\operatorname{tg} a = \frac{-\operatorname{sen}(\delta + \varphi) \operatorname{tg} \frac{1}{2} t + \operatorname{sen}(\varphi - \delta) \operatorname{ctg} \frac{1}{2} t}{2 \cos\delta}$$

ed entrambe si possono ridurre ad essere calcolabili senza i logaritmi di addizione e di sottrazione.

Così facendo si ottiene un azimut dello strumento e quindi della mira che dipende dalla latitudine adottata. Dalla formola che dà il tempo calcolato per un passaggio in primo verticale

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi}$$

si ha

$$dt = \frac{\operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen}^2 \varphi \operatorname{sen} z} d\varphi$$

e

$$da = \frac{\operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} z} d\varphi$$

vale a dire che con le stelle più adatte per l'azimut (δ intorno a 20° per la nostra latitudine) da è dell'ordine di $d\varphi$ e intorno alla metà del suo valore. Osservando stelle a E e a O si riduce notevolmente il coefficiente di $d\varphi$ e, poichè nel nostro metodo importa solo che l'azimut sia piccolo e non varii, o che le sue variazioni si eliminino o siano note, osservando appunto stelle a E e a W così scelte dall'una e dell'altra parte che la declinazione media delle prime sia vicina a quella delle seconde dopo aver ridotto l'azimut relativamente piccolo, il problema di avere l'azimut o delle mire o dello strumento si deve considerare per noi pienamente risoluto. Tuttavia è possibile avere l'azimut in primo verticale affatto indipendentemente dalla latitudine con il paragone degli angoli orarii a cui una stessa stella è osservata a E e a O. Tale metodo verrà sviluppato minutamente altrove; qui riportiamo la formola del caso più comune

$$\operatorname{tg} a = \operatorname{tg} \frac{t_2 - t_1}{2} \operatorname{sen} \varphi$$

dove a è l'azimut, φ la latitudine e t_2, t_1 i due angoli orarii in valore assoluto, contati dal meridiano verso W e verso E rispettivamente in cui la stella viene osservata.

Questa formola, quantunque sia stabilita senza alcuna limitazione per gli angoli, può esser considerata indipendente dalla conoscenza del valore della latitudine nel senso che un errore in questa non dia un errore sensibile in quella, solo se il coefficiente di $\operatorname{sen} \varphi$ sarà piccolo, vale a dire solo per piccoli errori d'azimut. Per il limite di essi diremo che con una deviazione in azimut di quasi mezzo grado per un errore $d\varphi$ nella latitudine si ha un errore nella determinazione dell'azimut che è la centesima parte di $d\varphi$.

Se poi l'azimut fosse tale da poter trascurare le terze potenze di $\frac{1}{2}(t_2 - t_1)$ la formola diviene

$$a = \frac{t_2 - t_1}{2} \operatorname{sen} \varphi .$$

La formola valida anche per azimut grandi è più complessa di quella e la tralasciamo qui perchè per la nostra ricerca generalmente inutile.

Pratica della riduzione.

Abbiamo detto sopra della formola degli errori strumentali e dell'orologio valida per l'osservazione di una coppia con l'inversione dello strumento a metà dell'osservazione di ogni stella. Se indichiamo con $T_W - T_E$ la differenza dei tempi del passaggio al primo verticale delle due stelle di una coppia, ottenuti da un orologio perfetto, con uno strumento perfetto, si ha:

$T_W - T_E$ = tempo dell'osservazione a O — tempo dell'osservazione a E;
+ andamento dell'orologio nell'intervallo dei due tempi;
+ correzione strumentale × cosec φ.

Correzione strumentale:

= variazione dell'azimut tra W e E;
+ $\frac{1}{2}$ differenza della collimazione nelle 2 posiz. (N-S) dello strum. a E × cosec z_W;
+ $\frac{1}{2}$ " " " " " (S-N) " " a W × cosec z_E;
+ $\frac{1}{2}$ inclinazione media " " " " " a W × cotg z_W;
+ $\frac{1}{2}$ inclinazione media " " " " " a E × cotg z_E;
+ termine in c^2

dove con strumento a W, cosec z_W e simili intendiamo rispettivamente strumento nelle condizioni dell'osservazione a W, cosecante della distanza zenitale della stella osservata a W e simili.

L'andamento dell'orologio va applicato positivamente alla differenza dei tempi presa in valore assoluto se l'orologio ritarda.

La variazione dell'azimut va applicata positivamente alla differenza dei tempi presa in valore assoluto se lo strumento ruota da N verso E (generalmente questa correzione è nulla).

La differenza delle due collimazioni a E è positiva se la linea di collimazione si sposta verso N (generalmente questa correzione è nulla col micrometro a fili fissi).

La differenza delle due collimazioni a W è positiva se la linea di collimazione si sposta verso S (generalmente questa correzione è nulla col micrometeo a fili fissi).

La correzione dell'inclinazione è positiva se l'estremo N dell'asse di rotazione è più alto (quindi convien prendere positive le indicazioni della livella quando lo zero è a S).

Il termine in c^2 vale

$$M_W + M_E = + \frac{\Sigma c^2}{2n \operatorname{tg} z_W \operatorname{tg} \varphi \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen}^2 z_W} + \frac{\Sigma c^2}{2n \operatorname{tg} z_E \operatorname{tg} \varphi \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen}^2 z_E}$$

dove con Σc^2 si intende la somma dei quadrati, delle collimazioni degli n fili o contatti osservati.

Col micrometro registratore si ha differenza nelle collimazioni a E ed a W: nel combinare i contatti si può fare in modo che le due attrazioni corrispondenti distino di un contatto o di una interruzione. Converrà che distino di un contatto coi tamburi dei contatti tipo Bamberg (cioè a durata dei contatti costanti) che distino di una interruzione coi tamburi dei contatti tipo Repsold (cioè a durata dei contatti variabili, ma a durata dell' interruzione costante). Nel primo caso il termine relativo è additivo per entrambe le posizioni dello strumento. Nel secondo è sottrattivo. Se non è da ammettere una variazione in d (ampiezza dei contatti o dell' interruzione $+$ il passo perduto della vite) per le due stelle di una coppia, il termine correttivo è per ogni coppia

$$d\,[\mathrm{cosec}\, z_W - \mathrm{cosec}\, z_E]\,\mathrm{cosec}\,\varphi\,.$$

dove d sarà positivo nel primo caso, negativo nel secondo.

La correzione del tempo dei passaggi in primo verticale per l'aberrazione diurna tanto a O che a E è nulla. Albrecht (loc. cit., pag. 93) dà erroneamente come effetto dell'aberrazione sui tempi dei passaggi in primo verticale

$$+\,0^s.021\,\cos z\,.$$

Per il calcolo delle correzioni strumentali giovano le norme seguenti:

Se non vi è diversità di collimazione nei passaggi a W e a E, cioè se non vi è variazione di collimazione nelle due posizioni che lo strumento assume con l' inversione o se la variazione è uguale a E e a W si può preparare per ciascuna coppia il termine

$$(\mathrm{cosec}\, z_W - \mathrm{cosec}\, z_E)\,\mathrm{cosec}\,\varphi$$

e se la differenza della collimazione C [costituita generalmente dall'ampiezza del semicontatto e dal passo perduto] è costante durante il periodo delle osservazioni di ciascuna coppia addirittura il termine

$$C\,[\mathrm{cosec}\, z_W - \mathrm{cosec}\, z_E]\,\mathrm{cosec}\,\varphi$$

Al coefficiente dell' inclinazione per ciascuna stella

$$\mathrm{ctg}\, z\;\; \mathrm{cosec}\,\varphi$$

può esser congiunto vantaggiosamente il valore di una parte o della doppia parte della livella in modo da operare poi con l' inclinazione dello strumento in parti o colla differenza, sempre in parti, della posizione del centro della bolla. Per uniformità, anche la correzione della inclinazione è opportuno sia applicata a $T_W - T_E$ anzichè ai singoli tempi. È più semplice applicare alla differenza dei tempi tanto la correzione per l'andamento dell'orologio, quanto quella della variazione d'azimut. Spesso sono molto utili delle tabelle che diano la correzione, dati l' importo dell'er-

rore nell'unità più comoda, e il coefficiente; e caso per caso, secondo l'escursione degli errori e dei coefficienti si sceglieranno gli intervalli adatti. Se poi la tabella diviene troppo estesa, è meglio usare invece le tavole di moltiplicazione.

Del coefficiente $\Sigma c^2/2 \operatorname{tg} z \operatorname{tg} \varphi \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen}^2 z$, quando le c sono uguali per tutte le stelle si può preparare la costante

$$h = \frac{\Sigma c^2}{2n \operatorname{sen} \varphi \operatorname{tg} \varphi}$$

e calcolare per ogni coppia la

$$K = \frac{1}{\operatorname{tg} z_W \operatorname{sen}^2 z_W} + \frac{1}{\operatorname{tg} z_E \operatorname{sen}^2 z_E}$$

ma generalmente le c che figurano nelle stelle più vicine allo zenit non sono le stesse di quelle delle stelle più lontane.

Abbiamo già visto come si possono determinare le c con le stesse osservazioni in primo verticale, tuttavia conviene aggiungere che quando z non è molto piccolo e le c e i non sono molto grandi, le c si possono addirittura eliminare. La semidifferenza L tra i due passaggi a un filo di collimazione c vale a meno di termini in ci e c^3

$$L = \frac{c}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen} \varphi}$$

sostituendo il valore di c che si ricava da questa formola nel termine in c^2 che abbiamo chiamato M si ha

$$M = \frac{\Sigma L^2 \cos \varphi}{2n \operatorname{tg} z}$$

ed i termini maggiori trascurati sono

$$K_1 = \frac{-\Sigma L^2 i \cos \varphi}{n \operatorname{tg}^3 z \operatorname{tg} \varphi} \qquad K_2 = \frac{-\Sigma L^4 \cos^3 \varphi}{2n \operatorname{tg}^3 z}$$

mentre l'effetto di un errore ε nelle L (errore medio o probabile) sarà in M

$$K_3 = \frac{\varepsilon \cos \varphi \sqrt{\Sigma L^2}}{n \operatorname{tg} z}.$$

I valori di K_1 K_2 K_3 sono per $i = 10''$, per $\Sigma L^2/n$ che diremo H_1^2 uguale sia a $(1^m)^2$ sia $(2^m)^2$ e $\Sigma L^4/n$ che diremo H_2^4 sia uguale a $(1^m)^4$ sia a $(2^m)^4$, per $\varepsilon = 3''$, e per $Z = 10°$ valgono

H / erm.	1^m	2^m
K_1	0″.03	0″.11
K_2	0.00	0.04
K_3	0.02	0.04

La formola rigorosa per tutti gli errori strumentali ma non di osservazione, si avrà ponendo al posto di Σc^2

$$\Sigma \operatorname{sen}^2 c = \operatorname{sen}^2(\varphi - \eta) \cos\delta \, \Sigma \operatorname{sen} t \, t \operatorname{sen} \Delta t ,$$

dove t indica il medio dei due passaggi a ciascun filo diminuito di λ e Δt la semi-differenza dei tempi stessi.

Abbiamo dato precedentemente la formola per la correzione strumentale contenente le distanze zenitali: è la più adatta per il calcolo quando si hanno già le z con la pur scarsa precisione necessaria. Essa vale a meno di termini del secondo ordine

$$\varepsilon = -\frac{a}{\operatorname{sen}\varphi} + \frac{c}{\operatorname{sen} z \operatorname{sen}\varphi} + \frac{i}{\operatorname{tg} z \operatorname{sen}\varphi} + \frac{c^2}{2 \operatorname{sen}\varphi \operatorname{tg}\varphi \operatorname{sen}^2 z \operatorname{tg} z} +$$
$$+ \frac{ci}{\operatorname{sen}\varphi \operatorname{tg}\varphi \operatorname{sen} z \operatorname{tg}^2 z} + \frac{ci}{\operatorname{sen}\varphi \operatorname{tg}\varphi \operatorname{sen} z} + \frac{c^3}{6 \operatorname{sen}^3 z \operatorname{sen}^3\varphi} -$$
$$- \frac{c^3}{6 \operatorname{sen} z \operatorname{sen}\varphi} + \frac{c^3}{2 \operatorname{sen}^3 z \operatorname{tg}^2 z \operatorname{sen}\varphi \operatorname{tg}^2\varphi} .$$

Essa però può trasformarsi in modo da contenere φ e δ oppure φ e t oppure φ e t_0 dove con t indichiamo il tempo al passaggio in primo verticale, con t_0 il tempo osservato. Difatti con la formola

$$\operatorname{sen} z \operatorname{sen}\varphi = \sqrt{\operatorname{sen}(\varphi - \delta) \operatorname{sen}(\varphi + \delta)}$$

ponendo

$$R = \sqrt{\operatorname{sen}(\varphi - \delta) \operatorname{sen}(\varphi + \delta)}$$

avremo dalla formola di pag. 10

$$\varepsilon = -\frac{a}{\operatorname{sen}\varphi} + \frac{c}{R} + \frac{i \operatorname{sen}\delta}{R \operatorname{sen}\varphi} + \frac{c^2 \cos\varphi \operatorname{sen}\delta}{2R^3} + \frac{ci \operatorname{sen}^2\delta}{R^3 \operatorname{tg}\varphi} + \frac{ci}{R \operatorname{tg}\varphi} +$$
$$+ \frac{c^3}{6R^3} - \frac{c^3}{6R} + \frac{c^3 \operatorname{sen}^2\delta \cos^2\varphi}{2R^5} .$$

Sviluppando la formola

$$\operatorname{sen}(\varepsilon + \lambda) = \frac{1}{\operatorname{sen} t}\left[2 \cos t \operatorname{sen}^2 \frac{\varepsilon + \lambda}{2} + \frac{\operatorname{sen} c \sec\delta}{\operatorname{sen}(\varphi - \eta)} + \frac{\operatorname{tg}\delta \operatorname{sen}\eta}{\operatorname{sen}(\varphi - \eta)\operatorname{sen}\varphi}\right]$$

si ha

$$\varepsilon = -\frac{a}{\operatorname{sen}\varphi} + \frac{c}{\operatorname{sen} t \operatorname{sen}\varphi \cos\delta} + \frac{i \operatorname{tg}\delta}{\operatorname{sen} t \operatorname{sen}^2\varphi} + \frac{c^2}{2 \operatorname{sen}^2 t \cos^2\delta \operatorname{tg} t \operatorname{sen}^2\varphi} +$$
$$+ \frac{ci \operatorname{tg}\delta}{\operatorname{sen}^2 t \cos\delta \operatorname{tg} t \operatorname{sen}^3\varphi} + \frac{ci}{\operatorname{sen}\varphi \operatorname{tg}\varphi \operatorname{sen} t \cos\delta} + \frac{c^3}{6 \operatorname{sen}^3 t \cos^3\delta \operatorname{sen}^3\varphi} -$$
$$- \frac{c^3}{6 \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen} t \cos\delta} + \frac{c^3}{2 \operatorname{sen}^3 t \cos^3\delta \operatorname{tg}^2 t \operatorname{sen}^3\varphi}$$

nella quale compare t, l'angolo orario dell'astro in primo verticale.

I termini delle tre formole si corrispondono ad uno ad uno, quindi le tabelle che si sono date più indietro, per fissare l'importo di ciascuno dei termini della prima formola e quindi i casi in cui devono esser presi in considerazione, valgono per la seconda e per la terza. I due termini in ci possono essere riuniti in un solo che sarà per la prima formola

$$\frac{ci}{\operatorname{sen}\varphi \operatorname{tg}\varphi \operatorname{sen}^3 z}$$

per la seconda

$$\frac{ci \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi}{R^3}$$

e per la terza

$$\frac{ci}{\operatorname{sen}\varphi \operatorname{tg}\varphi \operatorname{sen}^3 t \cos^3\delta}\,.$$

In luogo di t possiamo introdurre t_0 l'angolo orario osservato per il quale $t = t_0 + \varepsilon$, si ha

$$\varepsilon = -\frac{a}{\operatorname{sen}\varphi} + \frac{c}{\operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen} t_0 \cos\delta} + \frac{i \operatorname{tg}\delta}{\operatorname{sen} t_0 \operatorname{sen}^2\varphi} + \frac{ac}{\operatorname{sen}^2\varphi \operatorname{sen} t_0 \cos\delta \operatorname{tg} t_0} -$$

$$- \frac{c^2}{2 \operatorname{sen}^2\varphi \operatorname{sen}^2 t_0 \cos^2\delta \operatorname{tg} t_0} - \frac{ci \operatorname{tg}\delta}{\operatorname{sen}^2 t_0 \cos\delta \operatorname{tg} t_0 \operatorname{sen}^3\varphi} + \frac{ci}{\operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen} t_0 \operatorname{tg}\varphi \cos\delta} +$$

$$+ \frac{c^3}{6 \operatorname{sen}^3\varphi \operatorname{sen}^3 t_0 \cos^3\delta} + \frac{c^3}{2 \operatorname{tg}^2 t_0 \cos^3\delta \operatorname{sen}^3\varphi \operatorname{sen}^3 t_0} - \frac{c^3}{6 \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen} t_0 \cos\delta}\,,$$

la quale contiene gli stessi termini della precedente, alcuni con segno mutato, ed un nuovo termine in ac. Occorrerà quindi aggiungere solo la tabella rispetto a questo. Ebbene si ha che il suo importo vale con $\lambda = 10''$ come segue:

z \ c	100″	200″	400″	600″
10°	0″.28	0″.56	1″.12	1″.67
20	0.07	0.14	0.28	0.41
30	0.03	0.06	0.12	0.18
40	0,02	0.03	0.07	0.09
50	0.01	0.02	0.04	0.06

È da notare che da entrambe le ultime due formole si può eliminare δ con la $\operatorname{tg}\delta = \operatorname{tg}\varphi \cos t$, ed allora i nuovi termini in t possono venir trasformati in nuovi termini di t_0.

Le espressioni si semplificano introducendo il tempo intermedio t_i tra l'osservato t_0, il calcolato t cioè ponendo

$$t_i = \frac{1}{2}(t + t_{\text{oss}})$$

si ha difatti rigorosamente

$$2 \operatorname{sen} \frac{\varepsilon + \lambda}{2} = \frac{1}{\operatorname{sen}\left(t_i - \frac{\lambda}{2}\right)} \left\{ \frac{\operatorname{sen} c \sec \delta}{\operatorname{sen}(\varphi - \eta)} + \frac{\operatorname{tg} \delta \operatorname{sen} \eta}{\operatorname{sen}(\varphi - \eta) \operatorname{sen} \varphi} \right\}$$

e a meno di termini del secondo ordine

$$\varepsilon = - \frac{a}{\operatorname{sen} \varphi} + \frac{c}{\operatorname{sen} \varphi \cos \delta \operatorname{sen} t_i} + \frac{i \operatorname{tg} \delta}{\operatorname{sen}^2 \varphi \operatorname{sen} t_i} + \frac{ci}{\operatorname{sen} \varphi \operatorname{tg} \varphi \cos \delta \operatorname{sen} t_i} +$$
$$+ \frac{ca}{2 \operatorname{sen}^2 \varphi \cos \delta \operatorname{sen} t_i \operatorname{tg} t_i} - \frac{c^3}{6 \operatorname{sen} \varphi \cos \delta \operatorname{sen} t_i} + \frac{c^3}{24 \operatorname{sen}^3 \varphi \cos^3 \delta \operatorname{sen}^3 t_i}.$$

Da queste formole è facile calcolare la correzione strumentale nella forma più comoda secondo i diversi casi, tenendo presente quanto fu detto precedentemente.

Le formole che dànno la latitudine sono quelle già riportate

$$t = \alpha_E - \alpha_W + T_W - T_E$$

$$\operatorname{ctg} \gamma = \frac{\operatorname{sen}(\delta_E + \delta_W) \operatorname{tg} \frac{1}{2} t + \operatorname{sen}(\delta_W - \delta_E) \operatorname{ctg} \frac{1}{2} t}{2 \cos \delta_W}$$

$$\cos \varphi = \operatorname{sen} \gamma \cos \delta_E$$

la seconda delle quali può essere sostituita dall'altra meno buona

$$\operatorname{cotg} \gamma = \frac{\operatorname{sen} \delta_W \cos \delta_E - \operatorname{sen} \delta_E \cos \delta_W \cos t}{\operatorname{sen} t \cos \delta_W}$$

e ambedue possono essere agevolmente ridotte al calcolo logaritmico senza l'uso dei logaritmi di Lionelli. Di rinunciare a questi non sapremmo davvero consigliare e ci asteniamo dal dare le formole relative.

La somma che appare al numeratore delle formole che dànno $\operatorname{ctg} \gamma$ viene eseguita sempre con tutta sicurezza anche se è una sottrazione nel senso aritmetico e generalmente meglio con la prima formola che con la seconda. I due termini: $\operatorname{sen}(\delta_E + \delta_W) \operatorname{tg} \frac{1}{2} t$ e $\operatorname{sen}(\delta_W - \delta_E) \operatorname{ctg} \frac{1}{2} t$, o i due $\operatorname{sen} \delta_W \cos \delta_E - \operatorname{sen} \delta_E \cos \delta_W \cos t$ sono generalmente ben diversi tra loro perchè δ_E è prossimo a δ_W e t prossimo a 90°. Differenziando si ha che, detto dN un errore nel logaritmo volgare del numeratore N della prima formola, per δ_E prossimo a δ_W, esso produce nella latitudine un errore

$$d\varphi = N \frac{\cos \gamma \operatorname{sen}^2 \gamma}{0.86 \operatorname{sen} \varphi} dN$$

e per dN uguale a una unità della 6ª si ha in media $d\varphi = 0''.1/4$ mentre che per uno stesso errore nel numeratore della seconda equazione si ha in media un errore doppio nella latitudine; ora solo per una differenza dei logaritmi dei due termini

al numeratore uguale o minore a 0.1 si ha per una unità della 7ª di errore nel numeratore della prima formola un errore uguale a un centesimo di secondo d'arco. Ma in generale la differenza dei logaritmi dei detti termini è molto maggiore di 0.1 nel peggiore dei casi, anzi non lontana da 0.7; ed allora per uno stesso errore nel detto numeratore si ha un errore metà nella latitudine, cioè di 0''.005: la sottrazione vien dunque realmente eseguita con sicurezza. La seconda formola che dà γ può esser migliore della prima se le due declinazioni sono molto diverse e t è prossimo a 6^h.

L'ultima formola dà φ mediante il coseno per le latitudini italiane altrettanto bene come ne darebbe una per seno, e meglio che una per seno per latitudini boreali.

In $T_W - T_E$ si terrà conto dei millesimi di secondo in tempo, che conviene conservare anche per le ascensioni rette, e così si prenderanno le δ dal catalogo tenendo i centesimi di secondo d'arco e il calcolo verrà fatto con logaritmi a 7 decimali.

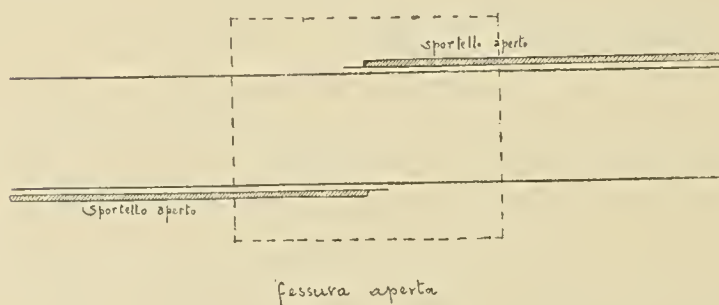
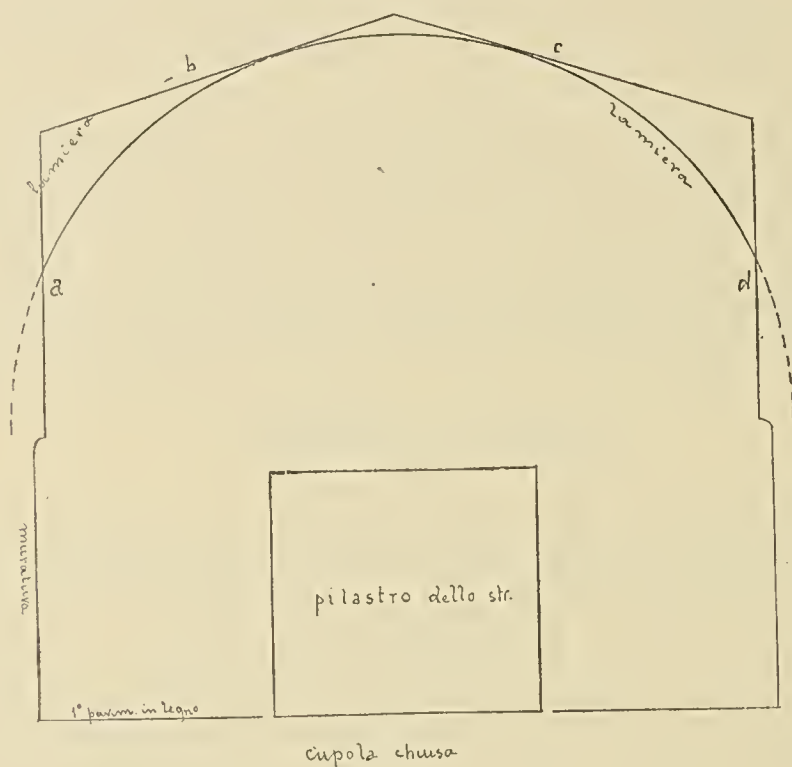
Saggio di osservazioni.

Come illustrazione di quanto precede renderemo qui conto di alcune osservazioni. Esse sono le prime eseguite col nuovo metodo delle coppie in primo verticale, e partecipano delle deficienze che generalmente accompagnano le osservazioni che iniziano delle nuove serie: dovevan servire, dopo lo studio teorico che è l'oggetto delle pagine precedenti, come introduzione all'osservazione sistematica di coppie di stelle, per la investigazione delle variazioni di latitudine e segnatamente del termine di Kimura: e nel loro corso sono, di tratto in tratto, apparse necessarie delle modificazioni al modo di osservare, e persino la sostituzione di parti dello strumento adoperato. E, d'altra parte, anche la riduzione che qui si riporta è sommaria nel senso che furono adoperate delle costanti strumentali provvisorie, e fu trascurata, perchè non ancora conosciuta, la correzione delle irregolarità dei perni dello strumento, irregolarità che non è piccola, come vedremo.

Si è fatto uso di uno strumento dei passaggi di Bamberg di 90 mm. di apertura e 90 cm. di distanza focale, messo nella cupola della torre Est dell'Osservatorio di Capodimonte. In essa il pilastrino di osservazione poggia su un grande pilastro di 20 metri circa di altezza, non indipendente dal resto dell'edificio: in particolare poggia su di esso la scala di accesso alla cupola e il pavimento in muratura della cupola stessa. Fu eseguito un pavimento in legno che non tocca il pilastrino, ma necessariamente poggia sul pavimento di muratura alla periferia. La copertura della cupola è costituita da una mezza sfera di m. 3.50 di diametro. con un'apertura di 50 cm. di larghezza che l'attraversa tutta. Gli sportelli dell'apertura sono quattro, tutti piani, che nella figura appaiono due verticali (a, d) e due inclinati (b e c); gli inclinati che coprono la parte alta della cupola, quando sono aperti restano diritti sul cielo della cupola stessa in modo che il raggio visuale passa parallelo ad essi; uno si alza da una parte della fessura, e l'altro dall'altra: la cupola aperta perde la sua simmetria, per le sporgenze, che così vi si aggiungono, dell'altezza di 50 cm.

Le dimensioni del pilastro in muratura con grossa lastra di marmo (coperto da un rivestimento di legno indipendente da esso, e collegato col pavimento in legno) sono di m. 1.20 nella direzione EW, di m. 1 nella direzione NS; esso si alza sul pavimento di m. 1.10. La cupola semisferica poggia su un cilindro dello stesso dia-

cupola chiusa

fessura aperta

metro e dell'altezza di m. 1.30 dal pavimento di legno: di modo che lo strumento ha tutto il verticale libero, compresi i punti all'orizzonte. La distanza dall'oggettivo alla fessura si mantiene intorno a m. 1.50. La visuale orizzontale verso E, una volta uscita dalla cupola, corre sull'alberato che si trova a parecchi metri al disotto, su un declivio che scende continuamente e rapidamente fino a passare dai 150 metri di altezza, ai quattro o cinque a due o tre chilometri e solo dopo i dieci chilometri trova un'altura, il declivio nord del Somma, e dopo i venticinque chilometri l'Ap-

pennino. Verso O corre per quaranta metri sulla terrazza dell' Osservatorio, a poco più di un metro d'altezza, poi sull'alberato, anche da questa parte in declivio: il livello scende solo fino a 60 m. per risalire a formare a 3 Km. la collina dei Cangiani alta 280 m. e a 6 quella dei Camaldoli, alta 460 m. Superati i Camaldoli, la visuale ha al disotto il declivio che scende fino quasi al livello del mare, poi il terreno accidentato dei Campi Flegrei ed infine il mare. Da tutto questo risulta che le condizioni, pur non essendo ottime, non possono dirsi del tutto cattive.

L'osservazione è consistita nella determinazione del tempo del passaggio in primo verticale di coppie di stelle di declinazione quasi uguale, passanti l'una a E e l'altra a W a brevissimo intervallo. Ciascun passaggio fu determinato con l' inversione dello strumento, vale a dire risulta composto di due serie di segnali: uno ottenuto con l'oculare a N e l'altro con l'oculare a S. Per l'osservazione fu usato un micrometro registratore, da tempo posseduto dall' Osservatorio di Capodimonte, che ha lo spostamento dell'oculare in direzione inclinata di un angolo variabile, rispetto alla direzione di spostamento del filo mobile. (Venne costruito nel 1903 da Repsold su indicazioni del prof. Contarino e doveva servire ad osservazione di stelle zenitali all'altazimut nel circolo orario di 6^h).

Questo angolo venne determinato in modo da avere la stella nel centro dell'oculare per tutta la durata di osservazione. In fatto apparve superfluo farlo variare per ogni stella, giacchè esso risultava sempre di poco diverso, e venne tenuto quasi costantemente uguale a un valore medio.

La vite del micrometro registratore ha un tamburo con sei contatti di dimensioni disuguali, ma con le interruzioni uguali. Nelle due giaciture dello strumento furono osservate generalmente due rivoluzioni all' incirca, talvolta una o poco più, e si son dovuti adoperare tutti i contatti ottenuti, appunto perchè pochi, anzichè tralasciarne alcuni in principio, come conviene per avere il buon avviamento della mano. Il valore della rivoluzione è di $4^s.888$, cosicchè i segnali ottenuti per le nostre stelle, non molto lontane dallo zenit, distano in media l' uno dall'altro di circa 2^s: quelli ottenuti con l'oculare a N furono combinati con quelli ottenuti con l'oculare a S in modo da dover correggere il medio per l'effetto dell'ampiezza di mezza interruzione che ci risultò di $0^s.160$. Il passo perduto della vite è minimo, inferiore al millesimo di secondo di tempo e fu, in questa riduzione, trascurato. L' inclinazione venne determinata leggendo la livella che restava sempre appesa all'asse prima e dopo il passaggio di ogni stella, vale a dire una volta in una posizione dello strumento ed una volta nell'altra.

Come costante della livella è stato tenuto il valore $0^s.082$, determinato nel 1909 dai proff. Bianchi e Contarino, e non sono state considerate le irregolarità dei perni che dal confronto delle inclinazioni ottenute a diverse distanze zenitali risultano non piccole. Lo studio di esse è necessario, e sarà compiuto per poter fare la riduzione definitiva delle nostre osservazioni. Lo strumento fu messo in azimut coi metodi consueti e le variazioni di azimut dovevano essere investigate con l'osservazione di due mire, messe l' una nella località Cangiani, a O a una distanza di 3 Km. a 280 m. sul livello del mare, ed una nella campagna prossima a S. Anastasia, a una distanza di 12 Km., ed a 200 m. sul mare. Entrambe sono dunque a meno

di 90° dallo zenit, a 50′ meno quella di S. Anastasia, a 2°.5 meno quella dei Cangiani.

Nelle serate di osservazione di cui qui si rende conto, una sola delle mire e non sempre la stessa fu accesa dalle persone incaricate, quindi su una sola poggia la conclusione della variazione d'azimut nulla, alla quale siamo giunti per le quattro sere, con tre serie di 12 puntate eseguite una in principio, una in mezzo e una in fine delle osservazioni.

Le coppie osservate sono alcune delle coppie preparate per la determinazione sistematica della latitudine, che sono 158 ed abbracciano tutte le ventiquattro ore. Tali coppie sono alterne con la prima stella a E, o con la prima a O. L'osservazione venne fatta cominciando alternativamente una sera con l'oculare a N ed una con l'oculare a S. La cupola venne sempre aperta circa due ore prima di cominciare le misure.

Nelle tavole seguenti sono dati gli elementi necessarî per l'osservazione, per la riduzione e insieme i risultati dell'osservazione e della riduzione con un esempio del calcolo necessario per ottenere φ. Poche parole occorrono per chiarimento dopo quello che si è già detto.

La prima tavola è un estratto di uno dei due quaderni preparati per l'osservazione della variazione della latitudine, precisamente di quello che contiene tutti gli elementi necessarî per cominciare le osservazioni con l'oculare a N, un secondo contiene gli stessi elementi, ma le puntate sono nell'ordine che occorre quando si comincia l'osservazione con l'oculare a S e con le letture al tamburo del filo mobile quali a S occorrono.

La colonna « incl. » dà l'angolo di inclinazione tra la direzione del movimento dell'oculare e quella del movimento del filo mobile. Le puntate, i tempi dei passaggi, l'angolo d'inclinazione sono stati ottenuti per interpolazione dai valori calcolati per tutte le δ di 10′ in 10′ da 25° a 40°. La seconda tavola contiene le inclinazioni ottenute nelle quattro sere: anche da essa si ha il sospetto d'irregolarità nei perni; ma a parte questa, è desiderabile ottenere inclinazioni più concordanti e questo è stato uno dei punti ben considerati in seguito, e con frutto.

La terza tavola contiene le posizioni medie delle stelle tratte dal P. G. C. di L. Boss al 1914.0 e la quarta la riduzione al luogo apparente, compresovi l'effetto del moto proprio per la frazione dell'anno, e i termini lunari a corto periodo.

La quinta tavola mostra la prima parte della riduzione. Al Δt osservato sono applicate le quattro correzioni: inclinazione, semidistacco, termine di secondo ordine della collimazione, marcia dell'orologio. Per l'ultima è da dire che l'orologio usato è un pendolo di Riefler con asta di *invar* sotto campana pneumatica e con recipiente di rame, tipo D. La sua marcia ha presentato oscillazioni minime e precisamente fu per 24^h di tempo medio

il 25 settembre di $2^s.05$
il 30 settembre di $2^s.05$
il 3 ottobre di $2^s.03$
il 9 ottobre di $2^s.00$

i quali numeri sono incerti di pochi centesimi. La registrazione dei segnali sia dell'orologio, sia dei passaggi, è stata ottenuta su un cronografo scrivente del sistema di Hipp.

Il termine in c^2 è stato calcolato, come si è detto addietro, con gli intervalli di tempo osservati tra i due passaggi per uno stesso contatto.

La sesta contiene un esempio del calcolo necessario per ottenere la latitudine secondo la formola

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{2 \cos \delta_W}{\operatorname{sen}(\delta_W + \delta_E) \operatorname{tg} \frac{1}{2} t + \operatorname{sen}(\delta_W - \delta_E) \operatorname{ctg} \frac{1}{2} t}$$

$$\operatorname{sen} \gamma \cos \delta_E = \cos \varphi .$$

Per esso furono adoperate le tavole di Herz, *Siebenstellige Logarithmen der Trigonometrischen Functionen für jede Zeit-Secunde*; di Zech, *Tafeln der Additions- und Subtraction-Logarithmen*; di Peters, *Siebenstellige Logarithmen der Trigonometrischen Functionen für jede Bogensecunde.*

Nell'ultima sono dati i valori della latitudine risultanti dalle nostre osservazioni, e le medie per coppia, per sera, e generale.

L'ottava contiene le latitudini ottenute per ogni coppia di stelle messe in ordine secondo il tempo medio del passaggio, differenza del tempo del passaggio, distanza zenitale media, differenza di distanza zenitale delle due stelle di ciascuna coppia, e il risultato della perequazione dei valori di tre in tre.

Tav. I-

Tabella per l'osservazione.

N.º del P. G. C.	Numero della ★	Numero della coppia	Gr.	Tempo sidereo del passaggio	Puntata	Incl.	Vertic.	Intervallo	Posizione del micr.
				h m s					
4403	111	72	5.5	20 7 2	34 37 325 23	26	W		14.60
								12.4	
5746	149		4.9	20 19 28	22 5 337 55	18	E		14.05
								5.4	
6023	156	73	5.7	20 24 54	323 55 36 5	27	E		2.95
								4.9	
4440	112		6.0	20 29 48	322 24 37 36	28	W		2.95
								7.0	
4393	110	74	6.0	20 36 47	42 22 317 38	30	W		15.05
								8.5	
6061	157		5.9	20 45 17	33 35 326 25	25	E		14.6
								13.5	
106	2	75	6.7	20 58 46	315 29 44 31	31	E		2.95
								6.2	
4510	113		5.8	21 4 58	318 30 41 30	30	W		2.95
								9.9	
4721	118	76	5.6	21 14 54	32 43 327 17	25	W		14.6
								10.6	
132	4		3.4	21 25 33	39 20 320 40	29	E		15.05
								12.3	
300	8	77	4.8	21 37 49	313 36 46 24	32	E		2.4
								7.5	
4824	120		3.2	21 45 22	325 23 34 37	26	W		3.4
								6.2	
4831	121	78	5.2	21 51 34	35 51 324 9	27	W		15.05
								5.6	
224	5		5.6	21 57 12	37 20 322 40	28	E		15.05
								7.0	
248	6	79	6.4	22 4 15	323 8 36 52	27	E		2.95
								7.0	
4885	123		6.0	22 11 18	322 14 37 46	28	W		2.95
								5.5	
5211	131	80	5.8	22 16 49	23 55 336 5	19	W		14.6
								7.1	
510	13		6.0	22 23 58	49 3 310 57	33	E		15.6
								5.0	
421	12	81	3.4	22 28 56	318 9 41 51	30	E		2.95
								6.8	
5410	137		6.4	22 35 44	18 36 341 24	15	W		4.4

TAV. II. Inclinazione in parti della livella.

Coppia	*	SERATE			
		25 settembre	30 settembre	3 ottobre	9 ottobre
72	1	+ 1.05	—	+ 1.90	—
	2	+ 1.20	—	+ 1.78	—
73	1	+ 0.78	—	+ 1.55	—
	2	+ 1.10	—	+ 1.68	—
74	1	—	+ 1.75	+ 1.58	+ 1.22
	2	—	+ 1.58	+ 1.58	+ 1.28
75	1	+ 1.25	+ 2.05	—	+ 1.45
	2	+ 1.40	+ 1.38	—	+ 1.45
76	1	+ 1.42	+ 2 00	+ 1.68	—
	2	+ 1.32	+ 2.00	+ 1.58	—
77	1	+ 1.42	+ 2.10	—	+ 1.35
	2	+ 1.55	+ 2.32	—	+ 1.32
78	1	+ 1.52	+ 2.35	+ 1.70	+ 1.38
	2	+ 1.38	+ 2.08	+ 1.55	+ 0.92
79	1	—	+ 2.15	+ 1.65	—
	2	—	+ 2.25	+ 1.78	—
80	1	+ 1.18	+ 2.28	—	+ 0.98
	2	+ 1.55	+ 2.18	—	+ 1.15
81	1	—	+ 2.18	—	+ 1.15
	2	—	+ 2.22	—	+ 0.95

TAV. III. Posizioni medie delle stelle.

Coppia	*	N. di Boss	α 1914.0	δ 1914.0
72	1	4403	17 17 26.453	32 34 39.13
	2	5746	22 12 13.180	37 19 11.73
73	1	6023	23 20 38.044	31 54 44.69
	2	4440	17 27 39.950	31 13 17.43
74	1	4393	17 15 26.105	28 54 43.44
	2	6061	23 30 22.917	33 1 7.24
75	1	106	0 28 16.726	27 48 19.52
	2	4510	17 47 2.828	29 20 40.05
76	1	4721	18 33 28.010	33 23 45.62
	2	132	0 34 43.528	30 23 25.83
77	1	300	1 14 44.133	26 48 44.17
	2	4824	18 55 43.587	32 34 14.94
78	1	4831	18 56 46.164	32 1 28 38
	2	224	0 58 6.251	31 20 33.66
79	1	248	1 3 15.512	31 33 11.69
	2	4885	19 8 28.070	31 8 21.00
80	1	5211	20 15 15.257	36 43 48.44
	2	510	2 10 50.399	25 23 3.53
81	1	421	1 48 10.495	29 9 37.01
	2	5420	20 59 44.529	38 19 0.62

Tav. IV. **Riduzione al luogo apparente.**

Numero della coppia	*	25 settembre		30 settembre		3 ottobre		9 ottobre	
		per l'α	per la δ	per l'α	per la δ	per l'α	per la δ	per l'α	per la δ
72	1	+ 1.699	+ 4.16	—	—	+ 1.526	+ 3.46	—	—
	2	3.264	23.66	—	—	3.180	25.28	—	—
73	1	3.649	24.75	—	—	3.638	26.39	—	—
	2	1.773	5.46	—	—	1.603	4.87	—	—
74	1	—	—	+ 1.699	+ 3.63	1.625	3.37	1.503	3.00
	2	—	—	3.704	25.99	3.685	26.51	3.673	27.70
75	1	3.868	24.88	3.925	25.98	—	—	3.958	27.50
	2	1.916	6.61	1.821	6.37	—	—	1.615	5.95
76	1	2.030	11.02	1.927	11.01	1.846	10.95	—	—
	2	3.901	24.49	3.964	25.66	3.968	26.17	—	—
77	1	3.940	24.17	4.027	25.26	—	—	4.109	26.64
	2	2.176	12.50	2.077	12.65	—	—	1.857	12.79
78	1	2.198	12.51	2.100	12.63	2.019	12.62	1.957	12.79
	2	3.954	23.96	4.030	25.15	4.043	25.68	4.097	26.79
79	1	—	—	4.056	24.96	4.071	25.51	—	—
	2	—	—	2.190	13.35	2.112	13.37	—	—
80	1	2.542	18.60	2.452	19.20	—	—	2.244	20.08
	2	3.955	22.66	4.072	23.58	—	—	4.209	24.71
81	1	—	—	4.100	23.69	—	—	4.219	25.09
	2	—	—	2.718	21.97	—	—	2.533	23.21

TAVOLA V.

Coppia	Δt osservato	Correzione di inclinazione	Correzione di collimazione (semidistacco)	Correzione di collimazione (2° termine)	Correzione per la marcia dell'orologio	Δt corretto
	25 settembre.					
	m s	s	s	s	s	m s
72	— 12 32.796	—.559	+.218	+.326	—.017	— 12 32.828
73	+ 4 49.826	—.312	+.014	+.234	+.007	+ 4 49.769
75	+ 6 18.155	—.358	—.021	+.110	+.009	+ 6 17.895
76	— 10 42.119	—.478	—.067	+.292	—.015	— 10 42.387
77	+ 7 29.882	—.451	—.094	+.188	+0.11	+ 7 29.536
78	— 5 39.908	—.492	—.013	+.278	—.008	— 5 40.143
80	— 7 11.702	—.504	—.280	+.255	—.010	— 7 12.241
	30 settembre.					
74	— 8 34.199	—.541	+.078	+.208	—.012	— 8 34.466
75	+ 6 17.974	—.457	—.021	+.160	+.009	+ 6 17.665
76	— 10 42.138	—.697	—.067	+.242	—.015	— 10 42.675
77	+ 7 29.844	—.673	—.094	+.188	+.010	+ 7 29.275
78	— 5 39.855	—.753	—.013	+.211	—.008	— 5 40.418
79	+ 7 0.227	—.723	+.008	+.219	+.010	+ 6 59.533
80	— 7 11.717	—.883	—.280	+.416	—.010	— 7 12.474
81	+ 6 47.195	— 1.134	—.398	+.188	+.009	+ 6 45.860
	3 ottobre.					
72	— 12 32.638	—.895	+.218	+.279	—.017	— 12 33.053
73	+ 4 49.744	—.540	+.014	+.187	+.007	+ 4 49.404
74	— 8 34.293	—.517	+.078	+.188	—.012	— 8 34.556
76	— 10 42.431	—.571	—.067	+.227	—.015	— 10 42.857
78	— 10 40.239	—.550	—.013	+.198	—.008	— 5 40.612
79	+ 6 59.986	—.548	+.008	+.190	+.010	+ 6 59.646
	9 ottobre.					
74	— 8 34.662	—.410	+.078	+.186	—.012	— 8 34.826
75	+ 6 17.548	—.392	—.021	+.169	+.009	+ 6 17.313
77	+ 7 58.904	—.402	—.094	+.227	+.011	+ 7 28.646
78	— 5 40.794	—.393	—.013	+.216	—.008	— 5 40.992
80	— 7 12.956	—.401	—.280	+ 272	— 0.10	— 7 13.375
81	+ 6 45.709	—.516	—.398	+.248	+.009	+ 6 45.052

TAV. VI. Esempio di calcolo.

1914, settembre 30. Coppia 74.

W		E	
$\alpha =$ 17 15 26.105	$\delta = +$ 28 54 43.44	$\alpha =$ 23 30 22.917	$\delta +$ 33 1 17.24
rid. al di + 1.699	rid. al dì + 3.63	rid. al dì + 3.704	rid. al dì + 25.99
α_{app} 17 15 27.804	δ_{app} 28 54 47.07	α_{app} 23 30 26.621	δ_{app} 33 1 43.23
		$\Delta\alpha$ 6 14 58.817	$\delta_W + \delta_E$ 61 56 30.30
		Δt — 8 34.466	
		t 6 6 24.351	$\delta_W - \delta_E$ 4 6 56.16
		$\frac{1}{2} t$ 3 3 12.176	
cos δ_E 9.9234502	cos δ_W 9.9421838	tg $\frac{1}{2} t$ 0.0121405	ctg $\frac{1}{2} t$ 9.9877595
sen γ 9 9552324	2 cos δ_W 0.2432138	sen $(\delta_W + \delta_E)$ 9.9457001	sen $(\delta_W - \delta_E)$ 8.8559370
cos φ 9.8786826	tg γ 0.3201269	9.9578406	8.8437965
		diff. 1.1140441	
$\varphi = 40^{\circ} 51' 45''.58$		log sott. 0.0347537	
		denom. 9.9230869	

TAV. VII. Latitudini ottenute.

Coppie	25 settembre	30 settembre	3 ottobre	9 ottobre	Medio
72	44.94	...	45.26	...	45.10
73	45.63	...	45.53	...	45.58
74	...	45.58	45.64	45.58	45.60
75	45.48	45.58	...	45.68	45.58
76	45.48	45.63	45.52	...	45.54
77	45.05	45.32	...	44.83	45.10
78	45.37	45.68	45.63	45.37	45.51
79	...	[44.67]	45.00	...	...
80	45.89	[46.56]	...	45.84	45.86
81	...	45.68	...	45.89	45.78
Medio . .	45.41	45.56	45.43	45.53	45.48

TAVOLA VIII.

Secondo t		Secondo dt		Secondo z		Secondo dz	
Valori		Valori		Valori		Valori	
semplici	perequati	semplici	perequati	semplici	perequati	semplici	perequati
10		58		10		58	
58	43	51	56	86	50	51	56
60	59	58	62	54	64	58	54
58	57	78	74	51	54	54	63
54	41	86	58	58	56	78	64
10	38	10	52	60	65	60	49
51	49	60	41	78	49	10	27
86	72	54	41	10	49	10	35
78		10		58		86	

Possiamo ora tentar di discutere i risultati ottenuti. La discussione può essere solo grossolana, sia per il materiale scarso, sia per la riduzione fatta con costanti provvisorie, e le conclusioni che ne derivano debbono essere considerate solo come fatti sospetti e non come fatti accertati. L'ispezione della tabella VII, che comprende tutte le latitudini ottenute, mostra due valori eccezionali consecutivi per la serata del 20 che distano di 1″ dal medio generale e l'uno di 0″.3 dall'altro valore ottenuto con la stessa coppia 79, l'altro di 0″.7 dai due valori coincidenti della stessa coppia 80. Abbiamo creduto di escluderli. Il loro medio è del resto prossimo al medio generale così da potersi pensare che l'anomalia venne prodotta per entrambi dalla stessa causa che ha agito in un senso per la coppia con la prima stella a E, nell'altro per l'altra con la prima stella a W. Questa eliminazione di errori è importante. La tabella mostra altresì che per qualche coppia si hanno valori sistematicamente diversi dal medio generale come per la 80 e la 77.

La tabella VIII non mostra nessun andamento secondo l'ora del passaggio medio e secondo la distanza zenitale media, secondo la differenza della distanza zenitale o secondo la differenza del tempo del passaggio. Forse mostra che i migliori valori son quelli con piccoli dz. Il valore finale medio semplice sarebbe di

$$40^\circ\,51'\,45''.48 \pm 0''.06 \text{ e. m.}$$

e 40° 51′ 45″.7 è la latitudine dell'Osservatorio quale risultò dalle osservazioni ivi eseguite col metodo di Horrebow-Talcott negli anni 1894-1898.

Se facciamo le differenze tra il valore medio e i singoli valori giungiamo all'errore medio di una osservazione

$$0''.29.$$

Questo valore comprende le incertezze delle coordinate stellari, comprende l'effetto di qualche eventuale errore sistematico e dei valori non esatti delle costanti di riduzione. L'insieme delle differenze tra il valore medio di ciascuna coppia con i singoli della stessa coppia, porta a un errore medio, per una osservazione, di

$$0''.11$$

che si può dire corrispondere solo grossolanamente all'errore medio di osservazione di queste prime misure; a un valore non molto diverso, 0″.18, si giunge liberando l'errore complessivo dagli errori medî delle coordinate stellari, supposti in media di $0^s.025$ in α e 0″.25 in δ.

Ed allora, tenuto conto di quanto abbiamo detto da principio e nel corso di questo saggio sul carattere delle osservazioni qui ridotte, possiamo concludere che in buone condizioni un osservatore bene educato ottiene da una sola coppia osservata una sola volta la latitudine con un errore medio certamente inferiore a

$$0''.2.$$

Si deve dunque ritenere confermata la conclusione sulla precisione del metodo di osservare le coppie in primo verticale, alla quale siamo venuti precedentemente.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI. Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I-XXVI. (1892-1918). Fasc. 4°, Sem. 1°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XXVI. (1892-1917). Fasc. 7°-10°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XII. Fasc. 7.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-6.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*

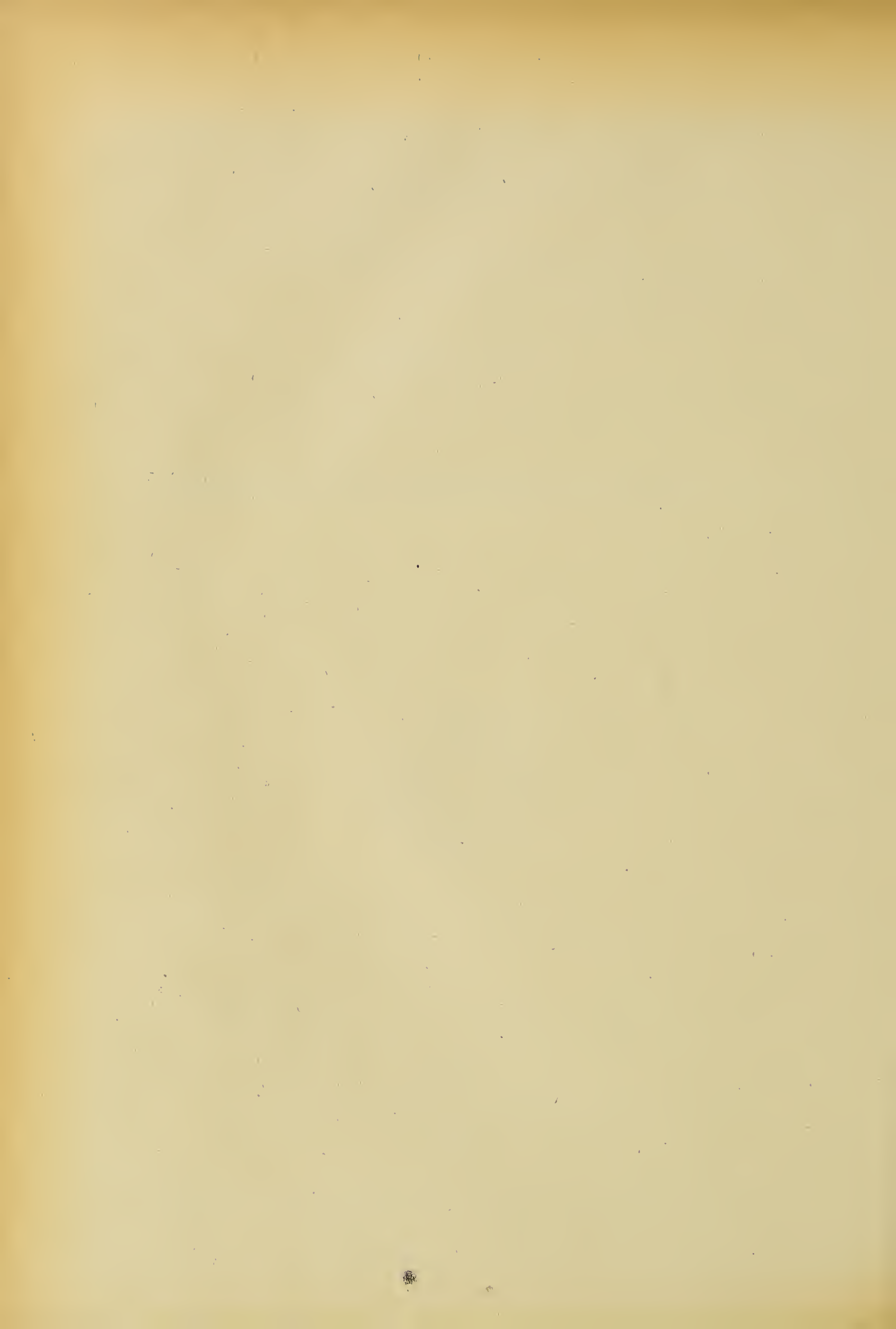
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
(Anno CCCXIV 1917)
Serie Quinta — Volume XII — Fascicolo VIII.

BATTISTA GRASSI

FLAGELLATI VIVENTI NEI TERMITI

SEP 25 1924
National Museum

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI
1917

Flagellati viventi nei Termiti.

Memoria I del Socio prof. B. GRASSI [1]

(con dieci tavole)

PARTE I.

INTRODUZIONE

I Flagellati viventi nei Termiti destano sotto varî aspetti l'interesse degli studiosi. Da un lato tra di essi figurano forme per questa classe di Protozoi gigantesche, le quali si prestano a ricerche morfologiche, fisiologiche, biologiche e sperimentali meglio di moltissime altre. Da un altro lato essi possono raggiungere in certi apparati un grado di organizzazione, al quale non arrivano gli altri Flagellati e così possono anche servire a rischiarare disposizioni e fenomeni che nelle forme piccole, le quali sono le più interessanti per la patologia degli animali superiori compreso l'uomo, male si rivelano e perciò sono difficili a precisare. Questi parassiti dei Termiti per la molteplicità delle loro forme e per la loro quasi assoluta limitazione negli or detti insetti acquistano speciale importanza e costituiscono come un piccolo mondo a sè, che colpisce anche per la singolare sua bellezza. Certamente devono venire studiati anche in rapporto alla vita dei loro ospiti, potendo darsi che invece di veri parassiti, siano simbionti, come io ho per primo supposto.

Le specie dei Flagellati viventi nei Termiti debbono essere numerose; finora però ne sono state notificate poche e alcune, singolari per i loro caratteri, così insufficientemente da destare voglia di meglio conoscerle. Ecco perchè ogni volta che il prof. Silvestri partì per viaggi scientifici, gli raccomandai di portarmi preparati del contenuto cecale dei Termiti. Egli gentilmente accolse la mia preghiera e largamente soddisfò i miei desiderî, del che io qui gli rendo pubbliche grazie.

[1] La pubblicazione fu molto ritardata, essendo, per ragioni facili a comprendersi, l'esecuzione delle tavole proceduta molto lentamente.

Da una prima escursione alle Isole Haway egli mi riportò una serie di ben riusciti preparati, coloriti in parte coll'ematossilina ferrica. Essi vennero da me affidati per lo studio al dott. Janicki che allora lavorava nel mio Laboratorio; la sua estesa pubblicazione sull'argomento è uscita di recente (1915) ([1]).

Da un lungo viaggio che aveva per iscopo lo studio dei parassiti delle mosche dei frutti e la loro importazione in paesi dove queste fanno danni enormi, compito che il Silvestri assolse mirabilmente come tutti sanno, egli mi riportò un'altra serie di preziosi preparati.

Infine in occasione di una recentissima escursione nella nostra Colonia Eritrea egli ne allestì alcuni altri, che mise a mia disposizione insieme ad un ramo d'albero contenente Termiti vive; queste ultime ospitano una forma singolare, nuova e inaspettata.

In questa prima Memoria io la illustro e descrivo inoltre le forme che si riscontrano nei preparati fatti dal Silvestri negli or detti due ultimi viaggi.

Questi preparati erano stati tutti conservati col liquido di Schaudinn e coloriti semplicemente coll'ematossilina. Perciò molti particolari non si potevano rilevare; mi sono deciso conseguentemente a farli rinnovare, sciogliendo il balsamo, riportandoli in alcool e quindi in acqua per poi trattarli col liquido di Flemming e colorirli coll'ematossilina d'Heidenhain. Tale lavoro è stato abilmente compiuto dalla dott. Anna Foà ed ha dato risultati buoni, in alcuni casi superiori ad ogni aspettativa. Sono così in condizione di far conoscere abbastanza bene certe specie che da principio, nei vetrini di cui disponevo, mi sembravano indecifrabili; tuttavia i punti restati oscuri non mancano.

Anche per questo motivo io ho sostituito alle lunghe descrizioni i disegni esatti, ciò che, se non m'inganno, incontrerà l'approvazione del lettore.

***

In complesso conservo la classificazione da me proposta nel 1911 ([2]), aggiungendo le nuove forme studiate in questo lavoro e tenendo anche conto di quelle illustrate contemporaneamente dal Janicki.

Continuo a raggruppare i Flagellati dei Termiti nei due ordini: POLYMASTIGINA e HYPERMASTIGINA. Il mio nuovo ordine degli HYPERMASTIGINA (1911) è stato accettato nelle pubblicazioni dell'Hartmann ([3]) e del Poche ([4]).

Nei POLYMASTIGINA comprendo le famiglie TETRAMITIDAE, DINENYMPHIDAE (Grassi) e CALONYMPHIDAE (Grassi) ([5]).

([1]) *Untersuchungen an paras. Flagellaten.* II. Zeitschrift f. wiss. Zool. Bd. CXII H. 4.

([2]) Grassi, *Intorno ai protozoi dei termitidi.* Rend. Lincei, Cl. sc. fis. mat. e nat. Vol. XX, 1911.

([3]) Hartmann und Schüssler, *Flagellata.* In Handwörterbuch d. Naturwiss. Bd. III. Jena. G. Fischer. 1913. Vi ha incluse erroneamente anche *De Vescovina* e *Calonympha.*

([4]) *Das System der Protozoa.* Archiv. f. Protist. Bd. XXX. 1913. Lo ha denominato *Trichonymphidea.* Vi ha erroneamente incluse anche *De Vescovina, Calonympha* e *Dinenympha.*

([5]) Appartiene a quest'ordine anche la famiglia *Distomatidae,* di cui nessun rappresentante trovasi tra i Flagellati dei Termiti. Ma forse converrà scindere l'ordine dei *Polymastigina* in altri due o tre.

Ritengo però, con Janicki, venuto il momento di dividere in famiglie anche gli HYPERMASTIGINA. La divisione, che adotto, è la seguente:

1. LOPHOMONADIDAE.
2. JOENIDAE.
3. STAUROJOENIDAE.
4. TRICHONYMPHIDAE.
5. SPIROTRICHONYMPHIDAE. Sin. Holomastigotidae pro parte Janicki.
6. HOLOMASTIGOTIDAE. Sin. Holomastigotidae pro parte Janicki.

Le forme da me trovate e considerate nel presente lavoro (ne lascio in disparte soltanto alcune banali, piuttosto piccole, appartenenti alle TETRAMITIDAE) sono le seguenti:

HYPERMASTIGINA.

JOENIDAE:

Joënina pulchella gen. et sp. n. (in Porotermes Adamsoni).

STAUROJOENIDAE:

Staurojoenina mirabilis gen. et sp n. (in Epicalotermes oethiopicus).

TRICHONYMPHIDAE:

Trichonympha magna sp. n. (probabilmente sinonimo di Gymnonympha zeylanica Dobell) (in Porotermes Adamsoni).

Pseudotrichonympha Hertwigi (sinonimo: Trichonympha Hertwigi, *mas*, Hartmann) [1] (probabilmente è sinonimo di Leidyonella cordubensis Fränzel [2] — Argentina — nell'Eutermes inquilinus? —, se la descrizione di Fränzel è, come io temo, difettosa) [3]:

var. n. minor (nel Coptotermes Sjöstedti).

var. n. maior (nel Coptotermes lacteus).

Pseudotrichonympha magnipapillosa sp. n. (in Schedorhinotermes putorius).

Pseudotrichonympha parvipapillosa sp. n. (in Schedorhinotermes intermedius).

SPIROTRICHONYMPHIDAE:

Spirotrichonympha mirabilis sp. n. (in Porotermes Adamsoni).

[1] *Untersuch. ü. Bau u. Entwick. d. Trichonymphiden. Festschrift R. Hertwigs.* Bd. I. 1910. — Trichonympha Hertwigi, *foemina*, (Hartmann) è per me un Holomastigotes, H. Hertwigi (Hartmann). Per errore materiale nella mia Nota del 1911 è segnato come tale il maschio e viceversa come Pseudotrichonympha Hertwigi la femmina.

[2] Archiv. f. mikr. anat. Bd. XXXVIII. 1891.

[3] Se fosse esatta si tratterrebbe di un genere nuovo caratterizzato dalla limitazione dei flagelli all'estremità anteriore, la quale è, come al solito, di forma conica, da un ciuffo di lunghe ciglia immobili all'estremità posteriore, da listerelle longitudinali, che percorrono tutto il corpo ecc.

Spirotrichonympha flagellata Grassi: var. n. Schedorhinotermitis intermedii.
Spirotrichonympha flagellata Grassi var. n. Coptotermitis lactei.
Spirotrichonympha elongata sp. n. (in Schedorhinotermes intermedius).
Sporitrichonymphella pudibunda g. n. et sp. n. (in Porotermes Adamsoni),

Holomastigotidae:

Holomastigotoides mirabilis sp. n. (in Coptotermes Sjöstedti).
Holomastigotoides hemigymnum (in Coptotermes lacteus).

POLYMASTIGINA.

Tetramitidae:

De Vescovina glabra sp. n. (in Cryptotermes Havilandi).
De Vescovina stereociliata sp. n. (in Glyptotermes parvulus).
De Vescovina nova sp. n. (in Neotermes erythraeus).
Macrotrichomonas pulchra gen. et sp. n. (in Glyptotermes parvulus).

Dinenymphidae:

Pseudotrypanosoma giganteum gen. et sp. n. (in Porotermes Adamsoni).

Calonymphidae:

Stephanonympha Silvestrii Janicki:
var. n. Cryptotermitis Havilandi.
var. n. Neotermitis erythraei.
Diplonympha Foae gen. et sp. n. (in Glyptotermes parvulus).

Quando più avanti mi si offrirà l'occasione, mi soffermerò alquanto anche sopra forme affini a quelle qui elencate.

***

I Termiti in cui finora si sono riscontrati i Flagellati sono i seguenti [1]:

A) Calotermitidae Silvestri (Sin. Protermitidae, pro parte Holmgren).

I. Porotermes Adamsoni (Froggart) (Australia) Grassi).

[1] Il nome dopo la località indica l'A. che ha per primo segnalato i Flagellati rispettivi. V. Buttel-Reepen parla di Infusori (Trichonymphidae ecc.); vi include perciò, a quanto sembra, anche i Ciliati, che possono trovarsi nei Termiti, anche non accompagnati da Flagellàti (V. *Zool. Jahrb. Abtl. f. Systematik* ecc. Bd. 36 pp. 230-231.

II. Calotermes.

C. flavicollis (Fab.) (Europa merid.) (Grassi).

III. Neotermes.

N. erytraeus (Silvestri) (Eritrea) (Grassi).

N. greeni (Desn.) (Ceylon) (Bugnion).

N. castaneus s. l. (Burmeister) (Isole Haway) (Janicki) (anche questa forma, secondo Silvestri, è da rivedere perchè sotto questo nome vanno certamente varie specie molto affini).

N. militaris (Desn.) (Ceylon) (Dobell).

IV. Cryptotermes.

C. Havilandi (Sjöstedt) (Olokomeji nella Nigeria merid.) (Grassi).

C. sp.? (Chilì). Certamente non è il Calotermes chilensis Blanchard; che trattisi del genere Cryptotermes è molto probabile. (Notizie comunicatemi dal Silvestri).

V. Glyptotermes.

G. parvulus (Sjöstedt) (Aburi nella Costa d'oro) (Grassi).

G. Buttel-Reepeni Holmgren (Malacca) (Buttel-Reepen).

G. dilatatus Bugnion et Popoff (Ceylon) (Bugnion).

VI. Epicalotermes.

E. aethiopicus Silvestri (Eritrea) (Grassi).

B) TERMITIDAE Silvestri (Sin. Mesotermitidae e Metatermitidae Holmgren).

I. Termitogeton.

T. umbilicatus (Hagen) (Ceylon) (Bugnion) (forme di Flagellati molto simili a Pseudotriconympha).

II. Reticulitermes.

R. lucifugus (Rossi) (Europa merid.) (Grassi).

R. flavipes (Kollar) (Stati Uniti di America) (Leidy).

III. Leucotermes s. st.

L. ceylonicus (Holmgren) (Ceylon) (Buttel-Reepen).

IV. Coptotermes.

C. Sjöstedt (Holmgren) (Conakry nella Guinea francese) (Grassi).

C. lacteus (Froggart) (Australia) (Grassi).

C. curvignathus (Holmgren) (Sumatra) (Buttel-Reepen).

C. travians (Haviland) (Ceylon) (Bugnion).

C. flavus (Bugnion) (Ceylon) (Bugnion).

C. [1] Hartmanni (Holmgren) (Brasile) (Hartmann) (non so se questa specie sia stata descritta).

V. Arrhinotermes sp.? (Bugnion).

VI. Parrhinotermes.

P. aequalis (Hav.) (Sumatra, Malacca) (Buttel-Reepen).

P. Buttel-Reepeni Holmgren (Sumatra, Malacca) (Buttel-Reepen).

[1] Non Captotermes, come ha scritto Hartmann.

VII. Rhinotermes.
R. Butteli Holmgren (Malacca) (Buttel-Reepen).
VIII. Schedorhinotermes.
S. longirostris (Brauer) (Sumatra, Giava, Malacca) (Buttel-Reepen).
S. intermedius (Brauer) (Australia) (Grassi).
S. putorius (Sjöstedt) (Conakry nella Guinea francese) (Grassi).

V. Buttel-Reepen nelle sue ricerche a Sumatra, Giava, Malacca e Ceylon non ha trovato gli Infusori (v. sopra) nei generi seguenti: Termes, Odontotermes, Microtermes, Eutermes, Hamitermes, Mirocapritermes, Capritermes. Microcerotermes, e aggiunge che molto probabilmente mancano anche nei generi Labritermes e Mirotermes.

Nell'Africa occidentale Silvestri ha fatto preparati delle seguenti specie, che quanto ai Flagellati diedero tutti risultati negativi:

Termes bellicosus, Smeath.
Hamitermes runconifer Silvestri.
Cubitermes oculatus Silvestri.
Microcerotermes fuscotibialis subsp. libericus Rosen.

Soltanto nel Termes bellicosus ho trovato poco abbondanti Nyctotherus (Ciliato) che non so distinguere dal N. termitis Dobell, rinvenuto da quest'A. nel Neotermes militaris insieme alla Gymnonympha zeylanica ([1]).

In tutte le forme or ora menzionate si incontrano, come del resto anche nelle forme contenenti i Flagellati, abbondanti Schizomiceti.

Si può dire che i Flagellati vivono in tutte le Calotermitidae di Silvestri in cui furono ricercate e nei generi più primitivi (paleogeni) delle Termitidae di Silvestri, mentre non furono trovate in quelle appartenenti ai generi più elevati (neogeni). Nella famiglia più bassa (Mastotermitidae di Silvestri) non furono ancora cercate: molto probabilmente vi esisteranno.

Evidentemente i Flagellati si trovano dunque in molte forme che vivono dentro il legno e di questo si cibano. In particolare non si trovano mai nelle forme (Metatermitidae) che vivono in nidi fatti con terra, o con detriti vegetali completamente masticati ed impastati, e si cibano di terra, di funghi.

Importa mettere in rilievo che la classificazione delle Termitidae ospitanti Flagellati parassiti si potrebbe fare almeno fino ad un certo punto, in base alle varie forme di questi. Così le Calonymphidae sono caratteristiche del genere Calotermes e dei generi ad esso affini (Neo-Glypto-Cryptotermes), da altri anzi giudicati sotto-generi del genere Calotermes. Le Pseudotrichonymphae si trovano nei Coptotermes e nei Schedorhinotermes. Anche dallo studio dei Flagellati parassiti dei Porotermes risulta che questo genere è piuttosto lontano dai Calotermes e affine anche ai Reticulitermes. Il prof. Silvestri mi

([1]) Spolia zeylanica, vol. VII, 1910.

ha portato, come ho detto, un ramo contenente Termiti vivi dal suo viaggio in Eritrea. Senza averli studiati, giudicando dall'aspetto, egli riteneva che si trattasse di uno dei generi già noti di Calotermitidae; dallo studio dei parassiti io conclusi che dovevamo essere invece davanti ad un genere nuovo e difatti quando il Silvestri esaminò questi Termiti, trovò necessario di fondare il genere nuovo: Epicalotermes.

Quel Calotermino del Brasile che io sopra ho lasciato indeterminato anche giudicando dai Flagellati parassiti, deve essere un Cryptotermes.

Secondo v. Buttel-Reepen (1914) [1] quando i Protozoi mancano in una specie di un genere, non si trovano neanche nelle altre specie dello stesso genere, ma ciò vale soltanto per i Flagellati: io ho infatti trovato un ciliato (v. sopra) in una specie del gen. Termes, che ne dovrebbe esser priva.

Holmgren ritiene che le forme presentanti Infusori siano tipiche della regione orientale, mentre quasi tutte quelle che non li ospitano vi sarebbero immigrate. Mi sembra difficile sostenere questa opinione.

[1] Loc. cit.

PARTE II.

DESCRIZIONI

A) HYPERMASTIGINA.

I. — Joenina pulchella.

TAVOLA I.

La struttura di questo bellissimo protozoo è molto difficile a decifrarsi sui preparati stabili. A fresco, purtroppo, non ho potuto osservarlo.

La forma è più o meno regolarmente ovalare, o subtonteggiante (fig. 23).

I flagelli sono notevolmente lunghi e numerosissimi (figg. 2 *a* e 23). Essi sorgono da un'area flagellata relativamente grande, anteriore, press'a poco semicircolare, cioè con un margine quasi rettilineo e l'altro convesso (figg. 2, 3, 4, 22, 23 ecc.): quest'ultimo per lo più antero-laterale, o anche anteriore, o anche laterale. Convenzionalmente considero e denomino dorsale la superficie, alla quale corrisponde quest'area, la cui posizione predominante viene così ad essere antero-dorsale e più o meno spiccatamente a sinistra.

Nucleo vescicolare in posizione posteriore un po' destra, talvolta spiccatamente destra, rispetto all'area flagellata (fig. 2 ecc.).

Assostile (bastoncello assile) capace d'incurvarsi in vario senso e perciò elastico, piuttosto grosso, allargantesi alquanto posteriormente per poi terminare a punta, che alle volte più, alle volte meno chiaramente sembra continuarsi in un filo assile del bastoncello, che viene messo in rilievo colla ematossilina ferrica (figg. 1 *a*, 2 *b* e 23). Nelle osservazioni a fresco Silvestri ha notato che spesse volte questo bastoncello sporgeva dall'estremità posteriore del corpo, ciò che ho rilevato raramente nei preparati. Talvolta vedesi anche un involucro sottile attorno al bastoncello. Molto più complicato è il modo di comportarsi del bastoncello anteriormente. Quivi esso dirigesi in generale dritto, talvolta incurvato, verso la parte mediale dell'area flagellata, decorrendo tangenzialmente alla superficie del nucleo; dove membrana del nucleo e bastoncello si toccano, sembrano fusi assieme. Il bastoncello rispetto al nucleo si può definire ventrale (fig. 1 ecc.); nei preparati appare ventrale-sinistro, ovvero ventrale-destro. Il bastoncello, al momento che sorpassa il nucleo, si espande a ventaglio, suddividendosi in tanti fili (circa 8) (figg. 1, 2 *b* ecc.) tenuti assieme da materia densa

più o meno spiccatamente granellosa, a granelli finissimi; qualche volta sembra che in realtà i fili rappresentino strette lamelle vedute di coltello. Il ventaglio si presenta in complesso ventrale rispetto all'area flagellata; tra questo ventaglio e l'area flagellata vi è uno strato caratterizzato dalla presenza di tanti singolari corpicciuoli, molto meno piccoli dei suddetti granelli, ora di forma ovalare, ora tondeggianti, ora a cifra otto, ora a bastoncello diritto o curvo ecc. (figg. 2*b*, 4*b*, 12*b*); essi si colorano come la cromatina; sulla loro natura io non posso pronunciarmi definitivamente, benchè alle volte sembrino indiscutibilmente batteri; li denomino corpuscoli X. Strato flagellare, strato corpuscolare e strato a ventaglio formano un tutto unico che denomino zona flagellata. Un filo, che segna il margine mediale dell'espansione a ventaglio (figg. 1*a*, 2*b*) si piega ad uncino e si perde in un tratto dove si veggono due corpicciuoli allungati un po' curvi, uno mediale e l'altro laterale, formanti una lettera V, cioè avvicinati con un estremo e allontanati all'altro, che è anche ingrossato; io li denomino battacchi (b a t. nelle figg. 15, 21 ecc.; in molte figure non sono stati richiamati). Ritengo che il suddetto filo marginale si continui nel battacchio mediale.

Là dove si dipartono i battacchi, ha origine un filo che decorre subtrasversale da destra a sinistra, ovvero obliquo da destra-anteriormente a sinistra-posteriormente (figg. 6*b*, 12, 19, 20, 21 ecc.). Esso viene a delimitare il margine rettilineo dell'area flagellata (figg. 2*a*, 23), per poi ripiegarsi a sinistra sopra se stesso ad ansa e raggiungere la membrana del nucleo, circa a metà della distanza tra l'ansa (sinistra) e i battacchi (destra) (figg. 6*b*, 19, 21 ecc.). Quivi si salda con un altro filo, che sorge press'a poco dal punto dove i due battacchi s'incontrano. Talvolta si può vedere che questo secondo filo (figg. 6*b*, 11, 19, 20 ecc.). fa un giro completo attorno al nucleo, tornando press'a poco al punto di origine. In questo giro esso percorre la parte anteriore, o antero-sinistra del nucleo, poi la parte sinistra, poi quella posteriore, poi quella destra; soltanto in quest'ultima parte è più avvicinato alla faccia dorsale che alla ventrale; a sinistra per un piccolo tratto si allontana dal nucleo descrivendo una curva accessoria (figg. 11, 19, 20, 6*b*).

I fili qui descritti, tranne la parte al di là della curva accessoria del filo che circonda il nucleo, stanno collocati in uno spazio chiaro per la presenza di protoplasma poco denso.

Lo spazio chiaro è circondato o protetto che si voglia dire da un organello che si può paragonare ad una sorta di cappuccio complicato (c a p. nelle figg. 2*a*, 5*a*, *b*, *c*, 6*a*, *b*, 7, 8, 9, 10, 11 ecc.); esso, per quanto ho veduto, è un prolungamento della parte laterale della zona flagellata e occupa tutto il lato sinistro del nucleo. Si può dire che il cappuccio viene completato dal lato dorsale da una fascia obliqua, che va press'a poco dal punto dove sorgono i battacchi, alla parte posteriore della curva accessoria del filo che circonda il nucleo (f a s. nelle figg. 6*a*, 9, 10 ecc.).

Il cappuccio deve subire degli spostamenti; così soltanto io mi posso spiegare certe figure molto comuni a riscontrarsi e che ho qui rappresentate (c a p. nelle figg. 16, 17, 24*b* ecc.).

Il nucleo e il bastoncello assile nella porzione ad esso contigua stanno in una sorta di gabbia, o borsa fornita di numerosi ispessimenti o costole subcircolari (figg. 14-18: richiamo i s p., ovvero senza richiamo). Essi sono disposti in modo che

quelli di una faccia sembrano incrociarsi con quelli della faccia opposta. In realtà quelli di una faccia si continuano in quelli dell'altra. Non escludo che possa trattarsi di un filo unico che fa giri molteplici attorno al nucleo, prolungandosi per breve tratto anche attorno al bastoncello assile: questo filo sarebbe molto più spesso di quelli sopra descritti, coi quali non mostra di avere alcun diretto rapporto.

È un flagellato che si nutre di legno (fig. 23).

È ovvio tentare di paragonarlo alla Joenia. L'omologia dell'assostile nelle due forme è evidente. Anche quei corpicciuoli che ho denominato battacchi trovano perfetto riscontro; il sospensorio della Joenia è paragonabile ai fili sopra descritti. Nel cappuccio e nella fascia dorsale, ma anche attorno al nucleo, abbondano quei granelli fini (molto più fini dei sopra descritti corpuscoli X) che caratterizzano la lamina e il nastrino della Joenia. Ciò concorre a dar peso alla supposizione che il cappuccio della forma qui descritta sia paragonabile alla lamina e la fascia dorsale al nastrino della Joenia. Evidentemente la gabbia colle sue costole può richiamare il collare col relativo regolo (apparato parabasale di Ianicki).

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Tavola I.

In questa e nelle altre tavole le cifre dopo la spiegazione delle singole figure indicano l'oc. compensatore e l'ob. del microscopio Koristka, con cui furono copiate: il tubo era 160 mm. di lunghezza [1].

Joenina pulchella.

Da preparati coloriti coll'ematossilina ferrica, eccetto quello di fig. 22 colorito colla sola ematossilina Delafield.

[1]

4. $^1/_{15}$	=	ingrandimento	600
6. $^1/_{15}$	=	»	900
8. $^1/_{15}$	=	»	1200
12. $^1/_{15}$	=	»	1800
18. $^1/_{15}$	=	»	2700
4. 3 mm.	=	»	333
6. 3 mm.	=	»	500
8. 3 mm.	=	»	670
8. 2 mm.	=	»	1000
8. 1,6 mm.	=	»	1300
1 (non comp.). $^1/_{15}$	=	»	470

La figura 23 rappresenta un individuo intiero; le altre soltanto parti d'individui; dei flagelli è stata riprodotta solo la parte prossimale, eccetto nelle figure 2*a* e 23 dove si veggono in tutta la loro lunghezza. Il nucleo (*nu.*) è richiamato solo nella fig. 1*b*; dove corrisponde nelle altre figure, è facile rilevare.

Fig. 1. Dal lato ventrale:
a = piano (ossia strato, ossia sezione ottica) superficiale,
b = piano profondo,
sp. ch. = spazio chiaro, che si vede in tutti gli individui (naturale o in parte artificiale?),
nu = nucleo,
4. 1/15.

" 2. Dal lato dorsale:
a = superficiale,
b = profondo: vedonsi bene i battacchi, i corpuscoli *x* e il ventaglio formato dall'assostile,
cap. = cappuccio,
6. 1/15.

" 3. Dal lato ventrale:
a = profondo,
b = superficiale,
6. 1/15.

" 4. Dal lato dorsale:
a = superficiale,
b = medio,
c = profondo,
8. 2 mm.

" 5. Dal lato dorsale:
a, *b*, *c*, *d* = sezioni ottiche susseguentisi; *a* la più superficiale.
In questo individuo i corpuscoli X e il ventaglio non erano elettivamente coloriti e perciò non si distinguevano.
cap. = cappuccio,
8. 2 mm.

" 6. Dal lato dorsale:
a = superficiale,
b = comprendente anche lo strato dei corpuscoli x,
cap. = cappuccio,
fas = fascia,
6. 1/15.

Fig. 7. Dal lato dorsale:
a = superficiale,
b = profondo,
cap. = cappuccio,
6. 1/15.

" 8. Veduto obliquamente:
a = superficiale,
b = profondo,
cap. = cappuccio,
6. 1/15.

" 9. Dal dorso:
cap. = cappuccio,
fas = fascia,
bat. = battacchio.

" 10. Dal dorso:
Per i richiami vedi figura precedente,
6. 1/15.

" 11. Dal ventre:
cap. = cappuccio,
6. 1/15.

" 12. *a* = dal ventre: veggonsi bene i due battacchi,
6. 1/15.
b = corpuscoli x isolati e ingranditi di più.

" 13. Dal dorso: strato profondo,
vent. = ventaglio,
bat. = battacchio,
6. 1/15.

" 14. Dal ventre:
a = superficiale,
b = profondo.
Si vedono gli ispessimenti subcircolari (costole) attorno al nucleo e ad un piccolo tratto del bastoncello,
4. 1/15.

Fig. 15. Dal ventre:
bat. = battacchio,
vent. = ventaglio,
isp. = ispessimenti subcircolari (costole),
6. 1/15.

» 16. Dal dorso, obliquamente:
cap. = cappuccio a forma di stivale,
isp. = ispessimenti subcircolari,
6. 1/15.

» 17. Dal dorso, obliquamente:
cap. = cappuccio,
6. 1/15.

» 18. Dal ventre: strati superficiali,
6. 1/15.

» 19, 20 e 21. Rappresentano il filo e i battacchi: il resto è appena adombrato,
as = ansa del filo,
bat. = battacchi,
6. 1/15.

» 22. Vedesi bene l'area flagellata,
4. 1/15.

» 23. Individuo intiero, contenente frammenti di legno,
4. 1/15.

Fig. 24. Dal ventre: *a* sezione ottica superficiale; *c*, *b* e *d* idem successive,
bat. = battacchio,
an. = ansa del filo,
cap. = cappuccio,
6. 1/15.

» 25. Dal dorso: strato superficiale,
fas. = fascia,
cap. = cappuccio.
La striscia più oscura indica il margine mediale della zona flagellata, il quale si prolunga sul nucleo,
8. 3 mm.

» 26. Il ventaglio (*vent.*) si è casualmente spostato dal resto della zona flagellata.
In questa figura vedesi anche una striatura, i cui rapporti coll'inserzione dei flagelli, non mi sono riusciti chiari,
cap. = cappuccio,
8. 2 mm.

» 27. Nucleo,
6. mm. 1,60.

II. — Staurojoenina mirabilis.

TAVOLE II e III.

Di figura ovale, prolungantesi in avanti in una sorta di papilla o capezzolo. che si voglia dire, che è percorso per il lungo da quattro fascie, o striscie di flagelli simmetricamente disposte in modo da dare all'animale già a primo aspetto una impronta quadriradiale (tav. II, figg. 1 e 2).

Se si guarda attentamente l'estremità anteriore di questo capezzolo, si rivela che è quadrilobata, a guisa di una pinza con quattro branche cortissime (tav. II, figg. 12 *b*, *a* e *c*; tav. III, figg. 2, 3 *a* e *b*, 13, 15), e che a ciascun lobo corrisponde l'inizio di una fascia flagellata; evidentemente questa fascia flagellata ne lascia libera l'estrema punta (tav. II, fig. 12 *a*).

Come nella J o e n i a i flagelli raccolti in un fascio possono introflettersi dentro l'animale, così nella specie che sto descrivendo, ciascuna delle quattro striscie di flagelli per un processo che non ho saputo precisare, può ugualmente invaginarsi nel corpo. Il nostro protozoo può perciò presentarsi sotto due forme molto differenti (tav. II, figg. 1 e 2), che chi non l'ha osservato vivo e non ne ha visti molti esemplari, difficilmente potrebbe riannodare l'una all'altra.

Osservando l'animale in toto (tav. II, figg. 1 e 2) si vede subito che i flagelli devono trovare nell'interno della papilla complicati sostegni (c i t o e n d o s c l e r a d i o). Per formarsene una chiara idea, e non è cosa facile, è necessario ricorrere alle dilacerazioni e alle sezioni.

Sulle sezioni trasversali (tav. II, fig. 4 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*) si rileva che i flagelli sorgono da quattro linee curve, a concavità rivolta all'esterno, delimitanti una sorta di quadrato; essi non occupano tutta la linea curva, ma solo una parte, circa una metà, lasciando libera l'altra; la disposizione è tale che tra una striscia di flagelli e l'altra si intercala sempre una parte senza flagelli, corrispondente appunto alla metà della linea curva che non ne porta.

Agli angoli del quadrato, dalle linee curve si dipartono dei fili, che si presentano per lo più curvi e si dirigono obliquamente in fuori e all'indietro dentro le masse protoplasmatiche sporgenti agli angoli della figura di quadrato sopra menzionate. Tra queste quattro masse stanno appunto i quattro gruppi di flagelli. Questa descrizione si riferisce al caso in cui i flagelli sono sporgenti, quando invece sono introflessi, vengono ad essere circondati perifericamente da protoplasma (tav. II, fig. 3 *a*, *b*, *c*, *d*).

La pellicola lungo le linee curve si presenta uniforme nella parte che non porta flagelli; è tratteggiata nella parte che li porta; il tratteggio è prodotto da evidenti ispessimenti (tav. II, figg. 3 *c*, 5, 6, 7 ecc.).

Continuiamo la descrizione, considerando a preferenza il caso in cui i flagelli sono estroflessi.

Passando in esame una serie di tagli trasversali (tav. II, figg. 3 *a*, *b*, *c*, *d*, 4 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*), si comprende che le figure quadrangolari suddette sono date dalle sezioni di una colonna quadrangolare, gradualmente assottigliantesi in avanti, assottigliata un po' anche all'estremo posteriore. Questa colonna ha dunque quattro facce laterali; esse sono scanalate. Su ciascuna si trova appunto una fascia di flagelli; si hanno così le quattro fasce di cui sopra si è fatto cenno, occupanti alternatamente una metà longitudinale di ciascuna fascia incavata, o solco che si voglia dire. Mentre la pellicola nella parte del solco non occupata dai flagelli è uniforme, nell'altra parte flagellata, tranne all'estremo anteriore, presenta circa una mezza dozzina di ispessimenti a forma di listerelle sublongitudinali (listerelle periferiche, richiamate l i s t. p e r i f. nelle figure) (tav. II, figg. 12 *bis*, 13 *a*, 14, 15, 16 *a*, *b*; tav. III. figg. 9, 15 e 17), indicate sui tagli trasversali appunto dai suddetti tratteggi. Queste listerelle non sono parallele l'una all'altra, ma convergono all'estremità anteriore nella quale, a quanto sembra, hanno un comune punto d'origine. Posteriormente esse non si estendono tutte ogualmente; precisamente vanno diminuendo di lunghezza andando dalla parte di mezzo del solco verso il margine corrispondente del solco stesso: diminuiscono non solo di lunghezza, ma anche di larghezza. Tra i quattro solchi s' intercalano altrettante zone di protoplasma: il cosiddetto capezzolo è perciò percorso per il lungo da quattro solchi, che alternano con altrettante creste protoplasmatiche. Lungo i margini di ciascun solco sorgono regolarmente, a breve distanza l'uno dall'altro, molti fili (già indicati nella descrizione delle sezioni) evidentemente elastici, per lo più evidentemente curvi in avanti, diretti obliquamente infuori e all' indietro, perdentisi nelle or dette creste protoplasmatiche, a ciascuna delle quali corrisponde perciò una doppia serie di fili (tav. II, figg. 3 *a*, *b*, *c*, 4 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, 5, 7, 13 *a*, 14, 15; tav. III, figg. 1 *a*, 4, 6, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 17).

All' indietro la pellicola che riveste i solchi si prolunga pure in fili, i quali in parte fanno continuazione alle listerelle periferiche, uno a ciascuna di esse, e perciò in tutto circa sei (tav. II, figg. 12 *bis*, 14; tav. III, figg. 15 e 17). Circa tre altri fili corrispondono alla parte in cui mancano le listerelle: di questi uno, forse, il più vicino all'asse del corpo è molto più sviluppato degli altri (tav. II, figg. 13 *a*, 15; tav. III, fig. 1 *a*, 3 *a*, 6, 9, 12, 14, 15, 16, 18). Siccome ciò si ripete per ognuno dei quattro solchi, così si hanno in tutto quattro fili più sviluppati degli altri (fili maggiori, richiamati dalle lettere *a*, *b*, *c*, *d* nelle figg. 1 *a* e 18 della tav. III), sui quali ritornerò più in avanti: qui mi basta mettere in rilievo che ciascuno di essi sorge da un prolungamento appiattito triangolare della pellicola rivestente i solchi. Tutti i fili sono diretti all' indietro e si approfondano nel protoplasma dell'animale.

Sui tagli trasversali la figura quadrangolare racchiude una croce che riunisce assieme i quattro punti segnanti il confine tra la parte della linea fornita di flagelli e la parte sprovvista (tav. II, figg. 3, 4, 5, 7, 8). La croce è fatta di protoplasma granelloso simile a quello, che si riscontra nella lamina e nel nastrino della J o e n i a. Questo protoplasma granelloso si estende anche a rivostire la superficie interna dei margini del quadrato, sia nella parte fornita di flagelli sia nella parte nuda. Siccome

in complesso agli estremi delle quattro braccia della croce il protoplasma granelloso è un po' più abbondante, ne segue che la cavità della figura quadrangolare viene a presentare dei fori, che dobbiamo ritenere occupati da un liquido.

Ricomponendo una serie di sezioni, si vede chiaramente che la colonna (v. sopra) è occupata da protoplasma granelloso, che lascia libere quattro lacune longitudinali, corrispondenti press'a poco ai quattro spigoli laterali. Qualche volta sembra che le braccia della croce non siano fatte di solo protoplasma granelloso, ma che questo sia sostenuto da una listerella interna jalina, alla quale esso formerebbe perciò un semplice rivestimento.

Nè qui finiscono le complicazioni; sui tagli trasversali notansi quattro linee curve che hanno origine press'a poco dal punto dove s'incontrano le braccia della croce e, a quanto pare, finiscono libere nella lacuna: ossia alternano colle quattro braccia della croce. Per lo più sembrano fuse assieme a due a due, in corrispondenza al punto suddetto d'incontro delle braccia della croce (tav. II, figg. 3, 4, 5, 7: sono indicate da tinta più oscura). Queste quattro linee rappresentano la sezione trasversale di quattro strette listerelle percorrenti la colonna e dipartentisi radialmente dall'asse di questa (listerelle radiali, richiamate l i s t. r a d. nelle figure) (tav. II, figg. 13 *a*, 16 *a*, *b*; tav. III, figg. 2, 5, 6, 7, 13, 14, 17 ecc.). Anche ciascuna di queste listerelle all'indietro finisce gradualmente prolungandosi in un filo. In avanti esse hanno origine alla base dei quattro cortissimi lobi, che, come ho detto, formando quasi una pinza a quattro branche, terminano il corpo anteriormente. In qualunque preparato è facile scorgere nel mezzo della base d'onde sorgono i lobi, un particolare ispessimento d'aspetto cuticulare; orbene nei preparati per strisciamento e anche sui tagli qualche volta si rileva chiaramente che questo ispessimento risulta di quattro pezzi radialmente disposti rispetto all'asse del capezzolo. Essi rappresentano l'estremità anteriore delle quattro listerelle che terminano perciò in avanti ispessite e, aggiungasi, a margine concavo (tav. II, figg. 12 *a*, *c*, 13 *a*, 15, 16 *a*, *b*; tav. III, figg. 1 *a*, 2, 3 *a*, *b*, 5, 7 ecc.). Appunto là dove esse terminano, prende origine quell'ispessimento della pellicola da cui si dipartono divergendo quelle altre listerelle che percorrono una metà dei quattro solchi, come sopra si disse, e che ho denominate periferiche (tav. III, fig. 7).

Qualche volta sembra che lungo l'asse del capezzolo fino al nucleo, cioè lungo la linea d'incontro delle quattro listerelle radiali e delle quattro listerelle granellose (corrispondenti alle quattro braccia della croce che si veggono sui tagli) esista un tubillo pieno di liquido (tav. II, fig. 5 e tav. III, fig. 5).

Prima di proseguire è d'uopo aggiungere che immediatamente dietro il corpo piramidale a base quadrangolare trovasi il grosso nucleo del protozoo, nucleo vescicolare e fornito di una membrana molto evidente e talvolta considerevolmente spessa (figure varie). Ho parlato di quattro fili maggiori, richiamati a, b, c e d in alcune figure (tav. II, figg. 10, 11, 13 *a*, 15; tav. III, figg. 1 *a*, *b*, 6, 9, 10, 12, 14, 15, 18), che si dipartono da un prolungamento appiattito triangolare. Là dove il prolungamento dà origine al filo, viene a contatto colla membrana del nucleo (tav. III, fig. 11) e vi si salda: è una saldatura però, che facilmente scompare nei preparati. I quattro fili prolungasi al di là del nucleo e arrivano vicino all'estremità posteriore del corpo

dell'animale. In complesso essi decorrono più o meno nettamente paralleli tra di loro, talvolta convergono all'indietro (tav. III, fig. 16).

Anche ciascuna listerella radiale, come ho detto, gradualmente si prolunga in un filo e, appena prima che il filo cominci, notasi un contatto colla membrana del nucleo, anzi una vera saldatura. Perciò il nucleo è riunito alle formazioni complicate sopra descritte per mezzo di otto saldature, quattro periferiche a 90° di distanza l'una dall'altra, corrispondenti ai fili maggiori, e quattro corrispondenti ai fili delle listerelle radiali, vicinissime l'una all'altra attorno al polo anteriore del nucleo stesso. Sonvi del resto altri fili (v. più sopra), che arrivano fino al livello del nucleo e anche lo sorpassano (tav. III, fig. 1 *a*).

Quest'animale si nutre di legno, che non si trova però mai in corrispondenza al capezzolo (tav. II, figg. 1, 2, 11).

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Da preparati tutti coloriti coll'ematossilina ferrica.

TAVOLA II.

Staurojoenina mirabilis.

Fig. 1. Individuo colle quattro serie di flagelli introflessi.
1 (non comp.). 1/15.

» 2. Individuo coi flagelli sporgenti; vedonsi bene soltanto due fascie di flagelli; le due altre sono parzialmente adombrate.
4. 1/15.

» 3 *a*, *b*, *c*, *d*. Sezioni trasversali del capezzolo, successive dall'avanti all'indietro; le fasce di flagelli sono introflesse; i solchi vengono perciò ad apparire canali chiusi; si distinguono le sezioni delle listerelle periferiche e delle listerelle radiali, la croce ecc.
8. 3 mm.

» 4 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Sezioni trasversali del capezzolo successivo dall'avanti all'indietro; i flagelli sporgono e i solchi sono aperti.

» 4 *f*. Sezione trasversale obliqua, appena al davanti del nucleo.

» 4 *g*. Idem a livello del nucleo.
6. 1/15.

» 4 *fa*, *ga*. Schizzi delle sezioni, di cui fu riprodotta una parte nelle figure 4 *f* e 4 *g*.
Piccolo ingrandimento.

» 5. Sezione trasversale a livello del capezzolo; sono ben evidenti le sezioni delle quattro lamelle radiali.
6. 1/15.

Fig. 6. Altra sezione trasversale, ma un po' obliqua al livello del capezzolo; si vedono bene le listerelle periferiche, donde sorgono i flagelli; la croce e le listerelle radiali non sono state rappresentate.
8. 1/15.
» 7. Altra sezione a livello del capezzolo. Si vedono bene le listerelle periferiche, quelle radiali, la croce ecc.
» 8. Altra sezione a livello del capezzolo.
8. 1/15.
» 9. Sezione trasversale appena davanti al nucleo.
6. 3 mm.
» 10. Sezione trasversale a livello del nucleo; si vedono bene i quattro fili maggiori (*a*, *b*, *c*, *d*) e i quattro gruppi di flagelli.
6. 1/15.
» 11. Sezione trasversale dietro al nucleo; si vedono i quattro gruppi di flagelli, i quattro fili maggiori (*a*. *b*. *c*, *d*) e il legno di cui l'animale si è nutrito.
6. 1/15.
» 12 *a*, *b*, *c*. — *a*. Parte del capezzolo; del nucleo è rappresentato il solo contorno; vedesi uno dei quattro lobi che caratterizzano l'estremità anteriore; i flagelli sono in realtà molto più lunghi che nella figura.
b e *c*. Estremità anteriore di individui molto simili; sono accennati tutti e quattro i lobi formanti una sorta di pinzetta a quattro branche; i flagelli che li rivestono, lasciando libera soltanto l'estrema estremità anteriore come in *a*, non sono stati rappresentati; si intravedono soltanto le listerelle radiali e la croce, che non arrivano fino alla estrema estremità anteriore.
6. 1/15.
» 12bis. Due serie di listerelle periferiche (list. perif.), delle quali alcune coi rispettivi fili; sono indicate anche due listerelle radiali e i fili (tinta più oscura) che si dipartono dal margine di un solco.
4. 1/15.
» 13 *a*. Sono rappresentate due serie di listerelle periferiche (list. perif.), col solco corrispondente e i fili che si dipartono dal margine del solco; si vede bene anche una listerella radiale (list. rad.) coll'estremità anteriore concava.
» 13 *b*. Estremità anteriore di un individuo molto simile al precedente; vedesi uno dei quattro lobi; la massa oscura rappresenta le listerelle radiali.
8. 3 mm.
» 14. Una delle quattro serie di listerelle periferiche (list. perif.) e rispettivi fili; vedesi anche la serie di fili dipartentesi dal margine del solco corrispondente (tinta più oscura).
6. 1/15.
» 15. Veduta d'insieme dell'apparato di sostegno quale si può avere nei preparati in toto (solchi cuticulari, listerelle periferiche, fili, listerelle radiali ecc.).
4. 1/15.

Fig. 16 *a*. Una delle quattro serie di listerelle periferiche (list. perif.) isolate insieme ad una listerella radiale (list. rad.).
» 16 *b*. Altra serie dello stesso individuo.
4. 1/15.

Tavola III.

Staurojoenina mirabilis.

Fig. 1 *a*. Estremità anteriore; si distinguono le quattro fascie di flagelli. *a*, *b*, *c*, *d* — fili maggiori.
» 1 *b*. Nucleo e parti circostanti dello stesso individuo veduti ad un livello differente; si distinguono soltanto tre dei quattro fili maggiori (*b*, *c*, *d*).
4. 1/15.
Fig. 2. Da una sezione longitudinale del capezzolo; si distingue bene una listerella radiale a margine anteriore concavo; sono accennati i quattro lobi formanti una pinza a quattro branche.
6. 1/15.
» 3 *a* e *b*. Da due sezioni longitudinali successive del capezzolo.
4. 1/5.
» 4. Da una sezione longitudinale del capezzolo; si vedono i fili curvi che si dipartono dai margini di due solchi contigui.
6. 1/15.
» 5. Da una sezione longitudinale; intravedesi un tubillo centrale pieno di liquido.
8. 3 mm.
» 6. Estremità anteriore.
4. 1/15.
» 7. Da un preparato per strisciamento; vedonsi l'estremità anteriore delle quattro listerelle radiali (list. rad.) spostate l'una dall'altra; là dove corrisponde l'estremità anteriore (concava) sorgono le quattro serie di listerelle periferiche (list. perif.).
4. 1/15.
» 8. Nucleo a cui si attaccano due fili, che prolungano rispettivamente due listerelle radiali.
6. 1/15.
» 9. I quattro pezzi, che compongono il capezzolo, spostati quali si vedono in un preparato per strisciamento; rilevasi anche il contorno del nucleo.
6. 1/15.
» 10. Estremità anteriore; due listerelle radiali si prolungano ciascuna in un filo, che si attacca al nucleo; i fili, come anche i flagelli, non sono stati rappresentati in tutta la loro lunghezza.
6. 1/15.

Fig. 11. Origine di un filo maggiore da un solco e suo attacco al nucleo.
6. 1/15.

» 12. Estremità anteriore; sono rappresentate due fascie di flagelli e parti circostanti; la parte distale dei flagelli non è stata rappresentata; anche i fili non sono rappresentati in tutta la loro lunghezza.
8. 3 mm.

» 13. Da una sezione longitudinale; si vedono tre lobi della pinzetta a quattro branche.
6. 1/15.

» 14. Da un preparato per strisciamento; si vede la pellicola che rivestiva un solco, si distingue la sostanza granellosa di cui si parla nel testo; list. rad. = listerelle radiali.
6. 1/15.

» 15. Due serie di listerelle periferiche (list. perif.) e mezzo solco intercalato senza listerelle.
6. 1/15.

» 16. I quattro fili maggiori e altri minori circondanti il nucleo.
4. 1/15.

» 17. Un solco, metà con listerelle periferiche e metà senza; fili che si dipartono dai margini del solco (più oscuri); vedesi anche una listerella (list. rad.) spostata.
6. 1/15.

» 18. I quattro fili maggiori (*a*, *b*, *c*, *d*) un po' spostati.
6. 3 mm.

» 19. Da una sezione longitudinale del capezzolo; veggonsi in parte due listerelle radiali e due listerelle granellose (indicate da due braccia della croce sui tagli trasversali).
6. 3 mm.

III. — Genere: **Trichonympha.**

Tavole IV e V fino a fig. 17 bis.

Vi distinguo tre specie: è opportuno perciò di premettere quei caratteri comuni, per i quali esse vengono da me comprese nel medesimo genere.

Corpo (tav. IV, figg. 1, 2, 22; tav. V, figg. 1, 2 ecc.) a forma più o meno simile ad una mammella prolungantesi a guisa di capezzolo alla parte anteriore.

Vi si possono distinguere tre zone: una limitatissima, nuda, anteriore (apice del capezzolo), una media rivestita di flagelli, più o meno estesa, talvolta estesa quasi a tutta la metà anteriore del corpo (resto del capezzolo e parte anteriore del corpo) e una posteriore nuda, comprendente il resto del corpo dell'animale.

Nella zona posteriore trovasi l'alimento che è solido (tritume di legno). L'alimento entra appunto da qualunque parte di questa zona posteriore: vi entra apparentemente producendo un' invaginazione (importazione).

La zona media, come ho detto, flagellifera, è a sua volta divisa in due, una media-anteriore e l'altra media-posteriore; quella media-anteriore molto più sottile, limitata al capezzolo. Al confine tra le due scorgesi uno spazio sublineare chiaro, che è molto difficile da interpretare (tav. IV, fig. 1). Qui sull'animale ancor vivo si può scorgere un solco più o meno profondo (tav. IV, figg. 15 e 17); ma questo solco, se si osserva bene, si può trovare chiuso alla superficie da una sottilissima membranella, che può assumere la figura di una piega sporgente in fuori (tav. IV, fig. 14). Tutto fa credere che questo dispositivo rappresenti nient'altro che una lacuna circolare piena di liquido e delimitata alla periferia dalla pellicola: il liquido potrebbe aumentare producendo una estroflessione della pellicola (piega), ovvero diminuire producendo al contrario un' introflessione (solco). La lacuna al centro è percorsa dall'estremità posteriore di un tubillo a doppia parete che descriverò più avanti; viene perciò ad avere in realtà la figura di ciambella. Io la interpreto come una cavità articolare, per la cui presenza la parte anteriore e media-anteriore (capezzolo) viene ad essere mobilmente unita al resto del corpo dell'animale; quando questo capezzolo è piegato da un lato, la cavità da questo lato scomparisce quasi interamente (tav. IV, fig. 4 *d*). Questa cavità articolare viene da me denominata c i t a r t r o s i.

La brevissima zona anteriore che ha grossolanamente la figura ora di cappuccio, ora di opercolo, ora di cappello a tesa molto stretta, ora infine di copricapezzolo, è certamente molto complicata ed è molto difficile di formarsene una idea esatta. Prima di descriverla conviene ritornare sul già menzionato tubillo. Esso è pieno di liquido incolore come quello della cavità articolare, ed è limitato (vedi, per es., tav. IV, figg. 10, 11; tav. V, fig. 16) da uno straterello sottilissimo fatto di sostanza d'aspetto cuticolare, che è circondato esternamente, o meglio quivi si continua in uno

strato, piuttosto spesso, fatto da una sostanza ialina, meno compatta, giudicando dal suo aspetto e dalla circostanza che suol colorirsi meno intensamente: il tubillo si può perciò ritenere a doppia parete. Posteriormente esso finisce dopo di aver attraversato, come ho detto, la citartrosi, allargandosi gradualmente e perdendosi nella lacuna che delimita la sostanza granellosa, come dirò più avanti (tav. IV, fig. 11' 7, 5, 6). Anteriormente finisce a fondo cieco, ordinariamente più o meno convesso, altra volta invece puntuto, altra volta alquanto dilatato a guisa di matraccio (tav. IV, fig. 20 ecc.): la parete in questo tratto si presenta press'a poco come lo straterello interno del tubillo sopradescritto, ma forse meno sottile. Questa estremità anteriore del tubillo occupa la zona anteriore senza flagelli della quale ora devo parlare (tav. IV, fig. 20 ecc.). In complesso questa zona anteriore forma appunto un cappuccio all'estremità anteriore del tubillo; alle volte questo cappuccio è così addossato all'estremità anteriore del tubillo, che può rilevarsi difficilmente. Ordinariamente sul vivo, e di spesso anche nei preparati conservati, ne è più o meno allontanato, ed ha figura di una semplice calotta, ovvero di una calotta tutto ad un tratto allargantesi là dove finisce il tubillo (al davanti dell'estremità anteriore della zona flagellifera), donde appunto in questo secondo caso la figura di copricapezzolo e di cappello; nell'animale che sta morendo può assumere la figura di una sferetta schiacciata alla base, cioè, posteriormente. In ogni caso il cappuccio, se sta allontanato dall'estremità anteriore del tubillo, è pieno di liquido incoloro come quello del tubillo. La separazione del cappuccio della zona flagellifera può essere distinta a guisa di linea, in sezione ottica, ovvero indistinta. Dietro a questa linea, nei preparati stabili vedesi spesse volte una zona molto corta, chiara, senza flagelli, dovuta forse ancora al cappuccio (tav. IV, fig. 11, 20 *f* ecc.).

Non di rado esiste un'altra complicazione: una fascia oscura in mezzo a questa zona chiara che sembra perciò ripartita in due (tav. IV, fig. 20 *a*, *b*, *c* ecc.). Mi sembra che anche qui esista una sorta di articolazione, la quale non è sempre rilevabile.

È difficile precisare la funzione di questa zona anteriore. Non merita menzione che come esempio della facilità con cui si può esser tratti in inganno studiando queste forme, il significato dato alla parte in discorso dal Comes [1], il quale vi ha veduto nientemeno che una sorta di tubo faringeo. Si deve trattare invece di una punta, o cuneo elastico che sembra servire all'animale per aprirsi la strada attraverso la miriade di protozoi tra cui vive, e che forse anche funziona come ventosa. Notevole a questo riguardo è il fatto che il cappuccio, come ho detto, ora presentasi sporgente, e ora invece come retratto, nel primo caso contenendo liquido e quasi mancandone nel secondo (tav. IV, fig. 20 *h*, *i* ecc.).

Veniamo ora alla zona flagellifera (tav. IV, figg. 1, 2, 3, 9; tav. V, figg. 1, 2 ecc.). Essa è percorsa da numerosissime e fittissime costoline che decorrono in senso longitudinale, ciascuna portante una fitta serie di flagelli che viene perciò ad essere anch'essa longitudinale (meridiana). La costolina veduta di fronte nella zona flagellifera posteriore si presenta percorsa, subito sotto alla superficie, da una linea di punti.

[1] Atti dell'Accademia Gioenia di Catania, S. V, 3, 1910, Mem. 17 (1-16).

Precisamente (tav. IV, figg. 4 *a*, *b*, 12, 13, 18 *a*, *b*; tav. V, figg. 10, 12, 14 ecc.), da ognuno di questi punti sorge un flagello; evidentemente il punto segna l'estremo periferico di una fibra basilare di una certa lunghezza, che non di rado si presenta come se fosse terminata all'altro estremo da un granello basilare; certi preparati farebbero pensare all'esistenza di un granello anche all'estremo periferico (superficiale) della fibra basilare (tav. IV, fig. 13 ecc.). Mi pare evidente che uguale sostegno debbano avere i flagelli nella zona flagellifera anteriore. Le fibre basilari, che denominerò r a d i c i d e i f l a g e l l i, stanno immerse in un liquido trasparente e incolore, che occupa uno spazio ben delimitato. Si rileva perciò, sia attorno alla periferia del tubillo sopradescritto, sia in corrispondenza alle costoline or dette, una lacuna che viene percorsa dalle radici dei flagelli, facilmente rilevabili, come ho detto, nella zona flagellifera posteriore e che io denomino strato corticale flagellifero. La lacuna è delimitata esternamente dalla pellicola, internamente da una membranella che riunirebbe assieme i supposti granelli basilari.

Occorre qui mettere a rilievo che quelle parti che abbiamo dette costoline rappresentano ispessimenti della pellicola e corrispondono più o meno nettamente a solchi, inquantochè tra una costolina e l'altra il corpo dell'animale per lo più sporge alquanto (tav. IV, fig. 4 *c* e tav. V, figg. 5, 6). Precisiamo: queste sporgenze, tappezzate, s'intende, esternamente di pellicola sotto alla quale notasi un liquido simile a quello in cui stanno le radici dei flagelli e anzi da esso non separato, specialmente quando sono molto distinte, possono dare l'impressione quasi di tanti tuboli intercalati tra le costoline, se l'animale si osserva in certe posizioni (tav. V, figg. 6, 13, 14). Si arriva facilmente a rilevare che la costolina da un lato è accompagnata da una linea chiara (tav. V, figg. 5, 12); questa indica l'esistenza di un solco, minimo di solito, come si può confermare sulle sezioni ottiche o reali (tav. V, fig. 6; tav. IV, fig. 4 *c*). Si tratta insomma di tante estroflessioni, alle volte molto spiccate (tav. V, fig. 8), tra costolina e costolina, della lacuna occupata dal liquido in cui si trovano immerse le radici dei flagelli, ossia della zona corticale flagellifera. Vi sono dei casi in cui invece delle descritte sporgenze (estroflessioni) si notano delle depressioni (introflessioni) (tav. V, fig. 7); allora la costolina si presenta come una cresta tra due solchi, ossia alternano con solchi profondi, delle creste, che dànno origine ciascuna ad una serie di flagelli. Questi differenti aspetti sono frequenti nei preparati; io non escludo che l'ultimo menzionato possa essere un'esagerazione artificiale di condizioni normali (fu osservato solo nella T. m a g n a).

Alcuni altri particolari devono essere messi in luce. Le costoline sul capezzolo sembrano più spiccate; sono certamente più rare e in molto minor numero che sul corpo della mammella: su questo ultimo evidentemente sono sdoppiate e forse, più esattamente, suddivise in due-tre (tav. IV, figg. 19, 25 *b*). Ciò però non si verifica in tutte le specie (tav. V, fig. 17bis). La suddivisione sembra avvenire al livello della citartrosi; quivi non ho mai potuto rilevare una sicura interruzione delle costoline.

I flagelli della zona media anteriore (capezzolo) vanno allungandosi andando dall'apice alla base del capezzolo (tav. IV, figg. 1, 2 *a*, 3, 22); quelli della zona media-posteriore sono molto più lunghi. I primi, soprattutto anteriormente, si pre-

sentano spesse volte rivolti in avanti; i secondi sono rivolti all'indietro. Alle volte quelli sono ancora mobili, mentre questi sono già immobili.

Lo strato corticale flagellifero nella zona media-posteriore delimita uno spazio tutto occupato da una sostanza densa più o meno fittamente cosparsa di fini granelli. Questa sostanza granellosa (tav. IV, fig. 4 *a*, gr., 7 ecc.) si estende forse sempre fino al nucleo, ma nella parte ad esso più vicina i granelli possono essere scarsi o molto più fini, o anche non evidenti. La sostanza in discorso è stata da me per il primo fatta conoscere; secondo il Comes [1] funzionerebbe da fegato. Io voglio mettere in rilievo che i granelli si conservano nei preparati fatti coi più differenti metodi e non sono certamente di glicogeno. Che però nella massa granellosa si contenga glicogeno, o qualche cosa di simile, non lo nego; osservo tuttavia che la reazione bruno acagiù, sulla quale si fonda esclusivamente il Comes, si ottiene anche in altre parti dove il protoplasma sembra semplicemente ispessito, per es., nel bastoncello assile delle Ioenie. Per pronunciarsi definitivamente sulla natura della sostanza che assume il suddetto colore, occorrerebbero altre ricerche microchimiche. In ogni caso il glicogeno non basterebbe certo a rilevare l'esistenza di un organello epatico nella zona flagellifera posteriore.

Tra questa sostanza granellosa e lo stato corticale flagellifero notasi una lacuna più o meno angusta (tav. IV, figg. 4 *a*, 5 e 24), nella quale sembra perdersi la doppia parete del tubillo. È notevole un sistema di bastoncelli che sostiene il nucleo e lo sospende alla zona flagellifera, formando una sorta di cestello più o meno complicato (tav. IV, fig. 8, 9 bas. ecc.). I bastoncelli arrivano appunto là dove finiscono le costoline sopradescritte e vi si saldano. La sostanza granellosa sopraddetta viene pertanto a trovarsi limitata lateralmente, cioè all'intorno del nucleo, da questi bastoncelli. Essa assume perciò una figura che richiama un doppio cono o una pera posteriormente alquanto ristretta: il nucleo sta appunto infossato nella parte posteriore di questa figura. Tra la massa granellosa e i bastoncelli vedesi di spesso nei preparati una lacuna che credo artificiale (tav. IV, fig. 7 a): i bastoncelli sono in minor numero delle costoline e più grossi di esse (tav. IV, fig. 9 e 9bis). La saldatura della zona dei bastoncelli allo strato corticale flagellifero avviene appunto nella parte più allargata della figura suddetta.

Ora è da notare che la parte anteriore del corpo della Trichonympha (zona anteriore e zona media) è molto mobile e fa dei movimenti complicati. In conseguenza di questi movimenti il cerchio formato dalla linea di confine posteriore dello strato flagellifero può presentarsi normale, ovvero obliquo (tav. IV, fig. 3) rispetto all'asse del corpo dell'animale. In questo secondo caso la zona flagellifera da un lato si presenta più estesa che dall'altro: da un lato, cioè, sorpassa il margine anteriore del nucleo, dall'altro lascia scoperta la sostanza granellosa al davanti del nucleo.

La zona flagellifera muta molto; può presentarsi stretta e allungata, allargata e accorciata, ovvero piegarsi in vario senso, anche a spira; la parte anteriore può retrarsi in quella posteriore ecc.

[1] l. c.

Il nucleo può essere tondeggiante ovvero ovalare, coll'asse maggiore in direzione trasversale. Esso è vescicolare e ricchissimo di cromatina.

Come ho detto, appartengono a questo genere tre specie:

la T. agilis Leidy (nel Reticulitermes lucifugus);

la T. minor Grassi (nel Reticulitermes lucifugus);

la T. magna Grassi (nel Porotermes Adamsoni).

La T. agilis è caratterizzata:

1°) dalle sue dimensioni che sono per lo più medie in confronto alle due altre specie, detto perciò *minor* e *magna* [vedi tav. IV, figg. 30 e confrontale con figg. 29 (T. magna) e figg. 31 (T. minor)];

2°) dalla zona flagellifera molto estesa;

3°) da un cerchio di bastoncelli curvi, che si irradiano dal polo posteriore del nucleo; si può dire che formano un cestello sul cui fondo posa il nucleo (tav. IV, figg. 8, 9); il numero dei bastoncelli è di circa una cinquantina e sono perciò molto meno numerosi delle costoline, ma molto più grossi (tav. IV, figg. 9 e 9bis): talvolta mi sembrò che non fossero interrotti al polo posteriore del nucleo e risultassero perciò di semicerchi;

4°) dal fatto che le costoline della zona media anteriore si suddividono in due, o tre, a livello della citartrosi, e così aumentate di numero si continuano nella zona media posteriore (tav. IV, fig. 19);

5°) dalle costoline piuttosto fitte lungo la zona posteriore dell'area flagellifera (tav. IV, fig. 2);

6°) dalla massa granellosa a granelli molto fitti (tav. IV, fig. 21 *b*);

7°) dal nucleo grosso (tav. IV, figg. 30 in confronto alle figg. 31 e 29);

8°) dal nucleo di frequente ovalare (tav. IV, figg. 30);

9°) dal nucleo lontano dall'estremità anteriore (tav. IV, figg. 1, 2 *a*, 7, 30).

La T. minor è caratterizzata:

1°) dalle sue dimensioni per lo più minori (tav. IV, figg. 31);

2°) dalla zona flagellifera molto breve (tav. IV, figg. 22, 25 *a*, 25 *b*, 26, 27, 28);

3°) dai bastoncelli del cestello, che si prolungano molto all'indietro del nucleo, quelli di una faccia incrociandosi con quelli della faccia opposta, e che sono meno numerosi delle costoline (tav. IV, figg. 22, 25 *a*, 26, 27);

4°) dal fatto che le costoline si suddividono come nella T. agilis (tav. IV, fig. 25 *b*);

5°) dalle costoline molto fitte (tav. IV, figg. 26 e 27);

6°) dalla parte corrispondente alla massa granellosa della Trichonympha agilis, cosparsa di rari granelli (tav. IV, figg. 21 *c*, 24), troppo spesso non distinguibile dall'entoplasma retrostante; io vi ho veduto dentro anche del legno (se ciò accade anche in natura, non lo so);

7°) dal nucleo piccolo (tav. IV, figg. 31);

8°) dal nucleo per lo più tondeggiante (tav. IV, figure varie);

9°) dal nucleo avvicinato all'estremità anteriore (quest'ultimo carattere è facilmente rilevabile) (tav. IV, figg. 23, 26, 27, 28, 31);

La T. magna è caratterizzata:

1°) dalle sue dimensioni per lo più maggiori (tav, IV, figg. 29);

2°) dalla zona flagellifera molto estesa (tav. V, figg. 1, 2, 15);

3°) dai bastoncelli disposti in modo un po' differente che nelle altre due specie, ma che non posso, coi soli preparati, di cui dispongo, ben precisare; posso soltanto dire che si estendono indietro del nucleo, quasi come nella T. minor e sono più numerosi delle costoline (tav. V, figg. 3 *bast*, 4);

4° dalle costoline, che non si suddividono come nelle specie precedenti (tav. V, fig. 17bis);

5°) dalle costoline all'indietro relativamente lontane l'una dall'altra, evidentemente anche più lontane che nella T. agilis (tav. V, figg 1, 2, 10, 12, 14);

6°) dalla sostanza granellosa come nella T. agilis (tav. V, fig. 15);

7°) dal nucleo grosso (tav. IV, figg. 29; tav. V, figg. 1, 2);

8°) dal nucleo tondeggiante (tav. V, figure varie);

9°) dal nucleo lontano dall'estremità anteriore (tav. V, figg. 1, 2, 15).

Tavole IV e V (in parte).

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Tavola IV. Da fig. 1 a fig. 21 *b*. — *Trichonympha agilis*.

Fig. 1. Individuo veduto di lato.
6. 1/15 (ridotta di un terzo).

" 2 *a*. Altro individuo veduto pure di lato.
4. 1/15 (ridotto di un terzo).

" 2 *b*. Estremità anteriore dello stesso individuo, veduto pure di lato, ma ad un differente livello.
4. 1/15.

" 3. Parte anteriore, di lato; le costoline da una parte sorpassano il nucleo, da quella opposta terminano molto lontano dal nucleo.
4. 1,5 mm.

" 4 *a*. Estremità anteriore di un individuo colorito coll'ematossilina ferrica, osservata di lato a livello della sostanza granellosa.
gr = sostanza granellosa.

" 4 *b*. La stessa parte osservata più superficialmente, a livello della radice dei flagelli.

" 4 *c*. Sezione trasversale, che mostra i solchi da cui sorgono i flagelli e le loro radici; dei flagelli è rappresentata appena una piccolissima parte prossimale.

Fig. 4 *d*. Sezione ottica tangenziale a livello della citartrosi; questa è da una parte molto più allargata che dall'altra.
4. 1,5 mm.

» 5. Estremità anteriore, di lato, a livello della zona granellosa.
4. 1,5 mm.

» 6. Estremità anteriore, di lato, a livello della zona granellosa.
4. 1,5 mm.

» 7. Sezione longitudinale della parte anteriore, a livello della sostanza granellosa.
a, *a* = lacune probabilmente artificiali.
8. 1/15.

» 8. Nucleo col relativo cestello veduto dal polo anteriore; i bastoncelli che formano il cestello sono alquanto spostati.
4. 1/15.

» 9. Parte anteriore veduta di lato: si vede che i bastoncelli del cestello, che sostiene il nucleo, sono molto più spiccati e molto meno numerosi delle costoline.
n u = nucleo.
b a s = bastoncelli.
c o s = costoline.
6. 1/15.

» 9bis. Da una sezione obliqua, là dove finiscono le costoline e cominciano i bastoncelli.
n u = nucleo.
b a s = bastoncelli.
c o s = costoline.
6. 1/15.

» 10. Estremità anteriore veduta dal polo anteriore: sezione ottica in corrispondenza al capezzolo; si vede la doppia parete del tubillo. La più interna più oscura e molto più sottile di quella esterna. Attorno a quest'ultima si distingue la zona chiara percorsa da corti fili, che io giudico radici dei flagelli.
6. 1/15.

» 11. Estremità anteriore di individuo molto simile, veduto di lato; nel capezzolo si distinguono le stesse parti che sono rappresentate di fronte nella fig. 10.
6. 1/15.

» 12. Sezione trasversale a livello delle radici dei flagelli; sono rappresentati soltanto quattro flagelli, nella loro parte prossimale.
g r = sostanza granellosa.
4. 3 mm.

» 13. Altra sezione a livello dell'origine dei flagelli; si vedono bene le radici dei flagelli.
g r = sostanza granellosa.
4. 3 mm.

» 13bis. Sezione ottica di un individuo ancora vivo; spiccano le costoline e il solco che le accompagna.
4. 1/15.

Fig. 14, 15, 16, 17. Estremità anteriore, di lato, in individui osservati a fresco, per dare un' idea della citartrosi e del solco relativo.
4. 1/15.

» 18 *a*. Da una sezione trasversale. Si vedono le radici dei flagelli; di quest'ultimi sono indicati appena gli estremi prossimali; tra la zona delle radici dei flagelli e la sostanza granellosa (gr) non vedesi quella lacuna che si distingueva nelle figg. 4 *a* e *c*, e nella fig. 13.
8. 1/15.

» 18 *b*. Un tratto simile a più forte ingrandimento.

» 19. Suddivisione delle costoline a livello della citartrosi.
6. 1/15.

» 20 *a-j*. Differenti modi di presentarsi del cappuccio e dell'estremo anteriore del tubillo.
8. 1/15.

» 21 *a*. Zona flagellifera veduta di fronte; le radici dei flagelli sono indicati da punti più oscuri; si vedono linee in tre differenti direzioni (non sono arrivato a spiegarmi del tutto questa figura).
4. 1/15.

» 21 *b*. Sostanza granellosa a fresco.

Tavola IV. Da fig 21 *c* a fig. 28. — *Trichonympha minor.*

» 21 *c*. Sostanza granellosa (confronta con quella della T. agilis rappresentata dalla fig. 21 *b*).
4. 1/15.

» 22. Individuo intero.
4. 1/15 (ridotto a un terzo).

» 23. Idem (non sono rappresentati che in minima parte i flagelli); il protoplasma è tutto invaso da batteri e non contiene alimento.
4. 1/15.

» 24. Estremità anteriore; si vede la citartrosi; la parte fin dove arrivano i flagelli è indicata da tinta.
4. 1/15.

» 25 *a*. Estremità anteriore di lato; vedonsi i bastoncelli che arrivano fino alla zona dei flagelli e che si incrociano dietro il nucleo.
4. 1,5 mm.

» 25 *b*. Un altro individuo osservato più superficialmente; vedesi la suddivisione delle costoline a livello della citartrosi.
4. 1,5 mm.

» 26. Estremità anteriore.
bas = bastoncelli.
cost = costoline.
nu = nucleo.
4. 1,5 mm.

Fig. 27. Idem di un altro individuo.
4. 1,5 mm.
» 28. Idem di un altro individuo.
4. 1/15.

» 29 *a-c*. *Trichonympha magna.*
» 30 *a-e*. *Trichonympha agilis.*
» 31 *a-e*. *Trichonympha minor.*
Sono schizzi di varî individui di ciascuna specie, tutti veduti a ugnale ingrandimento.

Tavola V. Da figura 1 a fig. 17bis. — *Trichonympha magna.*

Fig. 1. Individuo intiero, veduto di lato.
1 (non compensatore). 1/15.
» 2. Altro individuo veduto di lato.
1 (non compensatore). 1/15.
» 3. Parte dell' individuo di fig. 2 a livello e davanti al nucleo; distinguonsi costoline (cost.) e bastoncelli (bast.).
6. 1/15.
» 4. Parte di un altro individuo a livello del nucleo; distinguonsi i bastoncelli.
6. 1/15.
» 5, 6, 7, 8, 9. Costoline donde dipartonsi i flagelli: sezioni ottiche. Nella fig. 5 le costoline sono segnate da linee più oscure; è rappresentato appena un piccolo tratto di alcuni flagelli; la striscia chiara accanto alla costolina indica il solco che la accompagna. Nella fig. 6 veggonsi pure le costoline, d'onde sorgono i flagelli: le sporgenze tra le costoline (chiare) simulano sezioni di tuboli (ved. testo e fig. 13 di questa tavola). Nella fig. 7 rilevansi delle introflessioni, invece delle estroflessioni, tra le costoline (accade ciò in natura?). Vedesi anche un flagello sorgente dalla sezione ottica di ciascuna delle due costoline. Nella fig. 8 le estroflessioni tra le costoline sono molto spiccate; i punti oscuri indicano le radici dei flagelli; nella fig. 9 notansi le radici dei flagelli.
8. 3 mm.
» 10. Estremità anteriore: rilevansi le radici dei flagelli di fronte (punti lungo le costoline) e di lato (lineette).
8. 3 mm.
» 11. Capezzolo di un altro individuo: veggonsi i due stratarelli attorno al tubillo l'interno molto più sottile dell'esterno; quello colorito più intensamente di questo, dall'ematossilina ferrica.
8. 3 mm.
» 12. Zona in cui si inseriscono i flagelli; osservata più superficialmente (parte bassa della figura) mostra le costoline (oscure) accompagnate ciascuna da

un solco (chiaro); più profondamente (parte alta della figura) veggonsi le radici dei flagelli (punti oscuri).

8. 1/15.

Fig. 13. Sezione ottica della zona che porta le radici dei flagelli: sembra di aver sottocchio sezioni di tuboli.

8. 1/15.

» 14. Altra sezione ottica a differente livello.

8. 1/15.

» 15. Parte anteriore: rilevasi bene la sostanza granellosa.

4. 1/15.

» 16. Estremo anteriore.

8. 3 mm.

» 17. Estremo anteriore.

8. 3 mm.

» 17bis. Parte dell'estremo anteriore: le costoline andando dal capezzolo al corpo della mammella non si suddividono.

IV. — Genere: **Pseudotrichonympha.**

Tavola V da fig. 18 a fig. 40.

Questo genere è molto affine al genere Trichonympha, ma se ne distingue per i seguenti caratteri:

1°) Il corpo si presenta di spesso molto allungato e assottigliato, come non si verifica mai nel genere Trichonympha (fig. 18): raggiunge una lunghezza maggiore anche quando assume una forma molto allargata.

2°) I flagelli si estendono a grandissima parte del corpo, perciò molto più indietro che nel genere Trichonympha: invece che lasciar nuda almeno la metà posteriore del corpo, mancano appena all'estremità posteriore, venendo così ad essere molto limitata la zona capace di assumere il nutrimento (figg. 19 e 20).

3°) Conseguentemente le costoline, da cui sorgono i flagelli, sono anch'esse molto più estese. Esse sono fitte (figg. 19 e 20). Nei preparati decorrono dall'avanti all'indietro, talvolta in linea retta; talvolta descrivendo delle curve; altre volte quelle di una faccia sembrano incrociarsi con quelle dell'altra ecc. Le particolarità riguardanti le costoline e le inserzioni dei flagelli (radici) si ripetono presso a poco come nella Trichonympha (figg. 26, 27, 33 *b*, *c* e *d*).

4°) I flagelli sono molto più corti che nella Trichonympha (figg. 18, 19, 20).

5°) Il nucleo si trova in posizione diversa, in complesso molto spostato all'indietro; può incontrarsi nel terzo medio del corpo, o ancora più indietro, ma altre volte invece più in avanti. Nel nucleo in riposo (fig. 40) si distingue la membrana, uno strato periferico (cosiddetta zona di succo nucleare) e una massa centrale (cosiddetto cariosoma). È evidente la presenza di ponti (lamellari?) che partono dalla membrana nucleare e si fondono assieme nel bel mezzo della massa centrale; lo strato periferico risulta di una sostanza che non assume i colori della cromatina, come non li assumono i ponti suddetti.

Questi ponti esistono anche nelle Triconinfe; nelle quali sono meno evidenti essendo il nucleo più piccolo, in rapporto colla grandezza minore del corpo [1].

6°) L'alimento, costituito al solito da tritume di legno, non si trova limitato dietro al nucleo come nelle Triconinfe, ma invade anche un tratto davanti ad esso, lasciando libera soltanto una limitata zona anteriore che viene ad avere la forma di una mammella (fig. 34). Questa zona anteriore può sembrare riempita da un protoplasma chiaro e finamente punteggiato, ma non si distingue con precisione quella sostanza granellosa che ho descritto nelle Triconinfe. Anche i flagelli in questa zona

[1] Un nucleo simile si trova in altri flagellati dei Termitidi. Tornerò sull'argomento in altro lavoro.

si presentano in guisa da darle un aspetto speciale, aspetto che coi preparati di cui dispongo non posso meglio precisare (fig. 34). La parte del flagellato, qui descritta, è certamente molto mobile.

7°) Non ho mai rilevato traccia di quei bastoncelli che formano il caratteristico apparato di sospensione del nucleo delle Triconinfe. Conseguentemente ritengo che la posizione del nucleo non sia fissa, come in esse.

8°) Il tubillo alle volte sembra chiuso in avanti da una sfera cava piena di liquido simile a quello del tubillo e con una parete simile a quella dello strato interno di questo (figg. 22, 23, 25); ritengo che la sfera sia fornita di un'apertura posteriore corrispondente appunto al lume del tubillo. Qualche cosa di molto simile si può vedere anche nelle Triconinfe, ma molto più raramente; penso perciò che si verifichi in questo punto una piccola differenza.

9°) La citartrosi in molti esemplari non si vede, ma in altri è chiaramente accennata; suppongo che esista in tutte le forme, ma molto poco sviluppata (fig. 39).

Come ho detto nell'Introduzione, appartiene a questo genere quella forma che Hartmann ha giudicato Trichonympha Hertwigi di sesso maschile. Già nella mia Nota preliminare ho rilevato l'errore, in cui è caduto quest'autore. Ora posso fornirne la prova incontrovertibile, da lui invocata in una successiva pubblicazione (1913) [1]. Infatti nello Schedorhinotermes putorius non vive che un solo flagellato ed è appunto una forma molto vicina, forse una semplice varietà, della Triconympha Hertwigi di sesso maschile, dell'Hartmann (v. più avanti).

Le specie di questo genere sono molto simili l'una all'altra e perciò difficilissime a differenziarsi. Io ne ho sott'occhio quattro forme: una prima trovata nel Coptotermes Sjöstedti (Termitide africano), una seconda nel Coptotermes lacteus (australiano), una terza nello Schedorhinotermes putorius (africano), la quarta nello Schedorhinotermes intermedius (australiano). Stando alla descrizione di Hartmann nella sua specie le costoline non si estenderebbero sul capezzolo, come pure mancherebbe totalmente la citartrosi; ma credo che uno studio più minuto dimostrerà che queste differenze in realtà non esistono.

La forma che abita lo Schedorhinotermes intermedius (figg. 29-33 *a-d*) è nettamente distinta per la cortezza del capezzolo; io non esito a farne una nuova specie che denomino Pseudotriconympha parvipapillosa. La forma che abita nello Schedorhinotermes putorius (figg. 34-40), almeno nei miei preparati, sembra distinguibile per il capezzolo più assottigliato alla punta e per il tubillo più largo; questo presenta di frequente la parete interna raggrinzita (figg. 36, 37), ciò che non mi occorse mai di osservare nelle altre specie. Io denomino la forma in discussione P. magnipapillosa per distinguerla dalla specie precedente.

Le due forme da me vedute nei Coptotermes hanno il capezzolo relativamente grande e subcilindrico. Oltracciò mi sembra che in complesso il nucleo sia meno arretrato che nelle specie precedenti. Dai miei preparati risulterebbe anche che la forma australiana è più lunga di quella africana.

[1] Loc. cit.

Io non so distinguerle con sicurezza dalla P. Hertwigi (Hartmann) e perciò le considero come varietà di questa specie, che denomino var. major e minor.

Il genere Pseudotrichonympha contiene dunque nello stato attuale delle nostre cognizioni tre specie:

P. parvipapillosa.
P. magnipapillosa.
P. Hertwigi.

Quest'ultima con due varietà: major (nel Coptotermes lacteus) e minor (nel Coptotermes Sjöstedti).

È notevole il fatto che Schedorhinotermes e Coptotermes africani ospitano alcune forme affini a quelle che si trovano nelle specie del medesimo genere sud-americane e australiane, mentre mancano di altre (Spirotrichonympha).

Tavola V.

Da fig. 18 a fig. 40. — *Pseudotriconympha.*

Fig. 18-27. *P. Hertwigi* var. *major.*
" 18. Individuo intero.
8. 4 (ordinario).
" 19. Estremità posteriore.
6. 1/15.
" 20. Estremità posteriore di un altro individuo.
Sia nella fig. 19 che nella fig. 20 vedesi la punta, sfornita di flagelli e delle relative costoline, d'onde entra l'alimento (solido).
" 21 *a*, *b*, *c*. Parte anteriore veduta a tre differenti livelli:
a superficiale, *b* medio, *c* profondo.
6. 1/15.
" 22. Estremità anteriore.
6. 1/15.
" 23. Parte anteriore.
6. 1/15.
" 24 *a*. Individuo in divisione.
4. 3 mm. (ridotto a metà).
" 24 *b* e *c*. Nuclei dell'individuo precedente.
pa = polo anteriore.
8. 1/15.
" 25. Estremità anteriore.
4. 1/15.
" 26 e 27. Vedonsi le costoline da cui sorgono i flagelli; i punti lungo le costoline indicano le radici dei flagelli.
8. 3 mm.
" 28. *P. Hertwigi* var. *minor.*
4. 1/15.

Da fig. 29 a fig. 33. — *P. parvipapillosa.*

Fig. 29, 30 e 32. Estremità anteriore (capezzolo corto).
4. 1/15.
» 31. Sezione ottica trasversale. Vedesi il doppio involucro che costituisce il tubillo.
4. 1/15.
» 33 *a*. Parte dell'estremità anteriore di un individuo ripiegato sopra se stesso.
» 33 *b*, 33 *c*, 33 *d*. Piccolissimi tratti dello stesso individuo in corrispondenza della piega; le costoline sporgono evidentemente.
6. 3 mm.

Da fig. 34 a fig. 40. — *P. magnipapillosa.*

Fig. 34. Estremità anteriore.
4. 1/15.
» 35, 36. Sezioni ottiche trasversali del capezzolo.
6. 1/15.
» 37. Sezioni ottiche longitudinali del capezzolo.
6. 1/15.
» 38. Estremità anteriore.
6. 1/15.
» 39. Estremità anteriore.
4. 1/15.
Nelle figg. 34-39, invece dello straterello esterno del tubillo, rilevasi una lacuna piena di liquido (?)
» 40. Nucleo.
4. 3 mm.

V. — Genere: Spirotrichonympha.

TAVOLE VI E VII.

Come nella Pseudotrichonympha, i flagelli si estendono molto all'indietro, lasciando libera soltanto l'estremità posteriore dove avviene, ancora come in questo genere, l'assunzione dell'alimento. I flagelli sono disposti in linee spirali; le quali però all'estremità anteriore diventano fittissime e ad un certo punto più non sembrano spirali, ma bensì trasversali. Come qui esattamente si comportino, è cosa che si potrà precisare con opportune dilacerazioni e macerazioni delle forme più grosse.

L'or detta estremità anteriore è appuntita e provvista lungo la sua parte assile, nella specie europea (S. flagellata Grassi), e forse anche in tutte le altre, di un tubillo pieno di liquido paragonabile a quello della Trichonympha e della Pseudotrichonympha; esso comincia al davanti del nucleo e si estende fino all'estrema estremità anteriore, dove cede il posto ad una lacuna brevissima, ma più ampia del lume del tubillo (tav. VI, fig. 1 *a*). Questa lacuna, che contiene un liquido incolore come il tubillo, ha più precisamente la figura di una lente con una faccia convessa (anteriore) e una concava (posteriore); la parete che la delimita è molto sottile. Ritengo che la cavità di questa lacuna non comunichi con quella del tubillo e che la separazione sia fatta dalla parte concava della parete della lacuna.

Anche in questo genere esiste il citoendoscleradio formato da fibre paragonabili a quelle del cestello della Trichonympha; esse sono in complesso ripartite in due fasci incrociantisi come nella Trichonympha minor e del pari ricoprenti il nucleo, ma sono molto più lunghe; si estendono infatti moltissimo all'indietro (tav. VI, fig. 1 *a* e tav. VII, fig. 18 *b*) fino a piccola distanza dall'estremità posteriore dell'animale. Oltracciò sono caratterizzate dal fatto che si riuniscono davanti al nucleo formando una sorta di punta.

Queste fibre, da me descritte tenendo presente la Spirotrichinympha flagellata, esistono anche nelle specie esotiche e, per quanto si può intravedere, hanno una disposizione simile (tav. VI, fig. 15; tav. VII, fig. 18 *a*).

Molto interessante è la disposizione dei flagelli. Come nella Triconympha e nella Pseudotriconympha, i flagelli sono disposti in file semplici, che però nel genere di cui ci occupiamo hanno un decorso nettamente spirale, come ho già detto. Essi sono poco lunghi, cioè, all'incirca come nella Pseudotriconympha. È molto difficile coi soli preparati che io posseggo formarsi un'idea completa dell'apparato d'inserzione e d'appoggio di questi flagelli; tre cose sono però ben certe. All'inserzione d'ogni flagello trovasi un corpuscolo basale (tav. VI, figg. 17 *a*, *b*, *c*, *d* e 19 *a*, *b*, *c*, *d*). Al di là di questi corpuscoli basali può rilevarsi una lamella di protoplasma molto compatto, che richiama alla memoria le lamelle basali dei Ciliati. (Oltre alle

or ora citate figure, v. tav. VI, figg. 12, 13, 14, 16 e tav. VII, figg. 3, 4). In terzo luogo è certo che al davanti della lamella il corpo dell'animale presenta un solco, che può diventare più o meno spiccato, talvolta anzi notevolmente profondo (tav. VI, fig. 18 e tav. VII, fig. 3 ecc.).

Quali rapporti abbiano i corpuscoli basali colle lamelle, non è facile precisare. La lamella presentasi come rivestita di protoplasma denso, che può lasciare una e talvolta due striscie apparentemente nude nel senso della larghezza della lamella (questo punto non può venire meglio precisato sui miei preparati) (tav. VI, figg. 17 e 19). Per la specie europea (tav. VI, figg. 3 e 4) ho riscontrato in preparati ben riusciti una serie di corpuscoli grossi, che accompagnano le lamelle e che, a mio giudizio, stanno approfondati immediatamente sotto la lamella; questi corpuscoli grossi e rari, in molto minor numero perciò dei flagelli, non sono stati mai da me riscontrati nelle forme forestiere che ho esaminato, ma, considerando che molte volte, anche nei preparati ben riusciti della forma europea, non vengono messi in rilievo, suppongo che anche in quelle esistano, come pure sono d'avviso che siano costanti in questa ultima. Essi non assumono i colori cromatinici.

A parte cotali singolari corpuscoli, si potrebbe tentare di mettere in rapporto le disposizioni sopra descritte con quelle della Triconympha e della Pseudotrichonympha supponendo che invece delle radici dei flagelli separate l'una dall'altra siasi sviluppata una lamella (per fusione di queste radici?). Anche il solco troverebbe riscontro nelle forme che stiamo confrontando.

Al di dietro della punta, nella quale, come ho ricordato, le spirali non si possono distinguere bene, si può dire che il numero di queste varia molto negli individui di una singola specie: da una (tav. VI, fig. 12) a sei (tav. VI, figg. 5, 6, 7, 9; tav. VII, fig. 11 ecc.) e più ancora (tav. VI, fig. 10). Una o alcune possono essere più o meno corte, perfino limitate all'estremità anteriore (tav. VI, figg. 8, 10).

All'indietro terminano separate l'una dall'altra, cioè senza congiungersi insieme (tav. VI, figg. 5, 6) contrariamente a quanto potrebbe far credere un'osservazione superficiale, specialmente di certe forme (tav. VI, fig. 8).

Per quanto ho già detto, l'estremità posteriore (tav. VI, fig. 7), come nel genere Pseudotrichonympha, non porta flagelli; qui entra l'alimento (tritume di legno) appunto come in esso; si noti che questo tratto per se stesso nudo può apparire coperto più o meno dai flagelli sporgenti dalla parte precedente del corpo (tav. VI, fig. 8).

Varie sono le specie che appartengono a questo genere. Una è stata già da me descritta molti anni fa nel Reticulitermes lucifugus, col nome di Pyrsonympha flagellata: avendo poi avuto sott'occhio il lavoro originale del Leidy fondatore del genere Pyrsonympha ho dovuto accorgermi che mal mi era apposto e che la forma europea da me descritta doveva riferirsi ad un nuovo genere, che io ho appunto denominato Spirotrichonympha. Perciò al nome Pyrsonympha flagellata deve sostituirsi il nome di Spirotrichonympha flagellata Grassi (tav. VI, figg. 1-6).

Un'altra specie è stata descritta dall'Hartmann come forma giovanile di Trichonympha (Pseudotrichonympha) Hertwigi; ciò che è evidentemente

erroneo, come risulta dalla circostanza che essa manca in un Coptotermes e in uno Schedorhinotermes africani, nei quali vive una Pseudotrichonympha molto prossima alla specie Hertwigi. (Vedi il capitolo sulla Pseudotrichonympha).

Nelle Termiti australiane portatemi dal Silvestri ho distinto quattro forme, due molto caratteristiche, le altre due invece molto simili alla forma europea.

Una delle due forme caratteristiche abita nel Porotermes Adamsoni e viene da me denominata S. mirabilis (tav. VI, figg. 18, 19 e tav. VII, figg. 1-15). Il nucleo può essere, come nella S. flagellata, relativamente vicino alla estremità anteriore (punta) e precisamente trovarsi là dove le file spirali cominciano ad essere un po' scostate così che si possono contare, ovvero più arretrato (tav. VII, figg. 1, 2, 3, 6, 7 ecc.). Si contano spesse volte quattro file spirali (tav. VII, figg. 4, 6, 10, 12), ma altre volte cinque (tav. VII, fig. 15), ovvero sei (tav. VII, fig. 11), o anche meno di quattro. Alle volte una è molto più corta delle altre.

Queste file spirali sono limitate alla parte anteriore del corpo, del quale possono occupare un tratto più o meno grande, da meno di metà a più di metà. A tutta prima in certi individui si direbbe che mancano i flagelli nel resto del corpo, in altri sembra che esistano ma sparsi senza ordine. Negli individui meglio conservati però si vede che questi flagelli sono disposti in guisa da dar luogo a delle figure poligonali, spesse volte a delle figure rombiche colla diagonale maggiore in senso trasversale (tav. VII, figg. 1, 2, 3). Soltanto l'estrema estremità posteriore resta nuda ed è adibita alla funzione dell'assunzione dell'alimento (tritume di legno).

Il tubillo non è rilevabile con sicurezza nei miei preparati.

Le lamelle basali dei flagelli sono molto più spiccate che in tutte le altre specie.

Una seconda specie (Spirotrichonympha elongata) (tav. VII, figg. 7-17) abita nello Schedorhinotermes intermedius. Relativamente alla specie precedente, è molto lunga e sottile e rassomiglia ad un sigaro. Il nucleo è piuttosto lontano dal tratto dove si comincia a poter contare le spirali.

In questa specie si può con facilità osservare la variabilità del numero delle linee spirali; se ne rileva perfino una sola nelle forme piccole (tav. VI, fig. 12). Talvolta anteriormente sono quattro, altre volte se ne incontrano due sole ecc.

Le lamelle basali all'indietro sono ridotte ad un filo (tav. VI, fig. 12). In avanti presentano delle disposizioni speciali che a tutta prima potrebbero attribuirsi ad un effetto ottico prodotto dal ripiegarsi della lamella, ma con un più attento esame si scorge che si deve veramente trattare di dilatazioni triangolari delle lamelle (tav. VI, fig. 13), quali occorrono forse anche, benchè meno spiccatamente nella S. mirabilis (tav. VI, fig. 18 ecc.).

La S. elongata si presterebbe per uno studio fino, ma purtroppo il materiale di cui io dispongo è insufficiente.

Le altre due forme da me trovate nei miei preparati non si distinguono con sicurezza da quella europea; io le giudico perciò varietà, che denomino a seconda della specie in cui si trovano Spirotrichonympha flagellata Grassi var. n. Schedorhinotermitis intermedii (tav. VII, fig. 17); Spirotrichonym-

pha flagellata Grassi var. n. Coptotermitis lactei (tav. VII, fig. 16). Nella prima di queste due varietà all'indietro talora le lamelle non sono visibili, ma si scorge benissimo che i flagelli hanno un decorso spirale. In questa stessa varietà talora i flagelli mi apparvero molto lunghi, ma per determinare bene la lunghezza dei flagelli occorrono altre ricerche sopra nuovo materiale.

Nella varietà del Coptotermes lacteus il corpo tra una serie di flagelli e l'altra mi pare percorso da tante strie parallele disposte per il lungo. Forse una disposizione simile esiste anche nelle altre specie: sono dubbioso perchè non posso escludere che sia simulata dai fiagelli regolarmente disposti.

Tavola VI.

Da fig. 1 a fig. 6. — *Spirotrichonympha flagellata.*

Fig. 1*a*. Osservata a fresco.
8. 1/15.

» 1*b*. Piccolo tratto dello stesso individuo a più forte ingrandimento; i flagelli sono stati tralasciati.

» 2. Individuo conservato e colorito coll'ematossilina ferrica.
1 ordinario. 1/15.

» 3. Altro individuo; non si rilevano che pochi flagelli; colorito pure coll'ematossilina ferrica.
6. 1/15.

» 4. Altro individuo, come fig. 3.
6. 1/15.

» 5 e 6. Schizzi di individui piccoli nei quali è indicato il decorso spirale delle file dei flagelli (sono in numero di due nella fig. 5, di cinque nella fig. 6).
6. 1/15.

Da fig. 7 a fig. 17. — *Spirotrichonympha elongata.*

Fig. 7. Le quattro serie spirali dei flagelli sono indicate per farne comprendere il decorso, rispettivamente con linee continue, punteggiate, tratteggiate, alternativamente punteggiate e tratteggiate.
1 ordinario. 3 mm.

» 8. Individuo nel quale si distinguono due serie di flagelli che percorrono gran parte del corpo, e una terza limitata invece anteriormente.
6. 1/15.

Fig. 9. Decorso delle quattro serie di flagelli; i nn. 1, 2, 3, 4, servono appunto a precisarle.
6. 1/15.

» 10. Parte anteriore del corpo, sulla quale è indicato con numeri il decorso delle linee di flagelli; quelle che portono i numeri da 1 a 6 sono lunghe, corte, invece, quelle che portono i numeri da 7 a 9.
6. 3 mm.

» 11. Decorso delle linee spirali di flagelli in un altro individuo.
6. 1/15.

» 12. Individuo piccolo, nel quale si distingue una sola serie di flagelli.
8. 1/15.

» 13. Estremità anteriore di un individuo in cui le serie spirali di flagelli sono state in parte spostate nell'allestire il preparato; si vede bene la lamella basale.
8. 1/15.

Fig. 14 e 15. Tratto vicino al nucleo; all'indietro nella fig. 15 sporge il citoendoscleradio.
8. 1/15.

» 16. Tratto vicino al nucleo.
6. 1/15.

» 17 *a*. Piccolo tratto di lamella, da cui si dipartono i flagelli.

» 17 *b*, *c*, *d*. Idem.
4. 3 mm.

Figg. 18-19. — *Spirotrichonympha mirabilis.*

Fig. 18. Tratto vicino al nucleo.
6. 1/15.

» 19 *a*. Piccolo tratto di lamella da cui si dipartono i flagelli.

» 19 *b*, *c*, *d*. Idem.
6 1/15.

Tavola VII.

Da fig. 1 a fig. 15. — *Spirotrichonympha mirabilis.*

Fig. 1 e 2. Individui intieri.
4. 1/15.

» 3. Parte anteriore. I numeri indicano il decorso delle lamelle che portano la serie di flagelli.
8. 1/15.

» 4. Idem di un altro individuo; i flagelli sono stati riprodotti appena in parte.
8. 1/15.

Fig. 5. Forma piccola.
4. 1/15.

» 6. Due terzi anteriori. I numeri indicano il decorso delle lamelle da cui si dipartono i flagelli.
6. 1/15.

» 7. Estremità anteriore casualmente staccatasi; si vedono per un piccolo tratto i bastoncelli assili (citoendoscleradio).
6. 1/15.

» 8. Individuo intiero.
6. 1/15.

» 9. Gran parte del corpo.
4. 1/15.

» 10. Mentre gli individui precedenti sono tutti veduti di lato, questo essendosi casualmente schiacciato nel senso antero-posteriore, si presenta press'a poco dal polo posteriore; la parte posteriore è stata tralasciata. Si rileva che le lamelle spirali sono in numero di quattro.
8. 1/15.

Fig. 11. Altro individuo veduto dal polo posteriore, press'a poco come quello di fig. 10; le lamelle spirali sono in numero di sei.
6. 1/15.

» 12. Altro individuo come fig. 10; le lamelle spirali sono soltanto quattro.
6. 1/15.

» 13. Altro individuo schiacciato e veduto obliquamente; le lamelle spirali sono in numero di sei.
4. 1,5 mm.

» 14. Individuo veduto obliquamente; si rilevano due lunghe lamelle spirali (1, 2), un'altra (3) sembra in via di sviluppo.
4. 1,5 mm.

» 15. Idem. Altro individuo. Le lamelle spirali sono in numero di cinque.
4. 1,5 mm.

Spirotrichonympha flagellata, varietas Coptotermitis lactei.

Fig. 16. Il corpo è pieno di bacterii.
6. 3 mm.

Spirotrichonympha flagellata, varietas Schedorhinotermitis intermedii.

Fig. 17. 6. 3 mm.

» 18*a*. Citoendoscleradio e nucleo.
6. 3 mm.

» 18*b*. Idem di una *S. flagellata* tipica (europea) per il confronto. Da queste figure risulterebbe una differenza, che però non so se esista in realtà.
8. 1/15.

VI. — Spirotrichonymphella pudibunda.

Tavola VIII, da fig. 21 a fig. 29.

Al nuovo genere Spirotrichonymphella appartiene una sola specie, S. pudibunda da me trovata nel Porotermes Adamsoni, convivente con le altre specie da me sopradescritte. A tutta prima si potrebbe ritenerla una Spirotrichonympha, ma vi è un carattere che basta a distinguerla ed è che l'animale non assume alimento solido ed il suo endoplasma è infarcito di quei corpicciuoli speciali tondi, più o meno piccoli, che si conservano coi più differenti fissativi e che si colorano in bleu col Giemsa, dei quali io ho fatto cenno descrivendo in altro lavoro l'Holomastigotes europeo (H. elongatum): io li suppongo materiale di riserva. In rapporto colla non assunzione del cibo solido, sta il fatto che non è distinta la parte nuda all'estremità posteriore e che manca il citoendoscleradio che ho descritto nella Spirotrichonympha.

La forma è allungata, talvolta spiccatamente fusata. Il nucleo piuttosto piccolo sta in una posizione simile a quello delle Spirotrichonympha elongata e flagellata.

Contar le spire di flagelli non è possibile, perchè sono molto più fitte che nel genere Spirotrichonympha e d'altronde tutti gli esemplari, che ho sott'occhi, sono disposti nel senso della lunghezza.

A tutta prima sembra che questa specie sia provvista oltrechè di flagelli, poco lunghi e delicatissimi come nel genere Spirotrichonympha, anche di lunghissimi flagelli relativamente grossolani (tav. VIII, figg. 21, 22, 24, 26, 27, 28, 29), che avrebbero origine anteriormente e discenderebbero lungo il corpo come i capelli sciolti di una donna; quelli di un lato ordinariamente appaiono incrociati con quelli dell'altro lato (tav. VIII, fig. 22). Questi filamenti evidentemente si allungano coll'allungarsi dell'animale, ond'è che nelle forme piccole sono corti, e lunghi nelle forme grandi. Tutto ben considerato io ritengo che si tratti di schizomiceti, come nella Dinenympha gracilis (simbionti).

Se si osserva la fig. 23 della tav. VIII sembra di rilevare che i punti basilari, da cui si dipartono i flagelli, si prolunghino in altrettante costoline; esse percorrerebbero lo spazio tra serie e serie di flagelli. Ma anche in questo caso non so precisare se si tratti veramente di una particolare struttura, od invece di apparenze dovute alla disposizione dei flagelli. Probabilmente se queste costoline esistono in una specie, non mancheranno nemmeno nelle altre di genere affine. (Vedi anche quanto ho detto sulla Spirotrichonympha del Coptotermes lacteus).

Tavola VIII.

Da fig. 21 a fig. 29. — *Spirotrichonymphella pudibunda.*

Fig. 21. Individuo veduto di lato (i fili grossi che lo circondano sono da me ritenuti schizomiceti),
4. 1/15.
» 22. Altro individuo veduto di lato (i fili, come sopra).
6. 1/15.
» 23. Parte di mezzo del corpo.
6. 1/15.
» 24. Individuo intiero. I corpuscoli rotondi (materiale di riserva?) sono stati rappresentati appena nella parte anteriore: in realtà occupano tutto il corpo (i fili come sopra).
6. 1/15.
» 25. Individuo che eccezionalmente non si vedeva circondato dai fili soliti.
8. 3 mm.
» 26-29. Individui molto piccoli già circondati dai fili.
8. 3 mm.

VII. — Generi: **Holomastigotoides**

TAVOLA VIII, da fig. 1 a fig. 17

e **Holomastigotes.**

TAVOLA VIII, da fig. 18 a fig. 20.

Io ho ascritto al nuovo genere Holomastigotoides da me fondato quella forma che Hartmann ha ritenuto erroneamente femmina di Trichonympha Hertwigi; l'errore di questo autore, dopo quanto ho detto (pagg. 361 e 365) a proposito del supposto maschio e delle pretese forme giovanili da lui fatte conoscere, non ha bisogno di ulteriori spiegazioni. A questo stesso genere riferisco due altre bellissime forme da me trovate, una nel Coptotermes lacteus e l'altra nel Coptotermes Sjöstedti.

Si tratta di un genere molto affine al genere Holomastigotes da me fondato molti anni fa per una specie abitante nel Reticulitermes lucifugus (Holomastigotes elongatum).

In questo genere Holomastigotes (tav. VIII, figg. 18, 19, 20) il corpo anteriormente non s'allunga a punta, ma termina piuttosto ottuso; le spire di flagelli si possono contare fino all'estrema estremità anteriore donde si dipartono; manca il tubillo assile prenucleare; il nucleo è molto avvicinato all'estremità anteriore; i flagelli non lasciano libera l'estremità posteriore; manca il citoendoscleradio. Non vi è assunzione di alimento solido e l'endoplasma è occupato da quei corpuscoli tondeggianti che or ora ho descritti nella Spirotrichonymphella e interpretati come materiale di riserva.

Orbene si può dire che le differenze che esistono tra il genere Holomastigotes e il genere Holomastigotoides sono quelle stesse che esistono tra i generi Spirotrichonymphella e Spirotrichonympha, vale a dire l'Holomastigotoides assume alimento solido e conseguentemente il corpo posteriormente è nudo, non presenta quei corpuscoli tondeggianti che caratterizzano la Spirotrichonymphella e possiede il citoendoscleradio.

Nell'Holomastigotes io ho distinto oltre la lamelle e i solchi che dànno all'animale vivo l'aspetto come di una spiga appiattita (tav. VIII, fig. 20), dei corpuscoli granulosi disposti posteriormente in fila seguente la fila dei flagelli e accumulati a gruppi lungo questa nella metà anteriore (tav. VIII, fig. 19) (da non confondersi coi suddetti corpuscoli speciali tondeggianti); si tratta di formazioni forse paragonabili a quelle che ho descritto, come singolari corpuscoli, nella Spirotrichonympha flagellata. Se queste esistano anche nell'Holomastigotoides io

non posso dirlo; certo è che le lamelle che ho descritte nella Spirotrichonympha esistono anche in esso.

Le tre forme di Holomastigotoides sopra accennate vengono da me riferite a tre differenti specie:

Holomastogotoides Hertwigi (femmina di Trichonympha Hertwigi di Hartmann).

Holomastigotoides mirabile nel Coptotermes lacteus.

Holomastigotoides hemigymnum nel Coptotermes Sjöstedti.

La specie di H. Hertwigi stando all'Hartmann, è caratterizzata dal numero delle spire che è molto considerevole (ne conto venti nella fig. 44 dell'Hartmann).

Nella specie H. mirabile io ne ho ripetutamente contato soltanto dodici (tav. VIII, figg. 3 e 4). Le spire vicino all'estremità posteriore del corpo sono molto addossate l'una all'altra. Quest'estremità posteriore, donde viene assunto l'alimento, si presenta in forma svariata e può essere provvista di ciglia, che ritengo immobili, simili a quelle della Joenia (tav. VIII, figg. 1, 1*a* e 1*b*).

Le specie H. hemigymnum è caratterizzata dal presentare un tratto notevole sfornito di spire. Ciò però non si verifica in tutti gli individui, ma è un fatto che io non ho mai riscontrato nell'H. mirabile un tratto nudo tanto grande, quanto si incontra facilmente nell'H. hemigymnum. Aggiungasi che l'estremità anteriore in quest'ultima forma è spesse volte occupata da una massa di protoplasma ialino che comprende anche il nucleo (accennata con tinta oscura nella fig. 17 della tav. VII) e ricorda la singolare massa granellosa che ho descritto nelle Trichoninfe. Questa speciale formazione protoplasmatica non è stata da me chiaramente distinta nell'H. mirabile.

Tavola VIII.

Da fig. 1 a fig. 16. — *Holomastigotoides mirabile.*

Fig. 1. Individuo intiero.
4. 3 mm.

» 1*a*. Estremità posteriore di un altro individuo.
4. 3 mm.

» 1*b*. Idem.
L'estremità posteriore in tutte e tre queste figure presenta tante ciglia, che ritengo immobili (stereocilia); i flagelli, estendendosi oltre l'estremità posteriore, vengono a circondare le ciglia, che si distinguono facilmente per la loro cortezza.

» 2. Porzione anteriore di un individuo che si è lacerato durante la preparazione. Sono distinte le linee spirali, secondo le quali decorrono i flagelli; si distingue anche un fascio di filamenti assili (fil. as.) formanti il citoendoscleradio.
4. 3 mm.

Fig. 3. Individuo casualmente schiacciato e veduto dal polo anteriore. Si rileva il decorso delle lamelle che portano i flagelli.
4. 1/15.

» 4. Estremità anteriore di un altro individuo, veduto quasi dal polo anteriore.
4. 1/15.

» 5. Individuo, del quale la parte di mezzo è indicata soltanto da linee che segnano il decorso dei flagelli.
6. 3 mm.

» 6. Estremità anteriore veduta obliquamente.
n u. = nucleo.
4. 1/15.

» 7. Decorso delle linee secondo le quali sono inseriti i flagelli.
4. 3 mm.

» 7 *a*. Nucleo dello stesso individuo nel quale si contano otto cromosomi: due sono così disposti che nella figura sembrano formarne uno solo; questi cromosomi sono riuniti a due a due ad un'estremo.
6. 1/15.

» 8. Altro individuo; si vedono i filamenti assili.
4. 3 mm.

» 9. Estremità posteriore di un individuo, sulla quale sono state segnate soltanto le linee, secondo le quali sono disposti i flagelli: quelle di un lato sono segnate continue, tratteggiate quelle del lato opposto.
8. 3 mm.

» 10. Estremità anteriore (sono state segnate soltanto le linee dei flagelli e il nucleo).
4. 1,5 mm.

» 11. Idem di un altro individuo.

» 12. Nucleo in divisione (la fig. 7 *a* pare perciò che rappresenti uno stadio immediatamente seguente alla divisione).
8. 3 mm.

» 13, 14 e 15. Nucleo in via di divisione (stadî precedenti quello di fig. 12).
8. 3 mm.

» 16. Nucleo in uno stadio press'a poco come quello rappresentato dalla fig. 7 *a*.
8. 3 mm.

Holomastigotoides hemigymnum.

Fig. 17. Individuo intiero veduto di lato.
4. 3 mm.

Da fig. 18 a fig. 20. — *Holimastigotes elongatum.*

Fig. 18. Individuo veduto a fresco.
6. 1/15.

» 19. Individuo colorito. Non sono stati rappresentati i flagelli.
6. 1/15.

» 20. Copiata da un individuo vivo.
4. 1/15.

VIII. — Microjoenia hexamitoides.

Tavola VIII, figg. 30 e 31.

Per un più completo orientamento del lettore sulla posizione sistematica delle forme descritte in questo lavoro riproduco qui la diagnosi di una forma vivente nel nostro Reticulitermes lucifugus, la Microjoenia hexamitoides Grassi, illustrata con due figure (tav. VIII. figg. 30 e 31).

Flagelli sorgenti in serie submeridiane da una zona vicina all'estremità anteriore, delimitante così quivi un cerchio anteriore, il quale si presenta come l'opercolo di una angusta lacuna, contenente liquido e risalta perchè sprovvisto di flagelli; citoendoscleradio in forma di bastoncello assile; una serie di speciali corpi tondeggianti al margine posteriore della zona suddetta. Forma piuttosto piccola.

La posizione sistematica di questa forma è incerta. Serve essa a riannodare *Hypermastigina* e *Polymastigina*?

Tavola VIII.

Figg. 30 e 31. — *Microjoenia hexamitoides.*

Fig. 30. Veduta di lato.
12. 1/15.

» 31. Veduta dal polo anteriore; non si distingue l'origine dei flagelli (colorita coll'ematossilina ferrica).
nu = nucleo.
co = corpi tondeggianti al margine posteriore della zona flagellata.
8. 1/15.

B) POLYMASTIGINA.

IX. — Genere: **Macrotrichomonas pulchra.**

Tavola IX, da fig. 1 a fig. 12.

È di forma più o meno spiccatamente ovalare. Poco discosto dall'estremità anteriore notasi il nucleo vescicolare con evidente nucleolo (tav. IX, fig. 1).

È molto difficile formarsi un'idea esatta di quest'organismo coll'esame dei soli strisci, e purtroppo noi dobbiamo limitarci ad essi.

Ciò che lo caratterizza è una robusta laminetta (tav. IX, figg. 3, 4, 7 c r e) che denomineremo cresta, fatta di plasma denso, compatto, omogeneo, che tende alla forma triangolare, i cui lati si possono definire anteriore (mediale anteriore), posteriore (mediale-posteriore), esterno (laterale). In ordine di lunghezza viene primo il lato esterno, molto più lungo degli altri due, poi il posteriore, poi l'anteriore; rispetto al corpo dell'animale, l'anteriore e il posteriore sono concavi, convesso l'esterno; l'anteriore sorpassa di molto il nucleo e arriva fino quasi all'estremità anteriore dell'animale. Lungo il lato esterno s'attacca una membranella ondulante (m. o n d.) sottile, a margine libero alquanto ispessito. Posteriormente questa si prolunga al di là dell'apice della lamella formando come nei T r i c h o m o n a s un flagello diretto all'indietro (tav. IX, figg. 1, 4, 7).

Esiste il solito bastoncello assile (tav. IX, figg. 2, 11, b a s t., ecc.), che percorre il corpo per il lungo e si segue bene anteriormente fino al polo posteriore del nucleo. Dietro al nucleo esso è avvolto da un filo spirale (tav. IX, figg. 1, 2, 3 ecc.), il quale fa di solito quattro, cinque giri, ma talvolta perfino dieci.

Conviene ora precisare come terminino in avanti il bastoncello e il filo spirale.

È d'uopo perciò premettere che nel bastoncello assile si rilevano facilmente delle linee accennanti a fibre (tondeggianti o appiattite?) che lo compongono (tav. IX, figg. 8, 9, 10 ecc.). Una, o anche due di queste evidentemente continuano il bastoncello (tav. IX, figg. 3, 7, 8), seguendo il margine anteriore della lamella triangolare e conseguentemente, come esso, incurvandosi; forse il prolungamento del bastoncello non è fatto soltanto di queste fibre (tav. IX, fig. 12); sembra che questo prolungamento sia saldato per mezzo di sostanza amorfa al margine suddetto (tav. IX, fig 7). A partire da un punto opposto a quello in cui il bastoncello si prolunga nella fibra or detta, il filo spirale continua in avanti, seguendo e tenendosi vicino al margine anteriore della lamella e al prolungamento del bastoncello (tav. IX, figg. 2, 7, 8); qualche volta evidentemente esso presenta delle curve. È difficilissimo distinguere le

tre linee in discorso (margine anteriore della lamella, prolungamento del bastoncello, prolungamento del filo spirale) in un medesimo individuo. Certamente lamella, bastoncello e filo spirale vengono ad appoggiarsi alla membrana del nucleo; quali rapporti si stabiliscano io non posso precisare.

Prolungamento del filo spirale, prolungamento del bastoncello, cresta e membranella ondulante finiscono accostati e molto vicini all'estremità anteriore. Dove finiscono, notansi dei granelli (punti), che rappresentano ispessimenti, uno dei quali sembra corrispondere al prolungamento del filo spirale e del bastoncello assile e uno al termine della membranella ondulante (tav. IX, figg. 2 e 3). Vicinissimo a questi due granelli se ne notano almeno due altri, da ciascuno dei quali si diparte evidentemente un flagello relativamente poco lungo e molto delicato. Talvolta i flagelli sembrano più di due. Un filo sottilissimo congiunge tra di loro i due granelli da cui hanno origine i flagelli (tav. IX, figg. 5, 6); probabilmente un altro filo congiunge questi granelli con quello da cui ha origine la membranella ondulante.

Vicino a questi granelli, dal lato opposto a quello a cui corrisponde la cresta, sorge una papilla speciale fatta a capezzolo (tav. IX, fig. 3, 5 pap.), dalla quale a volte sospettai che si dipartisse un flagello. Questo capezzolo con pellicola ben distinta e contenente plasma chiaro sembra in istretto rapporto col nucleo. Osservando l'estremità anteriore in condizione opportuna, si vede appunto che la sostanza chiara del capezzolo si continua fino al nucleo, compresa tra due linee, una un po' curva, evidentemente prolungante il capezzolo e l'altra diritta discendente dal granello sopra detto che si trova all'estremità anteriore del prolungamento del filo spirale e del bastoncello (tav. IX, fig. 2). Siccome il prolungamento del filo spirale corrisponde esattamente al regolo della Joenia, così questa linea diritta può paragonarsi al sospensore dello stesso animale. Il granello che segna l'estremità del prolungamento del bastoncello e del filo spirale, verrebbe a corrispondere al battacchio della stessa Joenia.

Si nutre di legno.

Tavola IX.

Da fig. 1 a fig. 12. — *Macrotrichomonas pulchra.*

Ingradimento di tutte le figure; 8. 1/15.

bast. = bastoncello.
cre. = cresta.
fla. = flagello.
pap. = papilla.
m. ond. = membrana ondulante.

Fig. 1. Animale intiero.

» 2. Parte anteriore veduta un po' obliquamente. La papilla (pap.) porta un flagello?

Fig. 3. Parte anteriore.
" 4. Estremità anteriore incurvata.
" 5. Parte anteriore.
" 6. Estremità anteriore.
" 7. Piccolo tratto dell'animale.
" 8. Tratto anteriore.
" 9. Estremità anteriore veduta obliquamente.
" 10. Estremità anteriore veduta un po' obliquamente. La membrana ondulante (m. o n d.) s'è in parte staccata.
" 11. Bastoncello e nucleo spostato.
" 12. Tratto anteriore. La parte *a* è probabilmente formata dai prolungamenti del bastoncello e del filo spirale.

X. — Genere: De Vescovina.

a) De Vescovina stereociliata.

Tavola IX, da fig. 13 a fig. 17.

Corpo ovalare. Bastoncello assile, che si prolunga fin oltre l'estremità anteriore del nucleo. Filo spirale che gira attorno alla parte retronucleare del bastoncello e, descrivendo un mezzo cerchio attorno al nucleo (fig. 15), si prolunga in avanti fin là dove arriva il bastoncello.

Flagello appiattito molto lungo e molto robusto; sorge accanto ad esso almeno un altro flagello, molto delicato (figg. 14 e 17); ritengo che quello sia ordinariamente diretto all'indietro e questo in avanti. Si nota, inoltre, una listerella omologabile alla cresta della Macrotrichomonas: la denominerò perciò anch'essa cresta (figg. 14, 16 e 17 cre.). Essa rassomiglia ad una lamina lunga e stretta, più o meno curva, ad estremità distale (punta) ottusa e prossimale (base) concava. Questa cresta spesse volte appare allontanata dal corpo dell'animale nella sua parte distale. Essa sta vicino ai flagelli e sembra in rapporto specialmente con quello appiattito al quale farebbe da rinforzo. Accosto alla sua estremità anteriore notasi anche un gruppo di granuli che si colorano intensamente coll'Heidenhain (fig. 16).

Il corpo presenta traccia poco chiara di strie trasversali e termina all'indietro con un ciuffo di ciglia immobili (stereocilia) (fig. 13 *a*).

Purtroppo il materiale di cui dispongo non permette di completare la descrizione.

Tavola IX.

Da fig. 13 a fig. 17. — *De Vescovina stereociliata.*

Fig. 13. Animale intiero.
» 13 *b*. Tratto dove finisce il bastoncello e sorgono la cresta e la membrana ondulante a più forte ingrandimento.
bast. = bastoncello.
cre. = cresta.
6. 1/15.
» 14. Estremità anteriore.
8. 1/15.
» 15, 16 e 17. Idem.
8. 1/15.

b) De Vescovina glabra.

TAVOLA IX, da fig. 18 a fig. 27.

Rassomiglia molto alla specie sopradescritta. Presenta una papilla all'estremità anteriore che sembra continuarsi per lo meno in due flagelli. Qualche volta sembra che la papilla sia doppia (fig. 19). Come la specie precedente, presenta un flagello appiattito molto lungo rivolto all'indietro e una cresta subtriangolare, che non vedesi mai però sporgente dal corpo. Riscontriamo anche il bastoncello e il filo spirale. Questi terminano in avanti vicino al punto ove comincia la cresta e sorge il flagello appiattito. Cresta e papille donde apparentemente si distaccano i flagelli, nascono vicinissime l'una alle altre. Anche di questa specie non ho avuto sott'occhio che esemplari imperfetti.

La papilla sembra paragonabile a quella della Macrotrichomonas ed io mi domando se veramente manchi nella De Vescovina stereociliata. Potrebbe anche darsi che il distaccarsi via dei flagelli dall'apice della papilla non sia che un'apparenza e che i flagelli in realtà abbiano origine dalla base di essa. In queste supposizioni mi conferma la specie seguente che passo a descrivere.

TAVOLA IX.

Da fig. 18 a fig. 27. — *De Vescovina glabra.*

Tutte le figure da fig. 18 a 26 rappresentano la parte antoriore dell'animale, la fig. 27 l'animale intiero. Tutte sono disegnate ad uno stesso ingrandimento: 8. 1/15.

c) De Vescovina nova.

TAVOLA IX, da fig. 28 a fig. 32.

Anche di questa specie ho sott'occhio soltanto esemplari poco buoni. Il bastoncello assile si prolunga fino all'avanti del polo anteriore del nucleo incurvandosi e, a quanto pare, assottigliandosi a cominciare dal polo posteriore del nucleo stesso. Il filo spirale, che è molto sviluppato, viene a finire vicino al punto dove finisce il bastoncello: esso perciò attraversa il nucleo, ma tenendosi lontano dal bastoncello, press'a poco al lato opposto. Vicino al punto dove finiscono anteriormente bastoncello assile e filo spirale, sorge la solita cresta e un flagello robusto, ma, a quanto sembra, non appiattito, diretto all'indietro. Vicino a questo e, precisamente, pochissimo in avanti, sorgono altri quattro flagelli delicati e una papilla che ha un intimo rapporto colla membrana del nucleo (fig. 29 pap.) e ricorda perciò la papilla della Macrotrichomonas.

Tavola IX.

Da fig. 28 a fig. 32. — *De Vescovina nova.*

Fig. 28. Parte anteriore: sono indicati in tutta la loro lunghezza il bastoncello assile e il filo spirale.
" 29-32. Parte anteriore.
Ingrandimento per tutte le figure 8. 1/15.

XI. — Pseudotrypanosoma giganteum.

Tavola IX, da fig. 33 a fig. 41 e Tavola X, da fig. 1 a fig. 6.

Il corpo può assumere forme svariate (tav. IX, figg. 33, 34, 36*a*, 38, 39; tav. X, fig. 2).

Esso è fornito di una stretta fettuccia, che sui preparati conservati si presenta a margine libero molto seghettato. Per mezzo di una sottile membranella difficilmente distinguibile perchè non si colora coll'ematossilina ferrica, questa fettuccia si salda ad una costola o listerella, che si voglia dire, omologabile alla cresta di Pseudotrichomonas e di De Vescovina; costola e fettuccia colla relativa membranella riuniente, ossia, denominando membranella ondulante la fettuccia e la membranella riuniente, costola e membranella ondulante percorrono tutta la lunghezza del corpo. La costola anteriormente va assottigliandosi e finisce vicinissimo all'apice anteriore del corpo; ugualmente si comporta la membranella ondulante, che viene a terminare vicinissimo al punto in cui termina la costola. L'impiccolimento dell'una e dell'altra si verificano anche posteriormente ed è anzi più spiccato; si può dire che sia la costola, sia la membranella ondulante all'indietro si prolungano in un filo sempre più sottile, più ci avviciniamo all'estremità.

Certi preparati (tav. IX, figg. 36*b* e 37*b*) farebbero credere che la fettuccia si prolungasse in un flagello sottile e libero, come in altri generi.

La membranella ondulante e la costola seguono le curve del corpo; così è che si presentano (tav. IX, figg. 33, 39 ecc.) curve quasi a mezzo cerchio, a lettera esse, a cerchio quasi completo ecc. Si direbbe che il corpo può mutare moltissimo di forma e che in questi suoi cambiamenti è fino ad un certo punto limitato dalla costola: questa è certamente solida, ma deve godere anche di un grado notevole di elasticità.

Là dove finisce anteriormente la costola, notasi un granello tondeggiante, non sempre ben distinguibile: così pure là dove finisce la membranella ondulante (tav. X, fig. 6). Come ho detto, membranella ondulante e costola nascono anteriormente avvicinatissime l'una all'altra; vicinissimo ad esse sorgono anche due flagelli (tav. X, figg. 3 e 4); anch'essi mostrano un granello basilare al loro punto d'origine: talvolta vidi delle linee che sembravano congiungere questi granelli coi granelli corrispondenti alla costola e alla membrana ondulante. I due flagelli sono poco lunghi delicati e difficilmente visibili; di spesso se ne può rilevare uno solo (es. tav. IX, fig. 34). Sorgono dietro una sorta di beccuccio o linguetta, che in certo modo li protegge, e alle volte sembra che anche esso si prolunghi in un corto flagello (tav. IX, figg. 34, 37*a*; tav. X, figg. 3, 4).

Vicino ai granelli suddetti sorge anche un altro organello filiforme (richiamato fil. in alcune figure); alle volte presentasi diritto o quasi (tav. X, figg. 1, 4); tal-

altra ravvolto a spirale anteriormente (tav. IX, fig. 39; tav. X, figg. 2 e 6); talora si scorge solo per breve tratto anteriore del corpo; v'è quando sembra nella sua parte anteriore appiattito. Io suppongo che possa paragonarsi alla benderella subassile contrattile della Dineninfe.

A crescere la complicazione interviene (sempre?) un'altra formazione (tav. X, figg. 2 e 3 flag.?), che pare un flagello grosso, sorgente dall'estremità anteriore, rivolto all'indietro, aderente forse per gran parte della sua lunghezza al corpo, terminante libero e assottigliato.

Ad una certa distanza dall'estremità anteriore notasi un grande nucleo vescicolare, ovalare.

Lungo la cresta un tratto del corpo maggiore o minore presentasi riempito di fini corpuscoli, ora tondeggianti, ora allungati, che sospetto siano batteri. Questa striscia granellosa alle volte si estende all'indietro quanto la cresta (tav. IX, fig. 33), altre volte è meno estesa (tav. IX, fig. 35), altre volte molto meno (tav. IX, fig. 36 *a*; tav. X, fig. 2); anteriormente può presentarsi più allargata (tav. X, figg. 2, 3); talvolta sembra perdersi nel resto del corpo; altre volte presentasi separata nettamente (tav. IX, figg. 33, 35). I granelli possono lasciare liberi degli spazî maggiori o minori della striscia (tav. IX, figg. 33, 38; tav. X, fig. 3). Il nucleo può essere, o no, compreso in questa striscia; può esservi compreso anche l'organello filiforme da me interpretato dubitativamente come benderella subassile contrattile.

Il resto del corpo è fatto di protoplasma dentro il quale trovasi del legno (nutrimento) (tav. IX, fig. 34).

La superficie del corpo è percorsa da una striatura rara, obliqua da una parte; obliqua in senso opposto dall'altra (tav. IX, figg. 35 e 38).

Tavola IX.

Da fig. 33 a 41. — *Pseudotrypanosoma giganteum.*

Fig. 33, 34, 35, 36 *a*, 38, 39.
Individui intieri.
" 33, 34, 35, 38, 39.
fil. = organello filiforme (benderella subassile contrattile?).
4. 1/15.
" 36 *a*.
6. 1/15.
" 36 *b*. Estremità posteriore dell'individuo di fig. 36 *a*, più ingrandita.
" 37 *a*. Estremità anteriore.
" 37 *b*. Estremità posteriore dello stesso individuo.
4. 1/15.
" 40. Tratto anteriore di un altro individuo.
4. 3 mm.
" 41. Una parte della costola.
8. 3 mm.

Tavola X.

Da fig. 1 a fig. 6. — *Pseudotrypanosoma giganteum.*

Fig. 1, 3, 4, 5, 6. Parte anteriore di varî individui. Nella fig. 1 la membranella ondulante si è staccata dalla costola.

» 4. 1/15.

» 2. Individuo intiero.

8. 3 mm.

In tutte le figure fil. = organello filiforme.

flag. ? = flagello grosso?

XII. — Diplonympha Foae.

Tavola X, da fig. 7 a fig. 30.

Denomino Diplonympha un nuovo genere di Calonymphidae, prossimo al genere Stephanonympha Janicki; se ne distingue agevolmente, perchè i nuclei non formano un semplice strato; appaiono invece (tav. X, fig. 7) in due piani, uno superficiale e l'altro profondo, talvolta sembrano perfino disposti in qualche parte lungo tre piani. I nuclei superficiali coprono regolarmente i nuclei profondi venendo, così a formare come delle colonnette bi- e perfino tri-nucleari (figg. 23 e 23bis ecc.).

I nuclei veduti dalla superficie tendono a formare delle linee a decorso più o meno irregolare (tav. X, figg. 8, 9, 21). Tra queste linee esistono degli spazî chiari, dovuti almeno in parte all'essere i nuclei lungo le linee molto più avvicinati gli uni agli altri, che tra linea e linea (v. più avanti). Invece di quei corpiccinoli ben distinti a figura più o meno di salcicciuolo (parabasali di Janicki), che caratterizzano altre Calonymphidae, si nota una porzione di plasma denso, accumulato alla superficie di ciascun nucleo; queste massette di plasma hanno contorno netto (sempre?) a ridosso del nucleo; nel resto, cioè verso la superficie, ora sembrano dare prolungamenti in vario senso, ora sembrano vacuolizzate (tav. X, figg. 10, 11, 12, 16, 17, 21, 23 ecc.). Si possono così avere anche delle figure che ricordano alla lontana i salcicciuoli (tav. X, figg. 16, 17 ecc.). In certi casi i prolungamenti di una massetta plasmatica sembrano anastomizzati con quelli delle massette contigue.

Plasma denso circonda, benchè non dapertutto, anche il nucleo profondo; questo plasma si perde in quello superficiale sopradescritto.

Alla superficie di ogni colonnetta di nuclei sorge un ciuffetto di flagelli; è difficile precisare di quanti flagelli sia formato un singolo ciuffetto; due si vedono molto facilmente; è verosimile che esso risulti costantemente di non meno di quattro. I flagelli sembrano limitati ad un angolo della suddetta massetta plasmatica superficiale, corrispondente ad ogni nucleo; dove sorgono, notansi più o meno distintamente dei blefaroplasti (tav. X, figg. 10, 17, 18, 19): i blefaroplasti sono, per quanto ho veduto, discosti l'uno dall'altro e congiunti assieme da brevissimi fili. Là dove sorgono i flagelli e si rilevano perciò i blefaroplasti, viene a finire il filamento assile, curvo e lungo, che percorre superficialmente la colonnetta dei nuclei (tav. X, figg. 14, 10, 23 ecc.) e si prolunga nel resto del corpo dell'animale, come nelle altre Calonymphidae. Anche nella Diplonympha i filamenti assili convergono formando un fascio (tav. X, fig. 7), che può sporgere alquanto dall'estremità posteriore dell'animale.

Ogni colonnetta di nuclei, dalla parte dove porta il filamento assile, sulle sezioni ottiche appare separata da quella contigua per mezzo di uno spazio chiaro che deve essere occupato da protoplasma molto liquido (tav. X, fig. 7).

In complesso tenendo sott'occhi tutti i differenti aspetti sotto cui si presenta, sembra di poter conchiudere che la metà anteriore del corpo della Diplonympha, metà che direi animale, tende a suddividersi in tante parti, ognuna caratterizzata da due nuclei, da un gruppetto di flagelli e da un filamento assile; questi organelli sono tenuti assieme da plasma molto denso.

La metà animale è limitata alla periferia da una evidente pellicola (tav. X, figg. 10, 14 ecc.). La pellicola talvolta distinguesi, benchè meno chiaramente, anche nella metà vegetativa. Il nutrimento, che è solido (legno) come nelle altre Calonymphidae, entra certamente dalla metà posteriore; in essa viene digerito senza che si avanzi mai nella metà animale: questa deve ricevere perciò materiali già digeriti (chilo).

In conclusione la Diplonympha, come anche le altre Calonymphidae, più che un individuo sembra una colonia di individui (mastigonti), aventi in comune la regione posteriore che assume l'alimento e digerisce e potrebbe perciò dirsi vegetativa. Si tenga presente che i mastigonti nella forma in discorso vengono ad avere di regola due nuclei, mentre negli altri generi della stessa famiglia ne presentano uno solo.

Insieme alla specie qui descritta, si trovano dei fiaschi simili a quelli del Calotermes flavicollis (tav. X, figg. 24, 27, 28, 29, 30) e, come essi, aderenti alla parete intestinale. Nei miei preparati presentano soltanto uno (tav. X, fig. 25) o tutt'al più due nuclei (tav. X, fig. 26). Come si comporti il collo del fiasco là dove aderisce alla parete intestinale, non si rileva bene. Certo è che all'attacco si prolunga in una punta più o meno lunga (tav. X, figg. 27, 29, 30): ritengo che la punta termini allargandosi e che il fascio di fibre che percorre il collo quivi si espanda. Questi fiaschi contengono legno e presentano quei corpuscoli tondi che ho sopra descritto nell'Holomastigotes e nella Spirotrichonymphella e interpretati come materiale di riserva; ciò trova riscontro nei fiaschi del Calotermes.

Io ritengo che i fiaschi rappresentino stadî di sviluppo della Diplonympha. (v. più avanti).

Tavola X.

Da fig. 7 a fig. 30 — *Diplonympha Foae.*

Fig. 7, 8, 9. Individui intieri in sezione ottica (fig. 7) e dalla superficie (figg. 8 e 9).
6. 1/15.

Da fig 10 a fig. 23. Sezioni ottiche di singoli mastigonti; di lato, in tutte le figure, eccetto le figg. 18, 19 e 21 che rappresentano sezioni ottiche superficiali, un po' oblique. Nella fig. 21 le piccole masse tondeggianti poco intensamente colorite rappresentano i nuclei profondi.
18. 1/15.

Fig. 24. Un fiasco.
6. 1/15.

Fig. 25. Nucleo di un fiasco.
" 26. Due nuclei di un fiasco.
" 27. Il collo del fiasco s'attacca alla parete dell'intestino (par. int.) con una cortissima punta; dove la punta termina le fibre del collo, si espandono a ciuffo (?). Lo strato cuticulare della parete dell'intestino si presenta artificialmente sollevato; esso dà attacco a batteri, di cui è cosparso anche il fiasco.
" 28. Collo del fiasco troncato (artificialmente?).
" 29. Collo del fiasco prolungantesi in una lunga punta.
" 30. Collo del fiasco che s'attacca alla parete intestinale con una corta punta.

Da fig. 25 a fig. 30: 6. 1/15.

XIII. — Genere: Stephanonympha.

Tavola X, da fig. 31 a fig. 41.

Sotto il nome di Stephanonympha Silvestrii Janicki, var. Cryptotermitis Havilandi (tav. X, da fig. 37 a fig. 41) faccio conoscere una forma in cui i salsicciuoli (parabasali di Janicki) sono spesse volte da una parte a contorno eroso. Il picciuolo (filo parabasale di Janicki) è ben distinto e va a perdersi dove si trovano i blefaroplasti; anzi, dove scompare, notasi spesso un corpicciuolo che ritengo un blefaroplasto, a cui esso si attacca (tav. X, fig. 41). Aggiungasi che i blefaroplasti appaiono riuniti fra di loro da fili. Osservando bene in punti opportuni, si rileva che non si tratta di semplici corpi a figure di salsicciuolo, ma di una disposizione che si riconnette a quella descritta nella Diplonympha. Il salsicciuolo è più superficiale del nucleo e viene ad essere in gran parte laterale rispetto a questo (v. specialmente tav. X, fig. 40 *d*): presenta un margine superficiale concavo, o rettilineo, un margine profondo convesso (tav. X, fig. 40 *f* ecc.). Là dove finisce la convessità e comincia il picciuolo, si insinua il nucleo. È il margine concavo o rettilineo quello che presentasi eroso; la concavità comprende uno spazio chiaro tondeggiante, in mezzo al quale può rilevarsi un blocchetto di plasma denso come quello del salsicciuolo, a figura di stella con cortissimi raggi (tav. X. fig. 41, a destra).

Sotto il nome di Stephanonympha Silvestrii Janicki var. Neotermitis erythraei ricordo un'altra forma (tav. X, figg. 31-36) nella quale, invece del tipico salsicciuolo, si nota una massetta di plasma simile a quello che forma il salsicciuolo; il picciuolo non è distinto. La massetta viene a trovarsi sopra, piuttosto che da un lato del nucleo; gli fa così da cappuccio; di spesso però tende ad avvicinarsi alla forma di salsicciuolo. Essa ricorda anche quella formazione che ho descritto nella Diplonympha Foae, come ricoprente il nucleo superficiale.

Anche con questa varietà convivono delle forme a fiasco: esse sono piuttosto piccole, hanno un sol nucleo e presentano, invece che un fascio di fili come nella Diplonympha, un filo unico meno sottile (tav. X, figg. 35 e 36). Anche questi fiaschi contengono i caratteristici corpuscoli tondi. Io suppongo che rappresentino stadî di sviluppo della Stephanonympha in discorso; e ciò per analogia con quanto ho riscontrato nella Microrhopalodina del Calotermes flavicollis.

TAVOLA X.

Da fig. 31 a fig. 36. — *Stephanonympha Silvestrii* var. *Neotermitis erythraei.*

Da fig. 31 a fig. 34. Gruppi di mastigonti.
6. 1/15.
Figg. 35 e 36. Fiaschi.
4. 1/15.

Da fig. 37 a fig. 41. — *Stephanonympha Silvestrii* var. *Cryptotermitis Havilandi.*

Figg. 37 e 38. Individui intieri. I nuclei più profondi sono segnati con tinta nera meno scura.
4. 1/15.
» 39, 40 e 41. Singoli mastigonti, o gruppi di mastigonti.
6. 1/15.

XIV. — Calonympha Grassii Foà.

TAVOLA X, figg. 42 e 43.

Riporto alcune figure di mastigonti nucleati, dalle quali risulta che esiste uno speciale accumolo di protoplasma trovante evidente riscontro nei mastigonti anucleati. Esso era già stato veduto dalla Foà e negato da Janicki, al quale devono essere sfuggiti i rarissimi punti dei nostri preparati in cui si può rilevare questa disposizione. La fig. 42 *c* rappresenta la veduta d'insieme di tre mastigonti nucleati: la 42 *a* soltanto lo strato profondo (sezione ottica profonda) e la 42 *b* soltanto lo strato superficiale. La parte al di là del nucleo, o sotto al nucleo che si voglia dire, appare nel preparato così come fu figurata: si può escludere che si tratti di illusione data da forme sovrapposte.

Le figg. 43 *a*, *b*, *c*, *d*, *e* dimostrano che, quando si può veder bene, il cosidetto parabasale anche in questa specie tende più o meno alla figura di salsicciuolo [1].

TAVOLA X.

Figg. 42 e 43. — *Calonympha Grassii*.

Figg. 42 e 43. Mastigonti nucleati.
Fig. 42 *c* = mastigonti; veduta d'insieme.
» 42 *b* = sezione ottica superficiale dei mastigonti *c*.
» 42 *a* = sezione ottica profonda degli stessi.

[1] Le *Calonymphidae* meritano forse di essere considerate come un ordine a sè.

AGGIUNTE

(10 dicembre 1917)

Mentre venivano eseguite le tavole di questo lavoro è uscita sugli « Annales de l'Institut Pasteur » (vol. XXX, pag. 195 e seg., 1916) una Nota di França sulle Triconymphidae, basata su ricerche da lui fatte intorno ai Flagellati del Reticulitermes lucifugus. In complesso le descrizioni di quest'A., riguardanti soltanto la Triconympha agilis Leidy e la Leidya Metchnikovi n. g. n. sp. di França, per quanto si può comprendere dal testo senza figure, non aggiungono nulla di nuovo a quanto già si sapeva. Delle sue interpretazioni io mi occuperò in un'altra Memoria in preparazione. Qui intanto occorre rilevare che la Leidya Metchnikovi non è altro che la Spirotriconympha flagellata da me fatta conoscere da molto tempo. È molto probabile che l'A. abbia compreso sotto il nome di Triconympha agilis anche la T. minor e sotto il nome di Leidya Metchnikovi anche l'Holomastigotes elongatum, forme che egli non distingue, mentre si trovano sempre insieme alle specie da lui riscontrate.

Nella Parte I « Introduzione » io ho notato che per errore materiale nella mia Nota del 1911 è indicato come « maschio della Triconympha Hertwigi, secondo Hartmann » quella forma che, secondo quest'A., è la femmina e viceversa. Il França ha rilevato quest'errore, ma invece di ritenerlo un *lapsus calami*, lo attribuisce ad una evidente inesattezza da parte mia. Non comprendo com'egli possa crederlo, dal momento che senza aver sottocchi alcun preparato, fondandosi soltanto sulla mia Nota, può far la correzione con tutta sicurezza e d'altra parte accetta la conclusione principale, alla quale io son venuto. Mentre il França loda la descrizione dell'Hartmann e non gli fa carico dei grossolani errori in cui è caduto, per me ha parole poco gentili: la mia classificazione (1911) non gli sembra più felice di quella dei precedenti autori. Ma ricorda il França che l'Hartmann sosteneva che le Triconinfe non erano Flagellati? In sostanza poi l'A. portoghese segue la mia classificazione: soltanto accresce il numero delle famiglie, distinguendo Triconymphidae e Holomastigidae; ma erroneamente unisce la Pseudotriconympha alle Holomastigidae e colloca le Calonymphidae tra gli Hypermastigina, coi quali esse non hanno nulla a che fare.

Non aggiungo commenti!

(31 dicembre 1917)

Trovo sul « Bulletin de l'Institut Pasteur », 15 XII 1917 una rivista della Memoria di V. A. Dogiel sui *Protozoi parassiti dei termiti*. I. *Tetramitidae*, pubblicata nel nuovo periodico « Journ. russe de Zool. », tomo I, 1916, del quale io non

ho potuto procurarmi copia. Per quanto posso arguire dal breve riassunto che ho sott'occhi, il mio nuovo genere Macrotrichonympha dovrebbe essere sinonimo di Gigantomonas Dogiel.

I Protozoi, di cui si occupa Dogiel, abitano nell'Hodotermes mossambicus, da me non esaminato, e nel Rhinotermes (Schedorhinotermes) putorius, dell'Africa orientale inglese.

INDICE

Monti disegnò. Lit. Giacomarelli e Ferrari-Pavia

Monti disegno.

Lit. Tacchinardi e Ferrari-Pavia

Monti disegno   Lit. Tacchinardi e Ferrari-Pavia

Monti disegnò

Lit. Tacchinardi e Ferrari-Pavia

Monti disegnò

Lit. Tacchinardi e Ferrari-Pavia

Monti disegnò   Lit. Tacchinardi e Ferrari-Pavia

Monti disegnò

Lit. Tacchinardi e Ferrari-Pavia

1.

1.a

1.b

2.

fil. as

3.

Monti disegnò

Monti disegnò

Lit. Tacchinardi e Ferrari-Pavia

Monti disegno

Lit. Tacchinardi e Ferrari-Pavia

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti. Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I-XXVI. (1892-1918). Fasc. 4°, Sem. 1°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XXVI. (1892-1917). Fasc. 7°-10°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XII. Fasc. 8.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-6.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

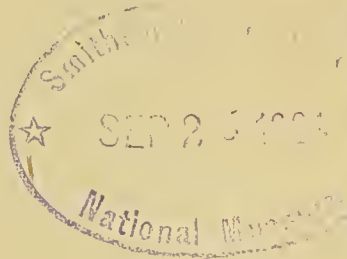
Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ermanno Loescher & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
(Anno CCCXV 1918)
Serie Quinta — Volume XII — Fascicolo IX.

F. P. CANTELLI

SULLO SCHEMA LEXIANO DELLA DISPERSIONE IPERNORMALE

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI
1918

RELAZIONE

letta dal Corrisp. G. Castelnuovo nella seduta del 6 gennaio 1918, sulla Memoria del dott. F. P. Cantelli avente per titolo: *Sullo schema lexiano della dispersione ipernormale.*

Nella statistica matematica hanno speciale importanza quelle serie di frequenze statistiche, ove gli scarti tra i singoli dati e il loro valor medio seguono con buona approssimazione la legge degli errori accidentali. Queste *serie tipiche* somigliano a primo aspetto alle serie delle frequenze provenienti da ripetuti sorteggi da un'urna di composizione costante; ma un esame più accurato rivela spesso tra i due casi una notevole differenza. Il valor medio dei quadrati degli scarti forniti dalla serie statistica supera di solito il valore teorico che dovrebbe ottenersi nello schema dell'urna; la serie ha, come suol dirsi, *dispersione ipernormale.* Il Lexis che, con particolare cura, ha studiato le serie tipiche con dispersione ipernormale, fu condotto ad interpretarle ricorrendo ad estrazioni da più urne di composizioni diverse, e formulò sulla distribuzione delle dette composizioni una ipotesi che fu generalmente accolta, più forse per l'autorità del nome che per la solidità delle ragioni portate a sostegno di essa.

Il dott. Cantelli, dopo aver dimostrato la insufficienza di una dimostrazione matematica con cui si era creduto di giustificare la ipotesi del Lexis, prende in esame il problema sotto due aspetti diversi. Dal punto di vista delle matematiche approssimate, che più interessa la statistica, egli fa vedere che la detta ipotesi può essere accolta come sufficientemente esatta, sotto ipotesi assai larghe.

La risposta è diversa dal punto di vista della matematica teorica, che interessa il calcolo delle probabilità. Qui la trattazione del problema porta all'esame di una certa equazione integrale, che viene discussa nei casi più semplici e più vicini alla questione concreta; mentre il caso generale viene lasciato per ulteriori ricerche. Ove queste venissero esaurite, si avrebbe il modo di precisare le condizioni necessarie e

sufficienti sotto le quali sussiste la permanenza della legge esponenziale degli errori, completando così una nota proposizione del calcolo delle probabilità.

L'importanza, per la statistica matematica, del problema esaminato, l'acume della critica e la elevatezza dei metodi impiegati dal dott. Cantelli per approfondirne lo studio, rendono, a nostro parere, il lavoro degno di essere inserito nelle Memorie Accademiche.

Roma, gennaio 1918.

Sullo schema lexiano della dispersione ipernormale.

Memoria di F. P. CANTELLI.

1. È noto come, seguendo lo schema di W. Lexis, si soglia giustificare una distribuzione *tipica*, con *dispersione ipernormale*, di certi rapporti statistici.

In questo scritto faccio alcune considerazioni che ritengo siano complementi necessari a quanto è stato detto intorno all' indicato argomento.

2. Ricordo ciò che, essenzialmente, può servire in seguito, rimandando ai lavori citati per maggiori informazioni.

Comincio con l'accennare brevemente allo schema di Lexis e alla questione di cui qui mi occupo.

Supponiamo che la probabilità di estrarre palla bianca da una certa urna, contenente palle bianche e nere, sia p_1. Fatte s estrazioni successive, rimettendo, dopo ogni estrazione, la palla nell'urna, sia stato osservato che la palla bianca si sia presentata m_1 volte. Consideriamo la frequenza m_1/s.

Ora, si supponga che, da ciascuna di n urne, per le quali le probabilità di estrarre palla bianca siano rispettivamente

$$p_1\,, p_2\,, \cdots, p_n\,, \tag{1}$$

si faccia una serie di s estrazioni. Saranno da considerare le frequenze

$$\frac{m_1}{s}, \frac{m_2}{s}, \ldots, \frac{m_n}{s} \tag{2}$$

che corrispondono, rispettivamente, alle probabilità sopra indicate.

Nel caso

$$p_1 = p_2 = \cdots = p_n = p \tag{3}$$

è noto che i rapporti (2) si distribuiscono intorno a p, approssimativamente, secondo la legge normale degli errori accidentali con un errore medio eguale a $\sqrt{pq/s}$, dove $q = 1 - p$, e che si può contare su di una approssimazione maggiore al crescere di s.

Il caso indicato, per cui le n urne possono farsi coincidere con una sola di esse, è quello che caratterizza la *dispersione normale* dei rapporti (2).

Se le probabilità (1) sono diverse, poniamo

(4) $$p = \frac{p_1 + p_2 + \cdots + p_n}{n}$$

e consideriamo la frequenza *generica* m/s che nelle prove eseguite ha assunto i valori (2).

Il valore medio del quadrato dello scarto

(5) $$p - \frac{m}{s}$$

risulta, nello schema lexiano indicato, maggiore di pq/s. Ciò equivale a dire che esso caratterizza una *dispersione ipernormale* dei rapporti (2).

In quanto, poi, alla legge di distribuzione degli scarti (5) è chiaro che essa dipenderà anche dalla legge di distribuzione delle probabilità (1) intorno alla loro media p.

È pur noto che

(6) $$p_0 = \frac{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}{ns}$$

fornisce un valore approssimato di p e che l'approssimazione, sulla quale si può contare, cresce col crescere di ns.

Ora, nello schema lexiano, interessa una soluzione del seguente problema:

« Supposti noti i rapporti (2) e ignote le probabilità (1), osservato che i « rapporti (2) si distribuiscono *tipicamente*, ossia *presso a poco secondo la legge* « *normale degli errori accidentali*, intorno a p_0, indicare con quale legge di distri- « buzione degli scarti $p - p_i$ è compatibile la legge di distribuzione osservata ».

3. W. Lexis facendo, sul riguardo, delle considerazioni non soddisfacenti, pervenne alle conclusioni [1] che appresso specifico:

a) Il valor medio di $(p - m/s)^2$ è dato da

(7) $$\frac{pq}{s} + \frac{\sum_i (p - p_i)^2}{n} \quad , \quad q = 1 - p \, .$$

b) Se i rapporti (2) si distribuiscono tipicamente intorno a p_0, con dispersione ipernormale, ciò significa che anche le probabilità p_i si distribuiscono tipicamente intorno a p.

[1] W. Lexis, *Ueber die Theorie der Stabilität Statisticher Reihen* [Conrad's Jahrbüchern, Bd. XXXII, pag. 60 e seguenti, Jena, 1879]; F. Oltramare, *Statistique* (d'après l'article allemand de L. von Bortkievictz) [Encyclopédie des Sciences Mathématiques pures et appliquées, tome I, vol. IV, fasc. 3], pp. 462-467.

L. von Bortkievictz rilevando la mancanza di rigore nel ragionamento di Lexis per pervenire alla proposizione *a*), ha indicato ([2]) il valore medio esatto di $(p - m/s)^2$; esso è

$$\frac{pq}{s} + \frac{s-1}{s} \frac{\sum_i (p - p_i)^2}{n} \tag{8}$$

onde, nello schema di Lexis, si ha per approssimazione

$$\frac{\sum_i \left(p_0 - \frac{m_i}{s}\right)^2}{n} = \frac{p_0 q_0}{s} + \frac{s-1}{s} \mu, \tag{9}$$

avendo posto

$$\frac{\sum_i (p - p_i)^2}{n} = \mu. \tag{10}$$

Ne segue, per il cosiddetto *coefficiente di dispersione* Q_0, calcolabile per mezzo dei valori osservati, che si ha approssimativamente (*)

$$Q_0^2 = \frac{\sum_i \left(p_0 - \frac{m_i}{s}\right)^2}{n} : \frac{p_0 q_0}{s} = 1 + (s-1) \frac{\mu}{p_0 q_0}. \tag{11}$$

L'approssimazione sulla quale si può contare cresce col crescere di n e di s.

Fermiamoci un momento sulla (11).

Se è $\mu = 0$, ossia $p_1 = p_2 = \cdots = p_n = p$, caso della *dispersione normale*, Q_0 deve risultare presso a poco eguale all'unità. Se invece è $\mu > 0$, caso della *dispersione ipernormale* nello schema lexiano, Q_0 deve, in generale, crescere col crescere di s.

Lexis rilevando appunto, da certe osservazioni statistiche, che Q_0 cresceva col crescere di s fu condotto a proporre il suo schema.

Veniamo alla proposizione *b*). Sembra che essa sia stata accettata senza ulteriori discussioni, ma enunciata per il caso particolare di grandezze statistiche intensive, le sole considerate in questo scritto, è stata anche enunciata per il caso più generale di grandezze statistiche estensive ([3]).

Sta di fatto, però, che tanto le considerazioni di Lexis quanto quelle di E. Czuber ([4]) giustificherebbero, come si vedrà appresso, anche prescindendo da una

([2]) L. von Bortkievictz, *Das Gesetz der kleinen Zahlen* [Teubner, Leipzig, 1898], pp. 29-30.

(*) Trascuro, nel secondo membro della (11), il fattore $n/(n-1)$ che suole comunemente applicarsi.

([3]) Cfr. Costantino Bresciani, *Appunti sulla teoria della distribuzione di frequenze* [Giornale degli Economisti, vol. XXXVIII, serie 2ª, Roma, giugno 1909], pag. 745, caso *a*).

([4]) E. Czuber, *Warscheinlichkeitsrechnung*, vol. II [Teubner, Leipzig und Berlin, 1910], pag. 42.

obbiezione che sarà messa in rilievo, una proposizione diversa dalla *b*), per quanto anche essa importante, e il cui enunciato è il seguente:

c) Nello schema lexiano, se le probabilità p_i si distribuiscono tipicamente intorno a p, anche i rapporti osservati m_i/s si distribuiscono tipicamente intorno a p_0.

4. Accenno alla dimostrazione di E. Czuber, la quale non sembra che aggiunga molto alle idee di Lexis.

Si cominci dall'osservare, con riferimento allo schema del n. 2, che il valore che può assumere il rapporto generico m/s dipende dall' urna dalla quale si fanno le s estrazioni, cioè dal valore di p_i, e dipende anche dal valore che, facendo s estrazioni dell' urna considerata, assume la frequenza della palla bianca.

Si può dire che i valori della variabile m dipendono da due indici variabili i e α: il primo indice si riferisce all' urna dalla quale si eseguono le estrazioni, il secondo indice al valore che può assumere la frequenza della palla bianca nell'urna considerata.

Se sono, rispettivamente, $\mathfrak{M}_i$, $\mathfrak{M}_\alpha$, $\mathfrak{M}_{i,\alpha}$ i simboli di *valore medio* in corrispondenza della variabilità dell' indice i, dell' indice α e dei due indici i e α, si ha ovviamente

$$(12)\qquad \begin{gathered} \mathfrak{M}_i\, p_i = p \quad , \quad \mathfrak{M}_\alpha \frac{m_{i,\alpha}}{s} = p_i \, , \\ \mathfrak{M}_{i,\alpha} \frac{m_{i,\alpha}}{s} = \mathfrak{M}_i \left(\mathfrak{M}_\alpha \frac{m_{i,\alpha}}{s} \right) = \mathfrak{M}_i\, p_i = p \end{gathered}$$

e perciò, quando si ponga

$$(13)\qquad p - \frac{m_{i,\alpha}}{s} = (p - p_i) + \left(p_i - \frac{m_{i,\alpha}}{s} \right),$$

si deduce agevolmente

$$(14)\qquad \mathfrak{M}_{i,\alpha} \left(p - \frac{m_{i,\alpha}}{s} \right) = 0$$

perchè è

$$(15)\quad \mathfrak{M}_{i,\alpha}(p - p_i) = \mathfrak{M}_i(p - p_i) = 0 \;,\; \mathfrak{M}_{i,\alpha}\left(p_i - \frac{m_{i,\alpha}}{s} \right) = \mathfrak{M}_i(p_i - p_i) = 0 \, .$$

È noto, ed è stato implicitamente già detto, che, fissata l' urna, la probabilità di uno scarto assegnato della frequenza della palla bianca dalla probabilità p_i, corrispondente all' urna stessa, è fornita, per approssimazione, dalla probabilità che compete allo scarto considerato come errore accidentale d'osservazione.

Ora lo Czuber, considerando la (13), osserva che se anche la variabile $p - p_i$ è di natura accidentale, si può concludere che la variabile somma $p - m_{i,\alpha}/s$ deve seguire presso a poco la legge normale degli errori accidentali.

Questa affermazione egli basa sul seguente noto teorema, al quale fa esplicito riferimento.

« Se X e Y sono due variabili casuali *indipendenti*, che seguono la legge « normale degli errori accidentali, anche la variabile casuale $Z = X + Y$ segue la

« legge medesima con un errore medio dato da

$$\sqrt{\mathfrak{M} Z^2} = \sqrt{\mathfrak{M} X^2 + \mathfrak{M} Y^2} \quad (16)$$ »

in cui $\mathfrak{M}$ rappresenta il simbolo di valore medio.

Una tale dimostrazione va soggetta alla principale obbiezione che le variabili $p - p_i$ e $p_i - m_{i,\alpha}/s$ non sono *indipendenti*, poichè la probabilità che $p_i - m_{i,\alpha}/s$ assuma un determinato valore è diversa a seconda dei valori che può assumere $p - p_i$.

5. Nei numeri seguenti provo di evitare la precedente obbiezione pur cercando di usufruire, nella giustificazione della proposizione c), del teorema sulla conservazione della legge normale degli errori sopra ricordato.

A tanto si riesce, come si vedrà, se può giustificarsi la sostituzione della variabile

$$\lambda_1 = (p - p_i) + \sqrt{\frac{pq}{p_i q_i}} \left(p_i - \frac{m_{i,\alpha}}{s}\right) \quad (17)$$

alla variabile, che effettivamente dovrebbe essere considerata,

$$\lambda_2 = (p - p_i) + \left(p_i - \frac{m_{i,\alpha}}{s}\right). \quad (18)$$

La (17) può ovviamente scriversi

$$\lambda_1 = \lambda_2 + \left(\sqrt{\frac{pq}{p_i q_i}} - 1\right) \left(p_i - \frac{m_{i,\alpha}}{s}\right) \quad (19)$$

e si ha, come è facile vedere,

$$\mathfrak{M}_{i,\alpha} \lambda_1 = \mathfrak{M}_{i,\alpha} \lambda_2 = \mathfrak{M}_{i,\alpha} (\lambda_2 - \lambda_1) = 0. \quad (20)$$

Ora, agli effetti pratici, può giustificarsi la sostituzione della variabile λ_1 alla variabile λ_2 se il rapporto

$$\mathfrak{M}_{i,\alpha} \left[\left(\sqrt{\frac{pq}{p_i q_i}} - 1\right) \left(p_i - \frac{m_{i,\alpha}}{s}\right)\right]^2 : \mathfrak{M}_{i,\alpha} \lambda_2^2 \quad (21)$$

è sufficientemente piccolo. In altri termini si può dire che, nei limiti di approssimazione di cui possiamo contentarci, l'insieme dei valori che può assumere la seconda variabile del secondo membro della (19) ha influenza trascurabile sull'insieme dei valori che può assumere la variabile λ_2, quante volte ciò sia giustificato dalla piccolezza del rapporto (21).

6. Basta valutare un confine superiore del rapporto (21). A tale scopo cominciamo dal valutare un confine superiore del primo termine del rapporto stesso.

Si ha

$$\mathfrak{M}_{i,\alpha}\left[\left(\sqrt{\frac{pq}{p_i q_i}}-1\right)\left(p_i-\frac{m_{i,\alpha}}{s}\right)\right]^2 = \mathfrak{M}_i\left[\left(\sqrt{\frac{pq}{p_i q_i}}-1\right)^2\frac{p_i q_i}{s}\right]= \tag{22}$$
$$=\frac{pq}{s}\,\mathfrak{M}_i\left(1-\sqrt{\frac{p_i q_i}{pq}}\right)^2=\frac{pq}{s}\,\mathfrak{M}_i\left(1+\frac{p_i q_i}{pq}-2\sqrt{\frac{p_i q_i}{pq}}\right)$$

ed essendo identicamente

$$p_i q_i = pq + (q-p)(p_i-p)-(p_i-p)^2\,, \tag{23}$$

e perciò

$$\mathfrak{M}_i p_i q_i = pq - \mathfrak{M}_i(p_i-p)^2 = pq-\mu\,, \tag{24}$$

si può anche scrivere

$$\mathfrak{M}_{i,\alpha}\left[\left(\sqrt{\frac{pq}{p_i q_i}}-1\right)\left(p_i-\frac{m_{i,\alpha}}{s}\right)\right]^2=\frac{pq}{s}\left(2-\frac{\mu}{pq}-2\,\mathfrak{M}_i\sqrt{\frac{p_i q_i}{pq}}\right). \tag{25}$$

L'espressione che figura al secondo membro della (25) è certamente positiva perchè è positiva quella del primo membro; per tanto si eleverà il suo valore se al posto della variabile $\sqrt{p_i q_i/pq}$ si mette una variabile suscettibile di assumere valori positivi più piccoli.

A tale scopo si consideri che, tranne il caso particolare $q=p$, il rapporto $p_i q_i/pq$, fornito dalla (23), può assumere anche valori superiori all'unità e che, pei valori dell'indice i per cui è $p_i q_i < pq$, si ha

$$\sqrt{\frac{p_i q_i}{pq}} > \frac{p_i q_i}{pq} = 1+\frac{q-p}{pq}(p_i-p)-\frac{(p_i-p)^2}{pq} \tag{26}$$

mentre, pei valori dell'indice i per cui è $p_i q_i \geq pq$, si ha

$$\sqrt{\frac{p_i q_i}{pq}} \geq 1 > 1-\frac{(p_i-p)^2}{pq}. \tag{27}$$

In ogni caso, dunque, compreso quello in cui è $q=p$, si può scrivere

$$\sqrt{\frac{p_i q_i}{pq}} \geq 1-\frac{|q-p|}{pq}|p_i-p|-\frac{(p_i-p)^2}{pq} \tag{28}$$

e poichè, per una nota proposizione sui valori medî, si ha

$$\mathfrak{M}_i|p_i-p| \leq \sqrt{\mathfrak{M}_i(p_i-p)^2}=\sqrt{\mu} \tag{29}$$

si può anche scrivere

$$\mathfrak{M}_i\sqrt{\frac{p_i q_i}{pq}} \geq 1-\frac{|q-p|}{pq}\sqrt{\mu}-\frac{\mu}{pq}. \tag{30}$$

In conclusione, tenuta presente la (30), si può scrivere, invece della (25),

$$\mathfrak{M}_{i,\alpha}\left[\left(\sqrt{\frac{pq}{p_i q_i}}-1\right)\left(p_i-\frac{m_{i,\alpha}}{s}\right)\right]^2 \leq \frac{pq}{s}\left(\frac{\mu}{pq}+2|q-p|\frac{\sqrt{\mu}}{pq}\right) \tag{31}$$

e poichè, come si è detto, si ha

$$\mathfrak{M}_{i,\alpha}\,\lambda_2^2=\frac{pq}{s}+\frac{s-1}{s}\mu\,, \tag{32}$$

risulta che un confine superiore del rapporto (21) è dato da

$$\frac{\dfrac{\mu}{pq}+2|q-p|\dfrac{\sqrt{\mu}}{pq}}{1+(s-1)\dfrac{\mu}{pq}} \tag{33}$$

e, con maggior ragione, da

$$\frac{\mu}{pq}+2|q-p|\frac{\sqrt{\mu}}{pq}\,. \tag{34}$$

7. In effetti lo schema lexiano serve a far luce sul modo di comportarsi di certi rapporti statistici. Per tanto, in realtà, nei casi in cui si presupponga la validità dello schema indicato, è da basare ogni argomentazione sui rapporti osservati (2); in altri termini, nella questione di cui ci occupiamo, sono da supporre noti, nello schema lexiano, i valori p_0 e Q_0 e ignoti i valori p e μ.

Sarà dunque da determinare, per approssimazione, il valore della (34), per mezzo dei valori osservati.

Poichè la (11) permette di asserire che si ha approssimativamente (*)

$$\frac{\mu}{pq}=\frac{\mu}{p_0 q_0}=\frac{Q_0^2-1}{s-1} \tag{35}$$

da cui

$$\frac{\sqrt{\mu}}{pq}=\frac{\sqrt{\mu}}{p_0 q_0}=\sqrt{\frac{Q_0^2-1}{p_0 q_0 (s-1)}}\,, \tag{36}$$

si può dire che la (34) è data approssimativamente da

$$\frac{Q_0^2-1}{s-1}+2|q_0-p_0|\sqrt{\frac{Q_0^2-1}{p_0 q_0(s-1)}}\,. \tag{37}$$

Quante volte la (37) fornisca un numero sufficientemente piccolo, potrà essere giustificata la sostituzione della variabile λ_1 alla variabile λ_2.

(*) In questo caso, come in quelli che seguiranno, trascuro, per semplicità, di determinare l'errore medio dei valori empirici considerati; la sua determinazione, fatta per approssimazione, non presenta difficoltà speciali.

8. La considerazione della variabile

$$(38) \qquad \lambda_1 = (p - p_i) + \sqrt{\frac{pq}{p_i q_i}} \left(p_i - \frac{m_{i,\alpha}}{s}\right),$$

invece della variabile

$$(39) \qquad \lambda_2 = (p - p_i) + \left(p_i - \frac{m_{i,\alpha}}{s}\right),$$

permette di evitare la obbiezione fatta alla fine del n. 4.

Infatti, la seconda delle variabili del secondo membro della (38) segue, approssimativamente, la legge normale degli errori d'osservazione con un errore medio costante, *qualunque sia il valore di* p_i, errore il cui quadrato è dato da

$$(40) \qquad \mathfrak{M}_\alpha \frac{pq}{p_i q_i} \left(p_i - \frac{m_{i,\alpha}}{s}\right)^2 = \frac{pq}{p_i q_i} \cdot \frac{p_i q_i}{s} = \frac{pq}{s}.$$

L'approssimazione accennata, sulla quale si può contare, cresce col crescere di s.

Ora le due variabili

$$(41) \qquad p - p_i \quad , \quad \sqrt{\frac{pq}{p_i q_i}} \left(p_i - \frac{m_{i,\alpha}}{s}\right)$$

possono considerarsi come indipendenti perchè, praticamente, la probabilità che la seconda variabile assuma un determinato valore è la stessa qualunque sia il valore assunto dalla prima variabile.

Se, dunque, anche la variabile $p - p_i$ segue una distribuzione tipica, l'applicazione del teorema sulla conservazione della legge degli errori accidentali d'osservazione può giustificare la proposizione *c*) o la proposizione che da essa si deduce:

d) Nello schema lexiano se i rapporti osservati m_i/s non si distribuiscono tipicamente, intorno alla loro media p_0, nemmeno le probabilità p_i seguono una tal distribuzione intorno alla loro media p.

È interessante esaminare qual'è il valore medio del quadrato della (38).

Poichè il valore medio, rispetto ai due indici i e α, del prodotto dei due termini del secondo membro della (38) risulta nullo, resta

$$(42) \qquad \mathfrak{M}_{i,\alpha} \lambda_1^2 = \mu + \frac{pq}{s}$$

ossia quel valore medio che Lexis aveva indicato, ma con riferimento alla variabile λ_2, senza mostrarne la genesi.

Ma dalla proposizione *c*) o *d*) non può dedursi ovviamente la proposizione *b*), la cui giustificazione può essere tentata con ulteriori indagini.

9. Interessa di esaminare come possa essere giustificata la proposizione *b*) di cui al n. 3.

Seguitando a considerare come praticamente legittima la sostituzione della variabile λ_1 alla λ_2, la giustificazione della proposizione *b*) sarà raggiunta se si potrà

dimostrare che, quante volte la variabile λ_1 segua approssimativamente la legge normale degli errori, la variabile $p - p_i$ non può seguire una legge sensibilmente diversa.

Sempre con riferimento alla variabile λ_1, esaminiamo se è vero il seguente teorema:

« Se X e Y sono due variabili casuali *indipendenti*, se le variabili Y e « $Z = X + Y$ seguono la legge normale degli errori, la variabile X non può seguire « una legge diversa ».

L'analisi di tale proposizione, sulla quale non mi risulta che altri si sia fermato, si riconduce facilmente al noto teorema di inversione di Fourier (5).

Si ha, per ipotesi,

$$\mathfrak{M}X = \mathfrak{M}Y = \mathfrak{M}Z = 0 \tag{43}$$

e ponendo

$$\mathfrak{M}X^2 = m \quad , \quad \mathfrak{M}Y^2 = n \, , \tag{44}$$

si può scrivere, poichè X e Y sono supposti indipendenti,

$$\mathfrak{M}Z^2 = m + n \, . \tag{45}$$

Cerchiamo il valore medio di $\cos \alpha(X + Y)$ in cui α è un parametro arbitrario.

Indicando con $\varphi(x)$ la legge di probabilità incognita, relativa alla variabile X, e essendo, per ipotesi,

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi n}} e^{-\frac{y^2}{2n}} \tag{46}$$

la legge di probabilità relativa alla variabile Y, il valore medio cercato è dato da

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} e^{-\frac{y^2}{2n}} \cos \alpha(x + y) \, dx \, dy. \tag{47}$$

D'altra parte, poichè la variabile $Z = X + Y$ segue, per ipotesi, la legge normale degli errori, lo stesso valore medio è dato da

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi(m + n)}} e^{-\frac{z^2}{2(m+n)}} \cos \alpha z \, dz = e^{-\frac{\alpha^2}{2}(m+n)} . \tag{48}$$

Dobbiamo scrivere che la (47) è eguale alla (48). Osservando che la (47) si riduce a

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) \cos \alpha x \, dx \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} e^{-\frac{y^2}{2n}} \cos \alpha y \, dy = e^{-\frac{\alpha^2}{2} n} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) \cos \alpha x \, dx \, , \tag{49}$$

(5) Cfr., sull'argomento, Poincaré, *Calcul des probabilités* [Gauthier-Villars, Paris, 1912], pag. 207 e segg.

la eguaglianza accennata può scriversi

$$(50)\qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \alpha x \, \varphi(x) \, dx = e^{-\frac{\alpha^2}{2} m}$$

che rappresenta l'equazione alla quale deve soddisfare la funzione $\varphi(x)$ incognita qualunque sia il valore del parametro α.

La (50) ammette sempre, come è noto, una e una sola soluzione continua la quale è fornita da

$$(51)\qquad \varphi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\alpha^2}{2} m} \cos \alpha x \, d\alpha = \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} e^{-\frac{x^2}{2m}} .$$

In conclusione si può dire che, in via d'approssimazione, alle condizioni indicate, può anche essere giustificata la proposizione b) del n. 3.

10. Le giustificazioni delle proposizioni c) o d) e della b), precedentemente indicate, partono dalla premessa che la variabile

$$(52)\qquad \lambda_1 = (p - p_i) + \left(\sqrt{\frac{pq}{p_i q_i}} - 1\right)\left(p_i - \frac{m_{i,\alpha}}{s}\right)$$

possa essere sostituita alla variabile, che realmente dovrebbe essere considerata,

$$(53)\qquad \lambda_2 = (p - p_i) + \left(p_i - \frac{m_{i,\alpha}}{s}\right) .$$

In altri termini, partono dalla premessa che la variabile λ_2 possa ridursi alla considerazione di una variabile che è somma di due variabili *indipendenti*, affinchè questa *indipendenza* permetta di potere richiamare il teorema sulla conservazione della legge normale degli errori e di dimostrare agevolmente la proposizione del numero precedente.

Ora sorge il dubbio che possa farsi a meno della sostituzione eseguita, che si possa, cioè, considerare direttamente la variabile λ_2 per giustificare le proposizioni c) o d) e b).

Un tale dubbio proviene dalla osservazione che potrebbero esser vere le proposizioni seguenti, di cui la prima giustificherebbe la proposizione c) e d) e l'altra la b).

1) « Se X è una variabile che segue la legge normale degli errori e Y un'altra « variabile che dipende dalla X in modo che, per ogni assegnato valore x di X, « segue pure la stessa legge con un errore medio $\sqrt{f(x)}$, che gode di certe carat- « teristiche analoghe a quelle presentate dalla corrispondente funzione nello schema « lexiano, cioè dalla

$$(54)\qquad \sqrt{\frac{p_i q_i}{s}} = \sqrt{\frac{1}{s}\left[pq + (q-p)\,x - x^2\right]} \quad , \quad x = p_i - p ,$$

« anche la variabile $Z = X + Y$ segue la legge indicata ».

2) « Se X è una variabile di valore medio nullo e Y una variabile che di-
« pende dalla prima in modo che, per ogni assegnato valore x di X, segue la legge
« normale degli errori con un errore medio $\sqrt{f(x)}$, che gode delle accennate carat-
« teristiche, e se la variabile $Z = X + Y$ segue la legge normale, anche la varia-
« bile X segue la legge indicata ».

L'analisi delle proposizioni indicate fa luce sulla interpretazione delle distribuzioni tipiche presentate da alcuni fenomeni collettivi come, in particolare, quelle per cui potrebbe esser valido lo schema lexiano.

Essa interessa il calcolo delle probabilità e se approfondita condurrebbe a rispondere a domande interessanti come, ad es., alla seguente:

Per la conservazione della legge normale degli errori accidentali, la *indipendenza* delle variabili è condizione necessaria? In altri termini: Se X e Y sono due variabili come quelle indicate nella proposizione 1), affinchè la variabile $Z = X + Y$ segua la legge normale degli errori è necessario che la $f(x)$ si riduca a una costante?

Limitandoci ad esaminare la questione in quanto possa avere attinenza con lo schema di Lexis, interessa mettere in evidenza alcune condizioni alle quali soddisfa la

$$f(x) = \frac{1}{s}[pq + (q - p)\,x - x^2] \quad , \quad x = p_i - p\,. \tag{55}$$

11. I valori estremi, tra cui può variare x, corrispondono a $p_i = 0$ e $p_i = 1$; onde la lunghezza del suo intervallo di variazione $(-p \; , \; +q)$ è eguale all'unità.

È facile vedere che la $f(x)$ cresce a destra del punto $x = -p$, nel quale si annulla, sino a raggiungere il suo massimo valore

$$\frac{pq}{s} + \frac{1}{4}\frac{(q-p)^2}{s} \tag{56}$$

nel punto $x = \frac{q-p}{2}$, a partire dal quale decresce sino ad annullarsi nel punto $x = q$.

Per la (55) è

$$\bar{f} = \mathfrak{M}f(x) = \frac{1}{s}(pq - \mathfrak{M}x^2) = \frac{1}{s}(pq - \mu) \tag{57}$$

e la $f(x)$, quando x varia da $-p$ a $+q$, comincia e finisce col mantenersi inferiore a $\bar{f}$.

La lunghezza complessiva dei due intervalli, per cui è

$$f(x) \leq \bar{f} - \varepsilon\,, \tag{58}$$

essendo ε un numero positivo opportunamente assegnato, è data da

$$1 - \sqrt{(q-p)^2 + 4\mu + 4s\varepsilon} \tag{59}$$

e quindi, approssimativamente, in base agli elementi osservati, da

$$(60) \qquad 1 - \sqrt{(q_0 - p_0)^2 + 4p_0 q_0 \frac{Q_0^2 - 1}{s - 1} + 4s\varepsilon}\,.$$

Si può dire, dunque, che, nello schema lexiano, la $f(x)$, considerata in *tutto* l'intervallo nel quale può vàriare x, è tale che finisce per mantenersi, a destra e a sinistra del suo valore massimo, inferiore a $\bar{f}$.

Ancora, la $f(x)$ è tale che, in *tutto* l'intervallo nel quale può variare x, e per valori sufficientemente grandi di s, si ha

$$(61) \qquad f(x) \leq \bar{f} + \mu - \varepsilon_1\,,$$

essendo ε_1 un numero positivo, convenientemente fissato, inferiore a μ.

Si ricava, infatti, tenendo presenti la (56) e la (57), che perchè la (61) sia soddisfatta è sufficiente che sia

$$(62) \qquad \frac{1}{4}\frac{(q-p)^2}{s} + \frac{\mu}{s} \leq \mu - \varepsilon_1$$

la quale, nello schema lexiano, è ovviamente verificata per valori sufficientemente grandi di s.

In base agli elementi osservati, la (62) deve essere sostituita dalla

$$(63) \qquad \frac{1}{4}(q_0 - p_0)^2 \leq p_0 q_0 (Q_0^2 - 1) - s\varepsilon_1\,.$$

Tuttavia per valori di s, non superiori a un certo limite, può esistere un intervallo della x per cui, fissato opportunamente un numero positivo ε_2, si abbia

$$(64) \qquad f(x) \geq \bar{f} + \mu + \varepsilon_2\,.$$

Tale caso si verifica quando è

$$(65) \qquad \frac{1}{4}\frac{(q-p)^2}{s} + \frac{\mu}{s} \geq \mu + \varepsilon_2$$

ineguaglianza che va sostituita, in base agli elementi osservati, dalla

$$(66) \qquad \frac{1}{4}(q_0 - p_0)^2 \geq p_0 q_0 (Q_0^2 - 1) + s\varepsilon_2\,.$$

L'intervallo per cui vale la (64) è dato da

$$(67) \qquad 2\sqrt{\frac{(q-p)^2}{4} - [(s-1)\mu + s\varepsilon_2]}$$

e quindi, per mezzo degli elementi osservati, da

$$(68) \qquad 2\sqrt{\frac{(q_0 - p_0)^2}{4} - p_0 q_0 (Q_0^2 - 1) - s\varepsilon_2}\,.$$

È praticamente irrilevante il caso in cui esista un valore $\bar{x}$ di x per cui sia

$$f(\bar{x}) = \bar{f} + \mu . \tag{69}$$

Questa eguaglianza verrebbe alterata aumentando o diminuendo di una sola unità il valore di s, con la qual cosa si rientrerebbe nei casi precedentemente esaminati, senza che possa praticamente risentirne la legge di distribuzione dei rapporti (2).

Nella considerazione delle proposizioni 1) e 2) ci riferiremo a funzioni positive $f(x)$ che soddisfano, in tutto o in parte, alle condizioni precedentemente accennate.

12. Poichè, effettivamente, nello schema lexiano, la variabile $x = p_i - p$ può assumere solamente valori di un intervallo limitato (a, b) di variabilità, vale la pena di esaminare, in primo luogo, quale legge di probabilità possa corrispondere alla variabile X, nel caso indicato e nell'ipotesi che la variabile Y, dipendente dalla X, e la variabile $Z = X + Y$ seguano la legge normale degli errori.

Se $\varphi(x)$ indica la legge di probabilità incognita, relativa alla X, e

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi f(x)}} e^{-\frac{y^2}{2f(x)}} \tag{70}$$

la legge di probabilità relativa alla Y, per ogni determinato valore x di X, il valore medio di $(X + Y)^2$ sarà espresso da

$$\int_a^b \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) \frac{1}{\sqrt{2\pi f(x)}} e^{-\frac{y^2}{2f(x)}} (x + y)^2 \, dx \, dy . \tag{71}$$

Ponendo, come al solito,

$$\mathfrak{M} X^2 = \mu \quad . \quad \mathfrak{M} f(\bar{x}) = \bar{f} \tag{72}$$

la (71) si riduce a

$$\mu + \bar{f} . \tag{73}$$

Analogamente il valore medio di

$$e^{\alpha(X+Y)} , \tag{74}$$

essendo α un parametro arbitrario, è dato da

$$\int_a^b \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) \frac{1}{\sqrt{2\pi f(x)}} e^{-\frac{y^2}{2f(x)}} e^{\alpha(x+y)} \, dx \, dy = \int_a^b \varphi(x) \, e^{\alpha x} \cdot e^{\frac{\alpha^2}{2} f(x)} \, dx . \tag{75}$$

D'altra parte, se $Z = X + Y$ segue la legge normale degli errori, lo stesso valore è dato da

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi(\mu + \bar{f})}} e^{-\frac{z^2}{2(\mu+\bar{f})}} e^{\alpha z} \, dz = e^{\frac{\alpha^2}{2}(\mu + \bar{f})} \tag{76}$$

e, pertanto, deve essere

$$\int_a^b \varphi(x)\, e^{\alpha x}\, e^{\frac{\alpha^2}{2} f(x)}\, dx = e^{\frac{\alpha^2}{2}(\mu + \bar{f})} \tag{77}$$

ossia

$$\int_a^b \varphi(x)\, e^{\alpha x}\, e^{\frac{\alpha^2}{2}[f(x) - \bar{f} - \mu]}\, dx = 1 \tag{78}$$

che rappresenta l'equazione alla quale deve soddisfare la funzione incognita $\varphi(x)$, qualunque sia il valore del parametro α.

Se si suppone che sia in tutto l'intervallo (a, b)

$$f(x) \leq \bar{f} + \mu - \varepsilon_1, \tag{79}$$

la (78) non ammette alcuna soluzione in $\varphi(x)$.

Si potrà, infatti, scrivere in quel caso

$$\int_a^b \varphi(x)\, e^{\alpha x}\, e^{\frac{\alpha^2}{2}[f(x) - \bar{f} - \mu]}\, dx \leq e^{-\frac{\alpha^2}{2}\varepsilon_1} \int_a^b \varphi(x)\, e^{\alpha x}\, dx \tag{80}$$

e, perciò, facendo crescere α, il primo membro della (78) tende a zero mentre dovrebbe essere costantemente eguale all'unità.

Se, invece, l'intervallo (a, b) ne comprende uno per cui si ha

$$f(x) \geq \bar{f} + \mu + \varepsilon_2 \tag{81}$$

è facile vedere che, facendo crescere α, il primo membro della (78) cresce pure indefinitamente.

Dunque, nelle condizioni in cui ci siamo posti, nessuna variabile casuale X risponde alla questione posta a principio di questo numero.

13. Se si suppone illimitato il campo di variabilità della X, la questione posta al principio del numero precedente conduce all'equazione

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x)\, e^{\alpha x}\, e^{\frac{\alpha^2}{2}[f(x) - \bar{f} - \mu]}\, dx = 1 \tag{82}$$

che dovrebbe essere verificata per qualunque valore di α.

Supposto, per ogni valore di x,

$$f(x) = \bar{f} \tag{83}$$

la (82) ammette una e una sola soluzione continua che è fornita, per il teorema di inversione di Fourier, da

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu}}\, e^{-\frac{x^2}{2\mu}}. \tag{84}$$

Questo caso, però, non interessa, perchè la (83) corrisponde alla *indipendenza* delle variabili X e Y, non supposta nella proposizione 2) del n. 10.

Per l'analisi della indicata proposizione bisogna supporre che $f(x)$ non sia una costante, e supporremo che sia una funzione soddisfacente alle condizioni di cui al n. 11.

Ora è chiaro che affinchè la proposizione 2) possa essere vera, è necessario che la (82) resti soddisfatta, per qualunque α, quando per $\varphi(x)$ si sostituisca la (84).

Effettuata tale sostituzione, si scinda l'integrale nei tre integrali corrispondenti ai limiti $(-\infty, -a)$, $(-a, a)$, (a, ∞), in cui a indica un valore di x tale che per $|x| \geq a$ sia

$$f(x) - \bar{f} \leq -\varepsilon .$$

È facile dimostrare allora che gli integrali corrispondenti ai limiti $(-\infty, -a)$, (a, ∞) tendono a zero col crescere di α. Se, poi, è, nell'intervallo $(-a, a)$,

$$f(x) - \bar{f} - \mu \leq -\varepsilon_1$$

anche l'integrale corrispondente tende a zero col crescere di α.

Quando, invece, si supponga che esista un intervallo in cui è

$$f(x) - \bar{f} - \mu \geq \varepsilon_2'$$

è facile vedere che l'integrale, corrispondente a questo intervallo, tende all'infinito col crescere di α e che, per tanto, lo stesso avviene del primo membro della (82).

In conclusione è falsa, nelle condizioni in cui ci siamo posti, la proposizione 2) del n. 10 e, per conseguenza, anche la proposizione 1).

Perciò le considerazioni fatte non permettono di evitare, nello schema lexiano, la sostituzione della variabile λ_1 alla variabile λ_2 che effettivamente dovrebbe essere considerata.

Tutto quanto precede sembra sufficiente a chiarire lo schema di Lexis.

Le altre considerazioni, di cui è cenno alla fine del n. 10, riguardano anche l'analisi della (82). Ora sotto condizioni, intorno alla $f(x)$, anche diverse da quelle considerate nella discussione qui fatta, può dimostrarsi che la (82) non può ammettere come soluzione la (84), ma l'analisi completa della (82) stessa è da desiderare.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali storiche e filologiche.*
Vol. V. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI. Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I-XXVI. (1892-1918). Fasc. 6°, Sem. 1°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XXVI. (1892-1917). Fasc. 12°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XII. Fasc. 9.
MEMORIE *della Classe di scienze morali; storiche e filologiche.* Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-6.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ERMANNO LOESCHER & C.° — *Roma, Torino* e *Firenze.*
ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

(Anno CCCXV 1918)

Serie Quinta — Volume XII — Fascicolo X.

LUIGI BIANCHI

RICERCHE SULLE CONGRUENZE DI SFERE E SUL ROTOLAMENTO DI SUPERFICIE APPLICABILI

SEP 2 5 1924

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1918

Ricerche sulle congruenze di sfere e sul rotolamento di superficie applicabili.

Memoria del Socio LUIGI BIANCHI

presentata durante le ferie accademiche del 1917

PREFAZIONE

Lo scopo principale che mi propongo colla pubblicazione della presente Memoria è di esporre in forma generale, e con formole di carattere invariantivo, la teoria degli inviluppi di sfere a due parametri, o congruenze di sfere; e l'altra, che se ne può considerare come un caso particolare, del rotolamento di superficie applicabili.

Allo sviluppo di questa teoria, iniziata da Ribaucour, si debbono molti dei progressi che la geometria infinitesimale ha potuto conseguire negli ultimi tempi, e mi è parso quindi opportuno raccoglierne i principali risultati, finora disseminati in numerose pubblicazioni, con una trattazione uniforme.

Definita la congruenza di sfere coll'assegnare le equazioni parametriche della superficie dei centri, ed il raggio R delle sfere in funzione di due parametri u, v, si trovano le formole che definiscono gli elementi delle due falde dell'inviluppo. Questi dipendono da due forme differenziali quadratiche, da riguardarsi qui come le due *forme quadratiche fondamentali* per le congruenze di sfere. La prima di queste, indicata con

$$E_0\, du^2 + 2F_0\, du\, dv + G_0\, dv^2\,,$$

non è altro che il ds_0^2 della superficie S_0 dei centri, diminuito del quadrato del differenziale primo del raggio R. La seconda, denotata con

$$\tau_{11}\, du^2 + 2\tau_{12}\, du\, dv + \tau_{22}\, dv^2\,,$$

è una combinazione lineare del differenziale secondo *covariante* di R

$$R_{11}\, du^2 + 2\, R_{12}\, du\, dv + R_{22}\, dv^2\,,$$

(calcolato rispetto al ds_0^2) e della seconda forma fondamentale

$$D\,du^2 + 2D'\,du\,dv + D''\,dv^2$$

della S_0; precisamente si ha

$$\tau_{11}\,du^2 + 2\tau_{12}\,du\,dv + \tau_{22}\,dv^2 =$$
$$= R_{11}\,du^2 + 2R_{12}\,du\,dv + R_{22}\,dv^2 \pm \sqrt{1 - \Delta_1 R}\,(D\,du^2 + 2D'\,du\,dv + D''\,dv^2),$$

il doppio segno riferendosi alle due falde dell'inviluppo.

Le formole che vengono così a stabilirsi si prestano assai bene, pel loro carattere invariantivo, allo studio di quella che indichiamo come *deformazione della congruenza di sfere*, quando cioè la superficie dei centri si deformi per flessione, seco trasportando invariabilmente le sfere. In tal caso, rimanendo fissi tutti gli altri elementi, variano D, D', D'', a nessun altro vincolo assoggettati che di soddisfare alle relative equazioni di Codazzi e Gauss, rispetto alle superficie dei centri.

Il rotolamento di superficie applicabili non è che un caso particolare della deformazione delle congruenze di sfere, quando si supponga che, in una configurazione iniziale, tutte le sfere passino per un punto O, ovvero siano tangenti ad un piano fisso π. In corrispondenza a questi due casi, si hanno le *superficie di rotolamento*, generate da un punto satellite O che accompagna invariabilmente la superficie rotolante S_0, ovvero gli *inviluppi di rotolamento*, superficie inviluppate da un piano satellite π, rigidamente trascinato da S_0 nel suo rotolamento. Si presentano qui due problemi fondamentali e cioè: data una superficie Σ, trovarne tutte le eventuali generazioni come superficie di rotolamento, ovvero come inviluppo di rotolamento. Non è *a priori* evidente che questi problemi di *roulettes* a due dimensioni debbano essere solubili per qualunque superficie Σ *con arbitrarietà dipendente da due funzioni arbitrarie*. Ma in effetto si prova che ogni superficie Σ determina infinite coppie (S_0, S) di superficie applicabili, dalle quali viene generata come superficie, o come inviluppo di rotolamento. La determinazione di queste infinite coppie (S_0, S) dipende, ogni volta, da un'equazione a derivate parziali del secondo ordine, affatto analogamente come la determinazione delle forme che assume una superficie per flessione, e i problemi ora confrontati possono dirsi dello stesso ordine di difficoltà. L'integrazione *completa* della accennata equazione, pel primo problema fondamentale del rotolamento, non sembra possibile coi mezzi attuali, che nel caso in cui la superficie assegnata di rotolamento sia un piano ovvero una sfera. In questo caso eleganti formole dovute al prof. Calò assegnano, in termini finiti, e dipendentemente da una funzione arbitraria di variabile complessa, le infinite coppie (S_0, S) di superficie applicabili, che dànno luogo a tutte le possibili generazioni del piano o della sfera come superficie di rotolamento. In altri casi, delle equazioni fondamentali pel rotolamento si possono assegnare integrali particolari, dipendenti da costanti arbitrarie; così p. e. per le generali superficie a linee di curvatura isoterme, o per le superficie a rappresentazione isoterma delle linee di curvatura.

Nella seconda parte della Memoria (§ 27 a 58) passo a trattare di una classe particolare di problemi sulla deformazione delle congruenze di sfere; sono questi

problemi nei quali si impone all'inviluppo di soddisfare, *in qualunque deformazione*, ad una determinata condizione geometrica. Appartengono a questa classe le mie ricerche del 1899 sulla inversione dei celebri teoremi di Guichard relativi alle deformate delle quadriche rotonde riportate nel Cap. XVII, vol. II delle *Lezioni*. Qui vengono riprese nuovamente colle formole generali della presente Memoria, le quali consentono una trattazione più simmetrica del problema, facendolo dipendere dalla compatibilità di notevoli sistemi di equazioni a derivate parziali del secondo ordine.

Passo quindi a trattare, dapprima in generale, delle *trasformazioni di Ribaucour* per congruenze di sfere sulle cui falde dell'inviluppo si corrispondono le linee di curvatura (congruenze di Ribaucour).

Le trasformazioni delle superficie a curvatura media o totale costante che nascono dalla inversione dei teoremi di Guichard appartengono a questa classe e vengono qui dette *trasformazioni di Ribaucour-Guichard*. Fra le trasformazioni di Ribaucour esse sono *caratterizzate* da ciò che fra le quattro funzioni trasformatrici ha luogo una particolare identità quadratica a coefficienti costanti. Questo mi porge occasione, sostituendo pei coefficienti valori costanti qualunque, di considerare una classe più estesa di superficie, fra le quali si trovano le superficie secondarie dei sistemi tripli ortogonali di Weingarten.

In fine riprendo, dal punto di vista della teoria del rotolamento, le importanti trasformazioni D_m di Darboux delle generali superficie isoterme. Queste sono trasformazioni di Ribaucour caratterizzate in un primo modo da ciò che le sfere della congruenza segnano coi loro punti di contatto una corrispondenza *conforme* fra le due falde dell'inviluppo. Ma un secondo modo di caratterizzarle, che è appunto quello qui adottato, dipende dalla proprietà esclusiva di queste congruenze che una conveniente deformazione della superficie dei centri riduce le sfere a passare per un punto. Le trasformazioni D_m dànno così, per ogni superficie isoterma, ∞^4 generazioni della superficie come superficie di rotolamento. Trovano qui posto (§§ 53, 56) le recenti ricerche del Calapso, dalle quali risulta che le congruenze di sfere ottenute da quelle conformi di Darboux per trasformazioni di Combescure dànno tutte e sole le congruenze di sfere, sulla cui superficie dei centri il sistema coniugato corrispondente alle linee di curvatura delle due falde focali è permanente in una deformazione finita. Infine un problema *duale* di rotolamento di quello relativo alla generazione delle superficie isoterme quali superficie di rotolamento, mi dà occasione di parlare della generazione delle superficie a rappresentazione isoterma delle linee di curvatura quali inviluppi di rotolamento. Si ha così per queste superficie una classe di trasformazioni (di Ribaucour), particolarmente studiate da Eisenhart, le *trasformazioni* E_m. Sono speciali trasformazioni E_m le trasformazioni di Ribaucour-Guichard per le superficie ad area minima, e le generali E_m si deducono del resto tutte da queste mediante trasformazioni di Combescure (¹).

(¹) Pei frequenti riferimenti alle mie *Lezioni di Geometria differenziale* (2ª edizione in tre volumi, Pisa, Spörri, 1902-1909) citerò soltanto il volume ed il paragrafo, o pagina.

PARTE PRIMA

Proprietà generali delle congruenze di sfere e del rotolamento di superficie applicabili.

§ 1.

Notazioni e formole fondamentali.

Consideriamo una doppia infinità di sfere, o come anche diremo una *congruenza di sfere*. Per definirla analiticamente assegneremo le coordinate rettangolari x, y, z del centro della sfera mobile ed il suo raggio R in funzione di due parametri essenziali u, v, e supporremo sempre in seguito che le quattro funzioni

$$x(u,v)\ ,\ y(u,v)\ ,\ z(u,v)\ ,\ R(u,v)$$

siano finite e continue insieme alle loro derivate prime e seconde, e a quelle di più alto ordine che occorra considerare. Supporremo inoltre che il centro (x, y, z) della sfera descriva una effettiva *superficie* S_0 (superficie dei centri), non una curva, e perciò la matrice

$$\left\| \begin{matrix} \frac{\partial x}{\partial u}, & \frac{\partial y}{\partial u}, & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v}, & \frac{\partial y}{\partial v}, & \frac{\partial z}{\partial v} \end{matrix} \right\|$$

abbia caratteristica 2. Denotando con X, Y, Z i coseni di direzione della normale alla S_0, introduciamo altresì le due forme quadratiche fondamentali di questa superficie

$$S dx^2\ ,\ -S dx\, dX\ \text{[1]},$$

che scriviamo per ora, per comodità di calcolo, colla notazione dei doppi indici

$$S\, dx^2 = a_{11}\, du^2 + 2a_{12}\, du\, dv + a_{22}\, dv^2 \tag{1}$$

$$-S\, dx\, dX = c_{11}\, du^2 + 2c_{12}\, du\, dv + c_{22}\, dv^2. \tag{2}$$

[1] Qui ed in seguito il segno S indica la somma di tre termini simili rispetto agli assi coordinati.

Ricordiamo che fra i coefficienti delle forme (1) e (2) sussiste in primo luogo l'equazione di Gauss:

$$(a)\qquad \frac{c_{11}\,c_{22}-c_{12}^2}{a_{11}\,a_{22}-a_{12}^2}=K_0\,,$$

dove K_0 è la curvatura della forma (1), o della superficie S_0, e sussistono inoltre le due equazioni di Codazzi:

$$(b)\qquad \left\{\begin{aligned} &\frac{\partial c_{11}}{\partial v}-\frac{\partial c_{12}}{\partial u}-\left\{ {12 \atop 1} \right\} c_{11}+\left[\left\{ {11 \atop 1} \right\}-\left\{ {12 \atop 2} \right\}\right] c_{12}+\left\{ {11 \atop 2} \right\} c_{22}=0\\ &\frac{\partial c_{22}}{\partial u}-\frac{\partial c_{12}}{\partial v}+\left\{ {22 \atop 1} \right\} c_{11}+\left[\left\{ {22 \atop 2} \right\}-\left\{ {12 \atop 1} \right\}\right] c_{12}-\left\{ {12 \atop 2} \right\} c_{22}=0\,, \end{aligned}\right.$$

i simboli $\left\{ {ih \atop l} \right\}$ di Christoffel (di seconda specie) essendo calcolati rispetto alla forma (1).

Occorre nel seguito tener presenti anche le formole fondamentali per le derivate seconde di x, y, z e per le derivate prime di X, Y, Z:

$$(A)\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial^2 x}{\partial u^2}&=\left\{ {11 \atop 1} \right\}\frac{\partial x}{\partial u}+\left\{ {11 \atop 2} \right\}\frac{\partial x}{\partial v}+c_{11}X\\ \frac{\partial^2 x}{\partial u\,\partial v}&=\left\{ {12 \atop 1} \right\}\frac{\partial x}{\partial u}+\left\{ {12 \atop 2} \right\}\frac{\partial x}{\partial v}+c_{12}X\\ \frac{\partial^2 x}{\partial v^2}&=\left\{ {22 \atop 1} \right\}\frac{\partial x}{\partial u}+\left\{ {22 \atop 2} \right\}\frac{\partial x}{\partial v}+c_{22}X \end{aligned}\right.$$

$$(B)\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial u}&=\frac{a_{12}\,c_{12}-a_{22}\,c_{11}}{a_{11}\,a_{22}-a_{12}^2}\,\frac{\partial x}{\partial u}+\frac{a_{12}\,c_{11}-a_{11}\,c_{12}}{a_{11}\,a_{22}-a_{12}^2}\,\frac{\partial x}{\partial v}\\ \frac{\partial X}{\partial v}&=\frac{a_{12}\,c_{22}-a_{22}\,c_{12}}{a_{11}\,a_{22}-a_{12}^2}\,\frac{\partial x}{\partial u}+\frac{a_{12}\,c_{12}-a_{11}\,c_{22}}{a_{11}\,a_{22}-a_{12}^2}\,\frac{\partial x}{\partial v}\,. \end{aligned}\right.$$

Colle notazioni delle derivate seconde covarianti, le (A) si compendiano nella scrittura

$$(A^*)\qquad x_{ik}=c_{ik}\,X\,,$$

e le (B), ponendo come di consueto

$$(3)\qquad A_{11}=\frac{a_{22}}{a_{11}\,a_{22}-a_{12}^2}\quad,\quad A_{12}=\frac{-a_{12}}{a_{11}\,a_{22}-a_{12}^2}\quad,\quad A_{22}=\frac{a_{11}}{a_{11}\,a_{22}-a_{12}^2}\,,$$

si pongono sotto la forma equivalente:

$$(B^*)\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial u}&=-\left\{(A_{11}\,c_{11}+A_{12}\,c_{12})\frac{\partial x}{\partial u}+(A_{21}\,c_{11}+A_{22}\,c_{12})\frac{\partial x}{\partial v}\right\}\\ \frac{\partial X}{\partial v}&=-\left\{(A_{11}\,c_{21}+A_{12}\,c_{22})\frac{\partial x}{\partial u}+(A_{21}\,c_{21}+A_{22}\,c_{22})\frac{\partial x}{\partial v}\right\}. \end{aligned}\right.$$

§ 2.

Le due falde dell'inviluppo.

Come per ogni doppia infinità di superficie, vi è luogo di domandare se esiste per la nostra congruenza di sfere un *inviluppo*. Per questo bisogna vedere se è possibile segnare sopra ogni sfera (u, v) della congruenza *un punto* P, in modo che la superficie Σ luogo di P tocchi in questo punto la sfera. Indicando con α, β, γ i coseni di direzione del raggio OP, diretto verso il centro, le coordinate ξ, η, ζ di P saranno date da

$$\xi = x - R\alpha \quad , \quad \eta = y - R\beta \quad , \quad \zeta = z - R\gamma , \tag{4}$$

e converrà quindi determinare α, β, γ in guisa che sussistano le relazioni

$$S\alpha \frac{\partial \xi}{\partial u} = 0 \quad , \quad S\alpha \frac{\partial \xi}{\partial v} = 0 , \tag{5}$$

le quali esprimono appunto che la normale alla superficie Σ, colle equazioni parametriche (4), coincide col raggio OP, e inoltre la relazione fra i coseni

$$S\alpha^2 = 1 . \tag{6}$$

Siccome di qui segue

$$S\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial u} = 0 \quad . \quad S\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial v} = 0 ,$$

e dalle (4) abbiamo

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial u} &= \frac{\partial x}{\partial u} - \alpha \frac{\partial R}{\partial u} - R \frac{\partial \alpha}{\partial u} \\ \frac{\partial \xi}{\partial v} &= \frac{\partial x}{\partial v} - \alpha \frac{\partial R}{\partial v} - R \frac{\partial \alpha}{\partial v} , \end{aligned} \right.$$

le (5) equivalgono alle altre

$$S\alpha \frac{\partial x}{\partial u} = \frac{\partial R}{\partial u} \quad , \quad S\alpha \frac{\partial x}{\partial v} = \frac{\partial R}{\partial v} . \tag{5*}$$

Per trarre i valori di α, β, γ da queste e dalla (6), si pongano sotto la forma

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha &= A \frac{\partial x}{\partial u} + B \frac{\partial x}{\partial v} + CX \\ \beta &= A \frac{\partial y}{\partial u} + B \frac{\partial y}{\partial v} + CY \\ \gamma &= A \frac{\partial z}{\partial u} + B \frac{\partial z}{\partial v} + CZ , \end{aligned} \right. \tag{7}$$

e si cerchino i valori delle nuove incognite A, B, C. Le (5*) dànno

$$(8)\qquad \begin{cases} a_{11}\,A + a_{12}\,B = \dfrac{\partial R}{\partial u} \\[2mm] a_{12}\,A + a_{22}\,B = \dfrac{\partial R}{\partial v}, \end{cases}$$

da cui risolvendo

$$(8^*)\qquad \begin{cases} A = A_{11}\dfrac{\partial R}{\partial u} + A_{12}\dfrac{\partial R}{\partial v} \\[2mm] B = A_{12}\dfrac{\partial R}{\partial u} + A_{22}\dfrac{\partial R}{\partial v}. \end{cases}$$

E siccome la (6) si scrive

$$a_{11}\,A^2 + 2a_{12}\,AB + a_{22}\,B^2 = 1 - C^2,$$

ovvero

$$(a_{11}A + a_{12}B)\,A + (a_{12}A + a_{22}B)\,B =$$
$$= A_{11}\left(\frac{\partial R}{\partial u}\right)^2 + 2A_{12}\frac{\partial R}{\partial u}\frac{\partial R}{\partial v} + A_{22}\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)^2 = 1 - C^2,$$

ne risulta

$$\Delta_1 R = 1 - C^2,$$

il parametro differenziale primo $\Delta_1 R$ essendo calcolato rispetto alla forma quadratica (1). Così abbiamo

$$(9)\qquad C = \pm\sqrt{1 - \Delta_1 R}$$

e sostituendo i valori di A, B, C nelle (7), otteniamo per le formole domandate

$$(10)\qquad \begin{cases} \alpha = \nabla(x, R) \pm \sqrt{1 - \Delta_1 R}\,.\,X \\ \beta = \nabla(y, R) \pm \sqrt{1 - \Delta_1 R}\,.\,Y \\ \gamma = \nabla(z, R) \pm \sqrt{1 - \Delta_1 R}\,.\,Z, \end{cases}$$

dove i parametri differenziali misti $\nabla(x, R)$, $\nabla(y, R)$, $\nabla(z, R)$ sono calcolati rispetto alla (1). Corrispondentemente le (4) diventano

$$(11)\qquad \begin{cases} \xi = x - R\,\Delta(x, R) \mp R\sqrt{1 - \Delta_1 R}\,.\,X \\ \eta = y - R\,\nabla(y, R) \mp R\sqrt{1 - \Delta_1 R}\,.\,Y \\ \zeta = z - R\,\nabla(z, R) \mp R\sqrt{1 - \Delta_1 R}\,.\,Z. \end{cases}$$

Il doppio segno in queste formole corrisponde alle due falde, in generale distinte, dell'inviluppo, che chiameremo $\Sigma, \overline{\Sigma}$. Queste saranno reali e distinte per $\Delta_1 R < 1$,

immaginarie coniugate se $\Delta_1 R > 1$ e reali coincidenti per $\Delta_1 R = 1$. In quest'ultimo caso sulla superficie S_0 dei centri le linee $R = \text{cost.}$ sono geodeticamente parallele, ed è precisamente R l'arco delle geodetiche ortogonali, contato a partire da una linea $R = \text{cost.}$

Distinguendo le due falde $\Sigma, \overline{\Sigma}$ dell'inviluppo e denotando le quantità relative alla seconda con un soprasegno, avremo

$$(10)^* \quad \begin{cases} \alpha = \nabla(x, R) + \sqrt{1 - \Delta_1 R} \,.\, X \\ \overline{\alpha} = \nabla(x, R) - \sqrt{1 - \Delta_1 R} \,.\, X \end{cases}$$

$$(11^*) \quad \begin{cases} \xi = x - R\nabla(x, R) - R\sqrt{1 - \Delta_1 R} \,.\, X \\ \overline{\xi} = x - R\nabla(x, R) + R\sqrt{1 - \Delta_1 R} \,.\, X \,, \text{ ecc.} \end{cases}$$

Nel seguito scriveremo sempre le sole formole relative alla prima falda Σ, avvertendo una volta per tutte che, per avere le corrispondenti della seconda falda $\overline{\Sigma}$, basterà cangiare dappertutto il segno del radicale $\sqrt{1 - \Delta_1 R}$ nell'opposto.

Osservando le formole

$$\frac{\overline{\xi} - \xi}{2} = R\sqrt{1 - \Delta_1 R} \,.\, X \quad , \quad \frac{\overline{\xi} + \xi}{2} = x - R\nabla(x_1 R) \,,$$

si vede che in generale: *L'inviluppo della congruenza di sfere consta di due falde* $\Sigma, \overline{\Sigma}$; *ogni sfera di centro* O *tocca le due falde in una coppia di punti* $P \equiv (\xi, \eta, \zeta)$, $\overline{P} \equiv (\overline{\xi}, \overline{\eta}, \overline{\zeta})$ (*corrispondenti*) *che sono simmetrici rispetto al piano tangente in* O *alla superficie* S_0 *luogo dei centri.*

Nel caso eccezionale $\Delta_1 R = 1$ le due falde $\Sigma, \overline{\Sigma}$ coincidono in una *evolvente* della superficie dei centri, e questa evolvente, data dalle formole

$$\xi = x - R\nabla(x, R) \,,$$

ha per normali le tangenti alle geodetiche ortogonali alle $R = \text{cost.}$ Aumentando R di una costante, si ha l'intera serie delle evolventi parallele.

Però questo caso $\Delta_1 R = 1$ s'intenderà nel seguito sempre escluso dai nostri calcoli, salvo quando si avverta il contrario.

§ 3.

Deformazione della congruenza di sfere. — Teoremi di Beltrami, Dupin e Malus.

Prendiamo la prima falda Σ dell'inviluppo e indichiamo con $\omega_1, \omega_2, \sigma$ gli angoli che la normale (α, β, γ) a Σ forma rispettivamente colle tangenti sulla superficie S_0 dei centri alle linee coordinate $v = \text{cost.}$, $u = \text{cost.}$ e colla normale

(X, Y, Z) alla S_0, onde avremo

$$\cos\omega_1 = S\frac{\alpha}{\sqrt{a_{11}}}\frac{\partial x}{\partial u}\quad,\quad \cos\omega_2 = S\frac{\alpha}{\sqrt{a_{22}}}\frac{\partial x}{\partial v}\quad,\quad \cos\sigma = S\,\alpha X\,,$$

indi dalle (10)

$$(12)\qquad \cos\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{a_{11}}}\frac{\partial R}{\partial u}\quad,\quad \cos\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{a_{22}}}\frac{\partial R}{\partial v}\quad,\quad \cos\sigma = \sqrt{1-\Delta_1 R}\,.$$

In queste formole entrano a destra elementi che dipendono soltanto dalla prima forma fondamentale (1) di S_0, e nulla affatto dalla seconda (2). Per ciò se la S_0, flessibile ed inestendibile, si deforma comunque, gli angoli $\omega_1, \omega_2, \sigma$ non variano, ossia il raggio OP che dal punto O di S_0 va al punto P, ove la sfera di centro O tocca Σ, rimane invariabilmente legato alla superficie S_0, e lo stesso accade naturalmente del suo simmetrico $O\overline{P}$ per la seconda falda $\overline{\Sigma}$. In altre parole: *Se la congruenza di sfere si deforma comunque (per flessione della superficie dei centri), i due punti* $P, \overline{P}$ *ove ciascuna sfera tocca rispettivamente le due falde dell'inviluppo, serbano sulla sfera stessa una posizione invariabile.*

In questo semplice risultato sono inclusi il teorema di Beltrami, relativo alla deformazione delle congruenze rettilinee normali, e quello di Dupin per la riflessione di siffatte congruenze.

Riguardo al primo, si osservi che se i raggi della congruenza emanano dai punti O di una superficie S_0 e sono normali, ciascuno in un punto P, ad una superficie Σ, le sfere descritte col centro in O e di raggio OP formano una congruenza di cui Σ è una delle falde dell'inviluppo, e la seconda $\overline{\Sigma}$ è descritta dal punto $\overline{P}$ simmetrico di P rispetto al piano tangente di S_0 in O. Ora quando S_0 si deforma per flessione, trasportando seco invariabilmente i raggi $OP, O\overline{P}$, questi formeranno sempre congruenze normali.

Dunque: la congruenza normale di raggi OP rimane sempre normale, comunque deformando la superficie di partenza dei raggi, ciò che è il teorema di Beltrami.

In secondo luogo, siccome i raggi $O\overline{P}$ sono quelli riflessi sulla superficie S_0 degli incidenti OP, così: la congruenza normale di raggi rimane normale dopo riflessione su qualunque superficie, e quindi anche dopo un numero arbitrario di tali riflessioni. Questo è il teorema di Dupin. Il teorema analogo per la rifrazione (Malus) segue anche con facilità dalle formole precedenti, ove si osservi che l'ultima delle (12) dà

$$(13)\qquad \operatorname{sen}\sigma = \sqrt{\Delta_1 R}\,.$$

E allora se alteriamo tutti i raggi delle sfere in *un rapporto costante* n, per la seconda congruenza di sfere coi raggi $R' = nR$, indicando con accenti le quantità relative, avremo dalla (13)

$$\operatorname{sen}\sigma' = \sqrt{\Delta_1 R'} = n\sqrt{\Delta_1 R}\,,$$

ossia $\frac{\operatorname{sen}\sigma'}{\operatorname{sen}\sigma}=n$. Poi dalle (10*) risulta

$$\alpha'=n\nabla(x\,,\mathrm{R})+\sqrt{1-n^2\Delta_1\mathrm{R}}\,.\,\mathrm{X}\,,$$

cioè

$$\alpha'=n\alpha+(\sqrt{1-n^2\operatorname{sen}^2\sigma}-n\cos\sigma)\,\mathrm{X}\,.$$

Queste formole dimostrano che i raggi OP, OP′ e la normale in O alla S_0 giacciono in un piano, e poichè $\frac{\operatorname{sen}\sigma'}{\operatorname{sen}\sigma}=n$, il raggio OP′ è il rifratto del raggio OP incidente su S_0, essendo n l'indice di rifrazione. Dunque: ogni congruenza rettilinea normale si conserva normale dopo rifrazione (Malus).

§ 4.

Formole per le derivate dei coseni α, β, γ.

Procediamo ora alla ricerca delle formole fondamentali che assegnano, in coordinate curvilinee qualunque u, v, gli elementi delle due falde $\Sigma, \overline{\Sigma}$ dell'inviluppo di sfere, nella qual cosa basterà eseguire i calcoli per la prima falda (§ 2). Conviene innanzi tutto calcolare le derivate rapporto ad u, v dei coseni α, β, γ dati dalle (10*) per mezzo delle formole (A), (B*) § 1, e osservando che per le derivate di $\nabla(x, \mathrm{R})$, $\Delta_1 \mathrm{R}$ valgono le formole seguenti [1]:

[1] In generale se rispetto ad una forma differenziale in n variabili $\sum_{r,s}^{1\dots n} a_{rs}\,dx_r\,dx_s$ si considera il parametro differenziale misto $\nabla(\mathrm{U}, \mathrm{V})$ di due funzioni arbitrarie

$$\nabla(\mathrm{U},\mathrm{V})=\sum_{r,s}^{1\dots n}\mathrm{A}_{rs}\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial x_r}\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x_s}\,,$$

dalle formole (a*) a pag. 349 del vol. II delle *Lezioni* si hanno le formole

$$\frac{\partial\nabla(\mathrm{U},\mathrm{V})}{\partial x_i}=\sum_{r,s}^{1\dots n}\mathrm{A}_{rs}\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x_s}\mathrm{U}_{ir}+\sum_{r,s}^{1\dots n}\mathrm{A}_{rs}\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial x_r}\mathrm{V}_{is}\,,$$

e per U = V

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\nabla_1\mathrm{U}}{\partial x_i}=\sum_{r,s}^{1\dots n}\mathrm{A}_{rs}\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial x_r}\mathrm{U}_{is}\,.$$

Le formole utilizzate nel testo seguono subito da queste generali e dalle (A*) § 1.

$$(14)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\nabla(x\,,\,\mathrm{R})}{\partial u} = (\mathrm{A}_{11}\,\mathrm{R}_{11} + \mathrm{A}_{21}\,\mathrm{R}_{12})\,\dfrac{\partial x}{\partial u} + (\mathrm{A}_{12}\,\mathrm{R}_{11} + \mathrm{A}_{22}\,\mathrm{R}_{12})\,\dfrac{\partial x}{\partial v} + \\ \qquad + \left\{\left(\mathrm{A}_{11}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial u} + \mathrm{A}_{21}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial v}\right) c_{11} + \left(\mathrm{A}_{12}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial u} + \mathrm{A}_{22}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial v}\right) c_{12} \right\} \mathrm{X}\,, \\ \dfrac{\partial\nabla(x\,,\,\mathrm{R})}{\partial v} = (\mathrm{A}_{11}\,\mathrm{R}_{21} + \mathrm{A}_{21}\,\mathrm{R}_{22})\,\dfrac{\partial x}{\partial u} + (\mathrm{A}_{12}\,\mathrm{R}_{21} + \mathrm{A}_{22}\,\mathrm{R}_{22})\,\dfrac{\partial x}{\partial v} + \\ \qquad + \left\{\left(\mathrm{A}_{11}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial u} + \mathrm{A}_{21}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial v}\right) c_{21} + \left(\mathrm{A}_{12}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial u} + \mathrm{A}_{22}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial v}\right) c_{22} \right\} \mathrm{X}\,, \end{cases}$$

$$(15)\quad \begin{cases} \dfrac{1}{2}\,\dfrac{\partial\Delta_1\mathrm{R}}{\partial u} = \left(\mathrm{A}_{11}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial u} + \mathrm{A}_{21}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial v}\right)\mathrm{R}_{11} + \left(\mathrm{A}_{12}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial u} + \mathrm{A}_{22}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial v}\right)\mathrm{R}_{12} \\ \dfrac{1}{2}\,\dfrac{\partial\nabla_1\mathrm{R}}{\partial v} = \left(\mathrm{A}_{11}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial u} + \mathrm{A}_{21}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial v}\right)\mathrm{R}_{21} + \left(\mathrm{A}_{21}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial u} + \mathrm{A}_{22}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial v}\right)\mathrm{R}_{22}\,, \end{cases}$$

dove $\mathrm{R}_{11}\,,\,\mathrm{R}_{12}\,,\,\mathrm{R}_{21}\,,\,\mathrm{R}_{22}$ significano le derivate secondo covarianti di R.

È chiaro che, eseguendo con queste formole le derivazioni delle (10*), avremo formole del tipo seguente

$$(16)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial\alpha}{\partial u} = \lambda\,\dfrac{\partial x}{\partial u} + \mu\,\dfrac{\partial x}{\partial v} + \nu\,\mathrm{X} \\ \dfrac{\partial\alpha}{\partial v} = \lambda'\,\dfrac{\partial x}{\partial u} + \mu'\,\dfrac{\partial x}{\partial v} + \nu'\mathrm{X}\,, \end{cases}$$

colle analoghe per gli altri due assi, i coefficienti $\lambda\,,\mu\,,\nu\ ;\ \lambda'\,,\mu'\,,\nu'$ rimanendo gli stessi pei tre assi. Resta a scriverne i valori effettivi, per la qual cosa introduciamo per brevità i tre nuovi coefficienti:

$$(17)\quad \tau_{11} = \mathrm{R}_{11} - c_{11}\sqrt{1-\Delta_1\mathrm{R}}\ ,\quad \tau_{12} = \tau_{21} = \mathrm{R}_{12} - c_{12}\sqrt{1-\Delta_1\mathrm{R}}\,,$$
$$\tau_{22} = \mathrm{R}_{22} - c_{22}\sqrt{1-\Delta_1\mathrm{R}}\,,$$

ed avremo

$$(18)\quad \begin{cases} \lambda = \mathrm{A}_{11}\,\tau_{11} + \mathrm{A}_{12}\,\tau_{12} \\ \mu = \mathrm{A}_{21}\,\tau_{11} + \mathrm{A}_{22}\,\tau_{12} \\ \nu = -\dfrac{1}{\sqrt{1-\Delta_1\mathrm{R}}}\left\{\left(\mathrm{A}_{11}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial u} + \mathrm{A}_{12}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial v}\right)\tau_{11} + \left(\mathrm{A}_{21}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial u} + \mathrm{A}_{22}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial v}\right)\tau_{12}\right\} \end{cases}$$

$$(18')\quad \begin{cases} \lambda' = \mathrm{A}_{11}\,\tau_{21} + \mathrm{A}_{22}\,\tau_{22} \\ \mu' = \mathrm{A}_{21}\,\tau_{21} + \mathrm{A}_{22}\,\tau_{22} \\ \nu' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-\Delta_1\mathrm{R}}}\left\{\left(\mathrm{A}_{11}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial u} + \mathrm{A}_{12}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial v}\right)\tau_{21} + \left(\mathrm{A}_{21}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial u} + \mathrm{A}_{22}\,\dfrac{\partial \mathrm{R}}{\partial v}\right)\tau_{22}\right\}. \end{cases}$$

§ 5.

Primo problema di deformazione.

Le formole ora stabilite possono subito applicarsi a due problemi di deformazione che conducono alle ben note *equazioni dell'applicabilità* cui soddisfano: 1°) la distanza di un punto variabile della superficie flessibile da un piano fisso nello spazio, 2°) la distanza da un punto fisso [1]; e d'altra parte essi collegano la teoria delle congruenze di sfere alle questioni del rotolamento che ci occuperanno fra breve.

Il primo dei due problemi accennati si enuncia:

Riconoscere se una data congruenza di sfere può deformarsi, per flessione della superficie dei centri S_0, *in guisa che, dopo la deformazione, le sfere vengano tutte a toccare un piano fisso* π.

Sia S la supposta configurazione della S_0, e siano D, D', D'' i valori che acquistano c_{11}, c_{12}, c_{22} per questa deformata S. Siccome nella configurazione S la falda Σ dell'inviluppo deve ridursi ad un piano, le sue normali debbono riuscire parallele, cioè α, β, γ ridursi a costanti, e viceversa se α, β, γ diventano costanti, la falda Σ si riduce ad un piano. È adunque necessario e sufficiente che si annullino, nella configurazione finale S, le derivate di α, β, γ, cioè per le (16) che diventino zero i sei coefficienti

$$\lambda, \mu, \nu \; ; \; \lambda', \mu', \nu' .$$

Dalle formole (18), (18') segue che ciò equivale all'annullarsi di $\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{22}$, quindi i valori D, D', D'' che debbono acquistare c_{11}, c_{12}, c_{22} sono pienamente fissati per le (17) dalle formole

$$\text{(19)} \qquad D = \frac{R_{11}}{\sqrt{1 - \Delta_1 R}} \quad , \quad D' = \frac{R_{12}}{\sqrt{1 - \Delta_1 R}} \quad , \quad D'' = \frac{R_{22}}{\sqrt{1 - \Delta_1 R}} .$$

Per la possibilità del problema non resta più altro da esprimere che questi valori di D, D', D'' soddisfano alla equazione (a) di Gauss ed alle (b) di Codazzi (§ 1). La prima diventa

$$\frac{R_{11} R_{22} - R_{12}^2}{(a_{11} a_{22} - a_{12}^2)(1 - \Delta_1 R)} = K_0 ,$$

ovvero

$$\text{(I)} \qquad \Delta_{22} R = K_0 (1 - \Delta_1 R) ,$$

che è appunto la *prima equazione dell'applicabilità* (*Lezioni*, loc. cit.). Ma, una volta soddisfatta questa, è facile verificare che i valori (19) di D, D', D'' soddisfe-

[1] *Lezioni*, vol. I, § 46.

ranno anche alle equazioni (*b*) di Codazzi. Questo discende dalle seguenti identità generali per le derivate seconde covarianti di una qualsiasi funzione $\Phi = \Phi(v\,, v)$:

$$
(20)\quad \left\{
\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi_{11}}{\partial v} - \frac{\partial \Phi_{12}}{\partial u} &= K_0\left(a_{12}\frac{\partial \Phi}{\partial u} - a_{11}\frac{\partial \Phi}{\partial v}\right) + \left\{\begin{matrix}12\\1\end{matrix}\right\}\Phi_{11} + \\
&\quad + \left[\left\{\begin{matrix}12\\2\end{matrix}\right\} - \left\{\begin{matrix}11\\1\end{matrix}\right\}\right]\Phi_{12} - \left\{\begin{matrix}11\\2\end{matrix}\right\}\Phi_{22} \\
\frac{\partial \Phi_{22}}{\partial u} - \frac{\partial \Phi_{12}}{\partial v} &= K_0\left(a_{12}\frac{\partial \Phi}{\partial v} - a_{22}\frac{\partial \Phi}{\partial u}\right) - \left\{\begin{matrix}22\\1\end{matrix}\right\}\Phi_{11} + \\
&\quad + \left[\left\{\begin{matrix}12\\1\end{matrix}\right\} - \left\{\begin{matrix}22\\2\end{matrix}\right\}\right]\Phi_{12} + \left\{\begin{matrix}12\\2\end{matrix}\right\}\Phi_{22}\ [1].
\end{aligned}
\right.
$$

Sostituendo nelle equazioni di Codazzi i valori (19) per c_{11}, c_{12}, c_{22} e tenendo conto di queste ultime identità, e della (1), cui per ipotesi soddisfa R, si verifica subito colle (15) § 4 che si ottengono due identità. Concludiamo quindi:

Condizione necessaria e sufficiente affinchè la congruenza di sfere sia deformabile in guisa che una delle falde focali si riduca ad un piano, è che il raggio $R = R(u\,, v)$ *delle sfere soddisfi alla prima equazione* (I) *dell'applicabilità, e la deformazione risulta pienamente determinata dalle formole* (19) [2].

Questo rappresenta, sotto altra forma, il ben noto risultato che, se R soddisfa la (I), esiste una deformata S della S_0 per la quale R rappresenta la distanza (algebrica) dei punti $(u\,, v)$ di S ad un piano fisso, ed anzi si sa che in tal caso: *la determinazione effettiva della* S *si compie con sole quadrature* (vol. I, § 109).

§ 6.

Secondo problema di deformazione.

In modo perfettamente simile trattiamo il secondo problema:

Quando è che la congruenza di sfere è deformabile in guisa che, a deformazione compiuta, le sfere vengano tutte e passare per un punto fisso?

[1] In generale per una forma differenziale in n variabili $u_1, u_2, \ldots, u_n$ e per una qualunque funzione Φ sussiste la formola

$$
\frac{\partial \Phi_{ik}}{\partial u_l} - \frac{\partial \Phi_{il}}{\partial u_k} = \sum_j \{ij\,, lk\}\frac{\partial R}{\partial u_j} + \sum_j \left\{\begin{matrix}il\\j\end{matrix}\right\} R_{jk} - \sum_j \left\{\begin{matrix}ik\\j\end{matrix}\right\} R_{jl}.
$$

Nel caso $n = 2$, ricordando le quattro espressioni della curvatura K_0 pei simboli a quattro indici di seconda specie (vol. I, pag. 77), si hanno le formole (20) del testo.

[2] Propriamente, secondo che si vuole ridurre ad un piano la prima o la seconda falda si hanno dalle (19) due soluzioni, che corrispondono a valori eguali e di segno contrario di D, D', D'', cioè a superficie deformate simmetriche l'una dell'altra.

Per questo dovrà una delle due falde dell'inviluppo, p. es. la prima Σ, ridursi ad un punto, indi dovranno dedursi a tre costanti i valori di

$$\xi = x - R\alpha \quad , \quad \eta = y - R\beta \quad , \quad \zeta = z - R\gamma \, .$$

Questo si esprime coll'annullarsi delle loro derivate, cioè per le formole dei paragrafi precedenti dalle equazioni

$$\begin{cases} \dfrac{\partial x}{\partial u} - R\left(\lambda \dfrac{\partial x}{\partial u} + \mu \dfrac{\partial x}{\partial v} + \nu X\right) - \dfrac{\partial R}{\partial u}\left(A \dfrac{\partial x}{\partial u} + B \dfrac{\partial x}{\partial v} + CX\right) = 0 \\ \dfrac{\partial x}{\partial v} - R\left(\lambda' \dfrac{\partial x}{\partial u} + \mu' \dfrac{\partial x}{\partial v} + \nu' X\right) - \dfrac{\partial R}{\partial v}\left(A \dfrac{\partial x}{\partial u} + B \dfrac{\partial x}{\partial v} + CX\right) = 0, \end{cases}$$

e analoghe per gli altri due assi.

In queste debbono dunque annullarsi separatamente i coefficienti di $\frac{\partial x}{\partial u}, \frac{\partial x}{\partial v}$ e quelli di X, il che dà in primo luogo le due coppie di equazioni

$$(21) \quad \begin{cases} R\lambda + A \dfrac{\partial R}{\partial u} = 1 \\ R\mu + B \dfrac{\partial R}{\partial u} = 0 \end{cases} \qquad (21') \quad \begin{cases} R\lambda' + A \dfrac{\partial R}{\partial v} = 0 \\ R\mu' + B \dfrac{\partial R}{\partial v} = 0 , \end{cases}$$

e in secondo luogo le altre

$$(22) \qquad R\nu + C \frac{\partial R}{\partial u} = 0 \quad , \quad R\nu' + C \frac{\partial R}{\partial v} = 0 \, .$$

Alle (21), (21′) possiamo sostituire le equazioni che se ne ottengono moltiplicando le due di ciascuna coppia prima per a_{11}, a_{12}, poi per a_{21}, a_{22} e ciascuna volta sommando. Ma siccome per le (8) § 2

$$a_{11} A + a_{12} B = \frac{\partial R}{\partial u} \quad , \quad a_{12} A + a_{22} B = \frac{\partial R}{\partial v} \, ,$$

mentre dalle (18), (18′) segue

$$(23) \quad \begin{cases} a_{11} \lambda + a_{21} \mu = \tau_{11} \quad , \quad a_{11} \lambda' + a_{21} \mu' = \tau_{12} \\ a_{12} \lambda + a_{22} \mu = \tau_{12} \quad , \quad a_{12} \lambda' + a_{22} \mu' = \tau_{22} \, , \end{cases}$$

vediamo che alle (21), (21′) equivalgono le tre relazioni seguenti:

$$(24) \quad R\tau_{11} = a_{11} - \left(\frac{\partial R}{\partial u}\right)^2 \, , \; R\tau_{12} = a_{12} - \frac{\partial R}{\partial u} \frac{\partial R}{\partial v} \, , \; R\tau_{22} = a_{22} - \left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)^2 .$$

Ma dopo ciò anche le (22) risultano soddisfatte a causa delle (18), (18′) e per essere $C = \sqrt{1 - \Delta_1 R}$.

Dalle (17) paragonate alle (24) seguono i valori D, D′, D″ che debbono assumere c_{11}, c_{12}, c_{22} come dati dalle formole

$$(25) \quad D = \frac{RR_{11} - \left[a_{11} - \left(\frac{\partial R}{\partial u}\right)^2\right]}{R\sqrt{1 - \Delta_1 R}}, \quad D' = \frac{RR_{12} - \left[a_{12} - \frac{\partial R}{\partial u}\frac{\partial R}{\partial v}\right]}{R\sqrt{1 - \Delta_1 R}},$$

$$D'' = \frac{RR_{22} - \left[a_{22} - \left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)^2\right]}{R\sqrt{1 - \Delta_1 R}},$$

le quali tengono, per il problema attuale, il luogo delle (19).

Come nel primo caso, non resta più altro che ricercare le condizioni cui deve soddisfare R affinchè i valori di D, D′, D″ dati dalle (25) verifichino l'equazione di Gauss e quelle di Codazzi. La prima, calcolata, diventa

$$(\mathrm{II}) \quad R^2 \Delta_{22} R - R\Delta_2 R + R \frac{\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)^2 R_{11} - 2\frac{\partial R}{\partial u}\frac{\partial R}{\partial v} R_{12} + \left(\frac{\partial R}{\partial u}\right)^2 R_{22}}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2} =$$

$$= (1 - \Delta_1 R)(K_0 R^2 - 1),$$

mentre quelle di Codazzi restano verificate con questa, come si constata con calcolo del tutto analogo a quello eseguito nel primo caso.

L'equazione (II) è *la seconda equazione dell'applicabilità*, cui soddisfa la distanza R dei punti della superficie da un punto fisso nello spazio (¹), onde concludiamo:

Condizione necessaria e sufficiente perchè esista una deformazione della congruenza di sfere, dopo la quale tutte le sfere passino per un punto fisso, è che il raggio R *soddisfi alla seconda equazione* (II) *dell'applicabilità.*

La configurazione S della superficie dei centri è intrinsecamente individuata dalle (25), ma questa volta, per costruirla effettivamente, occorrerà, in ordine ai teoremi generali, l'integrazione di un'equazione di Riccati.

Anche è da osservarsi che, in questa configurazione finale S, mentre la prima falda dell'inviluppo si riduce ad un punto O, la seconda si ottiene manifestamente assumendo la superficie *podare* di S rispetto ad O e raddoppiando i raggi vettori spiccati da O.

(¹) Nelle *Lezioni* [vol. I, pag. 147, formola (C)] essa appare sotto forma leggiermente diversa figurando qui il semiquadrato della distanza $\varrho = \frac{1}{2}R^2$.

§ 7.

Calcolo degli elementi dell'inviluppo.

Ritorniamo alle formole generali (18), (18') § 4 per dedurne gli elementi del secondo ordine delle due falde dell'inviluppo. Eseguiremo il calcolo per la prima falda Σ, bastando poi per la seconda $\overline{\Sigma}$ cangiare in tutte le formole il segno del radicale $\sqrt{1-\Delta_1 R}$ (cfr. § 4).

Introduciamo la *terza* forma fondamentale dell'inviluppo Σ, ponendo

$$S d\alpha^2 = e\,du^2 + 2f\,du\,dv + g\,dv^2,$$

e dalle (16) avremo intanto

$$\left\{\begin{aligned} e &= a_{11}\lambda^2 + 2a_{12}\lambda\mu + a_{22}\mu^2 + \nu^2 \\ f &= a_{11}\lambda\lambda' + a_{12}(\lambda\mu' + \mu\lambda') + a_{22}\mu\mu' \\ g &= a_{11}\lambda'^2 + 2a_{12}\lambda'\mu' + a_{22}\mu'^2 + \nu'^2, \end{aligned}\right.$$

formole che per le (23) possono scriversi:

$$\left\{\begin{aligned} e &= \tau_{11}\lambda + \tau_{12}\mu + \nu^2 \\ f &= \tau_{11}\lambda' + \tau_{12}\mu' + \nu\nu' = \tau_{12}\lambda + \tau_{22}\mu + \nu\nu' \\ g &= \tau_{12}\lambda' + \tau_{22}\mu' + \nu'^2. \end{aligned}\right.$$

Sostituendo in queste i valori effettivi (18), (18') di λ, μ, ν ; λ', μ', ν', otteniamo

$$\left\{\begin{aligned} e &= A_{11}\tau_{11}^2 + 2A_{12}\tau_{11}\tau_{12} + A_{22}\tau_{12}^2 + \frac{1}{1-\Delta_1 R}(A\tau_{11} + B\tau_{12})^2 \\ f &= A_{11}\tau_{11}\tau_{12} + A_{12}(\tau_{11}\tau_{22} + \tau_{12}^2) + A_{22}\tau_{12}\tau_{22} + \frac{(A\tau_{11} + B\tau_{12})(A\tau_{12} + B\tau_{22})}{1-\Delta_1 R} \\ g &= A_{11}\tau_{12}^2 + 2A_{12}\tau_{12}\tau_{22} + A_{22}\tau_{22}^2 + \frac{1}{1-\Delta_1 R}(A\tau_{12} + B\tau_{22})^2. \end{aligned}\right.$$

Ora se poniamo

$$(26)\qquad E_0 = a_{11} - \left(\frac{\partial R}{\partial u}\right)^2, \quad F_0 = a_{12} - \frac{\partial R}{\partial u}\frac{\partial R}{\partial v}, \quad G_0 = a_{22} - \left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)^2,$$

onde segue

$$E_0 G_0 - F_0^2 = (EG - F^2)(1 - \Delta_1 R), \tag{27}$$

le formole precedenti per e, f, g dopo semplici riduzioni diventano:

$$\left\{\begin{aligned} e &= \frac{G_0 \tau_{11}^2 - 2F_0 \tau_{11} \tau_{12} + E_0 \tau_{12}^2}{E_0 G_0 - F_0^2} \\ f &= \frac{G_0 \tau_{11} \tau_{12} - F_0(\tau_{11} \tau_{22} + \tau_{12}^2) + E_0 \tau_{12} \tau_{22}}{E_0 G_0 - F_0^2} \\ g &= \frac{G_0 \tau_{12}^2 - 2F_0 \tau_{12} \tau_{22} + E_0 \tau_{22}^2}{E_0 G_0 - F_0^2}, \end{aligned}\right. \tag{28}$$

e possono compendiarsi nella seguente

$$\left\{\begin{aligned} & e\,du^2 + 2f\,du\,dv + g\,dv^2 = \\ &= \frac{E_0(\tau_{12}du + \tau_{22}dv)^2 - 2F_0(\tau_{12}du + \tau_{22}dv)(\tau_{11}du + \tau_{12}dv) + G_0(\tau_{11}du + \tau_{12}dv)^2}{E_0 G_0 - F_0^2}. \end{aligned}\right. \tag{28*}$$

Ne risulta subito l'altra che importa notare

$$eg - f^2 = \frac{(E_0 G_0 - F_0^2)(\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2)^2}{(E_0 G_0 - F_0^2)^2},$$

ovvero

$$eg - f^2 = \frac{(\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2)^2}{E_0 G_0 - F_0^2}, \tag{29}$$

e si ha inoltre

$$e\tau_{22} - 2f\tau_{12} + g\tau_{11} = \frac{\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2}{E_0 G_0 - F_0^2}(E_0\tau_{22} - 2F_0\tau_{12} + G_0\tau_{11}). \tag{30}$$

Calcoliamo in fine i coefficienti della *seconda* forma fondamentale di Σ che indicheremo con $\Delta, \Delta', \Delta''$:

$$-S\,d\alpha\,d\xi = \Delta du^2 + 2\Delta' du\,dv + \Delta'' dv^2.$$

A causa di

$$d\xi = dx - R\,d\alpha - \alpha\,dR,$$

questa coincide con

$$RS\,d\alpha^2 - S\,dx\,d\alpha,$$

e risulta quindi

$$\Delta = Re - (a_{11}\lambda + a_{12}\mu), \quad \Delta' = Rf - (a_{12}\lambda + a_{22}\mu) = Rf - (a_{11}\lambda' + a_{12}\mu'),$$

$$\Delta'' = Rg - (a_{12}\lambda' + a_{22}\mu'),$$

che per le (23) assumono la forma definitiva

$$\Delta = Re - \tau_{11}, \quad \Delta' = Rf - \tau_{12}, \quad \Delta'' = Rg - \tau_{22}. \tag{31}$$

In tutte queste formole compariscono, come si vede, soltanto i coefficienti di due forme quadratiche differenziali, e cioè

$$(\alpha) \qquad E_0\, du^2 + 2F_0\, du\, dv + G_0\, dv^2 = S\, dx^2 - dR^2 ,$$

e l'altra

$$(\beta) \qquad \tau_{11}\, du^2 + 2\tau_{12}\, du\, dv + \tau_{22}\, dv^2 = R_{11}\, du^2 + 2R_{12}\, du\, dv +$$
$$+ R_{22}\, dv^2 - \sqrt{1 - \Delta_1 R}\, (c_{11}\, du^2 + 2c_{12}\, du\, dv + c_{22}\, dv^2) ,$$

le quali possono considerarsi come le forme quadratiche fondamentali per la congruenza di sfere, in riguardo alla prima falda dell'inviluppo.

Ambedue hanno manifestamente carattere invariantivo rispetto alle trasformazioni di coordinate curvilinee (u , v); inoltre la prima, nel caso nostro di falde reali per l'inviluppo ($\Delta_1 R < 1$), è manifestamente definita, perchè dalle (27) risulta

$$E_0 G_0 - F_0^2 > 0 .$$

§ 8.

Raggi principali r_1 , r_2 e linee di curvatura di Σ.

Calcoliamo ora i raggi principali di curvatura r_1 , r_2 e l'equazione differenziale delle linee di curvatura di Σ, escludendo naturalmente il caso che la Σ sia una sviluppabile, caso caratterizzato da $eg - f^2 = 0$, ossia $\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2 = 0$.

a) Supposto adunque $\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2 \neq 0$, calcoleremo r_1 , r_2 dalle formole (vol. I, pag. 154):

$$r_1 + r_2 = \frac{2f\Delta' - e\Delta'' - g\Delta}{eg - f^2}$$

$$r_1 r_2 = \frac{\Delta\Delta'' - \Delta'^2}{eg - f^2} .$$

Ora risulta dalle (31)

$$2f\Delta' - e\Delta'' - g\Delta = e\tau_{22} - 2f\tau_{12} + g\tau_{11} - 2R(eg - f^2)$$

$$\Delta\Delta'' - \Delta'^2 = R^2(eg - f^2) - R(e\tau_{22} - 2f\tau_{12} + g\tau_{11}) + \tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2 ,$$

indi

$$\begin{cases} r_1 + r_2 = \dfrac{e\tau_{22} - 2f\tau_{12} + g\tau_{11}}{eg - f^2} - 2R \\[2ex] r_1 r_2 = R^2 - R\,\dfrac{e\tau_{22} - 2f\tau_{12} + g\tau_{11}}{eg - f^2} + \dfrac{\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2}{eg - f^2} . \end{cases}$$

Osservando le (29), (30), queste assumono la forma finale:

$$\text{(III)}\quad \begin{cases} r_1 + r_2 = \dfrac{E_0\tau_{22} - 2F_0\tau_{12} + G_0\tau_{11}}{\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2} - 2R \\[2ex] r_1 r_2 = R^2 - R\,\dfrac{E_0\tau_{22} - 2F_0\tau_{12} + G_0\tau_{11}}{\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2} + \dfrac{E_0G_0 - F_0^2}{\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2}\,. \end{cases}$$

Si avverta che d'ora innanzi per la superficie dei centri, che indicheremo con S, riprenderemo le notazioni abituali

$$\begin{array}{lll} E\,,\,F\,,\,G & \text{per} & a_{11}\,,\,a_{12}\,,\,a_{22} \\ D\,,\,D'\,,\,D'' & \text{per} & c_{11}\,,\,c_{12}\,,\,c_{22}\,, \end{array}$$

onde il significato di E_0, F_0, G_0 ; τ_{11}, τ_{12}, τ_{22} in tutte queste formole sarà dato da:

$$(32)\quad \begin{cases} E_0 = E - \left(\dfrac{\partial R}{\partial u}\right)^2, \quad F_0 = F - \dfrac{\partial R}{\partial u}\dfrac{\partial R}{\partial v}, \quad G_0 = G - \left(\dfrac{\partial R}{\partial v}\right)^2 \\[2ex] \tau_{11} = R_{11} - \sqrt{1 - \Delta_1 R}\,.\,D\,, \quad \tau_{12} = R_{12} - \sqrt{1 - \Delta_1 R}\,.\,D'\,, \\ \qquad\qquad \tau_{22} = R_{22} - \sqrt{1 - \Delta_1 R}\,.\,D''. \end{cases}$$

b) L'equazione differenziale delle linee di curvatura sopra Σ si ottiene eguagliando a zero il Jacobiano della sua seconda e terza forma fondamentale, cioè si scrive

$$\begin{vmatrix} e\,du + f\,dv & f\,du + g\,dv \\ \Delta du + \Delta' dv & \Delta' du + \Delta'' dv \end{vmatrix} = 0\,,$$

ossia per le (31)

$$\begin{vmatrix} e\,du + f\,dv & f\,du + g\,dv \\ \tau_{11}du + \tau_{12}dv & \tau_{12}du + \tau_{22}dv \end{vmatrix} = 0\,.$$

Ma dalle formole (28) risulta:

$$\begin{cases} e\tau_{12} - f\tau_{11} = \dfrac{\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2}{E_0G_0 - F_0^2}(F_0\tau_{11} - E_0\tau_{12}) \\[2ex] e\tau_{22} - g\tau_{11} = \dfrac{\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2}{E_0F_0 - G_0^2}(G_0\tau_{11} - E_0\tau_{22}) \\[2ex] f\tau_{22} - g\tau_{12} = \dfrac{\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2}{E_0G_0 - F_0^2}(G_0\tau_{12} - F_0\tau_{22}) \end{cases}$$

e l'equazione differenziale delle linee di curvatura di Σ prende la forma definitiva

$$\text{(IV)}\quad \begin{vmatrix} E_0\,du + F_0\,dv & F_0\,du + G_0\,dv \\ \tau_{11}du + \tau_{12}dv & \tau_{12}du + \tau_{22}dv \end{vmatrix} = 0\,;$$

questo è il Jacobiano delle due forme quadratiche fondamentali della congruenza delle sfere eguagliato a zero.

In particolare, se si prendono a linee coordinate (u, v) sopra S quelle che corrispondono alle linee di curvatura di Σ, le due forme fondamentali saranno ridotte insieme a forma canonica, avremo cioè

$$F_0 = 0 \quad , \quad \tau_{12} = 0 ,$$

ossia simultaneamente

$$\frac{\partial R}{\partial u}\frac{\partial R}{\partial v} = F \quad , \quad R_{12} = \sqrt{1 - \Delta_1 R}\, D' . \tag{33}$$

Si vede quindi che per qualunque superficie S esistono infiniti sistemi curvilinei (u, v) pei quali hanno soluzioni comuni in R le due equazioni (33), rispettivamente del primo e del secondo ordine, e si ottengono tutti prendendo una qualunque congruenza di sfere coi centri distribuiti sopra S, quali sistemi corrispondenti alle linee di curvatura di una delle falde dell'inviluppo.

§ 9.

Congruenze di sfere di Ribaucour.

Fra le due falde $\Sigma, \overline{\Sigma}$ di un inviluppo di sfere è stabilita una corrispondenza di punto a punto, ove si riguardano come corrispondenti sopra $\Sigma, \overline{\Sigma}$ i due punti $P, \overline{P}$ in cui sono toccate dalla stessa sfera dell'inviluppo. Particolarmente importanti sono quelle congruenze di sfere in cui sopra $\Sigma, \overline{\Sigma}$ si corrispondono le linee di curvatura. Esse furono considerate da Ribaucour in relazione colla teoria dei *sistemi ciclici* [1]; e si diranno *congruenze di sfere di Ribaucour.*

Ora si domanda: come si riconosce dalle formole generali se la congruenza appartiene alla classe di Ribaucour? Bisogna per ciò che coincidano le due equazioni differenziali per le linee di curvatura sulle due falde, cioè le due equazioni

$$\begin{vmatrix} E_0\,du + F_0\,dv\ , & F_0\,du + G_0\,dv \\ R_{11}\,du + R_{12}\,dv\ , & R_{12}\,du + R_{22}\,dv \end{vmatrix} - \sqrt{1 - \Delta_1 R}\begin{vmatrix} E_0\,du + F_0\,dv\ , & F_0\,du + G_0\,dv \\ D\,du + D'dv\ , & D'du + D''dv \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} E_0\,du + F_0\,dv & F_0\,du + G_0\,dv \\ R_{11}\,du + R_{12}\,dv & R_{12}\,du + R_{22}\,dv \end{vmatrix} + \sqrt{1 - \Delta_1 R}\begin{vmatrix} E_0\,du + F_0\,dv & F_0\,du + G_0\,dv \\ D\,du + D'dv & D'du + D''dv \end{vmatrix} = 0 .$$

Questo accade allora ed allora soltanto quando le tre forme differenziali

$$E_0\,du^2 + 2F_0\,du\,dv + G_0\,dv^2 \ , \ R_{11}\,du^2 + 2R_{12}\,du\,dv + R_{22}\,dv^2 ,$$
$$D\,du^2 + 2D'du\,dv + D''dv^2$$

[1] Ved. *Lezioni*, vol. II, cap. XVIII, particolarmente il § 281.

sono linearmente dipendenti, cioè quando si annulla il determinante dei coefficienti. Dunque: *la condizione necessaria e sufficiente perchè la congruenza di sfere sia di Ribaucour è che si abbia*

$$\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{22} \\ E_0 & F_0 & G_0 \\ D & D' & D'' \end{vmatrix} = 0 \quad (34)$$ [1].

Questa condizione (34) può interpretarsi anche in altro modo; essa esprime infatti che alle linee di curvatura dell'una (o dell'altra) falda corrisponde sulla superficie dei centri un sistema coniugato. Dunque: *condizione necessaria e sufficiente affinchè la congruenza di sfere sia di Ribaucour è che alle linee di curvatura dell'una delle due falde (e per ciò anche dell'altra) corrisponda sulla superficie dei centri un sistema coniugato.*

Sotto questa forma, il risultato non è che un corollario del teorema generale di Dupin, secondo il quale le sviluppabili di una congruenza rettilinea si conservano per riflessione sopra una superficie S, solo quando intercettano sulla S un sistema coniugato. È facile vedere che le congruenze di sfere, considerate ai §§ 5, 6, nelle quali tutte le sfere toccano un piano fisso, o passano per un punto fisso (toccano una sfera fissa), appartengono alla classe di Ribaucour. Geometricamente ciò risulta dal teorema di Dupin, analiticamente dalle formole (19), (25) (§§ 5, 6), le quali provano che nel determinante a sinistra della (34) la prima linea è una combinazione lineare delle altre due. In altre parole: *Le sfere tangenti una superficie qualunque Σ e ad una sfera (o piano) fissa tracciano una rappresentazione di Σ sulla sfera (piano) nella quale alle linee di curvatura di Σ corrisponde un sistema ortogonale sulla sfera (piano).*

Osserviamo ancora che qualunque congruenza di sfere a raggio R costante è una congruenza di Ribaucour, poichè allora le due falde dell'inviluppo sono superficie parallele alla S, ed equidistanti da questa, mentre le loro linee di curvatura si corrispondono fra loro, ed a quelle di S. Del resto, se R è costante, la condizione (34) per una congruenza di Ribaucour è sempre soddisfatta.

Un'altra osservazione ovvia è che: ogni inversione per raggi vettori reciproci cangia una congruenza di Ribaucour in un'altra tale congruenza.

§ 10.

Congruenze di Ribaucour deformabili.

Le congruenze di sfere di Ribaucour a raggio costante godono manifestamente della proprietà di rimanere congruenze di Ribaucour per qualunque deformazione della superficie dei centri. Ora domandiamo di trovare tutte le congruenze di Ribau-

[1] Manifestamente esistono infinite congruenze di Ribaucour *con assegnata superficie* S *dei centri*. Basta infatti che R soddisfi all'equazione del secondo ordine (34).

cour *a raggio variabile* che restano congruenze di Ribaucour in qualunque flessione della superficie dei centri. Allora la (34) dovrà sempre essere verificata, comunque variino D, D', D'', purchè soddisfino alla equazione di Gauss ed alle due di Codazzi. La (34) dovrà dunque risolversi in una identità in D, D', D'', chè altrimenti [1] ne verrebbero legati linearmente ed omogeneamente, vale a dire si dovranno verificare le proporzioni

$$R_{11} : R_{12} : R_{22} = E_0 : F_0 : G_0 \,, \tag{35}$$

Per semplificare il calcolo, prendiamo sulla S le linee $R = \text{cost}$ a linee $u = \text{cost}$, talchè sarà $R = R(u)$ funzione della sola u, e prendiamo inoltre a linee $v = \text{cost}$ le loro trajettorie ortogonali. Avremo

$$F = 0 \quad , \quad \frac{\partial R}{\partial v} = 0 \quad , \quad \frac{\partial R}{\partial u} = R' ,$$

$$E_0 = E - R'^2 \quad , \quad F_0 = 0 \quad , \quad G_0 = G$$

$$R_{11} = R'' - \begin{Bmatrix} 11 \\ 1 \end{Bmatrix} R' \quad , \quad R_{22} = - \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} R' \quad , \quad R_{22} = - \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} R' ,$$

ossia

$$R_{11} = R'' - \frac{1}{2E}\frac{\partial E}{\partial u} R' \quad , \quad R_{12} = - \frac{1}{2E}\frac{\partial E}{\partial v} R' \quad , \quad R_{22} = \frac{1}{2E}\frac{\partial G}{\partial u} R' .$$

Le proporzioni (35) dànno

$$- \frac{1}{2E}\frac{\partial E}{\partial v} R' = 0 \quad , \quad (E - R'^2)\frac{1}{2E}\frac{\partial G}{\partial u} R' = G\left(R'' - \frac{1}{2E}\frac{\partial E}{\partial u} R'\right) ,$$

di cui la prima, essendo $R' \neq 0$, prova che deve essere $\frac{\partial E}{\partial v} = 0$, cioè le linee $v = \text{cost}$ geodetiche, onde possiamo fare $E = 1$, e resta

$$\frac{1}{2}\frac{\partial G}{\partial u} R'(1 - R'^2) = G R'' .$$

[1] In generale una relazione lineare

$$\alpha D + \beta D' + \gamma D'' + \delta = 0 ,$$

a coefficienti $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ funzioni fisse di u, v, fra D, D', D'' non può verificarsi *in tutte le flessioni della superficie*, se non riducendosi ad una identità. Nel modo più semplice questo si dimostra ricorrendo p. es. alla prima equazione dell'applicabilità (§ 5) che fa dipendere le flessioni dalle soluzioni ζ della equazione

$$\Delta_{22}\zeta = K_0(1 - \Delta_1\zeta) .$$

Per le (19) § 5, se la relazione lineare scritta si verificasse in tutte le flessioni, ***tutte le soluzioni*** ζ dell'equazione ora riportata dovrebbero essere anche soluzioni della *nuova*:

$$\alpha\zeta_{11} + \beta\zeta_{12} + \gamma\zeta_{22} + \delta\sqrt{1 - \Delta_1\zeta} = 0 ,$$

ciò che è manifestamente assurdo.

Dunque $\frac{\partial \log G}{\partial u}$ è funzione di u soltanto, quindi la superficie S è necessariamente applicabile sopra una superficie di rotazione, e ne possiamo scrivere il ds^2 sotto la forma

$$ds^2 = du^2 + r^2 dv^2 \qquad r = \varphi(u).$$

L'equazione di condizione superiore diventa

$$\frac{R''}{R'(1-R'^2)} = \frac{r'}{r},$$

e integrando

$$R' = \frac{ar}{\sqrt{1 + a^2 r^2}},$$

dove a è una costante che possiamo fare $= 1$ cangiando ar in r.

Si ha così il semplice risultato [1]: *Per ottenere tutte le congruenze di sfere di Ribaucour, a raggio variabile, che rimangono di Ribaucour in qualunque flessione della superficie* S *dei centri, si prenda per* S *una deformata di una superficie di rotazione* $ds^2 = du^2 + r^2 dv^2$ *e si prenda il raggio* R *della sfera dato da*

$$R = \int \frac{r\,du}{\sqrt{1 + r^2}}.$$

Possiamo ora domandare ulteriormente se in questa classe di congruenze di Ribaucour deformabili se ne trovano di quelle che corrispondano al primo problema di deformazione § 5 o al secondo del § 6, per le quali cioè, in una speciale configurazione della superficie dei centri, tutte le sfere vengono a toccare un piano fisso, ovvero a passare per un punto fisso. Supponendo che la configurazione sia quella attuale, varranno nel primo caso le equazioni (19) § 5, nel secondo le (25) § 6, e in ambedue i casi le proporzioni fondamentali (25) si muteranno nelle seguenti

$$(35^*) \qquad D : D' : D'' = E_0 : F_0 : G_0 .$$

Se siamo nel primo caso, si assuma il piano fisso per piano xy (onde $R = z$) e le equazioni parametriche della superficie si scrivano sotto la forma cartesiana

$$x = u, \quad y = v, \quad z = z(u, v),$$

onde le proporzioni (35*) diventano

$$r : s : t = 1 : 0 : 1,$$

cioè $r = t$, $s = 0$ la cui soluzione generale è

$$z = a(x^2 + y^2) + 2bx + cy + d \quad (a, b, c, d \text{ costante}).$$

[1] Cfr. vol, II, § 262, dove lo stesso risultato è stabilito per altra via.

La superficie è dunque un paraboloide rotondo coll'asse normale al piano fisso, onde vediamo che: *Le uniche congruenze di Ribaucour deformabili con sfere (di raggio variabile) tangenti ad un piano fisso sono quelle in cui la superficie dei centri è un paraboloide rotondo e il piano fisso è normale all'asse.*

Nel secondo caso poi, scrivendo ancora l'equazione della superficie sotto forma cartesiana, e situando l'origine nel punto fisso (onde $R = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$), le proporzioni (35*) si scrivono

$$r:s:t = \{(1+p^2)(x^2+y^2+z^2)-(x+zp^2)^2\}: - \\ -pq(x^2+y^2+z^2):\{(1+q^2)(x^2+y^2+z^2)-(y+zq)^2\}.$$

Non è difficile trovare la soluzione generale di questo sistema, che è data da una quadrica rotonda di cui l'origine è fuoco principale; ma questo risulterà senza calcolo in altra parte della Memoria (v. § 27). Concludiamo:

Le uniche congruenze di Ribaucour deformabili le cui sfere (di raggio variabile) passano per un punto fisso sono quelle coi centri distribuiti sopra una quadrica rotonda, di cui il punto fisso è fuoco principale.

Questi ultimi risultati ci hanno già portato a riconoscere una parte delle proprietà scoperte da Guichard per le deformate delle quadriche rotonde, che ci occuperanno nella seconda parte della presente Memoria (§§ 33 a 37).

§ 11.

Rotolamento di superficie applicabili.

Consideriamo una coppia (S_0, S) di superficie applicabili, e siano M_0, M due loro punti generici, corrispondenti nell'applicabilità. Immaginiamo di tenere la S fissa nello spazio e di trasportare rigidamente S_0 in modo che M_0 cada in M, i due piani tangenti in M_0, M a S_0, S si sovrappongano, e inoltre ogni elemento lineare di S_0 spiccato da M_0 coincida col corrispondente uscente da M [1]. Così, per ogni posizione data ad M su S, sarà perfettamente individuata la posizione da darsi ad S_0; e facendo variare liberamente sopra S il punto M, la superficie S_0 acquisterà un'infinità di posizioni nello spazio le quali, salvo nel caso di rigate rotolanti che presto preciseremo (v. § 13), costituiranno una *doppia infinità.* Il movimento rigido a due parametri che assume così la S_0 dicesi *rotolamento* di S_0 sopra S. Chiameremo la S_0 superficie *rotolante*, mentre la S si dirà la *superficie d'appoggio.*

Se la S_0 trascina seco rigidamente un punto O, questo assumerà una doppia infinità di posizioni e descriverà una superficie Σ, che si dirà la relativa *superficie di rotolamento*, mentre il punto O prenderà il nome di punto *satellite.*

[1] Questo è possibile in uno ed in un sol modo, l'applicabilità fra S_0, S subordinando fra i due fasci di direzioni uscenti da M_0, M l'eguaglianza.

Similmente un piano π (*satellite*), trascinato da S_0 nel rotolamento, assumendo una doppia infinità di posizioni, inviluppera una superficie (non sviluppabile), che diremo il relativo *inviluppo di rotolamento* ([1]).

Le proprietà delle superficie e degli inviluppi di rotolamento stanno in intima relazione colle congruenze di sfere, come risulta dalle considerazioni seguenti. La superficie rotolante S_0 trascini dapprima seco un punto O, il quale descriverà la superficie di rotolamento Σ. Così, ad ogni punto M della superficie S d'appoggio corrisponderà un determinato punto P della superficie Σ di rotolamento, precisamente quel punto in cui cade O quando la S_0 viene a toccare la S in (M_0, M). Ora il segmento MP giace rispetto agli elementi lineari di S spiccati da M nello stesso modo, come $M_0 O$ rispetto ai corrispondenti di S_0, uscenti da M_0. Se dunque si immaginano tutti i segmenti $M_0 O$, che riuniscono i punti di S_0 al punto fisso O, come invariabilmente legati alla S_0 nelle sue flessioni, e questa deformandosi acquista la configurazione S, il luogo dei termini P dei detti segmenti MP, prima riuniti in O, sarà appunto la superficie Σ di rotolamento. Ma, nella primitiva configurazione S_0, la congruenza dei segmenti $M_0 O$ era normale alle sfere di centro O, fra le quali figura il punto stesso come sfera di raggio nullo, onde pel teorema di Beltrami (§ 3) i segmenti MP saranno normali nei loro termini P alla superficie Σ di rotolamento. Tutto ciò si può esprimere in altre parole così: *Si descrivano le sfere, coi centri distribuiti sulla superficie rotolante* S_0, *che passano pel punto satellite* O, *e si deformi la* S_0 *nella superficie* S *d'appoggio: quella falda* Σ *del nuovo inviluppo di sfere che corrisponde al punto* O *è la relativa superficie di rotolamento*.

Ma è opportuno osservare che anche la seconda falda $\overline{\Sigma}$ dell'inviluppo di sfere si genera subito come superficie di rotolamento lasciando fissa la superficie d'appoggio S e cangiando la rotolante S_0 nella sua simmetrica S'_0, col punto simmetrico O' quale punto satellite. Se invero per ogni posizione di S_0 tangente alla S in (M_0, M) si prende la simmetrica S'_0 rispetto al piano tangente comune, il simmetrico O' di O si trova sopra $\overline{\Sigma}$, e quando S'_0 rotola su S (sulla faccia opposta) il punto satellite O' descrive la seconda falda $\overline{\Sigma}$. Affatto analogamente, se si tratta di un inviluppo di rotolamento, si considerino le sfere coi centri distribuiti sulla superficie rotolante S_0 e tangente al piano satellite π. Deformando la congruenza di sfere col fare assumere alla S_0 la configurazione della superficie S d'appoggio, quella falda Σ del nuovo inviluppo di sfere che corrisponde al piano π sarà appunto l'inviluppo di rotolamento. E l'altra falda $\overline{\Sigma}$ sarà generata alla sua volta dalla simmetrica S'_0 rotolante sulla stessa S quale inviluppo del piano π' simmetrico di π. In particolare l'osservazione alla fine del § 6 dimostra che se di una superficie S_0 si

([1]) Se la S_0 trascina seco rigidamente una retta satellite, questa descrive una *congruenza rettilinea di rotolamento*. Mentre qualunque superficie, come presto vedremo, può considerarsi, ed in infiniti modi, quale superficie od inviluppo di rotolamento, invece le congruenze rettilinee di rotolamento sono congruenze affatto speciali. Al loro studio che, per ragioni di spazio, non può trovar posto nel presente lavoro, è dedicata la mia Memoria nel vol. XXV (1908) dei Rendiconti del Circolo matematico di Palermo.

assume la podare rispetto ad un punto O e di questa si raddoppiano i raggi vettori, la superficie ottenuta Σ può riguardarsi come generata dalla simmetrica S'_0 di S_0 rotolante su S_0, quando per punto satellite O' si prenda il simmetrico di O.

Risulta da queste considerazioni che, pel calcolo degli elementi delle superficie, o degli inviluppi di rotolamento, possiamo applicare le formole sviluppate per le generali congruenze di sfere, con questa particolarità che R è da eguagliarsi nel primo caso alla distanza del punto (u, v) di S_0 dal punto fisso O, e nel secondo invece alla distanza di (u, v) dal piano fisso π.

§ 12.

Direzioni cinematicamente coniugate.

La S_0 rotoli sulla superficie applicabile S, e sia M, nella posizione attuale, il punto di contatto. Se spostiamo questo punto M in un altro M' infinitamente vicino, la S_0 prenderà una nuova posizione S'_0, infinitamente vicina a S_0. Andiamo a provare che: il movimento rigido infinitesimo pel quale S_0 si trasporta in S'_0 consta di una pura rotazione (infinitesima) attorno ad una conveniente tangente Mt in M alla S, che rappresenterà dunque *l'asse istantaneo di rotazione.* Per questo consideriamo un punto qualunque O dello spazio, rigidamente connesso alla S_0, il quale descriverà una superficie Σ di rotolamento.

Spostandosi il punto di contatto M (o centro istantaneo di rotazione) da M in M', il punto O, che prima occupava la posizione P, andrà in una nuova posizione P' (dell'intorno di P sopra Σ) e l'elemento lineare PP' sarà certo normale alla congiungente MP, che è la normale di Σ (§ 11) [1]. Cerchiamo allora fra le tangenti comuni in (M, M_0) alle (S, S_0) quella che è perpendicolare alla direzione PP' dello spostamento di P. Indichiamo col simbolo d i differenziali presi nella direzione MM', col simbolo δ quelli nella direzione cercata Mt, ed essendo ξ, η, ζ le coordinate di P, x, y, z quelle di M, la condizione d'ortogonalità degli elementi lineari PP', MM' si scriverà

$$(36) \qquad S\, d\xi\, \delta x = S\left(\frac{\partial \xi}{\partial u} du + \frac{\partial \xi}{\partial v} dv\right)\left(\frac{\partial x}{\partial u}\delta u + \frac{\partial x}{\partial v}\delta v\right) = 0 .$$

Ma si ha (§ 4)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \xi}{\partial u} = \dfrac{\partial x}{\partial u} - R\left(\lambda \dfrac{\partial x}{\partial u} + \mu \dfrac{\partial x}{\partial v} + \nu X\right) - \dfrac{\partial R}{\partial u}\left(A \dfrac{\partial x}{\partial u} + B \dfrac{\partial x}{\partial v} + CX\right) \\[2ex] \dfrac{\partial \xi}{\partial v} = \dfrac{\partial x}{\partial v} - R\left(\lambda' \dfrac{\partial x}{\partial u} + \mu' \dfrac{\partial x}{\partial v} + \nu' X\right) - \dfrac{\partial R}{\partial v}\left(A \dfrac{\partial x}{\partial u} + B \dfrac{\partial x}{\partial v} + CX\right) \end{cases}$$

[1] Questo segue anche direttamente dall'identità $S(\xi - x)\, d\xi = RS\alpha\, d\xi = 0$ [§ 2, formole (5)].

e quindi

$$S\frac{\partial\xi}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial u}=a_{11}-R(a_{11}\lambda+a_{12}\mu)-\frac{\partial R}{\partial u}(a_{11}A+a_{12}B)$$

$$S\frac{\partial\xi}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v}=a_{12}-R(a_{12}\lambda+a_{22}\mu)-\frac{\partial R}{\partial u}(a_{12}A+a_{22}B)$$

$$S\frac{\partial\xi}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial u}=a_{12}-R(a_{11}\lambda'+a_{12}\mu')-\frac{\partial R}{\partial v}(a_{11}A+\alpha_{12}B)$$

$$S\frac{\partial\xi}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial v}=a_{22}-R(a_{12}\lambda'+a_{22}\mu')-\frac{\partial R}{\partial v}(a_{12}A+a_{22}B).$$

Queste, a causa delle (8) § 2 e delle (23) § 6, diventano

$$S\frac{\partial\xi}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial u}=a_{11}-\left(\frac{\partial R}{\partial u}\right)^2-R\tau_{11}\quad,\quad S\frac{\partial\xi}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v}=S\frac{\partial\xi}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial u}=a_{12}-\frac{\partial R}{du}\frac{\partial R}{\partial v}R\tau_{12},$$

$$S\frac{\partial\xi}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial v}=a_{22}-\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)^2-R\tau_{22},$$

e sostituendo per $\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{22}$ i loro valori (32) § 8, abbiamo nelle nuove notazioni:

$$S\frac{\partial\xi}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial u}=E_0-RR_{11}+R\sqrt{1-\Delta_1 R}\,D,$$

$$S\frac{\partial\xi}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v}=S\frac{\partial\xi}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial u}=F_0-RR_{12}+R\sqrt{1-\Delta_1 R}\,D',$$

$$S\frac{\partial\xi}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial v}=G_0-RR_{22}+R\sqrt{1-\Delta_1 R}\,D'',$$

dove D, D', D'' sono i coefficienti della seconda forma fondamentale della superficie S d'appoggio. D'altronde per quelli D_0, D'_0, D''_0 della rotolante S_0 valgono le formole (25) § 6

$$RR_{11}-E_0=R\sqrt{1-\Delta_1 R}\,D_0\quad,\quad RR_{12}-F_0=R\sqrt{1-\Delta_1 R}\,D'_0,$$

$$RR_{22}-G_0=R\sqrt{1-\Delta_1 R}\,D''_0,$$

onde le formole precedenti diventano

$$S\frac{\partial\xi}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial u}=R\sqrt{1-\Delta_1 R}\,(D-D_0)\ ,\ S\frac{\partial\xi}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v}=S\frac{\partial\xi}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial u}=R\sqrt{1-\Delta_1 R}\,(D'-D'_0),$$

$$S\frac{\partial\xi}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial v}=R\sqrt{1-\Delta_1 R}(D''-D''_0).$$

La nostra condizione (36) assume dopo ciò la semplice forma definitiva:

$$\text{(V)}\qquad (D-D_0)\,du\,\delta u+(D'-D'_0)\,(du\,\delta v+dv\,\delta u)+(D''-D''_0)\,dv\,\delta v=0,$$

che facilmente interpretiamo. Il primo membro è una forma *bilineare simmetrica* nei differenziali (du, dv), $(\delta u, \delta v)$ col determinante

$$(D - D_0)(D'' - D''_0) - (D' - D'_0)^2,$$

che supponiamo dapprima $\neq 0$, il caso in cui si annulli corrispondendo appunto al caso singolare di rigate rotolanti che esamineremo a parte (v. § seguente). Essendo dunque

$$(D - D_0)(D'' - D''_0) - (D' - D'_0)^2 \neq 0,$$

la formola (V) distribuisce gli elementi lineari ds, δs spiccati da M su S (da M_0 su S_0) in coppie $(ds, \delta s)$ di una *involuzione propria*. Due direzioni corrispondenti ad una tale coppia $(ds, \delta s)$ della involuzione si diranno *cinematicamente coniugate*, per una ragione che tosto apparirà. Si osservi intanto che nella (V) *non figura più traccia alcuna del punto satellite* O, e l'involuzione dipende solo dalle due superficie rotolanti S_0, S. Risulta d'altronde dal nostro calcolo che se il punto M si sposta in una direzione qualunque MM′, il punto P subisce uno spostamento PP′ normale alla tangente Mt cinematicamente coniugata alla MM′; ma siccome PP′ è anche normale a MP, sarà PP′ normale al piano (P, Mt) che da P proietta la detta tangente Mt. Valendo questo per *qualunque* punto O satellite, vediamo che, nel movimento rigido infinitesimo che porta S_0 in S'_0, qualunque punto dello spazio si sposta normalmente al piano che lo congiunge ad Mt, ed il movimento è quindi una rotazione (infinitesima) attorno ad Mt. Da tutto ciò si conclude:

Nel rotolamento di una superficie S_0 *sopra una superficie applicabile* S *il passaggio da una posizione di* S_0 *ad una successiva è una pura rotazione. L'asse istantaneo di rotazione è quella tangente* Mt *nel punto di contatto fra* (S_0, S) *che segna la direzione cinematicamente coniugata a quella* MM′ *seguita dal centro istantaneo* M *di rotazione* (*punto di contatto*).

I risultati fondamentali così ottenuti rendono ben palese che [escluso il caso singolare di un'involuzione (V) degenere]: *ogni punto satellite* O *di* S_0 *descrive un'effettiva superficie* (*non una curva*). Poichè infatti, variando la direzione dello spostamento del punto di contatto, l'asse istantaneo prende tutte le posizioni possibili nel fascio, e corrispondentemente l'elemento lineare PP′ descrive tutto il fascio di centro P nel piano normale ad MP, sicchè il punto P′ descrive l'intorno a *due dimensioni* di P.

§ 13.

Il caso singolare di rigate rotolanti.

Veniamo ora a considerare il caso fin qui escluso, che si annulli il determinante della forma bilineare (V), ossia il discriminante della forma quadratica

$$(D - D_0)\,du^2 + 2(D' - D'_0)\,du\,dv + (D'' - D''_0)\,dv^2.$$

Eguagliando a zero questa forma, avremo un'unica radice (reale) in $\frac{dv}{du}$ di questa equazione differenziale, sia $\frac{dv}{du}=\varphi(u\,.\,v)$. Per semplicità prendiamo a linee $v=$ cost. le linee integrali (reali) di questa equazione differenziale, ed avremo

$$\mathrm{D}=\mathrm{D}_0\quad,\quad \mathrm{D}'=\mathrm{D}'_0\,.$$

Per l'equazione di Gauss si ha $\mathrm{D}\mathrm{D}''-\mathrm{D}'^2=\mathrm{D}_0\,\mathrm{D}''_0-\mathrm{D}'^2_0$, indi nel caso nostro

$$\mathrm{D}(\mathrm{D}''-\mathrm{D}''_0)=0\,;$$

ma se fosse $\mathrm{D}''=\mathrm{D}''_0$ le due superficie S, S_0 avendo, oltre la prima, a comune anche la seconda forma differenziale, sarebbero congruenti, caso che naturalmente escludiamo [1]. Resta dunque l'ipotesi $\mathrm{D}=\mathrm{D}_0=0$, e questa dice che le $v=$ cost sono linee asintotiche tanto sulla S_0 che sulla S. Pel noto teorema di Bonnet (vol. I, § 114), queste asintotiche sono dunque rette su ambedue le superficie. onde concludiamo:

Nel caso singolare le superficie $(S_0\,,S)$ *sono una coppia* $(R_0\,,R)$ *di rigate applicabili, con corrispondenza delle generatrici.*

In questo caso la rigata rotolante R_0 ha a comune colla rigata R d'appoggio, in ogni sua posizione, una intera generatrice g, *anzi le due rigate si toccano (sono raccordate) lungo tutta la generatrice* $(g_0\,,g)$ *comune.* L'ultima cosa risulta p. es. dalla formola di Chasles (vol. I. § 118), poichè in ogni rigata il parametro di distribuzione dei piani tangenti lungo una generatrice dipende solo dagli elementi invariabili per flessione [2]. È ora evidente che, nel caso attuale, il rotolamento di R_0 sopra R è un movimento ad un solo parametro, indi un punto satellite descrive non più una superficie ma una curva, un piano satellite inviluppa una sviluppabile, ecc.

Questi movimenti ad un parametro di rigate rotolanti sono importanti anche per ciò che se nel rotolamento generale a due parametri di una S_0 sopra una superficie applicabile S si sceglie una qualunque serie ∞^1 di movimenti, questa non è appunto altro che un movimento elementare di rigate rotolanti. E infatti se S_0 rotola su S assumendo una semplice infinità di posizioni, il centro istantaneo di rotazione $(M_6\,,M)$ descriverà una certa curva C_0 sulla rotolante S_0 e la corrispondente C sulla superficie d'appoggio S, e per ogni posizione di M l'asse istantaneo di rotazione avrà la

[1] In tal caso la S_0, sovrapposta alla S, resterebbe del tutto immobile.

[2] La stessa cosa segue anche p. es. dalla eguaglianza delle curvature in punti corrispondenti. Lungo una linea asintotica di una superficie si ha infatti (vol. I, pag. 251)

$$-K=\frac{dX^2+dY^2+dZ^2}{ds^2}\,,$$

e se l'asintotica è una retta che si assume per asse O_z, si può porre $X=\cos\sigma$, $Y=\operatorname{sen}\sigma$, $Z=0$, dove σ è l'angolo che la normale alla superficie lungo la retta fa coll'asse O_x, Ne risulta $\frac{d\sigma}{ds}=\pm\sqrt{-K}$, il doppio segno distinguendo il senso secondo cui ruota il piano tangente al variare del punto di contatto. Nel caso particolare di due rigate applicabili (di egual senso) questa formola dà subito la proprietà utilizzata nel testo.

direzione cinematicamente coniugata a quella della tangente comune in **M** alle curve C_0, C. Il luogo di questi assi di rotazione è una rigata R_0 per la superficie rotolante S_0, ed un'altra rigata R per la superficie d'appoggio S, rispettivamente circoscritte a S_0, S lungo C_0. C. Ora, nel movimento ad un parametro considerato, le generatrici di R_0 si portano successivamente a coincidere colle corrispondenti di R con *pure rotazioni*, che avvengono ogni volta attorno alla generatrice comune di raccordo. È quindi geometricamente intuitivo che *le rigate* R_0, R *sono applicabili ed il movimento non è che un rotolamento di* R_0 *sopra* R.

§ 14.

Conferma analitica.

È opportuno confermare coll'analisi la proprietà sopra osservata, dimostrando la proposizione equivalente: *Se si considerano, sopra due superficie applicabili* S_0, S, *due curve qualunque corrispondenti* C_0, C *e pei punti* M_0, M *di queste curve si tirano le tangenti alle superficie nelle rispettive direzioni cinematicamente coniugate a quelle di* C_0, C, *le due rigate* R_0, R *che si formano sono applicabili l'una sull'altra, in corrispondenza delle curve* C_0, C.

Prendasi la curva C_0 come una delle $u = \text{cost}$, sia p. es. la $u = 0$ e, supposto dapprima che le *tangenti alla curva* C_0 *non coincidano colle proprie direzioni cinematicamente coniugate,* prendasi il sistema coordinato $(u \,.\, v)$ in guisa che in ogni punto le direzioni delle linee u, v siano cinematicamente coniugate, cioè sia per la (V)

$$D' = D'_0 .$$

Le coordinate $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ di un punto qualunque della rigata R, formata dalle tangenti alle $v = \text{cost}$ lungo la linea $u = 0$, saranno date dalle formole

$$\bar{x} = x + t\,\frac{\partial x}{\partial u}\,, \text{ ecc. per } u = 0\,,$$

che rappresentano R parametricamente pei due parametri t, v. Per calcolare il ds^2 della R si formino le derivate rapporto a t, v e si avrà secondo le (A) § 1:

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial \bar{x}}{\partial t} = \frac{\partial x}{\partial u} \\ &\frac{\partial \bar{x}}{\partial v} = \frac{\partial x}{\partial v} + t\left[\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}\frac{\partial x}{\partial u} + \begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}\frac{\partial x}{\partial v} + D'X\right], \end{aligned}\right.$$

da cui, formando $ds^2 = S\, d\bar{x}^2$, risulta che

$$ds^2 - t^2\, D'^2\, dv^2$$

dipende solo dai coefficienti dell'elemento lineare di S e non da D, D', D''. Dunque lo stesso calcolo per la rigata R_0, indicando con ds_0 il suo elemento lineare, darà

$$ds^2 - t^2 D'^2 dv^2 = ds_0^2 - t^2 D_0'^2 dv^2,$$

quindi, essendo $D' = D_0'$, viene $ds^2 = ds_0^2$, c. d. d.

Il caso escluso in cui le tangenti alle $C (u = 0)$ siano cinematicamente autoconiugate si tratterà similmente, osservando che allora $D'' = D_0''$ per $u = 0$.

In questo caso la rigata R è la sviluppabile delle tangenti alla C rappresentata parametricamente da

$$\bar{x} = x + t \frac{\partial x}{\partial v}, \text{ ecc. } \quad (\text{per } u = 0),$$

ed ora è invece $ds^2 - t^2 D''^2 dv^2$ che risulta dipendere solo dai coefficienti della prima forma fondamentale di S. Per ciò avremo

$$ds^2 - t^2 D''^2 dv^2 = ds_0^2 - t^2 D_0''^2 dv^2 \quad (\text{per } u = 0),$$

e siccome $D'' = D_0''$ per $u = 0$, nuovamente $ds^2 = ds_0^2$.

Il teorema, così provato anche per via analitica, dimostra come la conoscenza di una coppia (S_0, S) di superficie applicabili procura quella di infinite coppie (R_0, R) di rigate applicabili.

§ 15.

Altre proprietà delle direzioni cinematicamente coniugate.

Per ogni coppia (S_0, S) di superficie applicabili, che non sia di rigate con le generatrici corrispondenti per applicabilità, l'involuzione delle tangenti cinematicamente coniugate è propria. Vi sarà quindi una coppia di raggi doppî distinti (reali od immaginarî), ed ancora in generale una sola coppia di tangenti coniugate anche nel senso di Dupin, come pure una (e generalmente una sola) coppia ortogonale, sempre reale.

a) Il sistema di linee coniugate insieme nel senso cinematico e nel senso di Dupin è quello delle linee integrali della equazione differenziale

$$\begin{vmatrix} (D - D_0)\, du + (D' - D_0')\, dv\,, & (D' - D_0')\, du + (D'' - D_0'')\, dv \\ D_0\, du + D_0'\, dv\,, & D_0'\, du + D_0''\, dv \end{vmatrix} = 0,$$

ossia

$$\begin{vmatrix} D\, du + D'\, dv & D'\, du + D''\, dv \\ D_0\, du + D_0'\, dv & D_0'\, du + D_0''\, dv \end{vmatrix} = 0.$$

Questo è dunque il sistema coniugato comune (nel senso di Dupin) alle due super-

ficie applicabili. Esso è sempre unico e determinato e formato di linee distinte (reali od immaginarie) [1], e dicesi anche il sistema coniugato *permanente*.

Vi ha però un caso molto ovvio di eccezione che si può presentare unicamente quando $D_0 : D_0' : D_0'' = D : D' : D''$ e quindi (il caso di superficie S_0, S congruenti essendo escluso) il caso $D = -D_0$, $D' = -D_0'$, $D'' = -D_0''$, nel quale la S è *simmetrica* della S_0.

b) Il sistema di linee cinematicamente autoconiugate (colle direzioni dei raggi doppî dell'involuzione) è quello delle linee integrali della equazione

$$(D - D_0)\, du^2 + 2(D' - D_0')\, du\, dv + (D'' - D_0'')\, dv^2 = 0 ; \tag{37}$$

esse formano un doppio sistema di linee distinte (reali od immaginarie). Lungo una tale linea, supposta reale, si ha

$$\frac{D\, du^2 + 2D' du\, dv + D'' dv^2}{ds^2} = \frac{D_0\, du^2 + 2D_0' du\, dv + D_0'' dv^2}{ds^2},$$

onde ha luogo la proprietà *caratteristica* che le due curvature normali della linea, pensata come appartenente alla S ovvero alla S_0, sono eguali e *dello stesso segno*. Siccome poi anche le due curvature geodetiche sono eguali, lo stesso accade delle assolute. Ne segue che le due sviluppabili luogo delle loro tangenti sono distendibili l'una sull'altra con conservazione delle generatrici, la qual cosa del resto abbiamo già dimostrato alla fine del paragrafo precedente.

Se a linee coordinate (u, v) si prendono le linee cinematicamente autoconiugate, la (37) deve ridursi a $du\, dv = 0$, e avremo quindi insieme

$$D = D_0 \quad , \quad D'' = D_0'' ,$$

e dall'equazione di Gauss $D' = -D_0'$: *Per due superficie applicabili, riferite al sistema* (u, v) *delle linee cinematicamente autoconiugate, le due seconde forme fondamentali assumono l'aspetto*

$$\begin{cases} D\, du^2 + 2D' du\, dv + D'' dv^2 \\ D\, du^2 - 2D' du\, dv + D'' dv^2 . \end{cases}$$

Si osservi che, dovendo le equazioni di Codazzi essere soddisfatte anche cangiando il segno di D', esse vengono a scindersi in quattro equazioni e si ha (Cfr. le (6) § 1):

$$\frac{\partial D'}{\partial u} = \left[\begin{Bmatrix} 11 \\ 1 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix}\right] D' \quad ; \quad \frac{\partial D'}{\partial v} = \left[\begin{Bmatrix} 22 \\ 2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix}\right] D',$$

quindi anche

$$\frac{\partial}{\partial v}\left[\begin{Bmatrix} 11 \\ 1 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix}\right] = \frac{\partial}{\partial u}\left[\begin{Bmatrix} 22 \\ 2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix}\right],$$

[1] Si ricordi che è escluso il caso di rigate applicabili con corrispondenza delle generatrici.

che equivale all'altra

$$\frac{\partial}{\partial v}\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}=\frac{\partial}{\partial u}\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}. \tag{38}$$

La (38) è dunque condizione necessaria (non sufficiente) affinchè un sistema (u, v) sopra una superficie possa essere quello cinematicamente coniugato in una conveniente deformazione.

c) Vi ha generalmente uno ed un solo sistema ortogonale ed insieme cinematicamente coniugato; assumendolo a sistema coordinato (u, v) si ha insieme

$$F=0 \quad , \quad D'=D'_0 .$$

Ma qui vi ha un caso molto notevole d'eccezione nel quale *ogni* sistema ortogonale è cinematicamente coniugato e viceversa. Le due superficie (S_0, S) hanno in tal caso la medesima curvatura media costante, e nella loro applicabilità si conservano le loro linee di curvatura ed i valori dei raggi principali di curvatura sono invertiti. Ogni superficie a curvatura media costante S_0 ne determina una seconda con queste proprietà [1].

§ 16.

Direzioni cinematicamente coniugate alle asintotiche e teorema di Chieffi.

Suppongasi che le due superficie applicabili (S_0, S) siano a curvature opposte, indi con asintotiche reali, distinte come si sa in due sistemi, il *sinistrorso* ed il *destrorso*. La determinazione delle loro linee cinematicamente coniugate è fornita dal semplice teorema seguente:

Alle asintotiche sinistrorse (*destrorse*) *dell'una superficie sono cinematicamente coniugate le linee che corrispondono alle asintotiche destrorse* (*sinistrorse*) *dell'altra.*

Per dimostrarlo ricordiamo che indicando con $K=-\frac{1}{\varrho^2}$ la curvatura della superficie S (ed assumendo ϱ positivo), i due sistemi di asintotiche sono contraddistinti dalle seguenti equazioni differenziali (vol. III, § 32):

$$(38)\quad \left\{\begin{aligned} D\,du+D'\,dv&=\frac{\sqrt{EG-F^2}}{\varrho}\,dv\\ D'du+D''dv&=-\frac{\sqrt{EG-F^2}}{\varrho}\,du\end{aligned}\right. \qquad \text{(sistema sinistrorso)}$$

$$(38^*)\quad \left\{\begin{aligned} D\,du+D'\,dv&=-\frac{\sqrt{EG-F^2}}{\varrho}\,dv\\ D'du+D''dv&=\frac{\sqrt{EG-F^2}}{\varrho}\,du\end{aligned}\right. \qquad \text{(sistema destrorso).}$$

[1] Ved. vol. II, pag. 39.

Ora le linee coordinate (u, v) si assumano per semplicità in guisa che *sulla* S le $u =$ cost siano le asintotiche sinistrorse e *sulla* S_0 le $v =$ cost siano le asintotiche destrorse [1]. Allora la prima delle (38), applicata alla S col porvi $du = 0$, e la seconda delle (38*), applicata alla S_0 col porvi $dv = 0$, dànno

$$D' = + \frac{\sqrt{EG - F^2}}{\varrho} \quad , \quad D'_0 = + \frac{\sqrt{EG - F^2}}{\varrho} ,$$

cioè $D' = D'_0$, onde il sistema (u, v) è cinematicamente coniugato, c. d. d.

Del teorema generale dimostrato si ha un importante corollario nel teorema di Chieffi sulle deformate delle superficie rigate (vol. III, § 32), che ne deduciamo nel modo seguente.

La S sia applicabile sopra una rigata R_0, che supporremo p. es. sinistrorsa, alle cui generatrici (asintotiche sinistrorse) corrisponderà sulla S un sistema di geodetiche curvilinee g. Si consideri allora sopra S un'asintotica destrorsa a, che incontrerà, per la proposizione dimostrata, le geodetiche g secondo le direzioni cinematicamente coniugate alle g stesse. Se adunque nei punti della a tiriamo le tangenti alle geodetiche g, la rigata R che si forma è applicabile (§ 14) sulla rigata costruita nel medesimo modo per la R_0; ma questa coincide manifestamente colla R_0 stessa, onde segue appunto il teorema di Chieffi: *Se una superficie* S *è applicabile sopra una rigata e nei punti di una sua qualunque asintotica si tirano le tangenti alle geodetiche g trasformate delle rette, la rigata* R *che si forma è applicabile sulla* S *stessa.*

Si osservi che la rigata R è circoscritta alla S lungo l'asintotica (comune) a e nella deformazione che cangia S in R l'asintotica a rimane rigida.

§ 17.

Linee di curvatura delle superficie e degli inviluppi di rotolamento.

Stabilite le nozioni fondamentali sul rotolamento di superficie applicabili, andiamo ad occuparci particolarmente delle superficie e degli inviluppi di rotolamento, che già abbiamo visto, al § 11, potersi considerare come un caso particolare di inviluppi di sfere aventi i centri distribuiti sulla superficie S d'appoggio, le quali sfere, quando la S deformandosi assume la configurazione della superficie rotolante S_0, vengono tutte a passare pel punto satellite O, ovvero a toccare il piano satellite π.

E per prima cosa domandiamo: Data la superficie rotolante S_0, col punto satellite O, o col piano satellite π, e fissata la superficie applicabile d'appoggio S, come si determinano le linee di curvatura della superficie di rotolamento Σ generata da O, ovvero dell'inviluppo di rotolamento generato da π?

[1] I due sistemi di linee sono in effetto distinti perchè nell'applicabilità non possono corrispondersi le asintotiche di un sistema (Bonnet).

L'equazione differenziale delle linee di curvatura per una falda Σ di un qualunque inviluppo di sfere è la (IV) § 8, ossia

$$(39)\quad \begin{vmatrix} E_0 du + F_0 dv & F_0 du + G_0 dv \\ R_{11} du + R_{12} dv & R_{12} du + R_{22} dv \end{vmatrix} - \sqrt{1-\Delta_1 R}\begin{vmatrix} E_0 du + F_0 du & F_0 du + G_0 dv \\ D du + D' dv & D' du + D'' dv \end{vmatrix} = 0.$$

Ma nel caso nostro, distinguendo secondo che si tratta di un punto satellite O, ovvero di un piano satellite π, abbiamo:

1° caso. — R è la distanza del punto (u, v) mobile sulla superficie rotolante S_0 dal punto fisso O, e quindi per le formole (25) § 6 si ha

$$R_{11} = \frac{E_0}{R} + \sqrt{1-\Delta_1 R}\,.\,D_0 \quad , \quad R_{12} = \frac{F_0}{R} + \sqrt{1-\Delta_1 R}\,.\,D_0' \,,$$

$$R_{22} = \frac{G_0}{R} + \sqrt{1-\Delta_1 R}\,.\,D_0'' .$$

2° caso. — R è la distanza (algebrica) del punto (u, v) di S_0 dal piano π, onde per le (19) § 5

$$R_{11} = \sqrt{1-\Delta_1 R}\,.\,D_0 \quad , \quad R_{12} = \sqrt{1-\Delta_1 R}\,.\,D_0' \quad , \quad R_{22} = \sqrt{1-\Delta_1 R}\,.\,D_0'' ,$$

In tutti e due i casi la (39) si riduce alla seguente

$$(40)\quad \begin{vmatrix} E_0 du + F_0 dv & , & F_0 du + G_0 dv \\ (D - D_0) du + (D' - D_0') dv & , & (D' - D_0') du + (D'' - D_0'') dv \end{vmatrix} = 0 .$$

quindi; *l'equazione differenziale delle linee di curvatura delle superficie o dell'inviluppo di rotolamento si ottiene eguagliando a zero, per la relativa congruenza di sfere, il Jacobiano delle due forme quadratiche fondamentali*

$$\begin{cases} E_0 du^2 + 2F_0 du\, dv + G_0 dv^2 \\ (D - D_0) du^2 + 2(D' - D_0') du\, dv + (D'' - D_0'') dv^2 . \end{cases}$$

Questo risultato analitico si può interpretare geometricamente come segue, distinguendo i due casi.

1° caso. — Col centro nel punto satellite si descriva una sfera, p. es. di raggio $=1$, e su questa si faccia la projezione *centrale* della superficie rotolante S_0.

Dette X_0, Y_0, Z_0 le coordinate del punto (u, v) sulla sfera e x_0, y_0, z_0 quelle del punto corrispondente su S_0 abbiamo

$$x_0 = R X_0 \quad , \quad y_0 = R Y_0 \quad , \quad z_0 = R Z_0$$

e però

$$ds_0^2 = S\, dx_0^2 = R^2 d\sigma^2 + dR^2 ,$$

dove σ^2 indica il quadrato dell'elemento lineare sferico. Dunque, in questo primo caso, la prima forma differenziale $E_0 du^2 + 2F_0 du\, dv + G_0 dv^2$ della congruenza di sfere ha il semplice significato

$$(41)\quad E_0 du^2 + 2F_0 du\, dv + G_0 dv^2 = R^2 d\sigma^2 ,$$

cioè è proporzionale al quadrato dell'elemento lineare della projezione centrale sulla sfera della S_0.

L'equazione differenziale (40) delle linee di curvatura si interpreta dunque nel teorema:

Le linee di curvatura della superficie di rotolamento descritta dal punto satellite O *corrispondono a quel sistema cinematicamente coniugato della superficie rotolante* S_0 *che si proietta in un sistema ortogonale sulla sfera di centro* O (*in proiezione centrale*).

Si noti che questo sistema è sempre unico e determinato, salvo quando le due forme quadratiche fondamentali sono proporzionali, ed allora la superficie di rotolamento, avendo linee di curvatura indeterminate, è un piano o una sfera (cfr. più avanti § 24).

2° caso. — Nel secondo caso si proietti ortogonalmente la superficie rotolante S_0 sul piano satellite π, e la prima forma fondamentale

$$E_0\, du^2 + 2F_0\, du\, dv + G_0\, dv^2$$

darà ora il $d\sigma^2$ della proiezione piana; si ha dunque il teorema:

Le linee di curvatura dell' inviluppo di rotolamento generato dal piano satellite π *corrispondono a quel sistema cinematicamente coniugato della superficie rotolante* S_0 *che si proietta in un sistema ortogonale sul piano* π (*in proiezione ortogonale*).

Questo secondo teorema si può del resto dedurre come caso limite dal precedente, quando, aumentando il raggio delle sfere di una costante, si consideri come relativo all' inviluppo di una sfera satellite. Se la sfera, allontanando all' infinito il centro O, diventa un piano, il primo teorema si cangia nel secondo.

Il teorema dimostrato si può applicare in particolare al caso della superficie podare riguardata come superficie di rotolamento (§ 11), nel qual caso l' involuzione delle tangenti cinematicamente coniugate coincide con quella nel senso di Dupin, e si ottiene il teorema:

Le linee di curvatura della superficie podare di una superficie S_0 *rispetto ad un punto* O *corrispondono a quel sistema coniugato di* S_0 *che si proietta da* O, *sopra una sfera con questo centro, in un sistema ortogonale.*

§ 18.

I due problemi fondamentali pel rotolamento.

Abbiamo già accennato, nella prefazione, che qualunque superficie Σ può considerarsi, ed in infiniti modi, come superficie o come inviluppo di rotolamento, ed ora appunto vogliamo occuparci del problema fondamentale:

Data una qualunque superficie Σ, *trovare tutte le coppie* (S_0, S) *di superficie applicabili tali che, rotolando* S_0 *sopra* S, *un conveniente punto* O *satellite di* S_0 *descriva* Σ, *ovvero un piano* π *satellite di* S_0 *inviluppi* Σ.

Fondandosi sui risultati dei §§ 5 e 6, noi possiamo già dimostrare che il problema ammette sempre infinite soluzioni, la cui ricerca dipende da un'equazione a derivate parziali del secondo ordine, ad ogni soluzione della quale appartiene una coppia $(S_0 . S)$ di superficie applicabili che risolvono il problema.

Per questo, essendo data la superficie Σ di rotolamento (l'inviluppo), dobbiamo cercare la corrispondente superficie d'appoggio S. Ad ogni punto $P \equiv (u, v)$ di Σ corrisponde un punto M sopra S, situato sulla normale in P alla Σ, ed il segmento $PM = R(u, v)$ rappresenta il raggio della sfera generica dell'inviluppo. Secondo i ri ultati dei §§ 5 e 6, otterremo tutte e sole le soluzioni del problema assoggettando R alle condizioni seguenti: *deve esistere una deformata per flessione* S_0 *della* S *tale che* $R = R(u, v)$ *rappresenti la distanza del punto* (u, v) *di* S_0 *da un punto* O *fisso nello spazio, ovvero la distanza da un piano fisso* π. Allora, quando si faccia rotolare S_0 sopra S, il punto satellite O descriverà nel primo caso la superficie data Σ, ovvero nel secondo il piano satellite π inviluppera Σ. D'altra parte le condizioni imposte alla funzione incognita $R(u, v)$ si riducono a questa che nel primo caso R soddisfi alla seconda equazione (II) dell'applicabilità (§ 6), ovvero nel secondo caso alla prima equazione (I) dell'applicabilità (§ 5), *bene inteso calcolando queste equazioni rispetto all'elemento lineare di* S.

Traducendo nel calcolo effettivo le condizioni enunciate, troveremo subito che esse equivalgono ad una rispettiva equazione del secondo ordine, che dipende soltanto dalla superficie data Σ.

Dopo queste indicazioni generali, procediamo alla ricerca, separando i due casi che diremo dei problemi A), B).

Problema A): *Trovare tutte le generazioni della superficie data* Σ *come superficie di rotolamento.*

Problema B): *Trovare tutte le generazioni della superficie data (non sviluppabile)* Σ *come inviluppo di rotolamento.*

§ 19.

Equazione a derivate parziali del secondo ordine pel problema A).

Riferiamo dapprima la superficie data Σ ad un sistema coordinato curvilineo qualunque (u, v) e siano

$$\begin{cases} E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2 \\ D\,du^2 + 2D'\,du\,dv + D''\,dv^2 \end{cases}$$

le due forme quadratiche fondamentali di Σ, alle quali associeremo anche la terza (vol. I, cap. V)

$$e\,du^2 + 2f\,du\,dv + g\,dv^2$$

legata alle prime due dalla nota formola

$$(42)\qquad e\,du^2 + 2f\,du\,dv + g\,dv^2 =$$
$$= -K(E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2) - H(D\,du^2 + 2D'\,du\,dv + D''\,dv^2)\,,$$

dove H, K significano al solito la curvatura media e la curvatura di Gauss della Σ.

Sopra la normale nel punto $P \equiv (x\,,y\,,z)$ di Σ riportiamo un segmento $PM = R$, e per le coordinate $\overline{x}\,,\overline{y}\,,\overline{z}$ dell'estremo M avremo

$$\overline{x} = x + RX \quad , \quad \overline{y} = y + RY \quad , \quad \overline{z} = z + RZ\,,$$

da cui differenziando

$$d\overline{x} = dx + R\,dX + X\,dR\,, \text{ ecc.}$$

Di qui, formando il $ds^2 = S\,d\overline{x}^2$ della superficie S luogo dell'estremo M, abbiamo subito

$$ds^2 = E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2 +$$
$$+ R^2(e\,du^2 + 2f\,du\,dv + g\,dv^2) - 2R(D\,du^2 + 2D'\,du\,dv + D''\,dv^2) + dR^2\,,$$

indi per la (42):

$$(43)\qquad ds^2 = dR^2 + (1 - R^2K)(E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2) -$$
$$- (2R + R^2H)(D\,du^2 + 2D'\,du\,dv + D''\,dv^2)\,.$$

Ora, affinchè la funzione incognita R corrisponda ad una soluzione del problema A), occorre e basta, pel § 18, che esista una deformata S_0 della S per la quale R rappresenti la distanza del punto $(u\,,v)$ da un punto fisso, e secondo la (41) § 17, questa condizione equivale all'altra che il ds^2 si ponga sotto la forma

$$ds^2 = dR^2 + R^2\,d\sigma^2\,,$$

dove $d\sigma^2$ rappresenta il quadrato dell'elemento lineare della sfera unitaria. In altre parole occorre e basta che la forma differenziale quadratica (definita positiva come ora subito si vedrà):

$$\frac{ds^2 - dR^2}{R^2} = \left(\frac{1}{R^2} - K\right)(E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2) -$$
$$- \left(\frac{2}{R} + H\right)(D\,du^2 + 2D'\,du\,dv + D''\,dv^2)$$

abbia curvatura $= +1$. Ma ora è manifesto che scrivendo questa condizione risulta per la funzione incognita R una equazione del secondo ordine *caratteristica* pel problema A). Concludiamo quindi:

Per risolvere il problema A) *si riporti sopra ogni normale di* Σ *un tale segmento* R *che la forma differenziale* (*definita positiva*)

$$(44)\quad \left(\frac{1}{R^2} - K\right)(E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2) - \left(\frac{2}{R} + H\right)(D\,du^2 + 2D'\,du\,dv + D''\,dv^2)$$

risulti di curvatura $=+1$. *Il luogo dei termini di questi segmenti dà una superficie* S *d'appoggio, dopo di che la rotolante* S, *insieme al punto satellite* O, *resta intrinsecamente individuata.*

Aggiungiamo che, per avere effettivamente S_0, occorre ridurre l'elemento lineare sferico $\frac{ds^2 - dR^2}{R^2}$ alla forma normale, ciò che richiede in generale l'integrazione di un'equazione di Riccati.

Resta che formiamo effettivamente l'indicata equazione del secondo ordine pel problema A), ciò che otteniamo nel modo più semplice riferendo la Σ alle sue linee di curvatura (u, v). Abbiamo allora, nelle consuete notazioni:

$$F = 0 \quad , \quad D = -\frac{E}{r_2} \quad , \quad D' = 0 \quad , \quad D'' = -\frac{G}{r_1}$$

$$K = \frac{1}{r_1 r_2} \quad , \quad H = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$$

e la forma differenziale (44) diventa

$$E\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_2}\right) du^2 + G\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_1}\right)^2 dv^2 ,$$

che è definita positiva, come si era detto.

Se prendiamo per incognita l'inversa di R

$$T = \frac{1}{R} ,$$

e poniamo per un momento

$$A = \sqrt{E}\, T + \frac{\sqrt{E}}{r_2} \quad , \quad B = \sqrt{G}\, T + \frac{\sqrt{G}}{r_1} , \tag{45}$$

la forma $A^2 du^2 + B^2 dv^2$ deve avere curvatura $=+1$, vale a dire deve sussistere l'equazione

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{A}\frac{\partial B}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{B}\frac{\partial A}{\partial v}\right) + AB = 0 . \tag{46}$$

Ora dalla derivazione delle (45), coll'osservare le formole di Codazzi

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\sqrt{G}}{r_1}\right) = \frac{1}{r_2}\frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u} \quad , \quad \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\sqrt{E}}{r_2}\right) = \frac{1}{r_1}\frac{\partial \sqrt{E}}{\partial v} ,$$

si trae

$$\frac{1}{A}\frac{\partial B}{\partial u} = \frac{\sqrt{G}}{A}\frac{\partial T}{\partial u} + \frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u}$$

$$\frac{1}{B}\frac{\partial A}{\partial v} = \frac{\sqrt{E}}{B}\frac{\partial T}{\partial v} + \frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial \sqrt{E}}{\partial v} .$$

Sostituendo nella (46), con riguardo all'equazione di Gauss

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right)+\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right)=-\frac{\sqrt{EG}}{r_1 r_2},$$

si ottiene l'equazione a derivate parziali richiesta sotto la forma definitiva:

$$\text{(VI)}\quad \frac{\partial}{\partial u}\left(\sqrt{\frac{G}{E}}\,\frac{\frac{\partial T}{\partial u}}{T+\frac{1}{r_2}}\right)+\frac{\partial}{\partial v}\left(\sqrt{\frac{E}{G}}\,\frac{\frac{\partial T}{\partial v}}{T+\frac{1}{r_1}}\right)+\sqrt{EG}\left\{T^2+T\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)\right\}=0.$$

Deduciamo subito di qui una semplice proprietà domandando quando è che la (VI) possiede una soluzione T *costante*. È necessario e sufficiente per ciò che sia $\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}=-\frac{1}{T}=\text{cost}$, cioè che sia costante la curvatura media di Σ. In tal caso, essendo R costante, la superficie rotolante S_0 è una sfera, ed il centro è il punto satellite, onde si vede che: *se la sfera rotola su qualunque superficie applicabile, il centro descrive una superficie a curvatura media costante* (*non nulla*); *e viceversa ogni superficie a curvatura media costante può generarsi in questo modo.*

Sotto altra forma, è questo il noto teorema di Bonnet che riduce la ricerca delle superficie a curvatura media costante a quella delle superficie applicabili sulla sfera, e viceversa [1].

§ 20.

Soluzioni della (VI) corrispondenti alle superficie antipodari di Σ.

I risultati ottenuti fanno dipendere la soluzione del problema A) da un'equazione del secondo ordine, la (VI), analogamente come il problema di trovare tutte le deformate per flessione di una superficie data dipende da un'equazione del 2° ordine, l'equazione dell'applicabilità sotto la forma (I), o (II) §§ 5 e 6. I due problemi confrontati sono dello stesso ordine di difficoltà, ed un altro ravvicinamento fra di essi consiste in questo che in ambedue i casi siamo in grado di assegnare *a priori* della corrispondente equazione del 2° ordine una soluzione con tre costanti arbitrarie. Nel caso del problema della deformazione queste sono le soluzioni che si hanno eguagliando la funzione incognita alla distanza dei punti della superficie da un piano fisso, ovvero da un punto fisso. E nel caso del rotolamento sono quelle soluzioni evidenti che si hanno (§ 11) considerando la superficie data Σ come podare di una conveniente superficie S_0 (antipodare) rispetto ad un punto qualunque O dello spazio. L'osservazione, geometricamente ovvia, merita di essere sviluppata per tro-

[1] Vol. II, § 393.

vare la forma effettiva di queste ∞^3 soluzioni della (VI) che si hanno *in termini finiti* per qualunque superficie Σ.

Da un punto fisso O dello spazio, che possiamo prendere per origine, projettiamo i punti P di Σ, e nell'estremo P del raggio vettore OP conduciamo il piano π normale ad OP; questo invilupperà una superficie S_0 (antipodare di Σ). Se diciamo M il punto di contatto di π coll'antipodare S_0 e W_3 la distanza di O dal piano tangente in P alla superficie Σ, si trova con calcolo elementare

$$\overline{OM}^2 = \frac{\overline{OP}^4}{W_3^2} .$$

Posto, con notazione consueta

$$2\varrho = OP^2 = Sx^2 ,$$

il valore di OM è dunque $\pm \frac{2\varrho}{W_3}$, e ridotto alla metà darà (cfr. §§ 6, 11) il valore cercato di R, che, precisato anche nel segno, sarà

$$R = -\frac{\varrho}{W_3} .$$

Confermiamo questo risultato col calcolo dimostrando il teorema:

Per una qualunque superficie Σ, indicando con ϱ il semiquadrato della distanza di un punto fisso O *arbitrario dello spazio da un punto variabile* (u,v) *sulla superficie, e con* W_3 *la distanza (algebrica) di* O *dal relativo piano tangente, la funzione*

$$T = -\frac{W_3}{\varrho} \tag{47}$$

dà sempre una soluzione della equazione fondamentale (VI) *pel problema* A) [1].

Per la verifica si riferisca ancora la superficie Σ alle sue linee di curvatura (u,v), colle consuete notazioni, ed oltre le quantità $\varrho = \frac{1}{2} Sx^2$, $W_3 = SxX_3$, si introducano anche le distanze W_1, W_2 dai due piani principali di Σ:

$$W_1 = SxX_1 \quad , \quad W_2 = SxX_2 .$$

[1] In altre parole, per una superficie *qualunque* Σ, colle due forme quadratiche fondamentali $E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2$, $D\,du^2 + 2D'du\,dv + D''dv^2$, avendo H, K, ϱ, W_3 i significati stabiliti, la forma differenziale

$$\left(\frac{W_3^2}{\varrho^2} - K\right)(E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2) + \left(2\frac{W_3}{\varrho} - H\right)(D\,du^2 + 2D'du\,dv + D''dv^2)$$

ha sempre la curvatura costante $= +1$.

Sussistono allora le formole

$$
(48)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\frac{\partial W_1}{\partial u}=\sqrt{E}-\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}W_2-\frac{\sqrt{E}}{r_2}W_3\ ,\quad \frac{\partial W_1}{\partial v}=\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}W_2\\
&\frac{\partial W_2}{\partial u}=\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}W_1\ ,\quad \frac{\partial W_2}{\partial v}=\sqrt{G}-\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}W_1-\frac{\sqrt{G}}{r_1}W_3\\
&\frac{\partial W_3}{\partial u}=\frac{\sqrt{E}}{r_2}W_1\ ,\quad \frac{\partial W_3}{\partial v}=\frac{\sqrt{G}}{r_1}W_1\\
&\frac{\partial\varrho}{\partial u}=\sqrt{E}\,W_1\ ,\quad \frac{\partial\varrho}{\partial v}=\sqrt{G}\,W_2\,.
\end{aligned}\right.
$$

Per le derivate della funzione T data dalla (47) si ha quindi

$$
\frac{\partial T}{\partial u}=\frac{\sqrt{E}\,W_3-\frac{\sqrt{E}}{r_2}\varrho}{\varrho^2}\cdot W_1\ ,\quad \frac{\partial T}{\partial v}=\frac{\sqrt{G}\,W_3-\frac{\sqrt{G}}{r_1}\varrho}{\varrho^2}\,W_2\,,
$$

e sostituendo nella (VI), questa si riduce alla seguente

$$
\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\sqrt{G}}{\varrho}W_1\right)+\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\sqrt{E}}{\varrho}W_2\right)+\sqrt{EG}\left\{\frac{W_3}{\varrho}\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)-\frac{W_3^2}{\varrho^2}\right\},
$$

che sussiste identicamente, in forza delle (48) e dell'altra

$$
W_1^2+W_2^2+W_3^2=Sx^2=2\varrho\,.
$$

§ 21.

Equazione a derivate parziali pel problema B).

Il procedimento usato al § 19 per formare l'equazione a derivate parziali (VI) caratteristica pel problema A), serve ancora per trovare l'analoga relativa al problema B). Riprendendo i calcoli eseguiti fino alla equazione (43), bisognerà ora determinare la funzione incognita R in guisa che la superficie S ammetta una deformata per flessione S_0 nella quale R rappresenti la distanza del suo punto generico (u, v) da un piano fisso π. Occorre dunque e basta che il ds^2 comune di S, S_0 si possa porre sotto la forma

$$
ds^2=dR^2+d\sigma^2\,,
$$

dove $d\sigma^2$ rappresenta ora il quadrato dell'elemento lineare del piano. Osservando la (43) ne segue:

Per risolvere il problema B) *si riporti sopra ogni normale della superficie data* Σ *un tale segmento* $R = R(u, v)$ *che risulti nulla la curvatura della forma differenziale* (*definita positiva*)

$$(1 - R^2 K)(E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2) - (2R + R^2 H)(D\,du^2 + D'du\,dv + D''dv^2).$$

Il luogo dei termini di questi segmenti R *dà una superficie d'appoggio* S, *dopo di che la rotolante* S_0, *insieme al piano satellite* π, *ne resta intrinsecamente individuata.*

Aggiungiamo che, nel caso attuale, *la determinazione effettiva della superficie rotolante* S_0 *non richiede che quadrature.* Infatti la ricerca equivale all'altra di ridurre la forma differenziale a curvatura nulla alla forma normale del piano, ciò che si fa con quadrature.

Anche qui, per formare nel modo più semplice la relativa equazione a derivate parziali in R, riferiamo la superficie data Σ alle sue linee di curvatura. La forma differenziale di cui dobbiamo eguagliare a zero la curvatura è

$$E\left(1 + \frac{R}{r_2}\right)^2 du^2 + G\left(1 + \frac{R}{r_1}\right)^2 dv^2,$$

ed eseguendo il calcolo troviamo per l'equazione richiesta:

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{r_2}{r_1}\sqrt{\frac{G}{E}}\,\frac{\frac{\partial R}{\partial u}}{R + r_2}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{r_1}{r_2}\sqrt{\frac{E}{G}}\,\frac{\frac{\partial R}{\partial v}}{R + r_1}\right) = \frac{\sqrt{EG}}{r_1 r_2}. \tag{49}$$

Se si introducono i coefficienti dell'elemento lineare sferico rappresentativo, ponendo

$$\sqrt{e} = \frac{\sqrt{E}}{r_2}\ , \quad \sqrt{g} = \frac{\sqrt{G}}{r_1},$$

si ha così l'equazione a derivate parziali in R per il problema B) sotto la forma definitiva:

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(\sqrt{\frac{g}{e}}\,\frac{\frac{\partial R}{\partial u}}{R + r_2}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\sqrt{\frac{e}{g}}\,\frac{\frac{\partial R}{\partial v}}{R + r_1}\right) = \sqrt{eg}. \tag{VII}$$

Come per l'equazione (VI), così anche per l'attuale (VII) siamo in grado di assegnare, qualunque sia la superficie Σ, una triplice infinità di soluzioni in corrispondenza agli ∞^3 punti dello spazio. Basta infatti segare un piano fisso π col piano tangente mobile di Σ e considerare l'uno o l'altro dei piani bisettori del diedro di questi due piani. La superficie S inviluppo di questo piano bisettore dà la superficie dei centri di un inviluppo di sfere che toccano il piano π e la simmetrica di Σ rispetto a π. Calcolando l'ordinata di un punto generico di S rispetto a π si ha

un valore di R soluzione della (VII). Se si prende per piano xy il piano π si trova

$$R = \frac{z}{1 - Z_3}\,, \quad \text{ovvero} \quad R = \frac{-z}{1 + Z_3}$$

ed è facile verificare che l'uno e l'altro valore di R dà sempre una soluzione della equazione (VII). Sostituendo infatti nella (VII) ed avendo riguardo alle formole

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\partial z}{\partial u} = r_2 \sqrt{e}\, Z_1 \quad , \quad \dfrac{\partial Z_3}{\partial u} = \sqrt{e}\, Z_1 \\[2ex] \dfrac{\partial Z_1}{\partial u} = -\dfrac{1}{\sqrt{g}} \dfrac{\partial \sqrt{e}}{\partial v} Z_2 - \sqrt{e}\, Z_3 \\[2ex] \dfrac{\partial Z_2}{\partial v} = -\dfrac{1}{\sqrt{e}} \dfrac{\partial \sqrt{g}}{\partial u} Z_1 - \sqrt{g}\, Z_3 \,, \end{array}\right.$$

facilmente si vede che essa è identicamente verificata. In altre parole, per qualunque superficie Σ, risulta di curvatura nulla la forma quadratica

$$(1 - R^2K)(E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2) - (2R + R^2H)(D\,du^2 + 2D'\,du\,dv + D''\,dv^2)$$

quando vi si faccia

$$R = \frac{\pm z}{1 \mp Z}$$

essendo z l'ordinata di un punto di Σ rispetto ad un piano fisso e Z il seno dell'angolo d'inclinazione della normale alla superficie su questo piano.

§ 22.

Caso di un inviluppo di rotolamento sviluppabile.

I risultati sopra ottenuti pel problema B) valgono anche nel caso che il prescritto inviluppo Σ di rotolamento sia una superficie sviluppabile, con questo però che, dovendo ora il piano satellite π assumere solo una semplice infinità di posizioni, le due superficie applicabili si ridurranno necessariamente a due rigate (R_0, R) con generatrici corrispondenti nell'applicabilità (§ 13).

Per trattare questo caso, definiamo la superficie sviluppabile Σ col dare il suo spigolo di regresso Γ [1], di cui indichiamo con u l'arco, con $\varrho = \varrho(u)$, $T = T(u)$ i

[1] Il caso in cui Γ si riduca ad un punto (coni o cilindri) si tratterebbe analogamente, ma le formole relative seguono dalle generali come caso limite.

raggi di flessione e torsione, mantenendo tutte le consuete notazioni della teoria delle curve (vol. I, cap. I). Se diciamo x_0, y_0, z_0 le coordinate di un punto mobile su Γ, per la sviluppabile Σ delle tangenti, riferita alle sue linee di curvatura u, v, si hanno le equazioni parametriche

$$x = x_0 + (v-u)\alpha \quad , \quad y = y_0 + (v-u)\beta \quad , \quad z = z_0 + (v-u)\gamma ,$$

da cui

$$ds^2 = \left(\frac{v-u}{\varrho}\right)^2 du^2 + dv^2$$

e pei coseni di direzione della normale

$$X = \lambda \ , \ Y = \mu \ , \ Z = \nu .$$

Nelle formole generali al paragrafo precedente dobbiamo porre in conseguenza

$$\sqrt{E} = \frac{v-u}{\varrho} \quad , \quad \sqrt{G} = 1$$

$$\frac{1}{r_1} = 0 \quad , \quad \frac{1}{r_2} = \frac{\varrho}{T(v-u)} ,$$

e l'equazione (49) diventa semplicemente

$$\frac{\partial^2 R}{\partial v^2} = 0 ,$$

per cui in questo caso abbiamo la soluzione generale dell'equazione a derivate parziali pel problema B) nella formola

$$R = v\varphi(u) + \psi(u) ,$$

colle due funzioni arbitrarie $\varphi(u), \psi(u)$ della sola u (¹).

Per interpretare il risultato geometricamente, cominciamo dal calcolare le coordinate $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ del punto mobile sulla superficie S d'appoggio dalle formole $\bar{x} = x + RX$, ecc., onde avremo

$$\begin{cases} \bar{x} = x_0 + (v-u)\alpha + [v\varphi(u) + \psi(u)]\lambda \\ \bar{y} = y_0 + (v-u)\beta + [v\varphi(u) + \psi(u)]\mu \\ \bar{z} = z_0 + (v-u)\gamma + [v\varphi(u) + \psi(u)]\nu . \end{cases}$$

(¹) In particolare se si prende

$$\varphi(u) = \frac{\gamma}{1-\nu} \quad , \quad \psi(u) = \frac{z_0 - u\gamma}{1-\nu}$$

si ha la soluzione particolare del § 21.

I secondi membri sono funzioni lineari intere di v, e però le linee $u = \text{cost}$ sono rette, cioè: *la superficie d'appoggio è una rigata* R. È chiaro poi che ciascuna retta $u = \text{cost}$ è tracciata nel piano della tangente e della binormale di Γ (piano rettificante), ossia nel piano normale lungo una generatrice della sviluppabile Σ alla superficie, e questa retta di R ha ivi del resto una posizione *arbitraria* dipendentemente dalle funzioni $\varphi(u)$, $\psi(u)$.

È facile confermare col calcolo che anche la superficie rotolante è una *rigata* R, le cui linee $u = \text{cost}$ sono rette. Se si prende infatti il piano satellite per piano xy, e con x_1, y_1, z_1 si indicano le coordinate del punto (u, v) sulla rotolante, avremo

$$z_1 = \mathrm{R} = v\varphi(u) + \psi(u),$$

e inoltre (§ 21)

$$dx_1^2 + dy_1^2 = \mathrm{E}\left(1 + \frac{\mathrm{R}}{r_2}\right)^2 du^2 + \mathrm{G}\left(1 + \frac{\mathrm{R}}{r_1}\right)^2 dv^2,$$

cioè nel caso nostro

$$dx_1^2 + dy_1^2 = \left\{ v\left(\frac{1}{\varrho} + \frac{\varphi(u)}{\mathrm{T}}\right) + \frac{\psi(u)}{\mathrm{T}} - \frac{u}{\varrho} \right\}^2 du^2 + dv^2. \tag{50}$$

Basterà determinare una coppia particolare di funzioni x_1, y_1 che soddisfino la (50), e per ciò, indicando con σ, l, m tre funzioni della u da determinarsi, pongasi

$$x_1 = v\cos\sigma + l \quad , \quad y_1 = v \operatorname{sen}\sigma + m.$$

Per soddisfare la (50), dovremo avere (gli accenti indicando derivate):

$$\sigma'^2 = \left(\frac{1}{\varrho} + \frac{\varphi(u)}{\mathrm{T}}\right)^2 \quad , \quad \sigma'(m'\cos\sigma - l'\operatorname{sen}\sigma) = \left(\frac{1}{\varrho} + \frac{\varphi(u)}{\mathrm{T}}\right)\left(\frac{\psi(u)}{\mathrm{T}} - \frac{u}{\varrho}\right),$$

$$l'^2 + m'^2 = \left(\frac{\psi(u)}{\mathrm{T}} - \frac{u}{\varrho}\right)^2,$$

e basterà prendere

$$\sigma' = \frac{1}{\varrho} + \frac{\varphi(u)}{\mathrm{T}} \quad , \quad l' = -\operatorname{sen}\sigma\left(\frac{\psi(u)}{\mathrm{T}} - \frac{u}{\varrho}\right) \quad , \quad m' = \cos\sigma\left(\frac{\psi(u)}{\mathrm{T}} - \frac{u}{\varrho}\right),$$

indi con quadrature si avranno σ, l, m. Le equazioni parametriche della superficie rotolante

$$x_1 = v\cos\sigma + l \quad , \quad y_1 = v\operatorname{sen}\sigma + m \quad , \quad z_1 = v\varphi(u) + \psi(u)$$

mostrano chiaramente che questa è una rigata R_0, colle rette $u = \text{cost}$.

Concludiamo quindi: *Per risolvere il problema* B) *nel caso di un inviluppo* Σ *di rotolamento sviluppabile, scelgasi ad arbitrio (con legge continua) una retta nel piano condotto per ogni generatrice di* Σ *normalmente alla* Σ. *Il luogo di queste rette dà una rigata* R *d'appoggio, e questa ammette una ed una sola de-*

formata rigata R_0, *tale che i piani tangenti di* Σ, *trascinati nella deformazione, vengano a coincidere in un piano* π. *Se* R_0 *rotola sopra* R, *il piano satellite* π *inviluppa la sviluppabile* Σ *prescritta* [1].

Si osservi che fra le infinite coppie (R_0, R) di rigate applicabili, che risolvono il problema B) nel caso attuale, vi sono infinite *coppie di sviluppabili*. Lo spigolo di regresso della rigata R d'appoggio può scegliersi ad arbitrio fra le curve tracciate sulla sviluppabile rettificante dello spigolo Γ di regresso di Σ.

§ 23.

Coppie di rigate applicabili per una curva prescritta di rotolamento.

In simile modo trattiamo un secondo problema, in certo modo *duale* del precedente, che è un caso limite del problema A) § 19, quando la superficie di rotolamento Σ si restringe ad una curva Γ: *Trovare tutte le coppie di rigate applicabili* (R_0, R) *tali che, rotolando* R_0 *su* R, *un punto* O *satellite di* R_0 *descriva una curva prescritta* Γ.

Applicheremo per ciò l'analisi del § 19 prendendo dapprima come effettiva superficie di rotolamento una superficie *canale* di raggio $= k$ coll'asse curvilineo Γ, e passando poi al limite per $k = 0$.

Se nel punto $P \equiv (x_0 y_0 z_0)$ di Γ eleviamo un segmento PM = R normale alla curva, per le coordinate x, y, z dell'estremo M abbiamo

$$x = x_0 + R\cos\theta . \xi + R \operatorname{sen}\theta . \lambda, \text{ ecc.} \tag{51}$$

dove θ indica l'angolo che il segmento PM fa colla normale principale. Calcolando da queste formole il $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ dello spazio, dapprima in coordinate u, θ, R, abbiamo

$$ds^2 = \left\{\left(1 - \frac{R\cos\theta}{\varrho}\right)^2 + \frac{R^2}{T^2}\right\} du^2 + R^2\, d\theta^2 + dR^2 - \frac{2R^2}{T}\, du\, d\theta,$$

e introducendo al posto di θ la nuova variabile

$$v = \theta - \int \frac{du}{T}, \tag{52}$$

risulta

$$ds^2 = \left(1 - \frac{R\cos\theta}{\varrho}\right)^2 du^2 + R^2\, dv^2 + dR^2,$$

[1] Questa proposizione può anche stabilirsi con considerazioni geometriche infinitesimali sulla flessione delle rigate, al modo intuitivo usato dal Beltrami nella sua Memoria. Lo stesso dicasi pel problema trattato al paragrafo seguente.

formola che pone in evidenza il sistema triplo ortogonale di cui le $R = \text{cost}$ sono le superficie canali di asse curvilineo Γ e le $u = \text{cost}$ i piani normali a Γ. Se si trattasse di trovare le generazioni per rotolamento della superficie canale $R = k$, dovremmo pel § (19) determinare R in funzione di u, v in guisa che per la forma differenziale

$$\frac{1}{(R-k)^2} \{ ds^2 - dR^2 \}$$

la curvatura risultasse $= 1$. Passando nel caso nostro al limite per $k = 0$, dovremo determinare R dalla condizione che sia $= +1$ la curvatura della forma

$$\frac{ds^2 - dR^2}{R^2} = \left(\frac{1}{R} - \frac{\cos\theta}{\varrho} \right)^2 du^2 + dv^2 .$$

Occorre dunque e basta che il binomio $\frac{1}{R} - \frac{\cos\theta}{\varrho}$ abbia la forma $a \cos v + b \,\text{sen}\, v$, con a, b funzioni di u, ossia per la (52) che si abbia

$$\frac{1}{R} = \varphi(u) \cos\theta + \psi(v) \,\text{sen}\, \theta ,$$

con $\varphi(u), \psi(u)$ funzioni arbitrarie di u. Sostituendo nelle (51), ed osservando che $R \cos\theta$, $R \,\text{sen}\, \theta$ sono, nel piano normale $u = \text{cost}$ della Γ, le coordinate rettangolari X, Y del punto $M \equiv (x, y, z)$, riferite alla normale principale ed alla binormale come assi, risulta che X, Y sono legate in questo piano dalla equazione lineare

$$\varphi(u)\, X + \psi(u)\, Y = 1 .$$

Dunque sulla superficie d'appoggio S le $u = \text{cost}$ sono rette tracciate nei piani normali di Γ, in modo affatto arbitrario, dipendentemente da $\varphi(u), \psi(u)$.

La soluzione del problema proposto è adunque la seguente:

Sopra ciascun piano normale della curva data Γ si scelga ad arbitrio una retta, e la rigata R *luogo di queste rette si consideri come flessibile colle generatrici rigide, ciascuna delle quali trascina seco invariabilmente il punto corrispondente di* C. *Esiste una ed una sola deformazione della rigata* R *in una rigata* R_0, *tale che tutti i punti di Γ si raccolgono, dopo la deformazione, in un solo punto* O. *Se si fa rotolare* R_0 *su* R, *il punto satellite* O *descrive la curva prescritta Γ.*

Anche qui vi sono infinite coppie (R_0, R) di sviluppabili [1], potendosi scegliere ad arbitrio lo spigolo di regresso della seconda R fra le curve tracciate sulla svilup-

[1] In questo caso si può anche parlare semplicemente del rotolamento dello spigolo di regresso C_0 dell'una sullo spigolo di regresso C dell'altra. Le due curve hanno in punti corrispondenti eguale flessione ed il rotolamento avviene coincidendo in ogni istante i due triedri principali

pabile polare di Γ. In particolare prendendo per R la sviluppabile polare stessa, risulta la nota costruzione del Cesàro per le curve con assegnato luogo dei centri delle sfere osculatrici.

§ 24.

Superficie di rotolamento piana o sferica.

Nei due problemi di rotolamento, trattati nei due ultimi paragrafi, abbiamo potuto integrare completamente la relativa equazione fondamentale e risolvere quindi in tutta la generalità la questione proposta, che portava però ad un rotolamento con un solo parametro.

Ora passiamo a trattare un caso di rotolamento *a due parametri* nel quale il problema A) può ancora risolversi completamente. È questo il caso quando la superficie di rotolamento prescritta è un piano, ovvero una sfera. Il caso analogo pel problema B) avviene quando l'inviluppo prescritto di rotolamento è una sfera, ma non differisce dal primo caso indicato se non per lo scambio delle due superficie applicabili generatrici (S_0, S) [1].

a) Se la superficie prescritta di rotolamento Σ è un piano, possiamo prenderne l'elemento lineare p. es. sotto la forma normale

$$ds^2 = du^2 + dv^2 ,$$

e la corrispondente superficie S d'appoggio si troverà, secondo il § 19, elevando in ogni punto del piano un segmento normale $R = R(u, v)$, tale che la forma differenziale

$$ds'^2 = \frac{du^2 + dv^3}{R^2}$$

rappresenti il ds'^2 della sfera unitaria, dopo di che il luogo dei termini dei segmenti darà la cercata superficie S d'appoggio. Ma queste forme del ds'^2 sferico sono tutte e sole le ben note forme isoterme, ed il problema quindi è completamente risolto.

---

del punto di contatto. Si hanno così problemi di curve *roulettes* nello spazio, che si possono trattare direttamente con facilità. Così per es. se si domanda che rotolando una curva C_0 su *qualunque* sua deformata (per sola torsione) un punto satellite O descriva sempre una curva a flessione costante, si trova che C_0 deve essere un circolo ed il punto satellite deve essere nel centro, ciò che conduce ad un risultato ben noto.

[1] Se rotolando S_0 sopra S il punto satellite O descrive un piano π, inversamente quando S rotoli su S_0 accompagnata dal piano satellite π, questo passa costantemente per un punto ed ogni piano satellite parallelo inviluppa una sfera.

b) Sia in secondo luogo la superficie Σ di rotolamento una sfera di raggio $=a$, di cui potremo scrivere il ds^2 p. es. sotto la forma

$$ds^2 = a^2 \cosh^2 u (du^2 + dv^2), \quad \text{con} \quad \frac{1}{r_1} = \frac{1}{r_2} = \frac{1}{a}.$$

Il problema consiste nel determinare $R = R(u, v)$ in guisa che l'elemento lineare

$$ds'^2 = \left(1 + \frac{a}{R}\right)^2 \cosh^2 u (du^2 + dv^2)$$

appartenga nuovamente alla sfera unitaria; e coincide dunque con quello ora considerato.

Diamo nel prossimo paragrafo le eleganti formole del Calò che assegnano, in termini finiti, le coppie (S_0, S) di superficie applicabili corrispondenti ad una superficie Σ di rotolamento piana o sferica; ma prima ancora osserviamo alcune proprietà di queste superficie (S_0, S) che sono semplici conseguenze dei teoremi generali.

Sia dapprima la Σ un piano che possiamo prendere per piano xy, e sia $z = PM$ l'ordinata fra il piano π di rotolamento e la superficie S d'appoggio. Quando la S si deforma nella rotolante S_0, trascinando seco invariabilmente i segmenti MP, i termini P di questi vengono a riunirsi nel punto satellite. Per ciò la nostra z deve soddisfare alla seconda equazione (II) dell'applicabilità (§ 6); e viceversa ad ogni soluzione z di questa corrisponde una superficie S d'appoggio pel nostro problema. Prendiamo allora per variabili indipendenti le cartesiane x, y, ed avremo con le notazioni di Monge

$$z_{11} = \frac{r}{1 + p^2 + q^2}, \quad z_{12} = \frac{s}{1 + p^2 + q^2}, \quad z_{22} = \frac{t}{1 + p^2 + q^2}$$

$$EG - F^2 = 1 + p^2 + q^2, \quad 1 - \Delta_1 z = \frac{1}{1 + p^2 + q^2}$$

$$K = \frac{rt - s^2}{(1 + p^2 + q^2)^2},$$

e sostituendo nella detta equazione (II), si trova semplicemente

$$r + t = \frac{1 + p^2 + q^2}{z}.$$

onde: *Le superficie* S *d'appoggio per una superficie piana* Σ *di rotolamento sono tutte e sole le superficie integrali delle equazioni del secondo ordine*

$$r + t = \frac{1 + p^2 + q^2}{z}.$$

Alla loro volta anche tutte le superficie rotolanti S_0 sono gli integrali di un'equazione del secondo ordine; questa si ha semplicemente scrivendo che la distanza del punto (u, v) di S_0 dal punto fisso satellite soddisfa alla prima equazione (A) § 5 dell'applicabilità.

Una proprietà del tutto analoga offrono le coppie (S_0, S) di superficie applicabili nel caso di una superficie di rotolamento sferica. Consideriamo infatti la corrispondenza d'applicabilità fra (S_0, S), e sia R la distanza di un punto (u, v) di S_0 dal punto satellite O, R' quella del punto corrispondente di S dal centro O' della sfera di rotolamento di raggio $= a$; abbiamo manifestamente

$$R' \pm R = a .$$

E allora se scriviamo che l'equazione (II) dell'applicabilità, oltre la soluzione R, ammette l'altra $a \pm R$, si avrà l'indicata equazione del secondo ordine che caratterizza le superficie in discorso.

§ 25.

Le formole di Calò per le coppie (S_0, S) di superficie applicabili.

a) La superficie Σ di rotolamento sia dapprima un piano, e si indichino con x_0, y_0, z_0 ; x, y, z le coordinate di due punti corrispondenti per l'applicabilità di S_0, S, le quali superficie immaginiamo di più così collocate nello spazio che il punto satellite O sia nell'origine ed il piano Σ di rotolamento coincida col piano xy; avremo

$$dx_0^2 + dy_0^2 + dz_0^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 , \tag{53}$$

e inoltre

$$x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = z^2 ; \tag{53*}$$

viceversa, ogni qualvolta queste due condizioni siano insieme soddisfatte, si ha una coppia (S_0, S) richiesta. Riferendo la S_0 a coordinate polari R, θ, φ, col porre

$$x_0 = R \operatorname{sen} \theta \cos \varphi \quad , \quad y_0 = R \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \varphi \quad , \quad z_0 = R \cos \theta , \tag{54}$$

la (53) si scrive

$$dR^2 + R^2(d\theta^2 + \operatorname{sen}^2\theta \, d\varphi^2) = dx^2 + dy^2 + dz^2 ,$$

ossia, poichè $R = z$ per la (53*),

$$R^2(d\theta^2 + \operatorname{sen}^2\theta \, d\varphi^2) = dx^2 + dy^2 . \tag{55}$$

L'interpretazione geometrica di questa formola è la seguente: *La projezione centrale della superficie* S_0 *sopra la sfera unitaria di centro* O *e quella ortogonale* di S *sul piano fisso dànno una rappresentazione conforme della sfera sul piano.*

E allora se introduciamo la variabile complessa τ sulla sfera

$$\tau = \cot\frac{\theta}{2}\, e^{i\varphi},$$

insieme alla coniugata $\tau_0 = \cot\frac{\theta}{2}\, e^{-i\varphi}$, con che le formole (54) si scrivono

$$x_0 = R\frac{\tau + \tau_0}{\tau\tau_0 + 1} \quad , \quad y_0 = \frac{R}{i}\frac{\tau - \tau_0}{\tau\tau_0 + 1} \quad , \quad z_0 = R\frac{\tau\tau_0 - 1}{\tau\tau_0 + 1},$$

e indichiamo con

$$w = x + iy$$

la variabile complessa sul piano (con $w_0 = x - iy$ la coniugata), dovrà essere w funzione di τ, ovvero della coniugata τ_0. Ci possiamo limitare manifestamente al primo caso e porre

$$w = f(\tau) \quad , \quad w_0 = f_0(\tau_0);$$

e siccome dalla (55) risulta

$$\frac{4R^2\, d\tau\, d\tau_0}{(\tau\tau_0 + 1)^2} = dw\, dw_0 = f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)\, d\tau\, d\tau_0,$$

ne verrà

$$R = \tfrac{1}{2}(\tau\tau_0 + 1)\sqrt{f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)},$$

indi le formole definitive:

$$(56) \quad \begin{cases} x_0 = \dfrac{\tau + \tau_0}{2}\sqrt{f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)} \quad , \quad y_0 = \dfrac{\tau - \tau_0}{2i}\sqrt{f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)}, \\ z_0 = \dfrac{\tau\tau_0 - 1}{2}\sqrt{f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)} \\ x = \dfrac{f(\tau) + f_0(\tau_0)}{2} \quad , \quad y = \dfrac{f(\tau) - f_0(\tau_0)}{2i} \quad , \quad z = \dfrac{\tau\tau_0 + 1}{2}\sqrt{f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)}. \end{cases}$$

Sono queste le formole del Calò, dove figura una funzione *arbitraria* $f(\tau)$ della variabile complessa τ; ad ogni forma scelta per $f(\tau)$ corrisponde una coppia (S_0, S) di superficie applicabili che risolvono il problema, e cioè: *Se la* S_0 *rotola sulla* S, *il punto satellite* O *situato nell'origine descrive un piano.*

b) Veniamo al secondo caso che la superficie Σ di rotolamento sia una sfera di raggio $= a$. Riferendo ambedue le superficie S_0, S a coordinate polari coi rispettivi centri in O, O' (come al paragrafo precedente), fra i raggi vettori R, R' avremo la relazione $R' = a \pm R$, che è lecito fissare p. es. in

$$R' = a + R.$$

Essendo ora $dR = dR'$, l'eguaglianza dei due elementi lineari di S_0, S dà

$$R^2 d\sigma^2 = R'^2 d\sigma'^2 = (R + a)^2 d\sigma'^2, \tag{57}$$

dove $d\sigma^2, d\sigma'^2$ indicano rispettivamente i ds^2 delle projezioni centrali di S_0, S sulle sfere unitarie di centri O, O', e quindi: *le due projezioni centrali sferiche di* S_0, S *sono nuovamente in rappresentazione conforme.*

Chiamando τ la variabile complessa sulla prima sfera, τ' quella sulla seconda, potremo porre

$$\tau' = f(\tau),$$

essendo $f(\tau)$ il simbolo di una funzione *arbitraria* della variabile complessa τ. Ora la (57) diventa

$$\frac{4R^2\, d\tau\, d\tau_0}{(\tau\tau_0 + 1)^2} = \frac{4(R + a)^2\, d\tau'\, d\tau'_0}{(\tau'\tau'_0 + 1)^2},$$

ossia

$$\frac{R}{\tau\tau_0 + 1} = \frac{(R + a)\sqrt{f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)}}{f(\tau)\, f_0(\tau_0) + 1},$$

da cui

$$R = a\, \frac{(\tau\tau_0 + 1)\sqrt{f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)}}{f(\tau)\, f_0(\tau_0) + 1 - (\tau\tau_0 + 1)\sqrt{f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)}}$$

$$R + a = a\, \frac{f(\tau)\, f_0(\tau_0) + 1}{f(\tau)\, f_0(\tau_0) + 1 - (\tau\tau_0 + 1)\sqrt{f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)}}.$$

Dopo ciò le formole effettive che dànno le coppie (S_0, S) di superficie applicabili in questo secondo caso sono:

$$\left\{\begin{aligned} x_0 &= a\,\frac{(\tau + \tau_0)\sqrt{f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)}}{\Omega}, \quad y_0 = \frac{a}{i}\,\frac{(\tau - \tau_0)\sqrt{f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)}}{\Omega}, \\ z &= a\,\frac{(\tau\tau_0 - 1)\sqrt{f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)}}{\Omega} \\ x &= a\,\frac{f(\tau) + f_0(\tau_0)}{\Omega}, \quad y = \frac{a}{i}\,\frac{f(\tau) - f_0(\tau_0)}{\Omega}, \quad z = a\,\frac{f(\tau)\, f_0(\tau_0) - 1}{\Omega} \end{aligned}\right. \tag{58}$$

$$\text{con} \quad \Omega = f(\tau)\, f_0(\tau_0) + 1 - (\tau\tau_0 + 1)\sqrt{f'(\tau)\, f'_0(\tau_0)}.$$

Sono queste le seconde formole del Calò, che ad ogni funzione $f(\tau)$ della variabile complessa τ fanno corrispondere una coppia di superficie applicabili (S_0, S) soluzioni del problema A) pel caso che la superficie Σ di rotolamento sia una sfera di raggio $= a$: *Se la* S_0 *rotola sulla* S *il punto satellite* O *descrive una sfera di raggio* $= a$.

Osserviamo in fine che tanto nel caso *a*) delle formole (56), quanto nel caso *b*) delle formole (57), le linee di curvatura della superficie di rotolamento essendo inde-

terminate, l'equazione differenziale (40) del § 17 deve risolversi in una identità, ossia debbono sussistere le proporzioni

$$D - D_0 : D' - D'_0 : D'' - D''_0 = E_0 : F_0 : G_0 ;$$

e viceversa se queste sussistono la superficie di rotolamento, avendo le linee di curvatura indeterminate, sarà un piano o una sfera. Dunque le coppie di superficie applicabili S_0, S date dalle formole di Calò sono caratterizzate da questa proprietà:

Ogni sistema cinematicamente coniugato di S_0, S, *in particolare il sistema coniugato comune a* (S_0, S), *si cangia, in projezione centrale, in un sistema ortogonale* (*e viceversa*).

§ 26.

Interpretazione non-euclidea delle formole del Calò.

Si è visto che il problema di trovare tutte le generazioni del piano o della sfera come superficie di rotolamento resta risoluto, in termini finiti, dalle formole (56), (58) del Calò. Non meno notevole è un secondo significato che si può dare a queste formole quando il piano o la sfera di rotolamento si assumano come piano limite (rispettivamente come sfera limite) di una metrica non-euclidea (Poincaré); esse vengono a dare, in termini finiti, quelle superficie dello spazio iperbolico di curvatura costante negativa $K = -\frac{1}{a^2}$, che hanno costante la curvatura media $\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2}$, precisamente

$$\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} = \pm \frac{2}{a}.$$

Per dimostrare queste proprietà riferiamoci p. es. al piano come superficie di rotolamento ed alle formole (56), e nell'inviluppo di sfere che hanno i centri distribuiti sulla superficie S e toccano il piano π (piano xy), consideriamo la *seconda* falda dell'inviluppo, che diciamo Σ. Questa superficie Σ riferiamo alle sue linee di curvatura (u, v) colle solite formole, e diciamo R il raggio della sfera generica dell'inviluppo, sicchè dette x, y, z le coordinate di un punto di M, saranno

$$x + RX_3 \quad , \quad y + RY_3 \quad , \quad z + RZ_3 ,$$

quelle del centro della sfera; e siccome questa tocca il piano xy, dovremo avere

$$z + RZ_3 = \pm R,$$

da cui

$$R = \frac{\pm z}{1 \mp Z_3}.$$

Questi sono precisamente i valori di R assegnati al § 21, che dànno sempre soluzioni della equazione (VII) pel problema B). Ma attualmente uno di essi, poniamo per esempio

$$R = -\frac{z}{1+Z_3}$$

deve fornire anche una soluzione della equazione (VI) § 19 pel problema A), poichè il nostro inviluppo di sfere può deformarsi in modo (quando la S si deformi nella rotolante S_0) che la falda piana dell'inviluppo si riduca ad un punto. Se scriviamo allora che il valore scritto di R, ossia l'altro per la sua inversa

$$T = -\frac{1+Z_3}{z}, \tag{59}$$

soddisfa alla (VI), troveremo un'equazione a derivate parziali del secondo ordine per le nostre superficie Σ; e viceversa ogni superficie integrale di questa equazione sarà una superficie Σ della nostra classe.

Per eseguire il calcolo conviene tener conto delle formole, già ricordate al § 21:

$$(60)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial z}{\partial u} = \sqrt{E}\, Z_1 \;, \quad \dfrac{\partial z}{\partial v} = \sqrt{G}\, Z_2 \;; \quad \dfrac{\partial Z_3}{\partial u} = \dfrac{\sqrt{E}}{r_2} Z_1 \;, \quad \dfrac{\partial Z_3}{\partial v} = \dfrac{\sqrt{G}}{r_1} Z_2 \\[2ex] \dfrac{\partial Z_1}{\partial u} = -\dfrac{1}{\sqrt{G}} \dfrac{\partial \sqrt{E}}{\partial v} Z_2 - \dfrac{\sqrt{E}}{r_2} Z_3 \;, \quad \dfrac{\partial Z_2}{\partial v} = -\dfrac{1}{\sqrt{E}} \dfrac{\partial \sqrt{G}}{\partial u} Z_1 - \dfrac{\sqrt{G}}{r_1} Z_3 \end{cases}$$

e derivando il valore (59) di T, avremo in primo luogo:

$$\frac{\partial T}{\partial u} = \sqrt{E}\, Z_1 \frac{(1+Z_3) - \dfrac{z}{r_2}}{z^2} \;, \quad \frac{\partial T}{\partial v} = \sqrt{G}\, Z_2 \frac{(1+Z)_3 - \dfrac{z}{r_1}}{z^2},$$

indi

$$\sqrt{\frac{G}{E}} \frac{\dfrac{\partial T}{\partial u}}{T + \dfrac{1}{r_2}} = -\frac{\sqrt{G}}{z} Z_1 \;, \quad \sqrt{\frac{E}{G}} \frac{\dfrac{\partial T}{\partial v}}{T + \dfrac{1}{r_1}} = -\frac{\sqrt{E}}{z} Z_2 \,.$$

Sostituendo nella (VI) § 19, otteniamo:

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{\sqrt{G}}{z} Z_1\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\sqrt{E}}{z} Z_2\right) - \sqrt{EG}\, \frac{(1+Z_3)^2}{z^2} + \sqrt{EG}\, \frac{1+Z_3}{z}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = 0 \,,$$

ed eseguendo colle (60) e riducendo, col tener conto che si ha

$$Z_1^2 + Z_2^2 = 1 - Z_3^2 \,,$$

resta, come equazione a derivate parziali *caratteristica* delle nostre superficie Σ, la seguente:

$$\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}=2\,\frac{1+Z_3}{z}. \tag{61}$$

Se ora riguardiamo la nostra superficie Σ come immagine di una superficie dello spazio iperbolico di curvatura $K=-\frac{1}{a^2}$, definito dalla forma di Poincaré del ds^2

$$ds^2=a^2\,\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{z^2},$$

e con $\frac{1}{\varrho_1}, \frac{1}{\varrho_2}$ indichiamo le curvature principali (ridotte) di Σ nella metrica non-euclidea abbiamo per una nota formola (vol. I, pag. 515)

$$\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}=\frac{z}{a}\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)-\frac{2}{a}Z_3,$$

e la (61) diventa quindi semplicemente

$$\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}=\frac{2}{a}, \tag{61*}$$

cioè: *la superficie Σ, riguardata come appartenente allo spazio pseudosferico di curvatura $-\frac{1}{a^2}$ ha la curvatura media $\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}$ costante $=\frac{2}{a}$.*

Le considerazioni superiori dimostrano che sono in sostanza due problemi identici quello della generazione del piano come superficie di rotolamento (in metrica euclidea) e l'altro della determinazione delle superficie a curvatura media costante $\frac{2}{a}$ in metrica iperbolica di curvatura $-\frac{1}{a^2}$. In effetto risulta la proposizione seguente:

Se, rotolando la superficie S_0 *sopra una sua applicabile* S, *un punto* O *satellite di* S_0 *descrive un piano* π, *si considerino le sfere coi centri distribuiti sopra* S *che toccano* π. *La seconda falda* Σ *dell'inviluppo, riguardata in metrica iperbolica di curvatura* $-\frac{1}{a^2}$ *di cui* π *sia il piano limite (nella rappresentazione di Poincaré), è una superficie a curvatura media costante* $\frac{2}{a}$, *e viceversa ogni superficie con questa curvatura media costante nella metrica iperbolica dà luogo ad una generazione del piano come superficie di rotolamento.*

Un risultato affatto analogo sussiste nel caso che al piano π come superficie di rotolamento si sostituisca una sfera; basta alla rappresentazione di Poincaré nel se-

mispazio sostituire quella entro la sfera limite. In altre parole i due problemi di trovare tutte le generazioni del piano o della sfera come superficie di rotolamento sono equivalenti, a meno di trasformazioni per raggi vettori reciproci.

Un'altra proprietà importante delle congruenze di sfere qui considerate è che la corrispondenza fra la falda Σ dell'inviluppo e l'altra falda piana o sferica è una corrispondenza *conforme*. Non ci tratteniamo qui a dedurla dalle formole attuali, essendo questa un caso particolare delle trasformazioni D_m di Darboux delle quali ci occuperemo più tardi (v. § 53).

Come teoremi relativi alle superficie a curvatura media costante in metrica non-euclidea, queste proprietà sono note già da gran tempo, e vennero la prima volta stabilite dall'autore in antichi lavori [1]. Successivamente Thybaut, nei suoi studî sulla deformazione del paraboloide [2], si occupò delle superficie Σ integrali della (61), come *caratterizzate* dalla proprietà che le sfere tangenti alla superficie e ad un piano fisso (piano xy), tracciano una rappresentazione conforme della superficie sul piano.

[1] V. la Memoria: *Sulle superficie minime degli spazî a curvatura costante* (Atti dei Lincei, 1888), e l'altra: *Alcune ricerche di geometria non-euclidea* (Annali di matematica, tomo VII, serie 3ª, 1898).

[2] Annales de l'École Normale Supérieure, tomo XVII, serie 3ª, 1900.

PARTE SECONDA

Applicazioni ai teoremi di Guichard e loro inversi. Trasformazioni di Ribaucour. Trasformazioni D_m di Darboux delle superficie isoterme e trasformazioni duali E_m.

§ 27.

Congruenze elementari [1] di Ribaucour deformabili.

In questa seconda parte della Memoria noi ci occuperemo dapprima di una classe di problemi sulla deformazione delle congruenze di sfere, nei quali si domanda che, in *qualunque* deformazione della congruenza l'inviluppo (una falda dell'inviluppo), goda costantemente di una determinata proprietà geometrica.

Un primo problema di questa specie abbiamo trattato e risoluto al § 10 col determinare tutte le congruenze di sfere di Ribaucour, che rimangono di Ribaucour in qualunque deformazione della superficie dei centri. Fra queste ci interessa ora particolarmente il caso delle congruenze *elementari*, per le quali abbiamo già enunciato alla fine del paragrafo il teorema relativo, la cui dimostrazione vogliamo qui in primo luogo completare geometricamente.

Cerchiamo adunque come dobbiamo prendere una superficie S_0 ed un punto fisso O affinchè, rotolando S_0 su *qualunque* sua deformata S, la superficie Σ (di rotolamento) descritta dal punto satellite O goda sempre della proprietà che *le sue linee di curvatura corrispondano ad un sistema coniugato della superficie* S *d'appoggio*.

In generale le linee di curvatura di Σ corrispondono (§ 17) a quel sistema *cinematicamente* coniugato di S_0 che si proietta da O, sopra una sfera col centro O, in un sistema ortogonale; qui adunque debbono corrispondere al sistema coniugato comune di S_0, S, o sistema permanente. Siccome questo deve succedere qualunque sia la deformata S di S_0, se ne conclude essere necessario e sufficiente che: ogni sistema

[1] Per brevità indichiamo col nome di congruenze *elementari* (di Ribaucour) le congruenze di sfere tangenti ad un piano fisso, ovvero ad una sfera fissa (in particolare di sfere passanti per un punto fisso). Queste congruenze appartengono sempre alla classe di Ribaucour (§ 9) e la loro deformazione dà luogo ai problemi di rotolamento (§ 11).

coniugato permanente di S_0, e per ciò anche qualsiasi sistema coniugato di S_0, venga proiettato dal centro O sopra una sfera col centro in O in un sistema ortogonale. È facile vedere ora che la S_0 deve essere una quadrica rotonda di cui O sia un fuoco principale. Questo segue p. es. dal teorema alla fine del § 17 relativo alle linee di curvatura della superficie podare, il quale ci dimostra che, nel caso attuale, ogni sistema coniugato di S_0 essendo projettato in un sistema ortogonale, la superficie podare di S_0 rispetto ad O avrà le linee di curvatura indeterminate e sarà per ciò un piano o una sfera, quindi S_0 sarà una quadrica rotonda con O fuoco principale.

Possiamo anche dedurre la proprietà in discorso dal seguente teorema: *Le uniche proiezioni centrali di una superficie* S (*non sviluppabile*) *sopra un'altra superficie* S', *che cangino i sistemi coniugati di* S *nei sistemi coniugati di* S', *sono le omologie col centro nel centro di projezione.*

È bene evidente che ogni omologia dà una tale projezione centrale. Per dimostrare la proposizione inversa, osserviamo che, prendendo il punto fisso per origine, e indicando con (x, y, z); (x', y', z') le coordinate di due punti corrispondenti di S, S' (allineati coll'origine), avremo

$$x' = \frac{x}{T}, \quad y' = \frac{y}{T}, \quad z' = \frac{z}{T}, \tag{1}$$

essendo T un fattore di proporzionalità. Ora, se la S si riferisce ad un *qualunque* sistema coniugato (u, v), le x, y, z sono soluzioni della corrispondente equazione di Laplace (vol. I, § 66)

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u \partial v} = \alpha \frac{\partial \theta}{\partial u} + \beta \frac{\partial \theta}{\partial v} \qquad \alpha = \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \beta = \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix}; \tag{2}$$

e siccome per ipotesi il sistema (u, v) è anche coniugato sopra S', le x', y', z' calcolate dalla (1) dovranno soddisfare alla loro volta ad una seconda equazione di Laplace

$$\frac{\partial^2 \theta'}{\partial u \partial v} = \alpha' \frac{\partial \theta'}{\partial u} + \beta' \frac{\partial \theta'}{\partial v} \quad ; \quad \alpha' = \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix}', \quad \beta' = \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix}'. \tag{2'}$$

In altre parole la (2), col cambiamento di funzione incognita

$$\theta = T\theta',$$

si deve cangiare nella (2') della stessa forma. Per ciò è necessario (e sufficiente) che la funzione T sia una soluzione della (2) stessa. Dunque la T delle formole (1) deve soddisfare a *tutte* le equazioni (2) di Laplace relative agli infiniti sistemi coniugati (u, v) di S. Queste hanno effettivamente ∞^4 soluzioni comuni, e cioè tutte le funzioni lineari intere di x, y, z

$$ax + by + cz + d \qquad (a, b, c, d \text{ costanti}).$$

Ma basta già prendere due di tali equazioni di Laplace (due diversi sistemi coniugati) e le soluzioni comuni sono unicamente quelle ora scritte. Dunque nelle (1) la funzione T ha necessariamente la forma

$$T = ax + by + cz + d,$$

sicchè le (1) rappresentano in effetto un'omologia col centro nell'origine, c. d. d.

Se si applica in particolare il teorema dimostrato al caso in cui una delle due superficie sia una sfera (indi i suoi sistemi coniugati coincidano cogli ortogonali), l'altra superficie sarà trasformata della sfera per un'omologia col centro nel centro O della sfera, vale a dire sarà una quadrica rotonda, avente in O un fuoco principale.

§ 28.

Prime considerazioni sui teoremi di Guichard.

Le ricerche esposte nel paragrafo precedente, in continuazione a quelle del § 10, ci hanno portato a considerare le superficie Σ di rotolamento generate da un fuoco principale di una quadrica rotonda S_0 che rotoli su *qualunque* sua deformata S. Abbiamo così riconosciuto quale proprietà *caratteristica* per questo caso che: *le linee di curvatura della superficie Σ di rotolamento corrispondono sempre al sistema coniugato comune alla quadrica rotonda S_0 ed alla sua deformata.*

Questa proprietà figura soltanto come secondaria nelle celebri proporzioni trovate da Guichard nel 1899, secondo le quali: *Le superficie Σ generate da un fuoco principale di una quadrica rotonda che rotola su qualunque sua deformata è una superficie a curvatura media costante non nulla se la quadrica è a centro, a curvatura media nulla (superficie minima) se la quadrica è un paraboloide.*

I teoremi di Guichard hanno inaugurato, si può dire, la nuova teoria delle trasformazioni delle superficie applicabili sulle quadriche generali, e sebbene siano stati già dimostrati e completati in varie guise [1], non sarà inutile, in ragione appunto della loro grande importanza, che ne riprendiamo qui lo studio come applicazione delle formole generali stabilite nella Parte 1ª.

Come nelle mie ricerche del 1899, riportate nelle *Lezioni* (loc. cit.), generalizziamo le questioni che portano ai teoremi di Guichard, proponendo il problema: *Per quali congruenze di sfere accade che, in qualunque deformazione della superficie dei centri, una delle falde dell'inviluppo conserva la medesima curvatura media costante?*

Risulterà poi dalla discussione che la proprietà ha luogo necessariamente anche per la seconda falda, se si verifica per la prima, circostanza questa molto importante per l'inversione dei teoremi di Guichard e le conseguenti *trasformazioni di*

[1] Cfr. vol. II, Cap. XVII.

Ribaucour-Guichard delle superficie a curvatura media costante, che ci occuperanno in seguito (ved. §§ 46, 47).

Dedurremo la risoluzione del problema proposto dalle formole generali del § 8. Siccome però, nell'applicazione di queste formole, è necessario supporre diverso da zero il binomio $\tau_{11}\tau_{22}-\tau_{12}^2$, dobbiamo premettere una ricerca secondaria per eliminare il caso in cui, per qualunque deformazione della superficie dei centri, si abbia

$$\tau_{11}\tau_{22}-\tau_{12}^2=0\,,$$

ossia, geometricamente, il caso in cui una falda dell'inviluppo (indi anche l'altra) si mantenga costantemente sviluppabile.

§ 29.

Caso in cui l'inviluppo Σ rimane sempre sviluppabile.

Supponiamo adunque che, in qualunque deformazione della superficie S dei centri, si abbia

$$\tau_{11}\tau_{22}-\tau_{12}^2=0\,,$$

ossia la prima falda Σ dell'inviluppo sia sviluppabile. Per le formole (32) § 8 dovrà quindi verificarsi la condizione

$$\left(R_{11}-D\sqrt{1-\varDelta_1 R}\right)\left(R_{22}-D''\sqrt{1-D_1 R}\right)-\left(R_{12}-D'\sqrt{1-\varDelta_1 R}\right)^2=0,$$

cioè sviluppando

$$\begin{aligned}(3)\qquad & R_{11}R_{22}-R_{12}^2+K_0(EG-F^2)(1-\varDelta_1 R)-\\ & -\sqrt{1-\varDelta_1 R}\,\{D''R_{11}-2D'R_{12}+DR_{22}\}=0\,.\end{aligned}$$

Dovendo questa relazione lineare in D, D', D'' verificarsi in qualunque flessione della S, per l'osservazione fondamentale al § 10, si scinderà nelle relazioni separate

$$(4)\qquad R_{11}=0\quad,\quad R_{12}=0\quad,\quad R_{22}=0$$

$$(5)\qquad K_0(EG-F^2)(1-\varDelta_1 R)=0\,,$$

dalle quali segue intanto che la (3) sussisterà anche per la determinazione opposta di $\sqrt{1-\varDelta_1 R}$, e perciò, insieme colla prima falda Σ, anche la seconda $\bar{\Sigma}$ rimarrà costantemente sviluppabile.

Dalla (5), essendo $\varDelta_1 R<1$, segue che necessariamente $K_0=0$, cioè la superficie stessa S dei centri deve essere sviluppabile. Prendiamone allora per semplicità l'elemento lineare sotto la forma normale

$$ds^2=du^2+dv^2\,,$$

onde le (4) diventano

$$\frac{\partial^2 R}{\partial u^2} = \frac{\partial^2 R}{\partial u \, \partial v} = \frac{\partial^2 R}{\partial v^2} = 0 ,$$

e dànno

$$R = au + bv + c \qquad (a \, , b \, , c \text{ costanti}).$$

Questo valore di R soddisfa alla prima equazione (I) dell'applicabilità (§ 5), cioè esiste una configurazione S_0 della sviluppabile S nella quale l'inviluppo Σ si riduce ad un piano. D'altra parte, per le (19) § 5, i valori stessi D_0, D'_0, D''_0 che appartengono a S_0 sono nulli, cioè la S_0 è un piano, ed otteniamo quindi la soluzione del problema proposto colla costruzione seguente:

Si considerino le sfere coi centri sopra un piano π che toccano un altro piano π' (indi il suo simmetrico rispetto a π). Deformando comunque il piano π in una sviluppabile, l'inviluppo delle sfere ha sempre le due falde sviluppabili (1).

§ 30.

Caso in cui l'inviluppo Σ rimane a curvatura media H costante.

Prendiamo ora a trattare il problema enunciato al § 28 e supponiamo che, in qualunque deformazione della superficie dei centri, la prima falda Σ dell'inviluppo conservi la curvatura media H costante, cioè i suoi raggi principali di curvatura r_1, r_2 siano costantemente legati dalla relazione

$$H r_1 r_2 - (r_1 + r_2) = 0 .$$

Se in questa sostituiamo i valori di $r_1 + r_2$, $r_1 r_2$ dati dalle (III) § 8, troviamo dapprima

$$(HR^2 + 2R)(\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{12}^2) - (HR + 1)(E_0\tau_{22} - 2F_0\tau_{12} + G_0\tau_{11}) + H(E_0G_0 - F_0^2) = 0,$$

o sviluppando coi valori effettivi (32) § 8 di $\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{22}$:

$$\begin{aligned}(6) \quad (HR^2 + 2R \Big\{ R_{11} R_{22} - R_{12}^2 + K_0 (E_0 G_0 - F_0^2) - \\ - \sqrt{1 - \Delta_1 R}\, R [R_{22} D - 2R_{12} D' + R_{11} D''] \Big\} - \\ - (HR + 1) \Big\{ E_0 R_{22} - 2F_0 R_{12} + G_0 R_{11} - \sqrt{1 - \Delta_1 R}\, R [G_0 D - 2F_0 D' + E_0 D''] \Big\} + \\ + H (E_0 G_0 - F_0^2) = 0 .\end{aligned}$$

(1) Cfr. vol. II, § 260.

Questa è una relazione lineare in D, D', D'' (con coefficienti funzioni di u, v) che, avendo luogo per ipotesi in tutte le flessioni, deve risolversi in un'identità, e per ciò essa avrà luogo anche cangiando il segno di $\sqrt{1-\Delta_1 R}$ nell'opposto, ciò che prova intanto: *anche la seconda falda* $\overline{\Sigma}$ *conserverà la medesima curvatura media costante* H.

Ora, eguagliando a zero nella (6) i coefficienti di D, D', D'', otteniamo in primo luogo il sistema seguente:

$$(\mathrm{I}) \qquad R_{11} = \frac{HR+1}{HR^2+2R} E_0 \quad , \quad R_{12} = \frac{HR+1}{HR^2+2R} F_0 \quad , \quad R_{22} = \frac{HR+1}{HR^2+2R} G_0 \, ,$$

poi eguagliando a zero il termine indipendente da D, D', D'', col tener conto delle precedenti, si ha con breve calcolo:

$$(7) \qquad K_0 = \frac{1}{(HR^2+2R)^2} \, .$$

Però quest'ultima (7) può trascurarsi come conseguenza delle (I) stesse, poichè formando dalle (I) i binomii

$$\frac{\partial R_{11}}{\partial v} - \frac{\partial R_{12}}{\partial u} \quad , \quad \frac{\partial R_{22}}{\partial u} - \frac{\partial R_{12}}{\partial v} \, ,$$

coll'applicare le identità (20) § 5, si trova appunto la (7). Così la nostra questione è ricondotta ad esaminare se esistono forme del ds^2 per la superficie S dei centri, tali che il sistema differenziale (I) per l'incognita R ammetta soluzioni. Si osservi intanto che il sistema (I) è un caso particolare di quello (35) già incontrato al § 10

$$R_{11} : R_{12} : R_{22} = E_0 : F_0 : G_0 \, ,$$

onde possiamo già inferire che: *la superficie* S *dei centri sarà applicabile sopra una superficie di rotazione e la congruenza di sfere rimarrà una congruenza di Ribaucour per qualunque deformazione.*

Il problema si riduce dunque a ricercare per quali forme del ds^2 di una superficie di rotazione

$$ds^2 = du^2 + r^2\, dv^2 \qquad\qquad [r = \varphi(u)] \, ,$$

avviene che la funzione R definita dalla formola (§ 10)

$$R = \int \frac{r\,du}{\sqrt{1+r^2}}$$

soddisfi alle (I). Il calcolo verrà eseguito nei prossimi paragrafi; ma qui conviene

ancora osservare che del sistema (I) si può facilmente assegnare *un integrale primo*. Applicando infatti le formole (15) del § 4, troviamo per le (I):

$$\frac{1}{2}\frac{\partial \Delta_1 R}{\partial u} = (1 - \Delta_1 R)\frac{HR + 1}{HR^2 + 2R}\frac{\partial R}{\partial u} \quad , \quad \frac{1}{2}\frac{\partial \Delta_1 R}{\partial v} = (1 - \Delta_1 R)\frac{HR + 1}{HR^2 + 2R}\frac{\partial R}{\partial v}.$$

ossia

$$\frac{\partial \log(1 - \Delta_1 R)}{\partial u} = -\frac{\partial \log(HR^2 + 2R)}{\partial u} \quad . \quad \frac{\partial \log(1 - \Delta_1 R)}{\partial v} = -\frac{\partial \log(HR^2 + 2R)}{\partial v},$$

indi integrando

$$(\mathrm{I}^*) \qquad 1 - \Delta_1 R = \frac{c}{HR^2 + 2R} \qquad (c \text{ costante})$$

che è appunto l'integrale primo cercato.

Aggiungiamo poi l'altra osservazione, che interessa per il seguito, che alle tre equazioni (I) del secondo ordine possiamo sostituire la sola media di queste e l'altra (I*) del primo ordine, *almeno finchè nessuno dei due binomii*

$$G\frac{\partial R}{\partial u} - F\frac{\partial R}{\partial v} \quad , \quad F\frac{\partial R}{\partial u} - E\frac{\partial R}{\partial v}$$

si annulla. Poichè infatti, derivando logaritmicamente la (I*), mediante le (15) § 4, e tenuto conto della media delle (I), ne seguono le altre due.

§ 31.

Forme effettive del ds^2.

In primo luogo liberiamoci dal caso $R = \text{cost}$ che porta soltanto al teorema di Bonnet, già ricordato alla fine del 19. Se infatti R è costante, le (I) dimostrano che deve essere $HR + 1 = 0$ o $H = -\frac{1}{R}$, mentre la (7) diventa $K_0 = \frac{1}{H^2}$, il che dà appunto il teorema di Bonnet.

Supposto R variabile, scriviamo il ds^2, che già sappiamo appartenere ad una superficie di rotazione, sotto la forma

$$(8) \qquad ds^2 = T^2\, dr^2 + r^2\, dv^2,$$

dove T, come R, sarà una funzione di r da determinarsi. I valori dei simboli di Christoffel per la forma (8) (indicando con accenti le derivate rapporto ad r) sono

$$\begin{Bmatrix}11\\1\end{Bmatrix} = \frac{T'}{T} \quad , \quad \begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix} = 0 \quad , \quad \begin{Bmatrix}22\\1\end{Bmatrix} = -\frac{r}{T^2}$$

$$\begin{Bmatrix}11\\2\end{Bmatrix} = 0 \quad , \quad \begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix} = \frac{1}{r} \quad , \quad \begin{Bmatrix}22\\2\end{Bmatrix} = 0\,,$$

inoltre $E_0 = T^2 - R'^2$, $F_0 = 0$, $G_0 = r^2$, e per ciò la media delle (I) è identica, e le altre due dànno il sistema

$$\begin{cases} R'' - \frac{T'}{T} R' = \frac{HR+1}{HR^2+2R}(T^2 - R'^2) \\ R' = \frac{HR+1}{HR^2+2R} \cdot T^2 r, \end{cases}$$

che trattasi di integrare. Derivando la seconda rapporto ad r, coll'osservare la prima, otteniamo il sistema equivalente

$$(9) \qquad \begin{cases} T' = \frac{T^3 r}{(HR^2+2R)^2} \\ R' = \frac{HR+1}{HR^2+2R} T^2 r. \end{cases}$$

Dividendo risulta

$$\frac{T'}{T} = \frac{R'}{(HR+1)(HR^2+2R)} = \left(\frac{HR+1}{HR^2+2R} - \frac{H}{HR+1}\right) R',$$

e integrando

$$T^2 = c' \frac{HR^2+2R}{(HR+1)^2},$$

con c' costante arbitraria. Sostituendo nella (9_2) si ha

$$(10) \qquad R' = \frac{c' r}{HR+1},$$

e con una nuova integrazione

$$(11) \qquad HR^2 + 2R = c' r^2 + c,$$

con c nuova costante arbitraria. In definitiva dunque, oltre la (11), abbiamo le due formole

$$(12) \qquad \begin{cases} (HR+1)^2 = H(c'r^2 + c) + 1 \\ T^2 = \frac{c'(c'r^2+c)}{(HR+1)^2}, \end{cases}$$

le quali dànno tutte e sole le soluzioni del problema, restando c, c' costanti arbitrarie.

Però, in riguardo alla realità delle soluzioni, si osservi che in primo luogo dovrà essere

$$H(c'r^2 + c) + 1 > 0,$$

e in secondo luogo avremo inviluppo reale solo quando sia $\Delta_1 R < 1$, ossia $R'^2 < T^2$, ciò che per le (10), (12) si traduce nella diseguaglianza

$$c'^2 r^2 < c'(c' r^2 + c),$$

ossia $cc' > 0$: *le due costanti* c, c' *debbono avere egual segno*. In fine si osservi che qui abbiamo

$$1 - \Delta_1 R = 1 - \frac{R'^2}{T^2} = 1 - \frac{c' r^2}{c' r^2 + c} = \frac{c}{c' r^2 + c} = \frac{c}{HR^2 + 2R},$$

conformemente alla formola (I^*) che ci dava l'integrale primo.

§ 32.

Caso H = 0. Primo teorema di Guichard.

Distinguiamo ora due casi secondo che $H = 0$, ovvero $H \neq 0$. Trattando qui del primo, avremo dalle (11), (12)

$$\begin{cases} 2R = c' r^2 + c \\ T^2 = c'^2 r^2 + cc', \end{cases}$$

indi

$$ds^2 = (c'^2 r^2 + cc')\, dr^2 + r^2 dv^2 .$$

Siccome il prodotto cc' deve essere positivo, possiamo fare, alterando r per un fattore di proporzionalità, $cc' = 1$, e

$$ds^2 = (1 + k^2 r^2)\, dr^2 + r^2 dv_1^2 \qquad (k \text{ costante}).$$

Questo è l'elemento lineare del *paraboloide di rotazione*, colla parabola meridiana

$$z = \frac{kr^2}{2},$$

e il valore che ne risulta per R

$$R = \frac{1}{2k}(1 + k^2 r^2),$$

combina colla distanza del punto mobile sul paraboloide dal fuoco. Dunque quando la superficie dei centri assume la configurazione del paraboloide, tutte le sfere ven-

gono a passare pel fuoco, che rappresenta la prima falda dell'inviluppo, riducendosi la seconda al piano direttore. Così resta nuovamente dimostrato il primo teorema di Guichard:

Se il paraboloide rotondo rotola su qualunque sua deformata, il fuoco descrive una superficie d'area minima.

Si noti che il paraboloide, essendo congruente (come ogni altra superficie di rotazione) colla sua superficie simmetrica, può farsi rotolare sopra l'una o sopra l'altra faccia della superficie S d'appoggio (cfr. § 11), generando così ambedue le falde dell'inviluppo.

E la nostra analisi ha provato di più che nessuna altra superficie S_0, accompagnata da un punto satellite O, può godere della proprietà che rotolando S_0 su *qualunque* sua deformata, il punto O generi sempre una superficie minima. Anzi il nostro risultato è ancora più generale: *in nessun altro inviluppo di sfere avviene che, deformando comunque la superficie dei centri, l'inviluppo si conservi sempre ad area minima.*

Sulla dimostrazione qui data del primo teorema di Guichard facciamo da ultimo l'osservazione seguente. Noi ci siamo valsi della forma *integrata* del sistema differenziale (I), che qui si scrive

$$(13)\qquad \begin{cases} R_{11}=\dfrac{1}{2R}\left[E-\left(\dfrac{\partial R}{\partial u}\right)^2\right]\ , \quad R_{12}=\dfrac{1}{2R}\left[F-\dfrac{\partial R}{\partial u}\dfrac{\partial R}{\partial v}\right], \\ R_{22}=\dfrac{1}{2R}\left[G-\left(\dfrac{\partial R}{\partial v}\right)^2\right], \end{cases}$$

ma potevamo anche dedurre il risultato dal sistema differenziale stesso (quando si sappia che ammette soluzioni). E infatti da queste (13) segue la (7), cioè

$$K_0=\frac{1}{4R^2}\,,$$

e con queste formole si verifica subito che R soddisfa tanto alla prima equazione (I) dell'applicabilità § 5, come alla seconda (II) § 6; inoltre i valori di D_0, D'_0, D''_0 che se ne traggono, secondo le (19) § 5 e le (25) § 6, si riscontrano essere le due volte eguali e di segno contrario, e corrispondono quindi a due configurazioni simmetriche della superficie S dei centri. Esiste dunque una configurazione S_0 della S nella quale tutti i punti della superficie equidistano da un punto fisso O e da un piano fisso π, quindi la S_0 è un paraboloide rotondo che ha il fuoco in O e π per piano direttore.

§ 33.

Caso $H \neq 0$. Secondo teorema di Guichard.

Nel caso $H \neq 0$, la forma del ds^2, a causa della (12), è data da

$$ds^2 = \frac{c'^2 r^2 + cc'}{Hc'r^2 + Hc + 1} dr^2 + r^2 dv^2, \tag{14}$$

dove le costanti c, c' hanno egual segno, ed è inoltre per la (12_1)

$$Hc'r^2 + Hc + 1 > 0. \tag{15}$$

Ne segue che deve essere $Hc + 1 > 0$, altrimenti sarebbe Hc negativa indi anche Hc', ciò che contraddice alla (15). Ciò posto se mutiamo nella (14) r in λr, con λ costante, il che equivale a mutare c' in $c'\lambda^2$, possiamo prendere λ (reale) in guisa che sia

$$cc'\lambda^2 = Hc + 1.$$

Senza alterare la generalità possiamo dunque supporre

$$Hc + 1 = cc' = k^2 \quad (k \text{ reale}),$$

ed avremo

$$c'(c' - H) = \frac{c'^2}{k^2}, \quad \text{o} \quad Hc' = \frac{c'^2(k^2 - 1)}{k^2}. \tag{16}$$

Così la (14) diventa

$$ds^2 = \frac{c'^2 r^2 + k^2}{Hc' r^2 + k^2} dr^2 + r^2 dv^2,$$

e noi determiniamo la curva meridiana

$$z = \psi(r)$$

dalla condizione

$$1 + \psi'^2(r) = \frac{c'^2 r^2 + k^2}{Hc' r^2 + k^2},$$

da cui per la (16)

$$\psi'^2(r) = \frac{c'^2}{k^2} \frac{r^2}{Hc' r^2 + k^2}.$$

La curva meridiana

$$\mathrm{H}kz = \int \frac{\mathrm{H}c' r\, dr}{\sqrt{\mathrm{H}c' r^2 + k^2}} = \sqrt{\mathrm{H}c' r^2 + k^2},$$

è adunque un'ellisse se $\mathrm{H}c' < 0$ (cioè per $k^2 < 1$), un'iperbola se $\mathrm{H}c' > 0$ (o $k^2 > 1$). Se poniamo infine

$$\mathrm{H} = \frac{1}{a}, \quad \frac{\mathrm{H}c'}{k^2} = \mp \frac{1}{b^2},$$

l'equazione della curva meridiana sarà

$$\frac{z^2}{a^2} \pm \frac{r^2}{b^2} = 1,$$

esprimendosi i semiassi a . b per le costanti arbitrarie c', k colle formole

$$\frac{1}{a^2} = \frac{c'^2(1-k^2)^2}{k^4}, \quad \frac{1}{b^2} = \pm \frac{c'^2(1-k^2)}{k^4}.$$

Nel caso dell'ellisse ($k^2 < 1$) è manifestamente $a^2 > b^2$ ed abbiamo l'ellissoide allungato di semiasse maggiore

$$a = \frac{1}{\mathrm{H}},$$

mentre il minore b rimane arbitrario. Per $k^2 > 1$ abbiamo un'iperbola col semiasse focale (asse di rotazione) $a = \frac{1}{\mathrm{H}}$, restando ancora arbitraria la lunghezza b del secondario. Se osserviamo in fine che il raggio R della sfera è dato per la (12_1) da

$$\mathrm{HR} + 1 = \sqrt{\mathrm{H}c' r^2 + k^2}$$

e combina precisamente col valore della distanza del centro della sfera da uno dei due fuochi, ne risulta stabilito il secondo teorema di Guichard:

Se una quadrica a centro, di rotazione attorno all'asse focale di lunghezza $= 2a$, *rotola su qualunque sua deformata, ciascuno dei due fuochi descrive una superficie a curvatura media costante* $\mathrm{H} = \frac{1}{a}$.

Potendo il rotolamento avvenire sull'una o sull'altra faccia della superficie d'appoggio, si hanno così, da ogni deformata della quadrica rotonda, *quattro* superficie a curvatura media costante $= \frac{1}{a}$, ripartite in due coppie di superficie parallele alla distanza $= 2a$. Pel teorema di Bonnet, la superficie media in ciascuna coppia è a curvatura costante positiva $= \frac{1}{a^2}$.

In fine osserviamo che anche qui, come nel caso del primo teorema, potremmo dedurre questi risultati dalle equazioni differenziali stesse. E infatti da queste risulta che R soddisfa alla seconda equazione dell'applicabilità, ed invece $\frac{R}{k}$ alla prima, e i valori tratti dalle (25) § 6 e dalle (19) § 5 per D, D', D'' sono le due volte eguali e di segno contrario. Esiste quindi una configurazione S_0 della superficie dei centri nella quale tutti i punti della S_0 hanno costante $= k$ il rapporto delle distanze da un punto fisso O e da un piano fisso π. Per ciò la superficie S_0 è una quadrica a centro con un fuoco nel punto satellite O e con π per corrispondente piano direttore; la costante k rappresenta l'eccentricità.

§ 34.

Complementi ai teoremi di Guichard.

Nelle congruenze di sfere (di Ribaucour) che si presentano nei teoremi di Guichard hanno luogo, per la corrispondenza fra i punti delle due falde a curvatura media costante fra loro e coi punti della deformata della quadrica rotonda luogo dei centri, alcune notevoli proprietà che qui vogliamo esaminare. Una di queste proprietà è già stata stabilita al § 27, come contenuta nel teorema:

α) *Le linee di curvatura delle due falde a curvatura media costante dell'inviluppo corrispondono al sistema coniugato comune alla quadrica rotonda ed alla sua deformata luogo dei centri delle sfere.*

Ora andiamo a dimostrare l'altro importante teorema:

β) *Ad ogni sistema coniugato sulla deformata della quadrica rotonda corrisponde un sistema ortogonale su ciascuna falda a curvatura media costante dell'inviluppo (e viceversa).*

Indicando con $\overline{E}, \overline{F}, \overline{G}$ i coefficienti del ds^2 per l'inviluppo Σ abbiamo (vol. I, pag. 155)

$$\overline{E} = -(r_1 + r_2)\Delta - r_1 r_2 e \quad , \quad \overline{F} = -(r_1 + r_2)\Delta' - r_1 r_2 f ,$$
$$\overline{G} = -(r_1 + r_2)\Delta'' - r_1 r_2 g ,$$

le quantità e, f, g; $\Delta, \Delta', \Delta''$ essendo da calcolarsi dalle formole fondamentali (28) e (31) del § 7. Sarà provato il teorema se dimostriamo che ogni qualvolta si ha $D' = 0$, è anche $\overline{F} = 0$, cioè

$$H\Delta' + f = 0 ,$$

formola che, per la media delle (3) § 7, si scrive

$$(HR + 1) f = H\tau_{12} . \tag{17}$$

Ma nel caso attuale valgono le (I) § 30 e la (7) (ibid.), onde, essendo per ipotesi $D'=0$, abbiamo

$$
(18) \qquad \tau_{11}=\frac{HR+1}{HR^2+2R}E_0-D\sqrt{1-\Delta_1 R} \quad , \quad \tau_{12}=\frac{HR+1}{HR^2+2R}F_0 ,
$$
$$
\tau_{22}=\frac{HR+1}{HR^2+2R}G_0-D''\sqrt{1-\Delta_1 R},
$$

e costruendo, secondo la (28_2) § 7, il valore di

$$
f=\frac{(G_0\tau_{11}-F_0\tau_{12})\tau_{12}+(E_0\tau_{12}-F_0\tau_{11})\tau_{22}}{E_0G_0-F_0^2},
$$

se si tiene conto delle precedenti e della formola

$$
DD''=K_0(EG-F^2)=\frac{EG-F^2}{(HR^2+2R)^2},
$$

si trova per f il seguente valore:

$$
f=\frac{HF_0}{HR^2+2R}.
$$

Confrontando colla (18_2), si vede che la (17) è in effetto verificata, e risulta dimostrato il teorema β).

Secondo quest' ultimo teorema, sussistono le proporzioni

$$
\overline{E}:\overline{F}:\overline{G}=D:D':D'',
$$

e ricordando che le linee di curvatura di una superficie a curvatura media costante costituiscono un sistema isotermo, assumendo queste a linee coordinate potremo fare

$$
\overline{E}=\overline{G} \quad , \quad \overline{F}=0 ,
$$

e ne seguirà

$$
(19) \qquad D=D'' \quad , \quad D'=0 .
$$

Ma, pel teorema α), questo sistema coniugato che corrisponde sulla superficie dei centri alle linee di curvatura di Σ è quello permanente nella deformazione di questa in quadrica rotonda. Le (19) dànno quindi per le deformate delle quadriche rotonde il teorema di Darboux [1]:

Sopra ogni deformata di una quadrica rotonda il sistema coniugato permanente è isotermo-coniugato.

[1] Il teorema vale anche per le deformate delle quadriche generali (vol. III, § 85).

In fine, valendo la proposizione β) per ambedue le falde dell'inviluppo, ne risulta che su questi i sistemi ortogonali si corrispondono, e si ha il terzo teorema:

γ) *La corrispondenza fra i punti delle due falde a curvatura media costante dell'inviluppo nei teoremi di Guichard è una corrispondenza conforme.*

Quest'ultima proprietà si riscontrerà fra breve valere in generale per tutte le superficie isóterme (a linee di curvatura isoterme) nelle trasformazioni D_m di Darboux (ved. § 51).

§ 35.

Caso in cui l'inviluppo Σ rimane a curvatura totale costante.

Nel secondo teorema di Guichard (§ 33) invece che sulle due coppie di superficie parallele a curvatura media costante, possiamo fissare l'attenzione sulle due superficie medie che sono a curvatura costante positiva $=\frac{1}{a^2}$ e costituiscono le due falde dell'inviluppo di sfere coi centri distribuiti sulla deformata S della quadrica rotonda e di raggio

$$R=\varrho-a=a-\varrho',$$

indicando con ϱ, ϱ' la distanza del centro della sfera dai due fuochi ($\varrho+\varrho'=2a$). Se questa congruenza di sfere si deforma, flettendo S, le due falde dell'inviluppo conservano la medesima curvatura costante. Inversamente segue dal teorema stesso di Bonnet che le uniche congruenze di sfere nelle quali, per qualunque deformazione della superficie dei centri, una falda dell'inviluppo conserva la stessa curvatura costante *positiva* sono quelle ora osservate. Ma, dal punto di vista reale, si ottengono nuovi risultati se supponiamo la curvatura negativa. E in generale, senza distinguere per ora il segno della curvatura, trattiamo il problema:

Trovare tutti gli inviluppi di sfere nei quali, comunque deformando la superficie S *dei centri, una falda dell'inviluppo* (*conseguentemente anche la seconda, come si vedrà*) *conservi la curvatura costante* $\frac{1}{h}$ (*h costante*).

Colle notazioni del § 8 dovremo avere $r_1 r_2=h$ cioè per la (III_2) § 8

$$(R^2-h)(\tau_{11}\tau_{22}-\tau_{12}^2)-R(E_0\tau_{22}-2F_0\tau_{12}+G_0\tau_{11})+E_0G_0-F_0^2=0,$$

o, sostituendo per $\tau_{11}\,\tau_{12}\,\tau_{22}$, i loro valori (32) § 8:

$$\begin{aligned}(R^2-h)\left\{R_{11}R_{22}-R_{12}^2+K_0(E_0G_0-F_0^2)-\sqrt{1-\Delta_1 R}\,(R_{22}D-2R_{12}D'+R_{11}D'')\right\}-\\ -R\left\{E_0R_{22}-2F_0R_{12}+G_0R_{11}-\sqrt{1-\Delta_1 R}\,(G_0D-2F_0D'+E_0D'')\right\}+\\ +E_0G_0-F_0^2=0.\end{aligned}$$

Affatto analogamente come al § 30, dobbiamo eguagliare a zero in questa relazione i coefficienti di D, D', D'' ed il termine indipendente. Ne risulta subito intanto che la proprietà, supposta per la prima falda, si verifica di necessità anche per la seconda; e quali condizioni necessarie e sufficienti pel nostro problema, troviamo che la funzione incognita R deve soddisfare le equazioni differenziali

$$\text{(II)} \qquad R_{11} = \frac{R}{R^2 - h} E_0 \;, \quad R_{12} = \frac{R}{R^2 - h} F_0 \;, \quad R_{22} = \frac{R}{R^2 - h} G_0$$

e l'altra in termini finiti

$$\text{(20)} \qquad K_0 = \frac{h}{(R^2 - h)^2} \,,$$

la quale ultima è del resto una conseguenza del sistema differenziale (II) (cf. § 30). Anche qui procedendo come al § 30, troviamo che esiste un integrale primo delle (II) dato da

$$\text{(II*)} \qquad 1 - \Delta_1 R = \frac{C}{R^2 - h} \,;$$

e viceversa per soddisfare a queste equazioni, basta soddisfare insieme la (II*) e la media delle (II), supposto che nessuno dei binomii

$$G \frac{\partial R}{\partial u} - F \frac{\partial R}{\partial v} \;, \quad F \frac{\partial R}{\partial u} - E \frac{\partial R}{\partial v}$$

si annulli (§ 30).

§ 36.

Integrazione del sistema (II).

Resta che determiniamo i ds^2 pei quali il sistema (II) è compatibile e troviamo il corrispondente valore di R.

Come al § 30, avendosi anche qui dalle (II)

$$R_{11} : R_{12} : R_{22} = E_0 : F_0 : G_0$$

risulta che il ds^2 appartiene ad una superficie di rotazione e scriviamo nuovamente la (8)

$$ds^2 = T^2 dr^2 + r^2 dv^2 \,,$$

determinando le funzioni incognite T, R di r dalle (II), delle quali la media risulta

identica e le altre due dànno il sistema

$$(21)\quad \begin{cases} R'' - \dfrac{T'}{T} R' = \dfrac{R}{R^2 - h}(T^2 - R'^2) \\ R' = \dfrac{R}{R^2 - h} T^2 r . \end{cases}$$

Derivando la seconda e osservando la prima, risulta

$$T' = h \frac{T^3 r}{(R^2 - h)^2},$$

indi per la (21_2):

$$\frac{T'}{T} = \left(\frac{R}{R^2 - h} - \frac{1}{R} \right) R' .$$

Lasciamo da parte il caso di h positiva che riconduce, come già abbiamo osservato, ai teoremi di Guichard per le quadriche rotonde *reali*, e sopponendo h negativa poniamo

$$(22)\qquad h = - a^2 .$$

Dalla precedente, integrando, abbiamo

$$T^2 = k^2 \frac{R^2 + a^2}{R^2} \qquad (k \text{ costante}),$$

indi

$$RR' = k^2 r ,$$

e per ciò

$$R^2 = k^2 r^2 + C \qquad (C \text{ costante}).$$

Ma affinchè l'inviluppo sia reale dovremo avere, come al (§ 31), $R'^2 < T^2$, cioè

$$\frac{k^4 r^2}{R^2} < k^2 \frac{R^2 + a^2}{R^2},$$

ossia

$$k^2 r^2 < R^2 + a^2 < k^2 r^2 + C + a^2 ,$$

indi $C + a^2 > 0$. Poniamo in conseguenza

$$C + a^2 = b^2 ,$$

ed avremo

$$\begin{cases} R^2 = k^2 r^2 + b^2 - a^2 \\ T^2 = k^2 \dfrac{k^2 r^2 + b^2}{k^2 r^2 + b^2 - a^2} . \end{cases}$$

Senza alterare la generalità è lecito fare $k^2 = 1$ (cangiando kr in r) e restano così le formole definitive

$$(23)\qquad \begin{cases} R^2 = r^2 + b^2 - a^2 \\ T^2 = \dfrac{r^2 + b^2}{r^2 + b^2 - a^2}, \end{cases}$$

dove la costante b resta arbitraria.

§ 37.

Distinzione della superficie luogo dei centri in tre tipi.

La forma del ds^2 corrispondente a queste formole (23) è

$$ds^2 = \frac{r^2 + b^2}{r^2 + b^2 - a^2}\, dr^2 + r^2\, dv^2$$

ed appartiene in ogni caso ad una quadrica rotonda *immaginaria*, come era facile prevedere. Ma ora, ponendoci del punto di vista reale, domandiamo di realizzare questo ds^2 con una superficie rotonda *reale*. Per determinare la curva meridiana

$$z = \psi(r),$$

abbiamo

$$\psi'(r) = \frac{a}{\sqrt{r^2 + b^2 - a^2}}.$$

ossia

$$z = a \int \frac{dr}{\sqrt{r^2 + b^2 - a^2}}.$$

Manifestamente sono da distinguersi tre casi secondo che

$$1)\ \ b^2 = a^2, \qquad 2)\ \ b^2 < a^2, \qquad 3)\ \ b^2 > a^2.$$

1° caso. — La curva meridiana è

$$z = a \log r,$$

e si ha la superficie di rotazione *logaritmica*.

In questo caso la (23_1) dà semplicemente $R = r$ e le sfere coi centri sulla superficie logaritmica toccano tutte l'asse, al quale si riduce una delle due falde dell'inviluppo, mentre l'altra falda coincide coll'ordinaria pseudosfera.

2° caso: $b^2 < a$. — La curva meridiana ha l'equazione

$$r = \sqrt{a^2 - b^2} \cosh\left(\frac{z}{a}\right)$$

e proviene dall'ordinaria catenaria

$$r = a \cosh\left(\frac{z}{a}\right)$$

accorciando le ordinate rispetto alla direttrice nel rapporto $\sqrt{a^2 - b^2} : a$. La superficie di rotazione corrispondente si dirà il *catenoide accorciato*.

3° caso: $b^2 > a^2$. — La curva meridiana ha l'equazione

$$r = \sqrt{b^2 - a^2} \operatorname{senh}\left(\frac{z}{a}\right)$$

e la corrispondente superficie di rotazione si dirà il *sinusoide iperbolico*.

Domandiamo in fine come si modificano, in questa interpretazione reale dei teoremi di Guichard per quadriche rotonde immaginarie, i teoremi complementari del § 34. Di questi il teorema α) resta nella medesima forma salvo che la deformata S_0 corrispondente a quel sistema coniugato permanente reale sulla superficie dei centri è immaginaria. Il secondo β) è da sostituirsi coll'altro:

I sistemi coniugati delle due falde a curvatura costante dell'inviluppo si corrispondono fra loro ed ai sistemi coniugati della superficie luogo dei centri.

Il teorema γ) poi non ha più qui significato reale.

§ 38.

Preliminari sui problemi d'inversione.

I teoremi di Guichard stabiliscono, come si è visto, un intimo legame fra le deformate delle quadriche rotonde, reali od immaginarie, e le superficie a curvatura media costante (o nulla), ovvero colle loro parallele a curvatura costante.

Propriamente, nei teoremi diretti, è la deformata della quadrica rotonda che si suppone data, e da questa risultano individuate due superficie minime, o quattro a curvatura media costante, o in fine due a curvatura totale costante, come falde dei corrispondenti inviluppi di sfere. Siccome però la determinazione delle deformate di una quadrica rotonda qualunque è un problema più complicato del problema analogo per la sfera, ossia della ricerca delle superficie a curvatura costante, così importa massimamente procedere alla *inversione dei teoremi di Guichard* [1] per de-

[1] Questa venne effettuata nella mia Memoria del 1899 nel tomo III. serie 3ª degli Annali di matematica.

durre invece da superficie a curvatura costante (media o totale) note le corrispondenti deformate delle quadriche rotonde generali. Si tratta qui di risolvere la questione seguente:

Data una qualunque superficie Σ, a curvatura media o totale costante, esistono sempre delle congruenze di sfere di Ribaucour-Guichard, di cui la Σ sia una delle falde dell'inviluppo?

La risposta a questa domanda è sempre affermativa, come si vedrà; non solo, ma si presenta la circostanza molto notevole che ogni superficie Σ a curvatura media o totale costante dà luogo ad *una tripla infinità di corrispondenti congruenze di sfere di Ribaucour-Guichard*, di cui Σ è una falda dell'inviluppo, e la seconda $\overline{\Sigma}$ è quindi una nuova superficie colla stessa curvatura media o totale costante. L'inversione dei teoremi di Guichard conduce così a dei metodi di trasformazione delle superficie a curvatura media o totale costante. Queste trasformazioni appartengono alla classe generale delle *trasformazioni di Ribaucour*, indicando con tal nome il passaggio dall'una all'altra falda in una congruenza di sfere di Ribaucour, e nel caso nostro si diranno più particolarmente *trasformazioni di Ribaucour-Guichard.*

Si è indicata sopra come molto notevole la circostanza che da ogni superficie a curvatura media o totale costante si possono dedurre, per trasformazioni di Ribaucour-Guichard, ∞^3 nuove superficie della medesima specie. Si consideri p. es. il significato di questa proprietà nel caso delle superficie a curvatura media costante o nulla; allora essa prende l'aspetto seguente:

Ogni superficie a curvatura media costante H *può generarsi in* ∞^3 *modi come superficie di rotolamento da un fuoco di una quadrica rotonda che rotola sopra una sua deformata.*

Si consideri ora che il valore H della curvatura media fissa la lunghezza a del semiasse principale (focale) della quadrica $a = \frac{1}{H}$, che è a centro per $H \neq 0$ ed un paraboloide per $H = 0$ (superficie Σ ad area minima). Fra le ∞^3 generazioni di Σ come superficie di rotolamento ve ne sono ancora ∞^2 nelle quali il semiasse secondario b, ovvero il parametro del paraboloide, è fissato (arbitrariamente) in valore. Così dunque: *la superficie Σ a curvatura media costante o nulla può generarsi in ∞^2 modi da una quadrica rotonda fissa, quale superficie rotolante.*

È questa una circostanza assai singolare che si presenta qui nella generazione per rotolamento delle superficie a curvatura media costante, mentre in generale avviene che: *data la superficie Σ di rotolamento e la superficie rotolante* S_0 *col suo punto satellite, la generazione è unica e determinata.*

Così p. es. nelle generazioni del piano o della sfera come superficie di rotolamento, che conosciamo tutte in termini finiti (§ 24), la superficie rotolante S_0 individua perfettamente la superficie S d'appoggio secondo le formole del Calò (§ 25). Ed ancora, per le superficie stesse Σ a curvatura media costante, se assumiamo a quadrica rotolante la sfera, col centro per punto satellite, la generazione è unica, la superficie S d'appoggio essendo quella parallela a Σ di curvatura costante positiva.

§ 39.

Prime osservazioni sulle trasformazioni di Ribaucour.

Abbiamo già detto chiamarsi trasformate di Ribaucour l'una dell'altra due superficie Σ, Σ' che siano le due falde dell'inviluppo in una congruenza di sfere di Ribaucour, ossia: *Due superficie* Σ, Σ' *sono trasformate di Ribaucour l'una dell'altra quando si corrispondono punto per punto, con conservazione delle linee di curvatura, e le normali in due punti corrispondenti* P, P′ *si incontrano in un punto* P *equidistante da* P, P′.

Noi supponiamo ora data una delle due superficie, sia Σ, e cerchiamo tutte le sue trasformate di Ribaucour. È facile vedere che il problema ammette infinite soluzioni, dipendenti da un'equazione a derivate parziali del secondo ordine. Si tratta infatti di collocare in ogni punto P di Σ una sfera tangente, di conveniente raggio R, in guisa che alle linee di curvatura di Σ corrisponda sulla superficie S dei centri un sistema coniugato (§ 9), condizione che si traduce appunto in una equazione a derivate parziali del secondo ordine per R. Per presentare però le formole delle trasformazioni di Ribaucour sotto la forma più utile per le applicazioni, e che si presta inoltre ad essere facilmente generalizzata per le questioni analoghe sui sistemi tripli di superficie ortogonali (e pei sistemi n^{pli} ortogonali nello spazio ad n dimensioni), procederemo per un'altra via, e cominceremo dal dimostrare il teorema seguente:

Se due superficie Σ, Σ' *sono trasformate di Ribaucour l'una dell'altra, le loro tangenti in punti corrispondenti a linee di curvatura corrispondenti si incontrano.*

Riferiamo le superficie Σ, Σ' alle loro linee di curvatura (u, v) ed, essendo P, P′ due punti qualunque corrispondenti, indichiamo con $x, y, z; x', y', z'$ le loro rispettive coordinate, con (X_3, Y_3, Z_3) i coseni di direzione della prima normale, con X'_3, Y'_3, Z'_3 quelli della seconda, infine con r_1, r_2 i raggi principali di curvatura di Σ, con r'_1, r'_2 quelli di Σ'. Se con R indichiamo il raggio della sfera che tocca Σ, Σ' in P, P′, le coordinate del suo centro saranno date da $(x + RX_3, y + RY_3, z + RZ_3)$ ed anche da $(x' + RX'_3, y' + RY'_3, z' + RZ'_3)$, e per ciò avremo

$$x + RX_3 = x' + RX'_3, \text{ ecc.}$$

Derivando queste formole rispetto ad u, con riguardo alle formole di Rodrigues

$$\frac{\partial x}{\partial u} = r_2 \frac{\partial X_3}{\partial u} \quad , \quad \frac{\partial x'}{\partial u} = r'_2 \frac{\partial X'_3}{\partial u},$$

risulta

$$\left(1 + \frac{R}{r_2}\right)\frac{\partial x}{\partial u} - \left(1 + \frac{R}{r'_2}\right)\frac{\partial x'}{\partial u} + \frac{\partial \log R}{\partial u}(x' - x) = 0,$$

colle due analoghe; e poichè $1+\frac{R}{r_2}$, $1+\frac{R}{r'_2}$ non si annullano [1], dovrà annullarsi il determinante

$$\begin{vmatrix} x'-x & y'-y & z'-z \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x'}{\partial u} & \frac{\partial y'}{\partial u} & \frac{\partial z'}{\partial u} \end{vmatrix}.$$

E questo esprime appunto che le tangenti in P, P′ alle linee di curvatura $v=\text{cost}$ sopra Σ, Σ' si incontrano; similmente per le tangenti alle $u=\text{cost}$. È chiaro poi che ciascuno dei due punti d'intersezione delle tangenti corrispondenti alle linee di curvatura in P, P′ si troverà sulla retta d'intersezione dei piani tangenti in P, P′, e per ciò equidistante da P, P′.

§ 40.

Riferimento alle formole di rappresentazione sferica.

Riferiamo la superficie Σ di cui vogliamo trovare le trasformazioni di Ribaucour alle sue linee di curvatura (u, v) e scriviamo il ds^2 della superficie Σ e il ds'^2 della sua rappresentazione sferica sotto la forma

$$(24)\qquad \begin{cases} ds^2 = H_1^2 du^2 + H_2^2 dv^2 \\ ds'^2 = h_1^2 du^2 + h_2^2 dv^2, \end{cases}$$

talchè saranno

$$(25)\qquad r_2 = \frac{H_1}{h_1}, \quad r_1 = \frac{H_2}{h_2}$$

i due raggi principali di curvatura. A causa delle equazioni di Codazzi si ha

$$\frac{1}{H_1}\frac{\partial H_2}{\partial u} = \frac{1}{h_1}\frac{\partial h_2}{\partial u}, \quad \frac{1}{H_2}\frac{\partial H_1}{\partial v} = \frac{1}{h_2}\frac{\partial h_1}{\partial v},$$

e i valori di questi due rapporti, che indichiamo con β_{12}, β_{21} rispettivamente, si diranno le *rotazioni*. L'equazione di Gauss si traduce nella relazione seguente fra le rotazioni

$$\frac{\partial \beta_{12}}{\partial u} + \frac{\partial \beta_{21}}{\partial v} + h_1 h_2 = 0.$$

[1] Se si avesse p. es. $R = -r_2$ la superficie S sarebbe una falda dell'evoluta di Σ, e Σ' coinciderebbe con Σ.

Viceversa, se le tre coppie di funzioni di u, v

$$(H_1, h_1), \ (H_2, h_2), \ (\beta_{12}, \beta_{21})$$

sono legate dalle relazioni fondamentali

$$(A) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial H_2}{\partial u} = \beta_{12} H_1 \ , \quad \dfrac{\partial H_1}{\partial v} = \beta_{21} H_2 \\ \dfrac{\partial h_2}{\partial u} = \beta_{12} h_1 \ , \quad \dfrac{\partial h_1}{\partial v} = \beta_{21} h_2 \\ \dfrac{\partial \beta_{12}}{\partial u} + \dfrac{\partial \beta_{21}}{\partial v} + h_1 h_2 = 0 \ , \end{cases}$$

ne resta individuata una superficie Σ, riferita alle sue linee di curvatura u, v, mediante le (24).

Indicando con x, y, z le coordinate di un punto P di Σ e con (X_1, Y_1, Z_1), (X_2, Y_2, Z_2), (X_3, Y_3, Z_3) i coseni di direzione degli spigoli del triedro principale [1], sussistono le altre formole fondamentali:

$$(B) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial x}{\partial u} = H_1 X_1 \ , \quad \dfrac{\partial x}{\partial v} = H_2 X_2 \\ \dfrac{\partial X_1}{\partial u} = -\beta_{21} X_2 - h_1 X_3 \ , \quad \dfrac{\partial X_2}{\partial u} = \beta_{21} X_1 \ , \quad \dfrac{\partial X_3}{\partial u} = h_1 X_1 \\ \dfrac{\partial X_1}{\partial v} = \beta_{12} X_2 \ , \quad \dfrac{\partial X_2}{\partial v} = -\beta_{12} X_1 - h_2 X_3 \ , \quad \dfrac{\partial X_3}{\partial v} = h_2 X_2 \ , \end{cases}$$

colle analoghe per gli altri due assi.

Ciò premesso, ecco come procederemo per la ricerca delle trasformazioni di Ribaucour della superficie Σ. Supposto che sia Σ' una sua trasformata di Ribaucour, indicheremo con accenti tutte le quantità relative, e scriveremo le formole di passaggio da Σ a Σ':

$$(25) \qquad x' = x + T\xi \ , \quad y' = y + T\eta \ , \quad z' = z + T\zeta \ ,$$

denotando con ξ, η, ζ i coseni della direzione $\overline{PP'}$ e con T la distanza (algebrica) di due punti corrispondenti. Porremo inoltre

$$(26) \quad \begin{cases} \xi = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 \\ \eta = \alpha_1 Y_1 + \alpha_2 Y_2 + \alpha_3 Y_3 \\ \zeta = \alpha_1 Z_1 + \alpha_2 Z_2 + \alpha_3 Z_3 \ , \end{cases}$$

dove $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ saranno tre funzioni u, v legate dalla identità:

$$(27) \qquad S\alpha^2 = 1 \ .$$

[1] ordinatamente della tangente alla linea $v = \text{cost}$, alla linea $u = \text{cost}$ e della normale alla superficie.

Il problema consiste nel determinare le quattro funzioni incognite:

$$\mathrm{T}\,,\alpha_1\,,\alpha_2\,\alpha_3$$

in modo che le (25) definiscano una trasformata Σ' di Ribaucour della Σ.

Per questo dobbiamo tener conto che le normali in P, P' si incontrano in un punto equidistante da P, P', e lo stesso accade (§ 39) per le tangenti alle linee di curvatura $v=\mathrm{cost}$, $u=\mathrm{cost}$. Chiamando R_1, R_2, R_3 [1] queste tre rispettive distanze (coi debiti segni) ordinatamente pei tre spigoli del triedro principale, avremo

$$x+R_1X_1=x'+R_1X'_1\ ,\ x+R_2X_2=x'+R_2X'_2\ ,\ x+R_3X_3=x'+R_3X'_3,$$

colle analoghe. Abbiamo dunque

$$X'_i=X_i+\frac{x-x'}{R_i}=X_i-\frac{T}{R_i}\xi,$$

e da $SX_i'^2=1$, essendo $SX_i^2=1$, $S\xi^2=1$, $SX_i\xi=\alpha_i$ deduciamo

$$\frac{T}{R_i}=2\alpha_i,$$

cioè

$$R_i=\frac{T}{2\alpha_i} \tag{28}$$

e inoltre

$$X'_i=X_i-2\alpha_i(\alpha_1X_1+\alpha_2X_2+\alpha_3X_3). \tag{29}$$

Si osservi che inversamente per tre valori qualunque di α_1, α_2, α_3, che soddisfino la (27), queste ultime sono formole di una sostituzione ortogonale [2].

§ 41.

Ricerca delle formole di trasformazione.

Esprimiamo tutte le condizioni del problema scrivendo che T, α_1, α_2, α_3 debbono essere tali che ne risultino soddisfatte le equazioni:

$$\left\{\begin{aligned} &SX'_1\frac{\partial x'}{\partial v}=0\ ,\ SX'_2\frac{\partial x'}{\partial u}=0\\ &SX'_3\frac{\partial x'}{\partial u}=0\ ,\ SX'_3\frac{\partial x'}{\partial v}=0\ \text{[3]}, \end{aligned}\right. \tag{30}$$

[1] Per simmetria abbiamo indicato con R_3 la quantità prima indicata con R.

[2] Si avverta che la sostituzione (29) è ortogonale ma sinistrorsa (a determinante $=-1$). Si è trovata conveniente questa scelta dei segni delle X'_i, perchè i due triedri principali di Σ, Σ' sono in effetto *simmetrici* rispetto al piano tangente della superficie dei centri.

[3] Le ultime due esprimono infatti che X'_3, Y'_3, Z'_3 sono i coseni di direzione della normale a Σ', le prime due che (X'_1, Y'_1, Z'_1), (X'_2, Y'_2, Z'_2) sono i coseni di direzione delle tangenti alla $v=\mathrm{cost}$, $u=\mathrm{cost}$.

ovvero

$$
(30^*)\quad\begin{cases}
S(X_1-2\alpha_1\xi)\left(\frac{\partial x}{\partial v}+\frac{\partial T}{\partial v}\xi+T\frac{\partial \xi}{\partial v}\right)=0\ , \\
\qquad S(X_2-2\alpha_2\xi)\left(\frac{\partial x}{\partial u}+\frac{\partial T}{\partial u}\xi+T\frac{\partial \xi}{\partial u}\right)=0 \\
S(X_3-2\alpha_3\xi)\left(\frac{\partial x}{\partial u}+\frac{\partial T}{\partial u}\xi+T\frac{\partial \xi}{\partial u}\right)=0\ , \\
\qquad S(X_3-2\alpha_3\xi)\left(\frac{\partial x}{\partial v}+\frac{\partial T}{\partial v}\xi+T\frac{\partial \xi}{\partial v}\right)=0\ .
\end{cases}
$$

Ora, tenendo conto delle seguenti identità che risultano dalle formole sopra sviluppate

$$
\begin{cases}
SX_1\xi=\alpha_1\quad,\quad SX_2\xi=\alpha_2\quad,\quad SX_3\xi=\alpha_3 \\
S\xi\frac{\partial \xi}{\partial u}=0\quad,\quad S\xi\frac{\partial \xi}{\partial v}=0\quad,\quad SX_1\frac{\partial \xi}{\partial v}=\frac{\partial \alpha_1}{\partial v}-\beta_{12}\alpha_2\ , \\
SX_2\frac{\partial \xi}{\partial u}=\frac{\partial \alpha_2}{\partial u}-\beta_{21}\alpha_1\quad,\quad SX_3\frac{\partial \xi}{\partial u}=\frac{\partial \alpha_3}{\partial u}-h_1\alpha_1\ , \\
\qquad SX_3\frac{\partial \xi}{\partial v}=\frac{\partial \alpha_3}{\partial v}-h_2\alpha_2\ ,
\end{cases}
$$

le condizioni (30^*) si traducono nelle altre:

$$
\begin{cases}
\frac{1}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial u}+2H_1\alpha_1\right)=\frac{1}{\alpha_2}\left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial u}-\beta_{21}\alpha_1\right)=\frac{1}{\alpha_3}\left(\frac{\partial \alpha_3}{\partial u}-h_1\alpha_1\right) \\
\frac{1}{T}\left(\frac{\partial T}{\partial v}+2H_2\alpha_2\right)=\frac{1}{\alpha_1}\left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial v}-\beta_{12}\alpha_2\right)=\frac{1}{\alpha_3}\left(\frac{\partial \alpha_3}{\partial v}-h_2\alpha_2\right),
\end{cases}
$$

Chiamiamo per un momento ω_1, ω_2 i valori dei tre rapporti eguali rispettivamente nella prima e seconda linea, ed avremo

$$
(31)\quad\begin{cases}
\frac{\partial T}{\partial u}=\omega_1 T-2H_1\alpha_1\ ,\ \frac{\partial T}{\partial v}=\omega_2 T-2H_2\alpha_2 \\
\frac{\partial \alpha_2}{\partial u}=\beta_{21}\alpha_1+\omega_1\alpha_2\ ,\ \frac{\partial \alpha_1}{\partial v}=\beta_{12}\alpha_2+\omega_2\alpha_1 \\
\frac{\partial \alpha_3}{\partial u}=h_1\alpha_1+\omega_1\alpha_3\ ,\ \frac{\partial \alpha_3}{\partial v}=h_2\alpha_2+\omega_2\alpha_3\ ,
\end{cases}
$$

Basta costruire la condizione d'integrabilità per le due equazioni della prima linea per dedurne

$$
\frac{\partial \omega_1}{\partial v}=\frac{\partial \omega_2}{\partial u}\ ,
$$

sicchè $\omega_1 du + \omega_2 dv$ deve essere un differenziale esatto. Introduciamo allora un'altra funzione Ω tale che sia

$$\omega_1 = -\frac{1}{\Omega}\frac{\partial \Omega}{\partial u} \quad , \quad \omega_2 = -\frac{1}{\Omega}\frac{\partial \Omega}{\partial v}$$

e le (31) diventeranno:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial u}(\Omega \mathrm{T}) = -2\mathrm{H}_1 . \alpha_1 \Omega & , \quad \dfrac{\partial}{\partial v}(\Omega \mathrm{T}) = -2\mathrm{H}_2 . \alpha_2 \Omega \\ \dfrac{\partial}{\partial u}(\Omega \alpha_2) = \beta_{21} . \Omega \alpha_1 & , \quad \dfrac{\partial}{\partial v}(\Omega \alpha_1) = \beta_{12} . \Omega \alpha_2 \\ \dfrac{\partial}{\partial u}(\Omega \alpha_3) = h_1 . \Omega \alpha_1 & , \quad \dfrac{\partial}{\partial v}(\Omega \alpha_3) = h_2 . \Omega \alpha_2 \end{cases}$$

Dopo ciò, al posto di $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \mathrm{T}$ introduciamo le nuove funzioni incognite $\gamma_1, \gamma_2, w, \varphi$ ponendo

$$\gamma_1 = \Omega \alpha_1 \quad , \quad \gamma_2 = \Omega \alpha_2 \quad , \quad w = \Omega \alpha_3$$

$$\varphi = -\tfrac{1}{2} \Omega \mathrm{T}$$

e le equazioni precedenti diventeranno

$$\text{(III)} \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial \gamma_1}{\partial v} = \beta_{12} \gamma_2 & , \quad \dfrac{\partial \gamma_2}{\partial u} = \beta_{21} \gamma_1 \\ \dfrac{\partial w}{\partial u} = h_1 \gamma_1 & , \quad \dfrac{\partial w}{\partial v} = h_2 \gamma_2 \\ \dfrac{\partial \varphi}{\partial u} = \mathrm{H}_1 \gamma_1 & , \quad \dfrac{\partial \varphi}{\partial v} = \mathrm{H}_2 \gamma_2 \end{cases}$$

ed avremo, in luogo della (27), la formola di definizione per Ω

$$\text{(32)} \qquad \Omega^2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + w^2 .$$

Il sistema (III) è il sistema differenziale caratteristico (sotto forma lineare omogenea) per le trasformazioni di Ribaucour della data superficie Σ. Ad ogni quaderna

$$(\gamma_1 , \gamma_2 , w , \varphi)$$

che soddisfino le (III) corrisponde una trasformazione di Ribaucour di Σ, e viceversa; per ciò diremo $\gamma_1, \gamma_2, w, \varphi$ le *funzioni trasformatrici*.

Sul sistema (III) sono da farsi le osservazioni seguenti:

1°. Le condizioni d'integrabilità per le equazioni delle due ultime linee sono identicamente soddisfatte, a causa delle (III) stesse e delle (A).

2°. Le equazioni delle due prime linee implicano solo gli elementi dell'immagine sferica e rimangono dunque le stesse per tutte le superficie aventi a comune

con Σ l'immagine sferica delle linee di curvatura. In sostanza, per due superficie colla stessa immagine sferica delle linee di curvatura, è identico il problema delle relative trasformazioni di Ribaucour.

§ 42.

Elementi della superficie trasformata Σ' e della superficie S dei centri.

a) Se $(\gamma_1, \gamma_2, w, \varphi)$ è una quaderna di funzioni trasformatrici [soddisfacenti al sistema (III)], le formole (28), che definiscono R_1, R_2, R_3, diventano per le nuove posizioni:

$$R_1 = -\frac{\varphi}{\gamma_1}, \quad R_2 = -\frac{\varphi}{\gamma_2}, \quad R_3 = -\frac{\varphi}{w}, \tag{32*}$$

e le (25), che definiscono la superficie trasformata, si scrivono

$$x' = x - \frac{2\varphi}{\Omega^2}(\gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + w X_3), \tag{33}$$

mentre i valori (29) dei coseni di direzione del nuovo triedro principale sono dati da

$$\left\{\begin{aligned} \Omega^2 X_1' &= (\Omega^2 - 2\gamma_1^2) X_1 - 2\gamma_1 \gamma_2 X_2 - 2\gamma_1 w X_3 \\ \Omega^2 X_2' &= -2\gamma_1 \gamma_2 X_1 + (\Omega^2 - 2\gamma_2^2) X_2 - 2\gamma_2 w X_3 \\ \Omega^2 X_3' &= -2\gamma_1 w X_1 - 2\gamma_2 w X_2 + (\Omega^2 - 2w^2) X_3 . \end{aligned}\right. \tag{34}$$

Si osservi ora che se si indicano con

$$\gamma_1', \gamma_2', w', \varphi'$$

le funzioni trasformatrici nella trasformazione inversa da Σ' a Σ, le formole (32*) dimostrano immediatamente che: *Le funzioni trasformatrici nella trasformazione inversa sono proporzionali a quelle della diretta*

$$\gamma_1' : \gamma_2' : w' : \varphi' = \gamma_1 : \gamma_2 : w : \varphi . \tag{35}$$

b) Passiamo agli elementi delle superficie S luogo dei centri delle sfere. Le coordinate x_0, y_0, z_0 del centro della sfera (u, v) sono date da

$$x_0 = x - \frac{\varphi}{w} X_3, \quad y_0 = y - \frac{\varphi}{w} Y_3, \quad z_0 = z - \frac{\varphi}{w} Z_3, \tag{36}$$

e derivando queste formole rapporto ad u, v, osservando le (III) e le (B), troviamo

$$
(37) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial x_0}{\partial u} = \dfrac{H_1 w - h_1 \varphi}{w^2} (w X_1 - \gamma_1 X_3) \\[2ex] \dfrac{\partial x_0}{\partial v} = \dfrac{H_2 w - h_2 \varphi}{w^2} (w X_2 - \gamma_2 X_3), \end{cases}
$$

formole che si possono anche scrivere, avendosi

$$
R = -\frac{\varphi}{w},
$$

sotto la forma equivalente

$$
(37^*) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial x_0}{\partial u} = \dfrac{1}{\gamma_1} \dfrac{\partial R}{\partial u} (-w X_1 + \gamma_1 X_3) \\[2ex] \dfrac{\partial x_0}{\partial v} = \dfrac{1}{\gamma_2} \dfrac{\partial R}{\partial v} (-w X_2 + \gamma_2 X_3). \end{cases}
$$

Pei coefficienti E, F, G del ds_0^2 della S

$$
ds_0^2 = E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2
$$

risulta in conseguenza

$$
(38) \quad \begin{cases} E = \dfrac{1}{\gamma_1^2} \left(\dfrac{\partial R}{\partial u}\right)^2 (w^2 + \gamma_1^2), \quad F = \dfrac{1}{\gamma_1 \gamma_2} \dfrac{\partial R}{\partial u} \dfrac{\partial R}{\partial v} \cdot \gamma_1 \gamma_2, \quad G = \dfrac{1}{\gamma_2^2} \left(\dfrac{\partial R}{\partial u}\right)^2 (w^2 + \gamma_2^2) \\[2ex] EG - F^2 = \dfrac{w^2}{\gamma_1^2 \gamma_2^2} (\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + w^2) \left(\dfrac{\partial R}{\partial u}\right)^2 \left(\dfrac{\partial R}{\partial v}\right)^2. \end{cases}
$$

Osserviamo le formole che ne seguono:

$$
(39) \quad \begin{cases} G \dfrac{\partial R}{\partial u} - F \dfrac{\partial R}{\partial v} = \dfrac{w^2}{\gamma_2^2} \dfrac{\partial R}{\partial u} \left(\dfrac{\partial R}{\partial v}\right)^2, \quad E \dfrac{\partial R}{\partial v} - F \dfrac{\partial R}{\partial u} = \dfrac{w^2}{\gamma_1^2} \left(\dfrac{\partial R}{\partial u}\right)^2 \dfrac{\partial R}{\partial v} \text{ (1)} \\[2ex] E \left(\dfrac{\partial R}{\partial v}\right)^2 - 2F \dfrac{\partial R}{\partial u} \dfrac{\partial R}{\partial v} + G \left(\dfrac{\partial R}{\partial u}\right)^2 = \dfrac{w^2 (\gamma_1^2 + \gamma_2^2)}{\gamma_1^2 \gamma_2^2} \left(\dfrac{\partial R}{\partial u}\right)^2 \left(\dfrac{\partial R}{\partial v}\right)^2 \end{cases}
$$

e di qui calcolando il parametro differenziale $\Delta_1 R$ (rispetto al ds_0^2) avremo

$$
\Delta_1 R = \frac{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + w^2},
$$

(1) Si avverta che le (39) della prima linea dimostrano che i binomii

$$
G \frac{\partial R}{\partial u} - F \frac{\partial R}{\partial v}, \quad E \frac{\partial R}{\partial v} - F \frac{\partial R}{\partial u}
$$

sono diversi da zero, salvo nel caso singolare che R sia funzione di u soltanto, o di v soltanto.

indi la formola importante pel nostro scopo

$$(40) \qquad 1 - \Delta_1 R = \frac{w^2}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + w^2} = \frac{w^2}{\Omega^2}.$$

Calcoliamo anche i coefficienti D, D', D'' della seconda forma fondamentale della superficie S dei centri. Indicando con X_0, Y_0, Z_0 i coseni di direzione della normale alla S, dalle (37) abbiamo

$$(41) \qquad X_0 = \frac{1}{\Omega}(\gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + w X_3), \text{ ecc.}$$

e quindi pei valori di D, D', D'':

$$D = -S\frac{\partial x_0}{\partial u}\frac{\partial X_0}{\partial u}, \quad D' = -S\frac{\partial x_0}{\partial u}\frac{\partial X_0}{\partial v} = -S\frac{\partial x_0}{\partial v}\frac{\partial X_0}{\partial u}, \quad D'' = -S\frac{\partial x_0}{\partial v}\frac{\partial X_0}{\partial v},$$

avremo subito, osservando le formole (37) e le altre

$$(42) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial u}(\gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + w X_3) = \left(\dfrac{\partial \gamma_1}{\partial u} + \beta_{21}\gamma_2 + h_1 w\right) X_1 \\ \dfrac{\partial}{\partial v}(\gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + w X_3) = \left(\dfrac{\partial \gamma_2}{\partial v} + \beta_{12}\gamma_1 + h_2 w\right) X_2, \end{cases}$$

che seguono dalle (III) e dalle (B):

$$(43) \qquad \begin{cases} D = \dfrac{h_1\varphi - H_1 w}{\Omega w}\left(\dfrac{\partial \gamma_1}{\partial u} + \beta_{21}\gamma_2 + h_1 w\right) \\ D' = 0 \\ D'' = \dfrac{h_2\varphi - H_2 w}{\Omega w}\left(\dfrac{\partial \gamma_2}{\partial v} + \beta_{12}\gamma_1 + h_3 w\right). \end{cases}$$

La media di queste $D' = 0$ esprime che il sistema (u, v) è coniugato sulla superficie dei centri e conferma che la congruenza di sfere è di Ribaucour.

c) Dalle formole (42) possiamo dedurre quest'altra proposizione che importa notare:

In ogni congruenza di Ribaucour le sviluppabili della congruenza rettilinea generata dalle corde di contatto tagliano le due falde focali nelle linee di curvatura. Per dimostrarlo si osservi che le coordinate $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ di un punto qualunque della detta corda sono date da

$$\bar{x} = x + T(\gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + w X_3),$$

dove T indica un parametro variabile. Ora dalle (42) abbiamo

$$\frac{\partial \overline{x}}{\partial u} = \left\{ H_1 + T\left(\frac{\partial \gamma_1}{\partial u} + \beta_{21}\gamma_2 + h_1 w\right)\right\} X_1 + \frac{\partial T}{\partial u}(\gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + w X_3)$$

$$\frac{\partial \overline{x}}{\partial v} = \left\{ H_2 + T\left(\frac{\partial \gamma_2}{\partial v} + \beta_{12}\gamma_1 + h_2 w\right)\right\} X_2 + \frac{\partial T}{\partial v}(\gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + w X_3)\,.$$

Attribuendo allora a T il valore T_1 dato da

$$(43_1) \qquad \frac{1}{T_1} = -\frac{1}{H_1}\left(\frac{\partial \gamma_1}{\partial u} + \beta_{21}\gamma_2 + h_1 w\right)$$

o l'altro T_2 dato da

$$(43_2) \qquad \frac{1}{T_2} = -\frac{1}{H_2}\left(\frac{\partial \gamma_2}{\partial v} + \beta_{12}\gamma_2 + h_2 w\right),$$

le formole precedenti provano appunto che le sviluppabili della congruenza delle corde sono le $v = \text{cost}$, $u = \text{cost}$, e i valori assegnati per T_1, T_2 sono precisamente quelli che T assume nei due fuochi.

§ 43.

Trasformazioni di Combescure delle congruenze di Ribaucour.

Si è già osservato (§ 41) che le equazioni delle due prime linee nel sistema differenziale (III) per le trasformazioni di Ribaucour rimangono le stesse se in luogo della superficie Σ si prende un'altra superficie $\overline{\Sigma}$ che abbia a comune con Σ l'immagine sferica delle linee di curvatura, brevemente una sua *trasformata* $\overline{\Sigma}$ *di Combescure.* Se indichiamo con $\overline{H}_1$, $\overline{H}_2$ i nuovi valori di H_1, H_2 per la $\overline{\Sigma}$, possiamo nelle (III) mantenere alle prime tre funzioni trasformatrici γ_1, γ_2, w gli stessi valori, e calcolare la nuova $\overline{\varphi}$ con una quadratura (che introdurrà una costante arbitraria) dalle formole corrispondenti alle (III) della terza linea

$$(44) \qquad \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial u} = \overline{H}_1 \gamma_1 \quad , \quad \frac{\partial \overline{\varphi}}{\partial v} = \overline{H}_2 \gamma_2\,,$$

e le funzioni

$$(\gamma_1, \gamma_2, w, \overline{\varphi})$$

daranno una quaderna trasformatrice per la superficie $\overline{\Sigma}$. Se indichiamo con $\overline{\Sigma}'$ la corrispondente trasformata di Ribaucour della $\overline{\Sigma}$, è manifesto che i valori di X_1', X_2', X_3' dati dalle (34) saranno gli stessi per la $\overline{\Sigma}'$ come per la Σ', cioè anche la $\overline{\Sigma}'$ avrà a comune l'immagine sferica delle linee di curvatura colla Σ', come

la $\overline{\Sigma}$ colla Σ. Diremo per ciò che la coppia (Σ, Σ') di trasformate di Ribaucour si cangia, per una trasformazione di Combescure, nella nuova coppia $(\overline{\Sigma}, \overline{\Sigma}')$, o anche che la prima congruenza di sfere di Ribaucour si cangia, per trasformazione di Combescure, nella seconda. Per quanto si è detto, fissata la prima coppia (Σ, Σ') e ad arbitrio una trasformata $\overline{\Sigma}$ di Combescure di Σ, esistono ancora ∞^1 trasformazioni di Combescure (corrispondentemente alla costante arbitraria contenuta in $\overline{\varphi}$) che cangiano la coppia data (Σ, Σ') in un'altra $(\overline{\Sigma}, \overline{\Sigma}')$ con una data prima falda $\overline{\Sigma}$.

Importa anche osservare che le due rispettive superficie dei centri $S, \overline{S}$ vengono pure esse a corrispondersi punto per punto per parallelismo delle normali *e conservazione del sistema coniugato* (u, v) che corrisponde alle linee di curvatura dell'inviluppo.

Ora dimostriamo la seguente semplice proposizione:

Data una qualunque coppia (Σ, Σ') *di superficie trasformate di Ribaucour, si può sempre cangiarla, con una trasformazione di Combescure, in una coppia* $(\overline{\Sigma}, \overline{\Sigma}')$ *di superficie trasformate l'una dell'altra con una inversione per raggi vettori reciproci.*

Osservando infatti le (42), e ponendo

$$(45) \qquad \begin{cases} \overline{x} = \gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + w X_3 \\ \overline{y} = \gamma_1 Y_1 + \gamma_2 Y_2 + w Y_3 \\ \overline{z} = \gamma_1 Z_1 + \gamma_2 Z_2 + w Z_3 , \end{cases}$$

si vede che queste definiscono appunto una superficie $\overline{\Sigma}$ avente a comune con Σ la immagine sferica delle linee di curvatura, e si ha per questa $\overline{\Sigma}$ dalle (42):

$$(45^*) \qquad \begin{cases} \overline{H}_1 = \dfrac{\partial \gamma_1}{\partial u} + \beta_{21}\gamma_2 + h_1 w \\ \overline{H}_2 = \dfrac{\partial \gamma_2}{\partial v} + \beta_{12}\gamma_1 + h_2 w \end{cases}$$

Queste possono scriversi anche per la (32)

$$\overline{H}_1 = \frac{\Omega}{\gamma_1}\frac{\partial \Omega}{\partial u} \quad , \quad \overline{H}_2 = \frac{\Omega}{\gamma_2}\frac{\partial \Omega}{\partial v},$$

e per la nuova funzione $\overline{\varphi}$ trasformatrice avremo quindi dalle (44)

$$2\overline{\varphi} = \Omega^2 - C \qquad \text{(C costante)}.$$

Le formole (33) dànno allora per la superficie trasformata $\overline{\Sigma}'$:

$$\overline{x}' = \overline{x}\left(1 - \frac{2\overline{\varphi}}{\Omega^2}\right) = \frac{C\overline{x}}{\Omega^2}, \text{ ecc},$$

e siccome dalle (45) risulta

$$\overline{x}^2 + \overline{y}^2 + \overline{z}^2 = \Omega^2 ,$$

abbiamo

$$\overline{x}' = \frac{C\overline{x}}{\overline{x}^2 + \overline{y}^2 + \overline{z}^2} \quad , \quad \overline{y}' = \frac{C\overline{y}}{\overline{x}^2 + \overline{y}^2 + \overline{z}^2} \quad , \quad \overline{z}^2 = \frac{C\overline{z}}{\overline{x}^2 + \overline{y}^2 + \overline{z}^2} ,$$

che sono appunto le formole d'inversione per raggi vettori reciproci rispetto ad una sfera di raggio $\sqrt{C}$ col centro nell'origine.

È chiaro che nella congruenza di sfere colle due falde focali $\overline{\Sigma}, \overline{\Sigma}'$, inverse l'una dell'altra, tutte le sfere sono ortogonali alla sfera fissa fondamentale. Viceversa ogni congruenza di sfere ortogonali ad una sfera fissa ha falde focali inverse l'una dall'altra ed è una congruenza di Ribaucour. Ma la proposizione dimostrata ci assicura che:

Tutte le congruenze di sfere di Ribaucour si ottengono da quelle di sfere ortogonali ad una sfera fissa applicando le trasformazioni di Combescure.

§ 44.

Trasformazioni di Ribaucour delle figure sferiche e piane.

Un caso limite dei risultati ora stabiliti merita di essere particolarmente considerato: è questo il caso in cui per superficie della coppia $(\overline{\Sigma}, \overline{\Sigma}')$ di trasformate di Combescure della coppia (Σ, Σ') si prenda la sfera stessa unitaria, ossia quando $\overline{\Sigma}, \overline{\Sigma}'$ siano le due immagini sferiche rispettive di Σ, Σ'. Si ottiene manifestamente questo caso quando nelle formole del paragrafo precedente si ponga

$$\overline{H}_1 = h_1 \quad , \quad \overline{H}_2 = h_2 \quad , \quad \overline{\varphi} = w .$$

Le due figure sferiche $\overline{\Sigma}, \overline{\Sigma}'$ stanno fra di loro in questa relazione: le linee sferiche ortogonali (u, v) si corrispondono nelle due figure e le loro tangenti in punti corrispondenti si incontrano.

Queste considerazioni ci portano a definire le *trasformazioni di Ribaucour della sfera in sè stessa* nel modo seguente. In una qualunque rappresentazione della sfera sopra sè stessa vi è uno (ed in generale) un solo sistema ortogonale della prima figura che si conserva ortogonale nella seconda; queste linee sono le così dette *linee principali* della rappresentazione. Noi diremo che: *una rappresentazione della sfera sopra sè stessa è una trasformazione di Ribaucour quando le tangenti corrispondenti alle linee principali della rappresentazione s'incontrano.*

Nel caso che la rappresentazione della sfera in sè medesima sia conforme (ed in questo soltanto), le linee principali sono indeterminate, ma allora dimostreremo che, se la rappresentazione è conforme diretta, vi è sempre un sistema ortogonale

(isotermo) della prima figura le cui tangenti incontrano le corrispondenti della seconda, ossia vale il teorema:

α) *Ogni rappresentazione conforme diretta della sfera sopra sè stessa è una trasformazione di Ribaucour.*

Intanto si osservi che in qualunque trasformazione di Ribaucour della sfera in sè, le tangenti alle linee principali corrispondenti si incontrano in un punto manifestamente equidistante dai due punti di contatto, e l'analisi esposta ai §§ 40, 41 resta in conseguenza applicabile. Per costruire analiticamente le trasformazioni di Ribaucour della sfera in sè, si può dunque assegnare arbitrariamente il sistema sferico ortogonale (u, v) delle linee principali nella prima figura e se

$$ds'^2 = h_1^2\, du^2 + h_2^2\, dv^2$$

è l'elemento sferico corrispondente, le trasformazioni di Ribaucour corrispondenti si avranno integrando il sistema differenziale (III), ridotto alle prime due linee:

$$(46) \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial \gamma_1}{\partial v} = \beta_{12}\, \gamma_2 \;, & \dfrac{\partial \gamma_2}{\partial u} = \beta_{21}\, \gamma_1 \\[2ex] \dfrac{\partial w}{\partial u} = h_1\, \gamma_1 \;, & \dfrac{\partial w}{\partial v} = h_2\, \gamma_2 \;; \end{cases}$$

ogni terna (γ_1, γ_2, w) di soluzioni di questo sistema darà colle formole (34)

$$(47) \qquad X'_3 = X_3 - \frac{2w}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + w^2} (\gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + w X_3)$$

la corrispondente trasformazione di Ribaucour.

Resta che dimostriamo il teorema α), ciò che facciamo colla semplicissima considerazione geometrica seguente. Se P , P' sono due punti corrispondenti nella rappresentazione conforme diretta della sfera, i due fasci di elementi lineari corrispondenti per P , P' sono direttamente eguali e segnano sulla retta d'intersezione dei due piani tangenti in P , P' alla sfera due punteggiate projettive sovrapposte, ma *discordi* nel senso. I due punti uniti A , B della projettività sono dunque reali e distiuti, ed i raggi (PA , PB) , (P'A , P'B) formano due coppie di raggi ortogonali corrispondenti, che si incontrano rispettivamente in A , B , c. d. d.

Osserviamo poi che la nozione di trasformazione di Ribaucour si trasporta subito dalla geometria sferica alla piana, p. es. con projezione stereografica della sfera sul piano. La rappresentazione del piano sopra sè stesso è allora tale che ciascuna coppia di tangenti in punti P , P' corrispondenti alle direzioni principali corrispondenti si incontrano *in un punto equidistante da* P , P' [1].

[1] Nel caso delle figure sferiche la circostanza sottolineata era già una conseguenza dell'incontro.

Quanto alle formole per le trasformazioni di Ribaucour nel piano, sono le stesse (46) come nel caso della sfera e soltanto le relazioni (A) § 40 della seconda e terza linea che legano $h_1, h_2, \beta_{12}, \beta_{21}$ vanno qui sostituite colle altre

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial h_2}{\partial u} = \beta_{12}\, h_1 \quad , \quad \frac{\partial h_1}{\partial v} = \beta_{21}\, h_2 \\ &\frac{\partial \beta_{12}}{\partial u} + \frac{\partial \beta_{21}}{\partial v} = 0 \end{aligned}\right.$$

esprimenti che l'elemento lineare

$$ds^2 = h_1^2\, du^2 + h_2^2\, dv^2$$

appartiene al piano.

E qui da ultimo, sebbene ragioni di spazio ci vietano di considerare le trasformazioni di Ribaucour in relazione colla teoria equivalente dei sistemi *ciclici* [1], vogliamo almeno indicare come si possono costruire geometricamente tutte le trasformazioni di Ribaucour delle figure piane o sferiche:

Presa una qualunque superficie Ω, *si costruisca il sistema* ∞^2 *di circoli normali alla superficie* Ω *ed al piano fisso (alla sfera fissa). I due punti* P, P' *in cui il circolo incontra il piano (la sfera) descrivono due figure piane (sferiche) in trasformazione di Ribaucour. Le linee principali della rappresentazione sono quelle che corrispondono alle linee di curvatura di* Ω.

Questa costruzione può ricevere un'altra interpretazione in geometria non-euclidea quando si assuma il piano fisso (la sfera fissa) come piano limite (sfera limite) della metrica iperbolica. Le due figure descritte da P, P' sono allora le due immagini di Ω nella rappresentazione di Gauss, secondo la legge del doppio parallelismo non-euclideo. Viceversa due figure piane o sferiche in trasformazione di Ribaucour dànno le due immagini delle linee di curvatura di una superficie (o meglio di una serie di superficie geodeticamente parallele) nello spazio non-euclideo.

Osserviamo ancora che ricorrendo invece alla metrica Cayleyana, nella quale la sfera fondamentale rappresenta l'assoluto, la costruzione delle trasformazioni di Ribaucour per le figure sferiche assume la forma seguente:

Si consideri una qualunque superficie Σ, *la sua polare reciproca* $\overline{\Sigma}$ *rispetto alla sfera e la congruenza formata dai raggi r che ne uniscono i punti corrispondenti. I punti* P, P' *ove ogni raggio r incontra la sfera descrivono due figure in trasformazione di Ribaucour.*

[1] Cfr. vol. II, cap. XVIII.

§ 45.

Forma di Eisenhart delle equazioni (III) di trasformazione.

Ritorniamo alle formole generali per le trasformazioni di Ribaucour delle superficie Σ date al § 41 e poniamole sotto una nuova forma data da Eisenhart, che in molte ricerche riesce più utile. Per questo introduciamo in calcolo, accanto ai coefficienti H_1, H_2 per la Σ, gli analoghi H'_1, H'_2 per la superficie trasformata Σ', e insieme alle quattro funzioni trasformatrici $\gamma_1, \gamma_2, w, \varphi$ una quinta ψ colla posizione

$$(48) \qquad \Omega^2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + w^2 = 2\varphi\psi .$$

Allora le formole (33) per le superficie trasformate si scrivono

$$x' = x - \frac{1}{\psi}(\gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + w_3 X_3)$$

e queste derivate rapporto ad u, v colle formole dei §§ 41, 42 e paragonate con le altre

$$\frac{\partial x'}{\partial u} = H'_1 X'_1 \quad , \quad \frac{\partial x'}{\partial v} = H'_2 X'_2$$

dànno

$$(49) \qquad H'_1 = -\frac{\varphi}{\gamma_1}\frac{\partial \log \psi}{\partial u} \quad , \quad H'_2 = -\frac{\varphi}{\gamma_2}\frac{\partial \log \psi}{\partial v} .$$

Ma dalle (48) derivando abbiamo

$$(50) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \gamma_1}{\partial u} &= (H_1 - H'_1)\,\psi - h_1 w - \beta_{21}\gamma_2 \\ \frac{\partial \gamma_2}{\partial v} &= (H_2 - H'_2)\,\psi - h_2 w - \beta_{12}\gamma_1 . \end{aligned} \right.$$

Paragonando queste colle due del sistema (III)

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial v} = \beta_{12}\gamma_2 \quad , \quad \frac{\partial \gamma_2}{\partial u} = \beta_{21}\gamma_1 ,$$

e costruendo le corrispondenti condizioni d'integrabilità, si trova

$$(51) \quad \frac{\partial H'_1}{\partial v} = \left\{ \beta_{21} + (H'_1 - H_1)\frac{\gamma_2}{\varphi} \right\} H'_2 \quad , \quad \frac{\partial H'_2}{\partial u} = \left\{ \beta_{12} + (H'_2 - H_2)\frac{\gamma_1}{\varphi} \right\} H'_1 .$$

Riunendo le (49), (50), (51) alle equazioni (III) § 41, si ottiene il sistema delle equazioni di trasformazione sotto la nuova forma (di Eisenhart):

$$
(\mathrm{IV}) \left\{
\begin{aligned}
&\frac{\partial \gamma_1}{\partial u} = (\mathrm{H}_1 - \mathrm{H}_1')\,\psi - h_1 w - \beta_{21}\gamma_2 \quad , \quad \frac{\partial \gamma_1}{\partial v} = \beta_{12}\gamma_2 \\
&\frac{\partial \gamma_2}{\partial u} = \beta_{21}\gamma_1 \quad , \quad \frac{\partial \gamma_2}{\partial v} = (\mathrm{H}_2 - \mathrm{H}_2')\,\psi - h_2 w - \beta_{12}\gamma_1 \\
&\frac{\partial w}{\partial u} = h_1\gamma_1 \quad , \quad \frac{\partial w}{\partial v} = h_2\gamma_2 \\
&\frac{\partial \varphi}{\partial u} = \mathrm{H}_1\gamma_1 \quad , \quad \frac{\partial \varphi}{\partial v} = \mathrm{H}_2\gamma_2 \\
&\frac{\partial \psi}{\partial u} = -\mathrm{H}_1'\frac{\gamma_1}{\varphi}\psi \quad , \quad \frac{\partial \psi}{\partial v} = -\mathrm{H}_2'\frac{\gamma_2}{\varphi}\psi \\
&\qquad * \qquad \frac{\partial \mathrm{H}_1'}{\partial v} = \left\{\beta_{21} + (\mathrm{H}_1' - \mathrm{H}_1)\frac{\gamma_2}{\varphi}\right\}\mathrm{H}_2' \\
&\frac{\partial \mathrm{H}_2'}{\partial u} = \left\{\beta_{12} + (\mathrm{H}_2' - \mathrm{H}_2)\frac{\gamma_1}{\varphi}\right\}.\,\mathrm{H}_1' \qquad *
\end{aligned}
\right.
$$

Si osservi che nel sistema figurano le *sette* funzioni incognite: $\gamma_1, \gamma_2, w, \varphi, \psi, \mathrm{H}_1', \mathrm{H}_2'$, e le condizioni d'integrabilità sono soddisfatte in virtù delle (IV) stesse. Esso ha inoltre la forma risoluta rispetto alle derivate, delle quali mancano solo quelle di H_1' rapporto ad u, e quella di H_2' rapporto a v. In ordine ai ben noti teoremi d'esistenza [1], il sistema (IV) ammette soluzioni dipendenti da due funzioni arbitrarie; precisamente resta definita univocamente una soluzione se si dànno, per un particolare sistema iniziale di u, v p. es $u = 0$, $v = 0$, i valori che assumono le cinque prime funzioni per $u = 0$, $v = 0$, e inoltre le due *funzioni arbitrarie* di u, v rispettivamente cui si riducono la H_1' *per* $v = 0$, e la H_2' *per* $u = 0$. In fine si osservi che il sistema (IV) ammette l'integrale quadratico

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + w^2 - 2\varphi\psi = \mathrm{cost}$$

e pel nostro problema occorre scegliere i valori iniziali per modo che la costante del secondo membro si annulli.

§ 46.

Trasformazioni di Ribaucour-Guichard per le superficie d'area minima.

Veniamo ora ad applicare le formole generali stabilite per le trasformazioni di Ribaucour ai problemi d'inversione indicati al § 38, e in primo luogo ricerchiamo le *trasformazioni di Ribaucour-Guichard* per le superficie d'area minima.

[1] Cfr. Darboux, *Systèmes orthogonaux* (2ème édition, 1910).

Supponendo adunque che la superficie data Σ sia una superficie d'area minima, dovremo ricercare se esistono quelle sue trasformazioni di Ribaucour nelle quali il raggio R della sfera inviluppante soddisfa all'equazione (I*) § 30

$$(52)\qquad 1-\Delta_1 R=\frac{1}{2kR}\qquad (k \text{ costante})$$

dove la costante k verrà poi a significare il parametro del paraboloide rotondo il cui fuoco genera, nel rotolamento, la superficie minima Σ.

Per la formola (40) del § 42, la (52) equivale all'altra

$$\frac{w^2}{\gamma_1^2+\gamma_2^2+w^2}=-\frac{1}{2k}\frac{w}{\varphi},$$

ossia alla relazione quadratica fra le funzioni trasformatrici

$$(53)\qquad \gamma_1^2+\gamma_2^2+w^2+2k\varphi w=0.$$

Le considerazioni alla fine del § 30 provano che in tal caso la seconda falda sarà pure ad area minima [1] ed avremo una trasformazione di Ribaucour-Guichard Ma, anche senza appoggiarci a quelle considerazioni, dimostreremo ora direttamente che se per una superficie Σ esiste una trasformazione di Ribaucour le cui funzioni trasformatrici verifichino la relazione quadratica (53), la superficie Σ deve essere ad area minima; e viceversa, se Σ è una superficie minima, esistono ∞^2 di tali trasformazioni. Che poi anche la seconda falda Σ' sia ad area minima risulta da ciò che, per le proporzioni (35) segnalate al § 42, anche le funzioni trasformatrici inverse $\gamma_1', \gamma_2', w', \varphi'$ soddisfano alla medesima (53).

Si derivi l'identità supposta (53) rapporto ad u, v, e si avranno così le due nuove equazioni

$$(54)\qquad \left\{\begin{aligned}&\frac{\partial\gamma_1}{\partial u}+k(H_1 w+h_1\varphi)+\beta_{21}\gamma_2+h_1 w=0\\ &\frac{\partial\gamma_2}{\partial v}+k(H_2 w+h_2\varphi)+\beta_{12}\gamma_1+h_2 w=0\end{aligned}\right.$$

che paragonate colle due del sistema (III)

$$\frac{\partial\gamma_1}{\partial v}=\beta_{12}\gamma_2\quad,\quad \frac{\partial\gamma_2}{\partial u}=\beta_{21}\gamma_1\,.$$

dànno concordemente quale condizione d'integrabilità

$$H_1 h_2+H_2 h_1=0\,,$$

ovvero

$$r_1+r_2=0\,.$$

[1] Basta per questo accertarsi che non si annullino nè $\frac{\partial R}{\partial u}$, nè $\frac{\partial R}{\partial v}$ (cfr. nota § 42).

La superficie Σ deve dunque essere ad area minima. Ma viceversa, se questo è, le (54) aggregate alle (III) § 41 dànno un sistema di equazioni differenziali totali nelle funzioni $\gamma_1, \gamma_2, w, \varphi$, che è completamente integrabile e possiede l'integrale quadratico

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + w^2 + 2k\varphi w = \text{cost.}$$

Basta dunque scegliere i valori iniziali delle funzioni trasformatrici in guisa da annullare la costante del secondo membro. A causa della omogeneità, restano così nella trasformazione, oltre la costante k (parametro del paraboloide), *due costanti effettive* come si era enunciato. In altre parole (cfr. § 38): *Ogni superficie d'area minima ammette* ∞^2 *generazioni per rotolamento, fissato ad arbitrio il paraboloide rotondo rotolante.*

§ 47.

Trasformazioni di Ribaucour-Guichard per le superficie a curvatura costante.

In modo analogo a quello tenuto per le superficie minime effettuiamo la ricerca delle trasformazioni di Ribaucour-Guichard per le superficie a curvatura costante $K = \frac{1}{h}$, positiva o negativa (¹).

Basterà questa volta sostituire alla (52) l'altra, che proviene dalla (II*) § 35,

$$1 - \Delta_1 R = \frac{1}{k(R^2 - h)} \qquad (k \text{ costante}),$$

e per la (40) del § 42 equivale alla relazione quadratica

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + (hk + 1) w^2 - k\varphi^2 = 0 \tag{55}$$

fra le funzioni trasformatrici.

Derivando questa rapporto ad u, v, si ottiene

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial \gamma_1}{\partial u} &= kH_1 \varphi - \beta_{21} \gamma_2 - (hk + 1) h_1 w \\ \frac{\partial \gamma_2}{\partial v} &= kH_2 \varphi - \beta_{12} \gamma_1 - (hk + 1) h_2 w \end{aligned}\right. \tag{56}$$

(¹) Pel teorema di Bonnet questa include la corrispondente ricerca per la superficie a curvatura media costante.

e, paragonando colle

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial v} = \beta_{12}\gamma_2 \quad , \quad \frac{\partial \gamma_2}{\partial u} = \beta_{21}\gamma_1 \, ,$$

risulta concordemente per le condizioni d'integrabilità

$$H_1 H_2 = h \, . \, h_1 \, h_2 \, ,$$

ovvero

$$r_1 r_2 = h \, .$$

Dunque la relazione quadratica (55) fra le funzioni trasformatrici è compatibile soltanto colla ipotesi che la curvatura totale K della prima falda Σ sia costante $= \frac{1}{h}$. Ma allora anche la seconda falda avrà la medesima curvatura $\frac{1}{h}$, poichè le funzioni trasformatrici inverse soddisfanno alla medesima (55). D'altra parte, nell'ipotesi

$$K = \frac{1}{h} \, ,$$

se si aggregano le (56) alle (III) § 41 si forma in $\gamma_1, \gamma_2, w, \varphi$ un sistema di equazioni ai differenziali totali *completamente integrabile* e che ammette l'integrale quadratico

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + (hk + 1) \, w^2 - k\varphi^2 = \text{cost.}$$

Colle considerazioni stesse sopra esposte per le superficie ad area minima si ha dunque qui il risultato analogo: *Ogni superficie a curvatura costante positiva, fissato il valore della costante k, ammette ∞^3 trasformazioni di Ribaucour-Guichard in superficie colla stessa curvatura costante.*

Rimandando il lettore per lo studio ulteriore di queste trasformazioni al volume 2° delle *Lezioni* ed alla Memoria nel tomo XIII, serie 3ª, degli Annali di matematica, trattiamo qui di una generalizzazione che si presenta molto spontaneamente in queste ricerche.

§ 48.

Caso della relazione quadratica generale $A\gamma_1^2 + B\gamma_2^2 + C\varphi^2 + Dw^2 + 2k\varphi w = 0$.

Domandiamo se esistono superficie Σ con trasformazioni di Ribaucour, le cui funzioni trasformatrici siano legate dall'identità quadratica

$$A\gamma_1^2 + B\gamma_2^2 + C\varphi^2 + Dw^2 + 2k\varphi w = 0 \, , \tag{54}$$

dove A, B, C, D, k sono costanti qualunque, relazione che include manifestamente le due (53), (55) dei paragrafi precedenti. Una prima osservazione, da ripetersi anche in questo caso, è che le funzioni trasformatrici inverse soddisferanno alla medesima (57), e però le superficie Σ saranno cangiate dalla trasformazione in altre della medesima classe.

In secondo luogo osserviamo che il passaggio da una superficie Σ ad una sua parallela alla distanza a si compie cangiando rispettivamente

$$\begin{aligned} H_1 &\text{ in } H_1 + ah_1 \\ H_2 &\text{ in } H_2 + ah_2 , \end{aligned}$$

e nelle nuove funzioni trasformatrici si deve cangiare soltanto φ in $\varphi + aw$ (cfr. § 43). Ma questo fa cangiare soltanto nella (57) i valori delle costanti D, k, che diventano rispettivamente

$$\overline{D} = Ca^2 + 2ka + D \quad , \quad \overline{k} = k + Ca .$$

Per ciò se $C \neq 0$ potremo rendere $\overline{k} = 0$, e se invece $C = 0$, ma $k \neq 0$, si potrà fare $\overline{D} = 0$; dunque è lecito supporre nella (57) o $k = 0$, ovvero $D = 0$.

In ogni caso, derivando la (57), dalle equazioni fondamentali (III) si deducono le due nuove:

$$(58) \quad \begin{cases} A \dfrac{\partial \gamma_1}{\partial u} + B\beta_{21}\gamma_2 + CH_1\varphi + Dh_1 w + k(H_1 w + h_1 \varphi) = 0 \\ B \dfrac{\partial \gamma_2}{\partial v} + A\beta_{12}\gamma_1 + CH_2\varphi + Dh_2 w + k(H_2 w + h_2 \varphi) = 0 . \end{cases}$$

Derivando la prima di questo rapporto a v, la seconda rapporto ad u e osservando le (III), si trova concordemente

$$(59) \quad A \frac{\partial \beta_{12}}{\partial u} + B \frac{\partial \beta_{21}}{\partial v} + CH_1 H_2 + Dh_1 h_2 + k(H_1 h_2 + H_2 h_1) = 0 .$$

Di qui è facile dedurre che, se si supponesse $A = B$, saremmo ricondotti alle trasformazioni di Ribaucour-Guichard per le superficie d'area minima, o a curvatura costante e loro parallele. Difatti la precedente, a causa di

$$(60) \quad \frac{\partial \beta_{12}}{\partial u} + \frac{\partial \beta_{21}}{\partial v} = - h_1 h_2 ,$$

diventerebbe

$$C r_1 r_2 + k(r_1 + r_2) + D - A = 0 ,$$

equazione che caratterizza appunto le superficie parallele alle superficie d'area minima o a quelle di curvatura totale costante.

Per non ricadere dunque nei casi già trattati, supponiamo ora $A \neq B$, e dalle (59), (60) trarremo:

$$(61)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial \beta_{12}}{\partial u} = \dfrac{B-D}{A-B} h_1 h_2 - \dfrac{CH_1 H_2}{A-B} - \dfrac{k}{A-B}(H_1 h_2 + H_2 h_1) \\ \dfrac{\partial \beta_{21}}{\partial v} = \dfrac{D-A}{A-B} h_1 h_2 + \dfrac{CH_1 H_2}{A-B} + \dfrac{k}{A-B}(H_1 h_2 + H_2 h_1) . \end{cases}$$

Le superficie Σ di cui si tratta dovranno quindi necessariamente soddisfare, coi loro elementi riferiti alle linee di curvatura u, v, ad una relazione del tipo:

$$(62)\quad \frac{\partial \beta_{12}}{\partial u} = \alpha h_1 h_2 + \beta H_1 H_2 + \gamma (H_1 h_2 + H_2 h_1) ,$$

con α, β, γ costanti, o, ciò che è lo stesso, all'altra

$$(C)\quad \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial \beta_{12}}{\partial u} = \alpha + \beta r_1 r_2 + \gamma (r_1 + r_2) .$$

Si osserverà che in questa a sinistra figura la quantità $\dfrac{1}{\sqrt{eg}} \dfrac{\partial}{\partial u}\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}} \dfrac{\partial \sqrt{g}}{\partial u}\right)$ *che dipende solo dall'elemento lineare della rappresentazione sferica*, mentre il secondo membro è una funzione lineare intera del prodotto e della somma dei raggi principali di curvatura di Σ.

Viceversa, se una superficie Σ appartiene alla classe (C), basterà, prese due costanti A, B arbitrarie, purchè diverse fra loro e ambedue diverse da zero, prendere poi

$$(63)\quad D = B + \alpha (B - A) \quad , \quad C = \beta (B - A) \quad , \quad k = \gamma (B - A)$$

e le (61) saranno ambedue soddisfatte. Ma allora, aggregando le due nuove equazioni (58) alle (III) § 41, si forma il seguente sistema lineare omogeneo di equazioni ai differenziali totali per $\gamma_1, \gamma_2, w, \varphi$:

$$(64)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial \gamma_1}{\partial u} = -\dfrac{B}{A} \beta_{21} \gamma_2 - \dfrac{C}{A} H_1 \varphi - \dfrac{D}{A} h_1 w - \dfrac{k}{A}(H_1 w + h_1 \varphi) \quad , \quad \dfrac{\partial \gamma_1}{\partial v} = \beta_{12} \gamma_2 \\ \dfrac{\partial \gamma_2}{\partial u} = \beta_{21} \gamma_1 \quad , \quad \dfrac{\partial \gamma_2}{\partial v} = -\dfrac{A}{B} \beta_{12} \gamma_1 - \dfrac{C}{B} H_2 \varphi - \dfrac{D}{B} h_2 w - \dfrac{k}{B}(H_2 w + h_2 \varphi) \\ \dfrac{\partial w}{\partial u} = h_1 \gamma_1 \quad , \quad \dfrac{\partial w}{\partial v} = h_2 \gamma_2 \\ \dfrac{\partial \varphi}{\partial u} = H_1 \gamma_1 \quad , \quad \dfrac{\partial \varphi}{\partial v} = H_2 \gamma_2 . \end{cases}$$

A causa delle (61) e delle (III]), questo è un sistema completamente integrabile, che possiede inoltre l'integrale quadratico:

$$A\gamma_1^2 + B\gamma_2^2 + C\varphi^2 + Dw^2 + 2k\varphi w = \text{cost.} \tag{65}$$

Basta dunque vincolare i valori iniziali delle funzioni trasformatrici colla condizione che la costante del secondo membro della (65) si annulli, ed avremo una trasformazione di Ribaucour della superficie Σ in un'altra della medesima classe (C). Siccome, date le costanti α, β, γ, nelle (63) resta ancora (a prescindere da un fattore di omogeneità) una costante arbitraria, ne concludiamo: *Ogni superficie Σ della classe* (C) *ammette ∞^3 trasformazioni di Ribaucour in superficie della medesima classe.*

§ 49.

Esistenza e tipi delle superficie della classe (C).

L'esistenza ed il grado di arbitrarietà delle nostre superficie Σ si riconosce facilmente, osservando che, se si aggrega la (C) alle altre equazioni (A) § 40, si forma, nelle sei funzioni incognite (h_1, h_2), (H_1, H_2), (β_{12}, β_{21}), il sistema:

$$(66) \begin{cases} \dfrac{\partial h_2}{\partial u} = \beta_{12} h_1 \ , \quad \dfrac{\partial H_2}{\partial u} = \beta_{12} H_1 \ , \quad \dfrac{\partial \beta_{12}}{\partial u} = \alpha h_1 h_2 + \beta H_1 H_2 + \gamma (H_1 h_2 + H_2 h_1) \\ \dfrac{\partial h_1}{\partial v} = \beta_{21} h_2 \ , \quad \dfrac{\partial H_1}{\partial v} = \beta_{21} H_2 \ , \quad \dfrac{\partial \beta_{21}}{\partial v} = -(1+\alpha) h_1 h_2 - \\ \qquad\qquad -\beta H_1 H_2 - \gamma (H_1 h_2 + H_2 h_1) \, . \end{cases}$$

I teoremi generali d'esistenza, già ricordati al § 45, assicurano che, per *individuare* una soluzione delle (66), basta assegnare ad arbitrio le tre funzioni di v cui si riducono *per* $u = 0$

$$h_2 \, , H_2 \, , \beta_{12} \, ,$$

e così le tre funzioni di u cui si riducono *per* $v = 0$

$$h_1 \, , H_1 \, , \beta_{21} \, .$$

Tenuto conto dell'arbitrarietà dei parametri u, v, le nostre superficie vengono così a dipendere da *quattro* funzioni arbitrarie (di una variabile ciascuna). Sarebbe facile dimostrare che il risultato analitico si interpreta geometricamente nel teorema:

Per individuare una superficie della classe (C) *basta assegnare, ad arbitrio, come sue linee di curvatura, due curve* C, Γ *che si taglino ortogonalmente in un punto.*

Le ricerche precedenti ci hanno provato che, per tutte le superficie della classe (C), si possono costruire dei metodi di trasformazione (per trasformazioni di Ribaucour) che permettono di dedurre da una superficie nota della classe ∞^3 nuove superficie, e così di seguito. Aggiungiamo che si potrebbe anche qui stabilire per le successive trasformazioni un *teorema di permutabilità*, che permette di semplificare, in modo ben noto, i metodi di trasformazione. Le superficie ad area minima o a curvatura costante e loro parallele appaiono qui come un *caso limite* delle superficie della classe (C) in quanto che, avendosi allora nella (65) $A = B$, la relazione caratteristica (C) è sostituita dall'altra

$$\alpha + \beta r_1 r_2 + \gamma (r_1 + r_2) = 0 .$$

Da ultimo osserviamo che se ad una superficie Σ della classe (C) generale si sostituisce una sua parallela, si può, senza alterare la generalità, rendere $\gamma = 0$ quando sia $\beta \neq 0$; chè se invece è $\beta = 0$ $(\gamma \neq 0)$ possiamo rendere $\alpha = 0$. Le superficie Σ possono quindi suddistinguersi nei due tipi

$$(C_1) \qquad \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial h_2}{\partial u} \right) = \alpha + \beta r_1 r_2$$

$$(C_2) \qquad \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial h_2}{\partial u} \right) = \gamma (r_1 + r_2) .$$

Fra le superficie Σ del tipo (C_1) due classi particolari sono da osservarsi.

a) La prima classe si ha quando $\beta = 0$, sicchè la condizione implica soltanto l'immagine sferica:

$$\frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial h_2}{\partial u} \right) = \text{cost} = \alpha .$$

I corrispondenti sistemi sferici ortogonali (u, v) stanno in una semplice relazione colle congruenze rettilinee reali pseudosferiche [1], a sviluppabili reali od immaginarie, distinte o coincidenti. Basta invero costruire l'immagine sferica dei raggi della congruenza e prendere sulla sfera il sistema di linee (u, v) che corrispondono alle asintotiche delle due falde pseudosferiche focali (reali od immaginarie).

Le trasformazioni di Ribaucour delle superficie Σ della classe si risolvono in questo caso in *trasformazioni di Ribaucour dei corrispondenti sistemi sferici ortogonali* (u, v) (cfr. § 44). Particolarmente notevole è il caso $(\alpha = 0)$ che la congruenza pseudosferica abbia sviluppabili coincidenti, sia formata cioè dalla tangente alle asintotiche di una superficie pseudosferica. Le superficie Σ sono allora le superficie focali delle congruenze rettilinee di Guichard, colla proprietà caratteristica che le sviluppabili della congruenza tagliano le due superficie focali lungo le linee di curvatura.

[1] Cfr. la mia Memoria, *Sopra una classe di superficie collegate alle congruenze pseudosferiche* [Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, tomo XL (1915)].

b) Un'altra classe notevole di superficie della classe (C_1) si ha supponendo invece $\alpha = 0$, $\beta \neq 0$. Le superficie di questo tipo si possono caratterizzare geometricamente come le *superficie secondarie* nei sistemi tripli ortogonali di Weingarten [1].

Da ultimo indicheremo che, in generale, con superficie Σ della classe caratterizzata dalla relazione (C)

$$\frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial \beta_{12}}{\partial u} = \alpha + \beta r_1 r_2 + \gamma (r_1 + r_2)$$

si possono comporre delle *famiglie di Lamé*, appartenenti a sistemi tripli ortogonali.

§ 50.

Cenno storico sulle trasformazioni D_m di Darboux per le superficie isoterme.

In occasione delle sue ricerche sui teoremi di Guichard, il Darboux [2] ha scoperto per le generali superficie isoterme (a linee di curvatura isoterme) delle trasformazioni molto notevoli, generalizzazione di quelle che già conosciamo per le superficie ad area minima e a curvatura media costante. Esse appartengono alla classe di trasformazioni di Ribaucour e possono caratterizzarsi fra queste, come ha fatto il Darboux, dalla proprietà che hanno i corrispondenti inviluppi di sfere di stabilire una rappresentazione *conforme* fra le due falde. Ma vi ha una seconda proprietà delle trasformazioni di Darboux che le collega colla teoria del rotolamento di superficie applicabili studiata in questa Memoria, e che può servire egualmente per caratterizzarle. La conoscenza di ogni trasformazione di Darboux di una superficie isoterma Σ procura infatti una corrispondente generazione di Σ come superficie di rotolamento [3], nella quale la superficie S d'appoggio è la superficie luogo di centri delle sfere, e la rotolante S_0 è perfettamente individuata come quella deformata della S in cui il sistema coniugato di S corrispondente alle linee di curvatura di Σ si mantiene coniugato. Che la proprietà ora indicata sia *caratteristica* per le trasformazioni di Darboux venne successivamente dimostrato da Eisenhart [4], e noi ce ne serviremo ora appunto per stabilire l'esistenza e le prime proprietà delle trasformazioni di Darboux.

(1) Ved. la Nota nei Rendiconti dell'Accademia dei Lincei (luglio 1917).

(2) *Sur la déformation des surfaces du second degré et sur les surfaces isothermiques*. Comptes Rendus de l'Académie, tomo 128 (1899); e Annales de l'École Normale Supérieure, IIIème série, tomo XVI.

(3) Cfr. la mia Nota, *Sulle superficie isoterme come superficie di rotolamento* (Rendiconti dell'Accademia dei Lincei, tomo XXIV, serie 5a, febbraio 1915).

(4) Ved. Eisenhart, *Sulle superficie di rotolamento e le trasformazioni di Ribaucour* (ibid., ottobre 1915).

Il problema che ci occupa si può riguardare, come quello del § 27, quale problema di deformazione di congruenze elementari (di Ribaucour); ma mentre al § 27 si domandava che la congruenza rimanesse di Ribaucour in *qualunque* deformazione, qui invece esigiamo soltanto che ciò avvenga in *una* speciale deformazione. Esso si può dunque enunciare così: *Trovare le congruenze di sfere di Ribaucour, che ammettono una deformazione dopo la quale tutte le sfere vengono a passare per un punto.*

Considerando allora la congruenza supposta, e detta Σ la falda dell'inviluppo corrispondente al punto fisso, converrà applicare le nostre formole generali § 41 per le trasformazioni di Ribaucour ed esprimere che il raggio

$$R = -\frac{\varphi}{w}$$

della sfera inviluppante soddisfa all'equazione caratteristica (VI) § 19 per il primo problema A) di rotolamento. Ora in questa (VI), che si scrive nelle nuove notazioni

$$(67)\qquad \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{H_2}{H_1 T + h_1}\frac{\partial T}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{H_1}{H_2 T + h_2}\frac{\partial T}{\partial v}\right) + \\ + H_1 H_2 T^2 + (H_1 h_2 + H_2 h_1) T = 0,$$

poniamo

$$T = \frac{1}{R} = -\frac{w}{\varphi},$$

osservando che dalle (III) § 41 risulta

$$\frac{\partial T}{\partial u} = \frac{H_1 w - h_1 \varphi}{\varphi^2}\gamma_1 \quad , \quad \frac{\partial T}{\partial v} = \frac{H_2 w - h_2 \varphi}{\varphi^2}\gamma_2 ,$$

e d'altronde si ha

$$\frac{H_2}{H_1 T + h_1} = \frac{H_2 \varphi}{h_1 \varphi - H_1 w} \quad , \quad \frac{H_1}{H_2 T + h_2} = \frac{H_1 \varphi}{h_2 \varphi - H_2 w};$$

così la (67) diventa

$$(67^*)\qquad \frac{\partial}{\partial u}\left(H_2 \frac{\gamma_1}{\varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(H_1 \frac{\gamma_2}{\varphi}\right) - H_1 H_2 \frac{w^2}{\varphi^2} + (H_1 h_2 + H_2 h_1)\frac{w}{\varphi} = 0.$$

§ 51.

Le formole per le trasformazioni D_m di Darboux.

Eseguendo nella (67*) le derivazioni colle (A) § 40 e le (IV) § 45, tenendo conto della (48)

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + w^2 = 2\varphi\psi,$$

si osserva che, elidendosi tutti gli altri termini, resta semplicemente

$$H_1' H_2 + H_2' H_1 = 0,$$

ossia

$$\frac{H_1'}{H_1} = -\frac{H_2'}{H_2}. \tag{68}$$

Ne risulta intanto: *nella congruenza deformata la corrispondenza delle due falde deve essere conforme.*

Sussistendo ora la (68), potremo porre

$$H_1' = -\frac{H_1 \varphi}{\tau} \quad , \quad H_2' = +\frac{H_2 \varphi}{\tau},$$

dove τ indica una nuova funzione ausiliaria, e sostituendo nelle ultime due (IV) § 45, troveremo:

$$\frac{\partial \tau}{\partial u} = \frac{2\beta_{12} H_1}{H_2} \tau + H_1 \gamma_1 \quad , \quad \frac{\partial \tau}{\partial v} = \frac{2\beta_{21} H_2}{H_1} \tau - H_2 \gamma_2,$$

ossia

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial u} &= 2\frac{\partial \log H_2}{\partial u} \tau + H_1 \gamma_1 \\ \frac{\partial \tau}{\partial v} &= 2\frac{\partial \log H_1}{\partial v} \tau - H_2 \gamma_2. \end{aligned} \right. \tag{69}$$

La condizione d'integrabilità per queste due dà subito

$$\frac{\partial^2 \log\left(\frac{H_1}{H_2}\right)}{\partial u \, \partial v} = 0, \tag{70}$$

e viceversa, se questa è soddisfatta, le (69) sono completamente integrabili, e riunite alle altre equazioni (IV) dànno un sistema *completo* di equazioni ai differenziali totali. La condizione trovata (70) non esprime altro che le linee di curvatura di Σ formano un sistema isotermo, onde si conclude: *Per tutte e sole le superficie isoterme esistono le trasformazioni cercate.*

In altre parole abbiamo così dimostrato che solo nel caso di superficie isoterme esistono soluzioni comuni all'equazione fondamentale (VI) § 19 pel primo problema del rotolamento ed all'altra $R_{12} = 0$ la quale esprime che la congruenza di sfere è una congruenza di Ribaucour. Ma è ben notevole che in questo caso le due equazioni del secondo ordine posseggono soluzioni comuni nel *massimo* grado di arbitrarietà, e cioè con quattro costanti arbitrarie.

Volendo ora presentare le formole di trasformazione sotto la forma data da Darboux, introduciamo parametri u, v isometrici e poniamo

$$H_1 = H_2 = e^{\theta},$$

cosicchè le (69) si scrivono

$$\frac{\partial}{\partial u}\log(e^{-2\theta}\tau)=\frac{\partial\log\psi}{\partial u}\ ,\quad \frac{\partial}{\partial v}\log(e^{-2\theta}\tau)=\frac{\partial\log\psi}{\partial v}\ ,$$

da cui integrando abbiamo

$$\psi = m e^{-2\theta}\tau \qquad (m \text{ costante arbitraria}).$$

In fine poniamo

$$\sigma = e^{-2\theta}\tau\ ,\quad \text{indi}\quad \psi = m\sigma\ ,$$

ed avendosi

$$(70^*)\qquad H_1' = -\frac{e^{-\theta}\varphi}{\sigma}\ ,\quad H_2' = \frac{e^{-\theta}\varphi}{\sigma}\ ,\quad \psi = m\sigma\ ,$$

$$\beta_{12}=\frac{\partial\theta}{\partial u}\ ,\quad \beta_{21}=\frac{\partial\theta}{\partial v}\ ,$$

avremo le formole di trasformazione sotto la forma *lineare omogenea* di Darboux:

$$(\mathrm{D})\quad \left\{\begin{array}{l}
\dfrac{\partial\gamma_1}{\partial u}=m(e^{\theta}\sigma+e^{-\theta}\varphi)-h_1 w-\dfrac{\partial\theta}{\partial v}\gamma_2\ ,\quad \dfrac{\partial\gamma_1}{\partial v}=\dfrac{\partial\theta}{\partial u}\gamma_2\ ,\\[2mm]
\dfrac{\partial\gamma_2}{\partial u}=\dfrac{\partial\theta}{\partial v}\gamma_1\ ,\quad \dfrac{\partial\gamma_2}{\partial v}=m(e^{\theta}\sigma-e^{-\theta}\varphi)-h_2 w-\dfrac{\partial\theta}{\partial u}\gamma_1\\[2mm]
\dfrac{\partial\varphi}{\partial u}=e^{\theta}\gamma_1\ ,\quad \dfrac{\partial\varphi}{\partial v}=e^{\theta}\gamma_2\\[2mm]
\dfrac{\partial w}{\partial u}=h_1\gamma_1\ ,\quad \dfrac{\partial w}{\partial v}=h_2\gamma_2\\[2mm]
\dfrac{\partial\sigma}{\partial u}=e^{-\theta}\gamma_1\ ,\quad \dfrac{\partial\sigma}{\partial v}=-e^{-\theta}\gamma_2\ .
\end{array}\right.$$

Il sistema è completamente integrabile [1], come già abbiamo osservato; esso possiede inoltre l'integrale quadratico

$$\gamma_1^2+\gamma_2^2+w^2-2m\varphi\sigma=\text{cost}\ ,$$

ed i valori *iniziali* di γ_1, γ_2. w, φ, σ sono dunque da scegliersi in guisa che si abbia

$$\gamma_1^2+\gamma_2^2+w^2-2m\varphi\sigma=0\ .$$

[1] Per constatare direttamente la cosa sulle equazioni (D) si tengano presenti le equazioni di Codazzi e Gauss, che qui si scrivono

$$\left\{\begin{array}{l}
\dfrac{\partial h_1}{\partial v}=\dfrac{\partial\theta}{\partial v}h_2\qquad \dfrac{\partial h_2}{\partial u}=\dfrac{\partial\theta}{\partial u}h_1\\[2mm]
\dfrac{\partial^2\theta}{\partial u^2}+\dfrac{\partial^2\theta}{\partial v^2}=-h_1 h_2\ .
\end{array}\right.$$

A causa della omogeneità del sistema, restano così (oltre la costante m) tre costanti essenziali nella trasformazione, che si indica come una *trasformazione* D_m di Darboux.

Rimandando per le ulteriori proprietà di queste trasformazioni D_m alla Memoria di Darboux (loc. cit.) ed all'altra mia: *Ricerche sulle superficie isoterme* (¹), qui ci occuperemo specialmente di caratterizzare i risultati dal punto di vista della teoria del rotolamento.

Qui aggiungiamo ancora una proprietà che *caratterizza* completamente le congruenze conformi di sfere di Darboux in base alle osservazioni in fine al § 42. Si è visto che in ogni congruenza di Ribaucour le sviluppabili della congruenza della corda di contatto corrispondono alle linee di curvatura delle due falde dell'inviluppo e i due fuochi F_1, F_2 sulla corda corrispondono ai valori T_1, T_2 dati dalle formole (43_1), (43_2) ibid., le quali nelle notazioni del § 45 diventano

$$-\frac{1}{T_1}=\left(1-\frac{H_1'}{H_1}\right)\psi \quad , \quad -\frac{1}{T_2}=\left(1-\frac{H_2'}{H_2}\right)\psi .$$

D'altronde i valori di T corrispondenti ai due punti P, P' di contatto della sfera colle due falde Σ, Σ' dell'inviluppo sono

$$\frac{1}{T}=\infty \quad , \quad \frac{1}{T}=-\psi .$$

Per ciò, indicando con $\mathfrak{M}$ il birapporto dei quattro punti P . P', F_1, F_2, avremo

$$\mathfrak{M}=\left(\infty\,,\psi\,,\left(1-\frac{H_1'}{H_1}\right)\psi\;,\;\left(1-\frac{H_2'}{H_2}\right)\psi\right)=$$

$$=\left(\infty\,,1\,,1-\frac{H_1'}{H_1}\,,\,1-\frac{H_2'}{H_2}\right)=\frac{\frac{H_2'}{H_2}}{\frac{H_1'}{H_1}}=\frac{H_1 H_2'}{H_2 H_1'}\,,$$

da cui la semplice formola:

$$\mathfrak{M}=\frac{H_1 H_2'}{H_2 H_1'}\,.$$

Dopo ciò è manifesto che la relazione (68), caratterizzante le congruenze conformi di Darboux, dà $\mathfrak{M}=-1$, e viceversa. Dunque: *Le congruenze conformi di sfere di Darboux sono caratterizzate dalla proprietà che sopra ogni corda di contatto i due fuochi della congruenza delle corde dividono armonicamente i due estremi della corda* (²).

(¹) Annali di matematica, tomi XI e XII, serie 3ª (1905).

(²) Questa proprietà caratteristica delle congruenze conformi di sfere venne osservata da Cosserat (*Sur la déformation infinitésimale d'une surface flexible et inextensible*, Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse, tomo VIII, 1894, ved. il n. 4 della Memoria) cinque anni prima delle ricerche di Darboux.

§ 52.

Le superficie isoterme come superficie di rotolamento.

Pel modo stesso come abbiamo introdotto le trasformazioni D_m delle superficie isoterme Σ, è chiaro che ad ogni tale trasformazione corrisponde, conformemente a quanto si è detto al § 50, una generazione di Σ come superficie di rotolamento. E invero il sistema coniugato (u, v), che corrisponde sulla superficie S dei centri alle linee di curvatura di Σ, è sopra S un sistema coniugato permanente, e quando S subisce la deformazione corrispondente nella nuova configurazione S_0 la falda Σ dell'inviluppo si riduce ad un punto O onde segue: *Se la* S_0 *rotola sopra* S, *il punto satellite* O *descrive la superficie isoterma* Σ.

Come si caratterizzano queste superficie rotolanti S_0 nelle generazioni considerate delle superficie isoterme? Per vederlo si osservi che il sistema coniugato comune (u, v) di S_0, S rappresenta altresì un sistema cinematicamente coniugato di S_0, e siccome esso corrisponde alle linee di curvatura di Σ, il teorema generale al § 17 dimostra che il sistema coniugato (u, v) di S_0 si projetta dal centro O, sopra una sfera con questo centro, in un sistema ortogonale, o in altre parole: *il sistema coniugato permanente* (u, v) *di* S_0, *visto dal punto* O, *appare ortogonale.*

Viceversa supponiamo che per una superficie S_0 il sistema coniugato (u, v) che appare ortogonale, visto da un punto O, sia permanente in una deformazione finita di S_0. Allora, se facciamo rotolare S_0 sulla corrispondente deformata S, il punto satellite O descrive una superficie Σ le cui linee di curvatura corrispondono, per il teorema al § 17, al sistema coniugato (u, v); e quindi, per quanto abbiamo dimostrato al paragrafo precedente, la superficie Σ è isoterma. Concludiamo quindi: *La proprietà caratteristica delle superficie rotolanti* S_0, *nelle generazioni per rotolamento delle superficie isoterme associate alle trasformazioni* D_m *di Darboux, consiste in questo che il sistema coniugato comune alla rotolante* S_0 *ed alla superficie d'appoggio* S, *visto dal punto satellite* O, *appare ortogonale.*

Si vede così come la ricerca delle superficie isoterme equivalga perfettamente a quella di queste speciali superficie S_0 con sistema coniugato permanente di apparenza ortogonale. Questa trasformazione del problema delle superficie isoterme nell'altro delle superficie S_0, con sistema coniugato permanente di apparenza ortogonale, conduce subito ad alcune conseguenze geometriche che vogliamo esaminare.

§ 53.

Congruenze di sfere di Ribaucour con una deformazione finita.

In primo luogo dimostriamo come alla ricerca di queste superficie S_0, cioè delle trasformazioni D_m per le superficie isoterme, si possa ricondurre l'altra: *Trovare tutte le congruenze di sfere di Ribaucour che ammettono una deformazione finita, dopo la quale esse rimangono congruenze di Ribaucour* [1].

Escluderemo naturalmente il caso, studiato al § 10, delle congruenze di Ribaucour che tali rimangono in qualunque deformazione. Di questo problema abbiamo in sostanza risoluto il caso particolare (§§ 50, 51) in cui una delle congruenze sia elementare, cioè abbia le sfere passanti per un punto fisso, ed a questo caso riconduciamo il generale mediante le considerazioni seguenti.

Suppongasi di avere una congruenza di sfere di Ribaucour, deformabile nel detto senso. Il sistema coniugato (u, v) che sulla superficie S dei centri corrisponde alle linee di curvatura delle due falde Σ, Σ' sarà il sistema coniugato permanente nella deformazione supposta; e viceversa se questo sistema (u, v) è permanente in una deformazione finita, dopo la deformazione la congruenza sarà ancora di Ribaucour. Per vedere questo basta ricordare la condizione (34) § 9 per le congruenze di Ribaucour, che prendendo per linee (u, v) quelle del detto sistema coniugato sopra S dà luogo alle tre condizioni

$$F_0 = 0 \ , \ R_{12} = 0 \ , \ D' = 0 .$$

Se il sistema (u, v) è coniugato permanente, queste condizioni sussistono ancora dopo la deformazione, e viceversa se, dopo una deformazione, la congruenza rimane ancora di Ribaucour, siccome le due prime condizioni rimangono soddisfatte, lo sarà necessariamente anche la terza, *a meno che la congruenza non appartenga alla classe del* § 10, *caso che qui escludiamo.*

Il problema proposto equivale quindi all'altro di: *trovare le congruenze di Ribaucour per le quali il sistema coniugato* (u, v) *della superficie* S *dei centri, corrispondente alle linee di curvatura delle due falde* Σ, Σ', *è permanente in una deformazione finita di* S.

Ora noi partiamo dalla semplice osservazione che se una congruenza di Ribaucour appartiene a questa classe, anche qualunque sua trasformata di Combescure appartiene alla medesima classe. Difatti le due superficie dei centri $S, \overline{S}$ hanno la me-

[1] Questo problema è stato risoluto recentemente dal Calapso in una interessante Memoria: *Intorno agli inviluppi di sfere, sulle cui superficie focali si corrispondono le linee di curvatura* [Annali di Matematica, serie 3ª, tomo XXVI, pp. 151-190 (1917)]. Alle deduzioni analitiche dell'autore sostituiamo dapprima le considerazioni geometriche del testo.

desima immagine sferica del sistema coniugato (u, v) (§ 43), e quindi per un ben noto teorema (vol. II, pag. 43), se il sistema coniugato (u, v) è permanente per l'una, tale è anche per l'altra. Risulta intanto di qui che *tutte le trasformate di Combescure delle congruenze conformi di sfere di Darboux appartengono alla classe richiesta.* E si vedrà fra breve che esse la esauriscono completamente (v. § 56).

Applicando allora al nostro problema il risultato alla fine del § 43, possiamo mutare la supposta congruenza di Ribaucour in una della medesima classe con sfere ortogonali ad una sfera fissa, cioè con falde focali Σ, Σ' inverse rispetto all'origine O (trasformate per raggi vettori reciproci), e sulla superficie S dei centri il sistema (u, v) corrispondente alle linee di curvatura di Σ, Σ' sarà permanente in una deformazione finita. Ora consideriamo della superficie Σ la *polare reciproca* S_0 rispetto ad una sfera di centro O. Siano P, P' una coppia di punti corrispondenti di Σ, Σ' (allineati con O), M il punto corrispondente di S ed M_0 quello corrispondente di S_0. La normale in M alla S è parallela alla congiungente OPP', e per le proprietà elementari delle polari reciproche, lo stesso accade della normale in M_0 alla S_0. Così dunque le due superficie S, S_0 si corrispondono per parallelismo delle normali; ed il sistema (u, v), che è coniugato su S, è pure coniugato su S_0 come corrispondente alle linee di curvatura della polare reciproca Σ [1]; inoltre essendo (u, v) coniugato permanente per S, tale è pure per S_0. In fine, siccome la normale in P alla Σ è parallela alla sua volta al raggio OM_0 che va al punto corrispondente M_0 della polare reciproca S_0, vediamo che il sistema coniugato (u, v) di S_0 si projetta da O, sopra una sfera di centro O, precisamente nel sistema sferico (u, v) immagine delle linee di curvatura di Σ, cioè in un sistema ortogonale. Formuliamo intanto questo semplice risultato generale: *Il sistema coniugato di una qualunque superficie* S_0 *che sopra una sfera di centro* O *si projetta in un sistema ortogonale, è quello che corrisponde alle linee di curvatura della polare reciproca* Σ *della* S_0 *rispetto alla detta sfera, e la sua projezione sferica coincide coll' immagine di Gauss delle linee di curvatura di* Σ.

Ritornando al nostro caso particolare, il sistema coniugato (u, v) di S_0 è permanente in una deformazione finita, e la questione enunciata al principio del paragrafo è così in effetto ricondotta a quella delle speciali superficie S_0 con sistema coniugato permanente di apparenza ortogonale, o insomma al problema stesso delle superficie isoterme.

§ 54.

Formole per due superficie $(\Sigma, \bar{\Sigma})$ polari reciproche rispetto alla sfera unitaria.

Proseguiamo ora la nostra ricerca coll'analisi cercando di caratterizzare per le superficie richieste S_0 le loro superficie polari reciproche, introdotte colle nostre considerazioni geometriche.

[1] Si ricordi che la reciprocità (come l'omografia) conserva i sistemi coniugati.

Prendiamo dapprima una qualunque superficie Σ, che riferiremo alle sue linee di curvatura (u, v), colle formole generali del § 40 per la rappresentazione sferica, e cerchiamo gli elementi della sua polare reciproca $\overline{\Sigma}$ rispetto alla sfera unitaria. Indicando con $\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}$ le coordinate di un punto di $\overline{\Sigma}$, con $\overline{X}, \overline{Y}, \overline{Z}$ quelli dei coseni di direzione della normale, abbiamo (vol. I, § 82):

$$(71) \quad \begin{cases} \overline{x} = \dfrac{X_3}{W_3}, \quad \overline{y} = \dfrac{Y_3}{W_3}, \quad \overline{z} = \dfrac{Z_3}{W_3} \\[2ex] \overline{X} = \dfrac{x}{\sqrt{2\varrho}}, \quad \overline{Y} = \dfrac{y}{\sqrt{2\varrho}}, \quad \overline{Z} = \dfrac{z}{\sqrt{2\varrho}} \end{cases} \qquad (2\varrho = Sx^2).$$

Derivando risulta

$$(72) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial \overline{x}}{\partial u} = h_1 \dfrac{W_3 X_1 - W_1 X_3}{W_3^2}, & \dfrac{\partial \overline{x}}{\partial v} = h_2 \dfrac{W_3 X_2 - W_2 X_3}{W_3^2} \\[2ex] \dfrac{\partial \overline{X}}{\partial u} = \dfrac{1}{\sqrt{2\varrho}} H_1 X_1 + x \dfrac{\partial}{\partial u}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2\varrho}}\right), & \dfrac{\partial \overline{X}}{\partial v} = \dfrac{1}{\sqrt{2\varrho}} H_2 X_2 + x \dfrac{\partial}{\partial v}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2\varrho}}\right) \end{cases}$$

e se di qui formiamo per la superficie $\overline{\Sigma}$ i coefficienti E, F, G; D, D', D'' della prima e seconda forma fondamentale, troviamo

$$(73) \quad \begin{cases} E = h_1^2 \dfrac{W_1^2 + W_3^2}{W_3^4}, \quad F = h_1 h_2 \dfrac{W_1 W_2}{W_3^4}, \quad G = h_2^2 \dfrac{W_2^2 + W_3^2}{W_3^4} \\[2ex] D = \dfrac{H_1 h_1}{W_3 \sqrt{2\varrho}}, \quad D' = 0, \quad D'' = \dfrac{H_3 h_3}{W_3 \sqrt{2\varrho}}. \end{cases}$$

Le seconde di queste mostrano che la seconda forma fondamentale di $\overline{\Sigma}$ è proporzionale a quella di Σ, cioè le $\Sigma, \overline{\Sigma}$ si corrispondono per sistemi coniugati, come ben si sa; di più il sistema (u, v) di $\overline{\Sigma}$ che corrisponde alle linee di curvatura di Σ è quello che si projetta sulla sfera in un sistema ortogonale.

Dalle (73) formiamo anche

$$\begin{cases} EG - F^2 = h_1^2 h_2^2 \dfrac{W_1^2 + W_2^2 + W_3^2}{W_3^6} = h_1^2 h_2^2 \cdot \dfrac{2\varrho}{W_3^6} \\[2ex] DD'' - D'^2 = \dfrac{H_1 H_2 h_1 h_2}{2\varrho \,.\, W_3^2} \end{cases}$$

e per la curvatura $\overline{K}$ di $\overline{\Sigma}$ avremo

$$\overline{K} = \frac{DD'' - D'^2}{EG - F^2} = \frac{H_1 H_2}{h_1 h_2} \cdot \frac{W_3^4}{(2\varrho)^2}.$$

Ma la curvatura K di Σ è $K = \frac{h_1 h_2}{H_1 H_2}$, onde abbiamo la formola

$$K \overline{K} = \frac{W^4}{(2\varrho)^2};$$

e siccome dalle (71), per la distanza $\overline{W}$ dell'origine dal piano tangente di $\overline{\Sigma}$ e pel quadrato $2\overline{\varrho} = S\overline{x}^2$ della distanza dell'origine dal punto di contatto abbiamo

$$\overline{W} = S\overline{x}\overline{X} = \frac{1}{\sqrt{2\varrho}}$$

$$2\overline{\varrho} = \frac{1}{W^2}.$$

possiamo scrivere la formola precedente sotto la forma notevole:

$$K\overline{K} = (W \,.\, \overline{W})^4 = \frac{1}{(2\varrho)^2} \cdot \frac{1}{(2\overline{\varrho})^2},$$

in parole:

Il prodotto delle curvature di due punti corrispondenti P, $\overline{P}$ *di due superficie* Σ, $\overline{\Sigma}$ *polari reciproche rispetto alla sfera unitaria di centro* O *eguaglia la quarta potenza* $\left(\frac{1}{OP.O\overline{P}}\right)^4$ *dell' inversa del prodotto delle distanze di* O *dai due punti corrispondenti.*

È anche da notarsi che se la superficie Σ è a curvatura negativa, indi anche la polare reciproca $\overline{\Sigma}$, le asintotiche (reali) delle due superficie si corrispondono ed hanno tangenti mutuamente perpendicolari; inoltre alle asintotiche sinistrorse dell'una corrispondono le destrorse dell'altra, e inversamente.

§ 55.

Le superficie della classe $E - G = x^2 + y^2 + z^2$ come polari reciproche delle S_0.

Ricerchiamo ora la condizione affinchè il sistema coniugato (u, v) di $\overline{\Sigma}$, corrispondente alle linee di curvatura di Σ, sia permanente in una deformazione finita di $\overline{\Sigma}$. Per questo cominciamo dal calcolare per la prima forma fondamentale

$$E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2$$

i valori dei simboli $\begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix}$ di Christoffel, ciò che si fa subito, o dai valori (73_1)

dei coefficienti E, F, G, o più semplicemente dal considerare che l'equazione di Laplace

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial u \, \partial v} = \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial u} + \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial v}$$

cui soddisfano $\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}$ è la trasformata della

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u \, \partial v} = \frac{1}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial v} \frac{\partial \theta}{\partial u} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial h_2}{\partial u} \frac{\partial \theta}{\partial v},$$

verificata da X, Y, Z, W_3 mediante la sostituzione

$$\theta = W_3 \varphi ;$$

si trova così

$$\begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} = \frac{\partial}{\partial v} \log \left(\frac{h_1}{W_3} \right) \quad , \quad \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} = \frac{\partial}{\partial u} \log \left(\frac{h_2}{W_3} \right) . \tag{74}$$

Ciò premesso [1], e supposto che la $\overline{\Sigma}$ ammetta una deformazione nella quale (u, v) si conserva coniugato, indichiamo con

$$\Delta \ , \ \Delta' = 0 \ , \ \Delta''$$

i nuovi valori di D, D', D'', questi ultimi essendo dati dalle (73_2). Per le equazioni di Codazzi, avremo simultaneamente

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \Delta}{\partial v} &= \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} \Delta - \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} \Delta'' \\ \frac{\partial \Delta''}{\partial u} &= \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} \Delta'' - \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} \Delta \end{aligned} \right. \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial v} &= \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} D - \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} D'' \\ \frac{\partial D''}{\partial u} &= \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} D'' - \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} D , \end{aligned} \right.$$

e moltiplicando le due delle prime linee rispettivamente per Δ, D e sottraendo col ricordare che per l'equazione di Gauss $\Delta \Delta'' = DD''$, risulta

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial v} (\Delta^2 - D^2) = \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} (\Delta^2 - D^2)$$

e similmente

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial u} (\Delta''^2 - D''^2) = \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} (\Delta''^2 - D''^2) .$$

Siccome i binomii $\Delta^2 - D^2$, $\Delta''^2 - D''^2$ non si annullano (altrimenti le due configurazioni di $\overline{\Sigma}$ coinciderebbero o sarebbero simmetriche), possiamo scrivere per le (74) così:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial v} \log (\Delta^2 - D^2) &= 2 \frac{\partial}{\partial v} \log \left(\frac{h_1}{W_3} \right) \\ \frac{\partial}{\partial u} \log (\Delta''^2 - D''^2) &= 2 \frac{\partial}{\partial u} \log \left(\frac{h_2}{W_3} \right) , \end{aligned}$$

[1] L'analisi seguente nel testo è quella stessa usata dal Calapso (Mem. cit.).

da cui integrando abbiamo

$$\Delta^2 = D^2 + \frac{h_1^2}{W_3^2} U \quad , \quad \Delta''^2 = D''^2 + \frac{h_2^2}{W_3^2} V ,$$

con U funzione di u, V funzione di v. Queste funzioni U, V non possono annullarsi, per quanto già abbiamo detto, ma disponendo dei parametri u, v possiamo renderle costanti ed eguali in valore assoluto all'unità; scriviamo quindi

$$(75) \quad \begin{cases} \Delta^2 = D^2 + \varepsilon \dfrac{h_1^2}{W_3^2} = \dfrac{H_1^2 h_1^2}{W_3^2 . 2\varrho} + \varepsilon \dfrac{h_1^2}{W_3^2} , & |\varepsilon| = 1 \\ \Delta''^2 = D''^2 + \varepsilon' \dfrac{h_2^2}{W_3^2} = \dfrac{H_2^2 h_2^2}{W_3^2 . 2\varrho} + \varepsilon' \dfrac{h_2^2}{W_3^2} , & |\varepsilon'| = 1 . \end{cases}$$

Siccome poi deve essere $\Delta^2 \Delta''^2 = D^2 D''^2$, ne risulta

$$\varepsilon H_2^2 + \varepsilon' H_1^2 + \varepsilon\varepsilon' . 2\varrho = 0 ,$$

indi $\varepsilon, \varepsilon'$ necessariamente di segno contrario, possiamo porre $\varepsilon' = +1$, $\varepsilon = -1$, e perciò

$$(76) \qquad H_1^2 - H_2^2 = 2\varrho = x^2 + y^2 + z^2 .$$

Viceversa se la superficie Σ soddisfa a questa condizione (76) (per una conveniente determinazione dei parametri u, v delle linee di curvatura) sulla sua polare reciproca il sistema coniugato (u, v) sarà permanente in una deformazione finita, poichè i valori tratti dalle (75)

$$(77) \qquad \Delta = \frac{H_2 h_1}{W_3 \sqrt{2\varrho}} \; , \; \Delta' = 0 \; , \; \Delta'' = \frac{H_1 h_2}{W_3 \sqrt{2\varrho}}$$

soddisferanno, per i calcoli stessi eseguiti, alle equazioni di Codazzi, e manifestamente anche, per le (73_2), a quella di Gauss

$$\Delta \Delta'' = DD'' .$$

Concludiamo quindi: *Condizione necessaria e sufficiente affinchè quel sistema coniugato* (u, v) *di una superficie* $\overline{\Sigma}$ *che si projetta sopra una sfera di centro* O *in un sistema ortogonale sia permanente in una deformazione finita di* $\overline{\Sigma}$ *è che per la sua polare reciproca* Σ *rispetto alla sfera il sistema* (u, v) *delle linee di curvatura sia tale che valga (per conveniente determinazione dei parametri* u, v*) la formola* (76)

$$E - G = x^2 + y^2 + z^2 .$$

Dalle formole della inversione per raggi vettori reciproci è poi evidente che l'inversa di una superficie della classe (76) appartiene alla medesima classe.

§ 56.

Riduzione alle trasformazioni D_m.

L'analisi del paragrafo precedente ha ricondotto la ricerca delle speciali superficie S_0 con sistema coniugato permanente di apparenza ortogonale, rispetto ad un punto O, a quella equivalente delle superficie della classe (76), essendosi dimostrato che: *ogni tale superficie* S_0 *è polare reciproca, rispetto alla sfera di centro* O, *di una superficie della classe* (76) *e viceversa.*

Nelle superficie della classe (76) si è incontrato appunto il Calapso nella Memoria citata [1]; esse sono in sostanza, nelle due dimensioni, le analoghe dei sistemi tripli ortogonali di Guichard-Darboux per lo spazio euclideo, nei quali i coefficienti del $ds^2 = H_1^2\,du_1^2 + H_2^2\,du_2^2 + H_3^2\,du_3^2$ soddisfano alla relazione

$$\varepsilon_1 H_1^2 + \varepsilon_2 H_2^2 + \varepsilon_3 H_3^2 = x^2 + y^2 + z^2$$
$$(\varepsilon_i) = 1 .$$

Ora è facile vedere che: *ogni superficie della classe* (76) *è trasformata di Combescure di una superficie isoterma, e viceversa.*

E infatti da

$$H_1^2 - H_2^2 = 2\varrho ,$$

derivando rispetto ad u, v risulta per le (A) § 10 e per le (48) § 20:

$$H_1 \frac{\partial H_1}{\partial u} = \beta_{12} H_2 H_1 + H_1 W_1$$

$$H_2 \frac{\partial H_2}{\partial v} = \beta_{21} H_1 H_2 - H_2 W_2$$

cioè

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial H_1}{\partial u} &= \beta_{12} H_2 + W_1 \\ \frac{\partial H_2}{\partial v} &= \beta_{21} H_1 - W_2 , \end{aligned} \right.$$

le quali, paragonate colle altre

$$\frac{\partial H_1}{\partial v} = \beta_{21} H_2 \quad , \quad \frac{\partial H_2}{\partial u} = \beta_{12} H_1 ,$$

[1] Nel caso particolare che l'immagine sferica sia quella delle linee di curvatura di una superficie a curvatura media (o nulla) le superficie della classe (76) si sono già presentate nella mia Memoria: *Sopra i sistemi tripli ortogonali trasformati di Combescure dei sistemi a curvatura costante* (Annali di matematica, tomo XXIV, serie III, 1915). Vedi i §§ 13 e 15 dove si costituiscono con queste superficie delle famiglie di Lamè.

dànno subito per le condizioni d'integrabilità

$$\frac{\partial \beta_{12}}{\partial v} = \frac{\partial \beta_{21}}{\partial u}, \tag{78}$$

e questa dice appunto che il sistema sferico $(u \, . \, v)$ è l'immagine delle linee di curvatura di una superficie isoterma. Per la (78) possiamo porre infatti

$$\beta_{12} = \frac{\partial \theta}{\partial u} \quad , \quad \beta_{21} = \frac{\partial \theta}{\partial v}$$

e allora, ponendo

$$\overline{H}_1 = \overline{H}_2 = e^{\theta},$$

si soddisfa in effetto alle condizioni

$$\frac{\partial \overline{H}_1}{\partial v} = \beta_{21} \overline{H}_2 \quad , \quad \frac{\partial \overline{H}_2}{\partial u} = \beta_{12} \overline{H}_1 ,$$

cioè il

$$ds^2 = e^{2\theta}(du^2 + dv^2)$$

appartiene ad una superficie isoterma d'immagine sferica (u, v). La seconda parte della proposizione si potrebbe dedurre dalle considerazioni stesse superiori, ma arriviamo più rapidamente allo scopo osservando che se una congruenza conforme di Darboux, data dalle formole del § 51, si cangia con trasformazione di Combescure, secondo il § 43, in una congruenza di sfere ortogonali ad una sfera fissa, le due falde focali $(\overline{\Sigma}, \overline{\Sigma}')$ apparterranno appunto alla classe (76). Per le (45*) § 43 avremo infatti

$$\overline{H}_1 = \frac{\partial \gamma_1}{\partial u} + \beta_{21} \gamma_2 + h_1 w$$

$$\overline{H}_2 = \frac{\partial \gamma_2}{\partial v} + \beta_{12} \gamma_1 + h_2 w ,$$

ossia per le formole (D) § 51

$$\overline{H}_1 = m(e^{\theta}\sigma + e^{-\theta}\varphi) \quad , \quad \overline{H}_2 = m(e^{\theta}\sigma - e^{-\theta}\varphi)$$

indi

$$\overline{H}_1^2 - \overline{H}_2^2 = 4m^2\varphi\sigma .$$

D'altronde per le coordinate $\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}$ di un punto di $\overline{\Sigma}$ abbiamo

$$\overline{x} = \gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + w X_3 ,$$

e perciò

$$S\overline{x}^2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + w^2 = 2m\varphi\sigma ,$$

onde segue

$$\overline{H}_1^2 - \overline{H}_2^2 = 2m(\overline{x}^2 + \overline{y}^2 + \overline{z}^2) ,$$

che è appunto una relazione della forma (76).

Così abbiamo dimostrato che: *Se una congruenza conforme di sfere di Darboux si cangia per trasformazione di Combescure in una congruenza di sfere ortogonali ad una sfera fissa, le due nuove falde focali sono superficie inverse della classe* (76).

Possiamo ora invertire questa proposizione e dimostrare che: *ogni congruenza di sfere con falde focali inverse della classe* (76) *è trasformata di Combescure di una congruenza di Darboux.*

Questo proviamo nel modo seguente. Abbiamo visto sopra che per una superficie della classe (76) si può porre

$$\beta_{12}=\frac{\partial\theta}{\partial u} \quad , \quad \beta_{21}=\frac{\partial\theta}{\partial v}$$

e si ha in conseguenza

$$(79) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial H_1}{\partial u} &= \frac{\partial\theta}{\partial u} H_2 + W_1 \\ \frac{\partial H_2}{\partial v} &= \frac{\partial\theta}{\partial v} H_1 - W_2 . \end{aligned} \right.$$

D'altra parte la relazione (76) può anche scriversi

$$H_1^2 - H_2^2 = W_1^2 + W_2^2 + W_3^2 ,$$

da cui, derivando rapporto ad u, v e utilizzando le formole precedenti, risulta

$$(80) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial W_1}{\partial u} &= H_1 - \frac{\partial\theta}{\partial v} W_2 - h_1 W_3 \\ \frac{\partial W_2}{\partial v} &= H_2 - \frac{\partial\theta}{\partial u} W_1 - h_2 W_3 . \end{aligned} \right.$$

Riunendo allora le equazioni (79) alle altre generali per la rappresentazione sferica, otteniamo per le cinque funzioni

$$W_1 , W_2 , W_3 \; ; \; H_1 , H_2$$

il sistema seguente lineare omogeneo ai differenziali totali:

$$(81) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial W_1}{\partial u} &= H_1 - \frac{\partial\theta}{\partial v} W_2 - h_1 W_3 \quad , & \frac{\partial W_1}{\partial v} &= \frac{\partial\theta}{\partial u} W_2 \\ \frac{\partial W_2}{\partial u} &= \frac{\partial\theta}{\partial v} W_1 \quad , & \frac{\partial W_2}{\partial v} &= H_2 - \frac{\partial\theta}{\partial u} W_1 - h_2 W_3 \\ \frac{\partial W_3}{\partial u} &= h_1 W_1 \quad , & \frac{\partial W_3}{\partial v} &= h_2 W_2 \\ \frac{\partial H_1}{\partial u} &= \frac{\partial\theta}{\partial u} H_2 + W_1 \quad , & \frac{\partial H_1}{\partial v} &= \frac{\partial\theta}{\partial v} H_2 \\ \frac{\partial H_2}{\partial u} &= \frac{\partial\theta}{\partial u} H_1 \quad , & \frac{\partial H_2}{\partial v} &= \frac{\partial\theta}{\partial v} H_1 - W_2 . \end{aligned} \right.$$

Questo è un sistema completamente integrabile [1], coll'integrale quadratico

$$W_1^2 + W_2^2 + W_3^2 = H_1^2 - H_2^2 + C,$$

e s'intende che, nel caso nostro, dei valori iniziali di H_1, H_2; W_1, W_2, W_3 è disposto in guisa che la costante C del secondo membro si annulli.

Ora si osserva che il sistema (81) non è altro che il sistema differenziale (D) § 51 delle equazioni di Darboux ove si prenda $m = \frac{1}{2}$, e si ponga

$$H_1 = \tfrac{1}{2}(e^\theta \sigma + e^{-\theta}\varphi) \quad , \quad H_2 = \tfrac{1}{2}(e^\theta \sigma - e^{-\theta}\varphi)$$
$$\gamma_1 = W_1 \quad , \quad \gamma_2 = W_2 \quad , \quad w = W_3 ,$$

e quindi la nostra congruenza di sfere con falde focali inverse è appunto trasformata di Combescure della congruenza conforme di Darboux, c. d. d.

In fine, ritornando alle superficie rotolanti S_0 nelle generazioni delle superficie isoterme Σ quali superficie di rotolamento, osserviamo che si è constatata la proprietà seguente: *Le projezioni centrali sulla sfera, col centro nel punto satellite, del sistema coniugato permanente di* S_0 *sono le immagini delle linee di curvatura di un'altra superficie isoterma* $\overline{\Sigma}$. Il passaggio dalla superficie isoterma Σ all'altra $\overline{\Sigma}$ costituisce una trasformazione T_m delle superficie isoterme, indicata nei lavori citati al § 51 come *associata* alla trasformazione D_m.

§ 57.

Rappresentazioni conformi della sfera come trasformazioni E_m.

Il problema di trovare tutte le congruenze di sfere di Ribaucour che ammettono una deformazione finita si è ricondotto, con Calapso, alle trasformazioni D_m delle superficie isoterme, nel qual caso nella congruenza deformata tutte le sfere passano per un punto fisso. Ora domandiamo di trovare se esiste una classe particolare di queste congruenze deformabili, nelle quali dopo la deformazione le sfere vengono tutte a toccare un piano fisso; queste saranno da considerarsi come *duali* delle congruenze di Darboux e daranno luogo a trasformazioni (di Ribaucour) delle superficie a *rappresentazione isoterma delle linee di curvatura* che furono particolarmente studiate da Eisenhart, le *trasformazioni* E_m.

Il metodo applicato al § 50 per le D_m è applicabile anche questa volta per le E_m, ma ora bisognerà esprimere che il valore

$$R = -\frac{\varphi}{w}$$

[1] Si tengano presenti le relazioni:

$$\frac{\partial h_1}{\partial v} = \frac{\partial \theta}{\partial v} h_2 \quad , \quad \frac{\partial h_2}{\partial u} = \frac{\partial \theta}{\partial u} h_1$$
$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial v^2} = -h_1 h_2 .$$

del raggio della sfera, anzichè alla prima equazione (VI) § 19 per il primo problema A) di rotolamento soddisfa alla seconda (VII) § 21 pel problema B). E con calcolo perfettamente analogo a quello sviluppato al § 51 (scrivendo le equazioni di trasformazione sotto la forma (IV) § 45 di Eisenhart, ma in riguardo invece alla rappresentazione sferica) si trova che: *le rappresentazioni sferiche delle due falde focali debbono questa volta trovarsi in corrispondenza conforme, e tale condizione necessaria è anche sufficiente.*

Conviene dunque in primo luogo scrivere le formole per queste rappresentazioni (conformi) di Ribaucour della sfera sopra sè stessa, *quando sia assegnato il sistema isotermo* (u, v) *della prima figura.* Ma queste formole si hanno subito come caso particolare del sistema (D) § 51, esprimendo che ambedue le falde focali Σ, Σ' coincidono colla sfera rappresentativa. Per questo dobbiamo porre intanto nelle dette formole

$$H_1 = H_2 = h_1 = h_2 = e^\theta,$$

con che Σ coinciderà colla sfera; ma perchè lo stesso accada di Σ', dovremo avere nelle (33), (34) § 42

$$x' = X_3'$$

e per ciò $\varphi = w$. Con queste sostituzioni nelle formole (D) di Darboux si ottiene per le quattro funzioni incognite

$$\gamma_1, \gamma_2, w, \sigma$$

il sistema differenziale seguente:

$$(\mathrm{E}) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial \gamma_1}{\partial u} = me^\theta \sigma + (me^{-\theta} - e^\theta) w - \dfrac{\partial \theta}{\partial v} \gamma_2 \quad , \quad \dfrac{\partial \gamma_1}{\partial v} = \dfrac{\partial \theta}{\partial u} \gamma_2 \\[2mm] \dfrac{\partial \gamma_2}{\partial u} = \dfrac{\partial \theta}{\partial v} \gamma_1 \quad , \quad \dfrac{\partial \gamma_2}{\partial v} = me^\theta \sigma - (me^{-\theta} + e^\theta) w - \dfrac{\partial \theta}{\partial u} \gamma_1 \\[2mm] \dfrac{\partial w}{\partial u} = e^\theta \gamma_1 \quad , \quad \dfrac{\partial w}{\partial v} = e^\theta \gamma_2 \\[2mm] \dfrac{\partial \sigma}{\partial u} = e^{-\theta} \gamma_1 \quad , \quad \dfrac{\partial \sigma}{\partial v} = - e^{-\theta} \gamma_2 . \end{cases}$$

A causa della equazione

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial v^2} = - e^{2\theta},$$

cui soddisfa θ, il sistema (E) è completamente integrabile; esso possiede l'integrale quadratico

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + w^2 - 2mw\sigma = \text{cost},$$

e s' intende che dei valori iniziali di $\gamma_1, \gamma_2, w, \sigma$ deve essere disposto in guisa da annullare la costante del secondo membro, onde sarà

$$(E^*) \qquad \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + w^2 = 2mw\sigma.$$

È bene da osservarsi che applicando le formole per (X_1', X_2', X_3') colla determinazione di segni scelta nelle (34) § 42, si ha una rappresentazione conforme *diretta* delle due figure sferiche, perchè ambedue le relative variabili complesse

$$\tau = \frac{X_3 + iY_3}{1 - Z_3} \quad , \quad \tau' = \frac{X_3' + iY_3'}{1 - Z_3'}$$

riescono funzioni dell'argomento $u - iv$, soddisfano cioè alle equazioni concordanti di omogeneità

$$\frac{\partial \tau}{\partial u} = i\frac{\partial \tau}{\partial v} \quad , \quad \frac{\partial \tau'}{\partial u} = i\frac{\partial \tau'}{\partial v} \text{ (}^1\text{)}.$$

Che inversamente qualunque rappresentazione conforme diretta della sfera in sè dia una trasformazione di Ribaucour, abbiamo già dimostrato geometricamente al § 44 [teorema α)], ed ora risulta implicitamente da che nelle nostre formole il sistema isotermo (u, v) di partenza è affatto arbitrario. Ma di più veniamo ora a riconoscere l'ulteriore proprietà: *In ogni rappresentazione conforme diretta della sfera in sè le linee principali della rappresentazione, cioè quelle le cui tangenti incontrano le corrispondenti dell'altra figura, formano un sistema ortogonale isotermo* (2).

Le trasformazioni conformi (dirette) della sfera in sè, in quanto sono date dalle formole (E), che suppongono fissato il sistema isotermo (u, v) delle linee principali della prima figura, e contengono la costante arbitraria m, si diranno *trasformazioni* E_m.

(1) Per verificare la prima si ricorra alle formole (*b*) § 40 facendovi $h_1 = h_2 = e^\theta$ e ricordando che il valore del determinante ortogonale $\begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix}$ è $= +1$; per la seconda si osservi che a causa delle (70*) § 51 si ha $h'_2 = -h'_1 = \frac{e^{-\theta}w}{\sigma}$, però ora il determinante $\begin{vmatrix} X'_1 & Y'_1 & Z'_1 \\ X'_2 & Y'_2 & Z'_2 \\ X'_3 & Y'_3 & Z'_3 \end{vmatrix}$ è $= -1$ (cfr. nota § 40.

(2) Secondo quanto è osservato al § 44, i circoli normali alla sfera nelle coppie P, P' di punti corrispondenti delle due figure formano un sistema ciclico. Le superficie ortogonali ai circoli sono le *superficie a curvatura assoluta nulla* della metrica non-euclidea.

§ 58.

Trasformazioni E_m delle superficie a rappresentazione isoterma delle linee di curvatura.

Pel modo stesso come abbiamo introdotto le trasformazioni E_m della sfera in sè, risulta ora che se alle due figure sferiche applichiamo una qualunque trasformazione di Combescure, otterremo una congruenza di sfere di Ribaucour, che ammetterà una deformazione dopo la quale tutte le sfere verranno a toccare un piano fisso, e saranno d'altronde le più generali possibili dotate di questa proprietà.

Le formole relative si otterranno nel modo seguente (§ 43). Prendasi una qualunque superficie Σ, che abbia per immagine sferica delle linee di curvatura il sistema isotermo dato della prima figura

$$ds'^2 = e^{2\theta}(du^2 + dv^2).$$

Questa Σ sarà definita dal suo ds^2

$$ds^2 = H_1^2\, du^2 + H_2^2\, dv^2,$$

dove H_1, H_2 sono assoggettate soltanto a soddisfare le due condizioni

$$(80) \qquad \frac{\partial H_1}{\partial v} = \frac{\partial \theta}{\partial v} H_2 \quad , \quad \frac{\partial H_2}{\partial u} = \frac{\partial \theta}{\partial u} H_1 .$$

Successivamente si determini con una quadratura, che introdurrà una costante arbitraria, la quarta funzione trasformatrice φ (§ 43) da

$$(83) \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial u} = H_1 \gamma_1 \quad , \quad \frac{\partial \varphi}{\partial v} = H_2 \gamma_2 .$$

La trasformata Σ' di Σ mediante la quaderna trasformatrice $(\gamma_1 . \gamma_2 , w , \varphi)$ è la nuova superficie richiesta, che diremo dedotta da Σ per trasformazione E_m; le congruenze di sfere colle falde focali Σ, Σ' sono le più generali richieste,

Ora osserviamo che fra queste infinite coppie di superficie (Σ, Σ'), coll'assegnata rappresentazione sferica, ve ne è una coppia di *superficie d'area minima*. Questo potrebbe dedursi da ciò che fra queste coppie ve ne è una di superficie isoterme le quali, dovendo essere in rappresentazione conforme fra loro, e nelle loro immagini sferiche, sono necessariamente ad area minima. Direttamente lo proviamo ponendo

$$H_1 = e^{-\theta} \quad , \quad H_2 = - e^{-\theta} ,$$

con che le (82) sono soddisfatte e la Σ è ad area minima. Dopo ciò, confrontando le (83) colle (E) dell'ultima linea, risulta

$$\varphi = \sigma + \text{cost}\,.$$

Se prendiamo precisamente $\varphi = \sigma$, anche la seconda falda Σ' sarà ad area minima, anzi la corrispondente trasformazione E_m non sarà altro che una delle trasformazioni di Ribaucour-Guichard studiate al § 46. Per vederlo basta paragonare le (E) colle formole del § 46 ove si ponga

$$h_1 = h_2 = e^\theta \quad , \quad H_1 = -H_2 = e^{-\theta} \quad , \quad \varphi = \sigma$$

$$\beta_{12} = \frac{\partial \theta}{\partial u} \quad , \quad \beta_{21} = \frac{\partial \theta}{\partial v} \quad ; \quad k = -m \;\text{(1)}$$

e i due sistemi di formole vengono così ad identificarsi. Possiamo quindi concludere:

Le trasformazioni E_m *delle superficie a rappresentazione isoterma delle linee di curvatura sono tutte e sole le trasformate di Combescure delle trasformazioni di Ribaucour-Guichard per le superficie ad area minima.*

E in fine caratterizziamo completamente per questo caso le coppie (S_0, S) di superficie applicabili corrispondenti ad una generazione E_m di una superficie Σ a rappresentazione isoterma delle linee di curvatura colle considerazioni seguenti.

Nella coppia (Σ, Σ') la superficie d'appoggio S è precisamente la superficie S dei centri, e nella coppia di superficie minime (Σ_1, Σ_1') trasformata di Combescure di (Σ, Σ') la superficie dei centri, che diremo P, è una deformata del paraboloide rotondo P_0. Le due superficie S, P si corrispondono per parallelismo di normali, e si corrispondono i due sistemi coniugati permanenti (u, v) per la rispettiva deformazione di S in S_0 e di P in P_0. Ma allora segue dal noto teorema di Petersen (vol. II, § 240) che anche S_0, P_0 si corrispondono per parallelismo di normali e di sistema coniugato permanente (u, v). Dunque: *Le superficie* S *d'appoggio sono quelle che hanno a comune con una deformata* P *del paraboloide l'immagine sferica del sistema coniugato permanente; le superficie rotolanti* S_0 *presentano la medesima proprietà rispetto al paraboloide stesso* P_0.

Si osservi poi che il sistema coniugato permanente (u, v) di S_0 rappresenta altresì il sistema cinematicamente coniugato e si projetta quindi (§ 17), sul piano satellite π (normale all'asse di P_0) in un sistema ortogonale. Viceversa ogni superficie S_0 che possegga un sistema coniugato permanente projettato in un sistema ortogonale sopra un piano π, è una superficie rotolante in una delle nostre coppie (S_0, S), cioè: *quando* S_0 *rotola su* S *il piano satellite* π *inviluppa una superficie* Σ *a rappresentazione isoterma delle linee di curvatura.*

Si ottiene un caso particolare notevole quando per S_0 si prenda una qualunque superficie di traslazione con curve generatrici in piani perpendicolari, p. es. normali

(1) Appare così il significato della costante m nelle (E) come quello del *parametro del paraboloide rotondo* nella costruzione di Guichard.

agli assi Ox, Oy:

$$(84) \qquad x_0 = u \quad , \quad y_0 = v \quad , \quad z_0 = \varphi(u) + \psi(v).$$

Si sa che la S_0 ammette in tal caso una deformazione continua ad un parametro (vol. II, § 252) nella quale la superficie S_0 si mantiene di traslazione e della stessa classe, e d'altronde questo sistema coniugato permanente (u, v) si projetta sul piano $z = 0$ nel sistema ortogonale $x = \text{cost}$. $y = \text{cost}$. Dunque quando la S_0 si faccia rotolare sopra una di queste sue deformate S, il piano satellite π inviluppa una superficie Σ a rappresentazione isoterma delle linee di curvatura; anzi siccome le immagini sferiche sono date da due fasci ortogonali di circoli [1] a punti base distinti, ne risulta una generazione delle superficie con tutte le linee di curvatura piane quali inviluppi di rotolamento. Precisamente abbiamo il teorema: *Se si fa rotolare sopra una superficie* S *di traslazione, con curve generatrici in piani perpendicolari, una superficie applicabile* S_0 *della medesima classe che trascini seco, come satellite, un piano* π *ortogonale ad ambedue i sistemi di piani delle curve di traslazione di* S_0, *l'inviluppo di* π *è una superficie coi due sistemi di linee di curvatura piane.*

Aggiungiamo che, in questo modo, si generano *tutte* le superficie a linee di curvatura piane. quando i due fasci ortogonali di circoli immagini hanno punti base

[1] Una deformata S della superficie di traslazione S_0 rappresentata dalle (74) è data dalle equazioni

$$x = \int U du \quad , \quad y = \int V dv \quad , \quad z = k\varphi(u) + \frac{\psi(v)}{k},$$

dove si è posto

$$U = \sqrt{1 + (1 - k^2)\varphi'^2(u)} \quad , \quad V = \sqrt{1 + \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)\psi'^2(v)}$$

e k indica una costante (parametro di deformazione).

Se si pone $R = \varphi(u) + \psi(v)$ e si calcolano, secondo le formole (10) § 2, i coseni α, β, γ dei raggi della congruenza si trova

$$\alpha = \frac{\varphi'(u)(U - kV)}{1 + \varphi'^2(u) + \psi'^2(v)} \quad , \quad \beta = \frac{\psi'(v)\left(V - \frac{U}{k}\right)}{1 + \varphi'^2(u) + \psi'^2(v)} \quad , \quad \gamma = \frac{k\varphi'^2(u) + \frac{\psi'^2(v)}{k} + UV}{1 + \varphi'^2(u) + \psi'^2(v)}.$$

Ora risulta di qui che si ha

$$\begin{cases} U\alpha + \varphi'(u)(k\gamma - 1) = 0 \\ V\beta + \dfrac{\psi'(v)}{k}(\gamma - k) = 0, \end{cases}$$

e però le linee sferiche $u = \text{cost}$ sono circoli nei piani del fascio che ha per asse la retta $x = 0$, $z = \frac{1}{k}$, e le $v = \text{cost}$ circoli nei piani per la retta $y = 0$, $z = k$ polare reciproca della precedente rispetto alla sfera.

distinti ($k \neq 1$). Il caso ($k = 1$) in cui i due assi dei fasci sono tangenti coniugate (ortogonali) della sfera non è che un caso limite, e la costruzione precedente deve allora sostituirsi coll'altra, che se ne deduce con passaggio al limite: *Del piano fisso* π *si assuma il simmetrico rispetto al piano tangente variabile* π' *di* S_0 *e e nel fascio* (π, π') *si prenda il piano* π'' *tale che* π' *sia il piano bisettore di* (π, π''); *l'inviluppo di questo piano* π'' *è la domandata superficie* Σ *con linee di curvatura piane.*

INDICE DELLA MEMORIA

PARTE PRIMA.

Proprietà generali delle congruenze di sfere e del rotolamento di superficie applicabili.

PARTE SECONDA.

Applicazioni ai teoremi di Guichard e loro inversi — Trasformazioni di Ribaucour. Trasformazioni D_m di Darboux delle superficie isoterme e trasformazioni duali E_m.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali storiche e filologiche.*
Vol. V. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I-VIII. (1876-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — Rendiconti. Vol. I-VII. (1884-91).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I-VII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — Rendiconti *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I-XXVII. (1892-1918). Fasc. 12°, Sem. 1°.
Rendiconti *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XXVI. (1892-1917). Fasc. 12°.
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XII. Fasc. 10.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-6.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE
AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. 10; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

Ulrico Hoepli. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

P. Maglione & C. Strini (successori di E. Loescher & C.) — *Roma.*

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

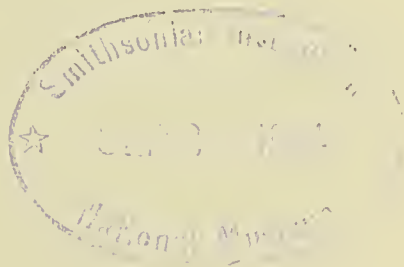
(Anno CCCXV 1918)

Serie Quinta — Volume XII — Fascicolo XI.

ORESTE MATTIROLO

SUL CICLO DI SVILUPPO DI DUE SPECIE SCLEROZIATE

DEL

GEN. LEPIOTA FR. E SULLE LORO AFFINI

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1918

Sul ciclo di sviluppo di due specie scleroziate del Gen. Lepiota Fr. e sulle loro affini [1].

Memoria del Socio ORESTE MATTIROLO

presentata nella seduta del 6 maggio 1917

(con tre tavole)

Le ricerche che formano l'oggetto di questa Memoria, mentre da una parte definiscono la vera natura ed il valore sistematico di alcune forme fungine, note da lungo tempo, valgono d'altra parte a dimostrare quale notevole e durevole influenza possano indurre nella Scienza le osservazioni errate, specialmente quando sono dovute a celebrità, che nessuno vorrebbe discutere [2].

La *Storia* della *Periola hirsuta* di Elias Fries, e quella dello *Sclerotium mycetospora* dello stesso Autore, mi paiono quindi, anche per questo riguardo, degne di essere segnalate ai micologi, perciò che a differenza di quanto da più di un Secolo universalmente si ritiene, queste due forme non sono delle entità specifiche indipendenti, ma stadî vegetativi di due interessanti ed eleganti Imenomiceti appartenenti al Genere *Lepiota*, da tempo introdottisi nelle nostre aranciere con la cultura delle piante tropicali.

Per ordinare il materiale che ha servito al mio studio, e perchè il lettore possa seguire il piano delle mie osservazioni, io credo necessario premettere un cenno sulla *Storia* tanto della *Periola hirsuta*, quanto dello *Sclerotium mycetospora*, desunto dall'esame delle opere degli Autori che ne trattarono, e le cui opinioni sono oggi ancora accettate dai micologi.

[1] Lavoro eseguito nel R. Orto botanico di Torino, 1914-17.

[2] Certi micologi, quando si tratta di *Sommi*, non vorrebbero fosse discusso mai il *Magister dixit*. Se, la *moglie di Cesare non doveva nemmeno essere sospettata*; le osservazioni dei Sommi non devono essere irriverentemente prese in esame dai pigmei! Così ragionando, essi, benchè intuiscano l'errore, fiutino, per così dire, la verità, nella assoluta impossibilità di ritrovare in natura le cose descritte, pure non si decidono per un falso riguardo, per una specie di religioso timore, a riconoscere che anche i *Sommi* possono errare come gli altri umani. Il *quandoque bonus dormitat Homerus*, perchè non dovrebbe essere applicato anche ai Semidei? — E questo io dico, senza ombra di irreverenza, nè di malignità, verso coloro ai quali riconosco il diritto alle più alte benemerenze scientifiche, verso coloro che seppero sugli altri erigersi come giganti, lasciando traccie imperiture della influenza del loro ingegno nel progresso della Scienza.

Per conto mio, gli errori che intendo far rilevare, non intaccando la fama nè i meriti di questi colossi, parmi abbiano invece la potenza di avvicinarli a noi, per darci coraggio a proseguire nella lotta per la verità, che è la finalità della Scienza; alla quale non vogliamo riconoscere confini, nè di tempo, nè di spazio, nè limitazione di patria.

CAPITOLO PRIMO

Prospetto cronologico degli Autori che si occuparono della Periola hirsuta. Fries.
[= *Sclerotium hirsutum*. Schum. (Sclerozio ocroleuco)].

1803. Il botanico danese Cristiano Federico Schumacher ([1]), è il primo che abbia osservato la formazione che ci interessa, descrivendola con la frase seguente ([2]):
« *Sclerotium hirsutum:* obconicum subturbinatum, hirsutum, *ochro-* « *leucum*, intus pallidum, basim versus umbrinum, *substantia carnoso-gelatinosa* « In vasis exsiccatis trunci Fagi sylvaticæ ».

Da queste parole risulta che Schumacher riconobbe la natura del fungo da lui studiato, avendolo egli classificato nel Genere *Sclerotium* ([3]), la cui autonomia era, a quel tempo, indiscussa. Notisi che l'Autore disse lo Sclerozio suo *irsuto* e lo riconobbe di colore *ocroleuco* ([4]).

1806. Tre anni dopo la frase descrittiva, comparve nella tavola 1320 della *Flora danica* ([5]) la figura dello *Sclerotium hirsutum*, desunta (come J. W. Hornemann assicura) da esemplari comunicati all'artista dallo stesso Schumacher.

La figura rappresentante il fungo notevolmente ingrandito, eseguita con accuratezza di disegno e con finezza di tratto, non corrisponde a verità. Mancante di ogni

([1]) Crist. Fed. Schumacher nacque il 15 nov. 1757 a Glückstadt nello Schleswig-Holstein, e morì a Kopenhagen il 9 dic. 1831. Profondo conoscitore della Flora danese, lasciò pure importanti scritti di botanica medica. A lui Wallroth dedicava nell'anno 1810 un Genere nuovo di *Dilleniaceae* di Ceylan, col nome di *Schumacheria*. (Wallroth, in Skrivt. Naturh. Selsk. Kjoben. VI, 1810, pag. 122).

([2]) La frase qui riferita comparve la prima volta nella: *Enumeratio plantarum in partibus Saellandiae septentrionalis et orientalis*. Havniae. (Kopenhagen, vol. II, pag. 187, 1803; vol. I, 1801). Non avendo potuto consultare quest'opera ho tolto il testo dalla *Flora danica*, che l'ha riprodotto. (Ved. *Flora danica*, loc. cit.).

([3]) Il Genere *Sclerotium* fu fondato da Enrico Giulio Tode (n. 1733, 31 maggio a Zollenspieker, m. 30 dic. 1797 a Schwerin) nei: *Fungi Meklemburgenses selecti*. Luneburgi, 1790-91.

([4]) *Ochroleucus*, significa esattamente un colore, *albo-flavidus*, corrispondente a quello della cera delle candele; ma non a quello della cera vergine. Deriva questo nome da *ochros* = terra gialla, e *leucos* = bianco. Essendo importante per il nostro studio fissare con esattezza il valore dei colori delle produzioni che ci interessano, ricordiamo che per tale giudizio ci siamo riferiti alla classica *Chromotaxia* di P. A. Saccardo. Editio altera. Patavii, 1894.

([5]) G. C. Oeder, *Flora danica*: « Icones plantarum sponte nascentium in Regnis Daniae et Norvegiae » ecc. ecc., vol. I a XIV. Havniae, 1761-1861. La tav. 1320 è nel vol. VIII. Havniae, 1810 editum a J. W. Hornemann. La tav. 1320 è del 1806.

accenno al micelio ed ai cordoni miceliari che legano fra loro gli sclerozii, è anche troppo foscamente colorata [1].

Ad ogni modo essa è sufficiente, nel suo complesso, ad illustrare la frase dello Schumacher, come potrà riconoscere il lettore nella riproduzione fotografica che di essa presentiamo.

A proposito della figura dalla *Flora danica* va ricordato che nel testo manca qualsiasi accenno allo ingrandimento della figura stessa, cosicchè chiunque potrebbe credere che il fungo vi sia presentato nelle sue dimensioni naturali, ciò che assolutamente non è, siccome rileveremo in seguito.

Tale dimenticanza fu la prima causa di molti errori.

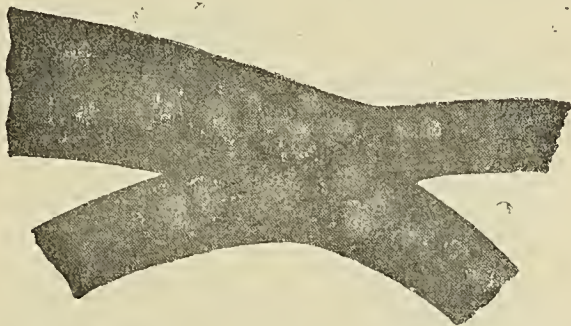



Fig. 1. — Riproduzione fotografica della Figura della *Flora danica* che rappresenta lo *Sclerotium hirsutum* di Schumacher. Tav. 1320.

1823. La sistemazione dello Schumacher purtroppo non doveva durare a lungo. Elia Fries occupandosi del fungillo nel 1823 [2], quantunque gli riconoscesse: « *Sporidia obsoleta undique in ambitu dispersa* »: non esitò a creare per lui un nuovo Genere, il Gen. *Periola*; e a descriverlo sotto il nome di *Periola hirsuta*. Fries non accennò nè alla forma, nè alle dimensioni degli sporidii della nuova specie, per la semplice ragione che non li aveva veduti. Come egli stesso esplicitamente dichiara con la indicazione: (V. ic.). La sola figura sopra ricordata della *Flora danica*, servì adunque di caposaldo per la sua descrizione, la quale infatti riescì come doveva riescire!

Fra le altre cose, non avendo il Fries potuto verificare (per la mancanza di dati) se la figura rappresentasse il fungo nelle dimensioni naturali, gli assegnò (misurando il fungillo nella figura) [3] una lunghezza di quasi due linee!

(1) Forse per necessità di esecuzione e di tiratura, ovvero per errore del coloritore, la figura dell'esemplare della Biblioteca nazionale di Torino, risultò così scura da presentare difficoltà per la riproduzione fotografica. Altro che il colore *ocroleuco*, quale notò Schumacher!

(2) E. Fries, *Systema mycologicum*, vol. II. Lundae, 1823, pag. 266; id., *Elench.*, II, pag. 46; id., *Syst. mycol.*, III, pag. 469. Obs. 2ª.

(3) Due linee corrispondono a mm. 4,50; ora questa misura (che è circa cinque volte più grande del naturale) è precisamente quella degli individui figurati nella *Flora danica*! (Ved. pure a pag. 548).

La descrizione nel testo di Fries è la seguente:

« I. *P. hirsuta*, obconica, hirsuta, *ochroleuca*. (*Scl. hirsutum* Schum. « Sæll. 2; p. 187, *Fl. dan.*, tav. 1320).

« Sparsa, simplex, superficialis 2 lin. fere longa, subturbinata, intus pallida, versus « basin umbrina. Substantia carnoso-gelatinosa. Ad Rhizomorpham subcorticalem supra « truncos vetustos fagineos. Sept. (v. ic.) ».

1829. Che però il Fries non potesse naturalmente avere un concetto preciso del nuovo Genere da lui creato, sulla fede e sull'esame di una semplice figura, risulta dalla osservazione che riferisco colle sue stesse parole [1]:

« Obs 2ª. Inter Volutellam et Fusarium quodammodo medium genus est *Periola* « S. M. II. (*Chaetostroma* Corda, loc. cit.; *Ch. isabellina*, loc. cit., tav. 61, « exacte eadem ac *Periola hirsuta* S. M s. *Sclerot. hirsutum* Schum., jam « in *Flor. dan.*, tav. 1320 pictum) sed ex nostra sententia omnino est *Sclerotiaceum*, « ob stroma prorsus Sclerotii et sporidia instrato-innata. Sclerotiorum more ex ambitu « diffluentia, nec in discum receptaculo pezizoideo (Volutellæ) coacervata, nec in « stratum Fusariorum conglutinata ».

1831-32. Wallroth [2] ricorda la nuova specie di Fries, senza aggiungere a suo riguardo osservazioni proprie.

1838. La pretesa di Fries, il quale, senza aver veduto il fungo di Schumacher, dopo averlo di sua autorità creato stipite di un Genere nuovo, aveva voluto ancora farlo identico al Genere *Chaetostroma*, allora allora descritto da Corda [3], eccitò naturalmente la suscettibilità di questo Autore, il quale imprese a sua volta ad illustrare la *Periola* [4], non solo per dimostrare erronee le asserzioni di Fries sul nuovo suo Genere, ma per far rilevare le differenze tra *Periola* e *Chaetostroma*.

Così egli si esprime: « ...um aber noch mehr die Unterschiede des *Chaetostroma Isabellinum* und der *Periola hirsuta* Fries darzustellen, und die « innere Differenz zwischen der beschriebenen *Periola* und ihren wirklichen Baues « zu erläutern, haben wir hier die Fries'che-Schumacherische Pflanze genau analysirt « und abgebildet ».

Però nel suo lavoro Corda descrisse particolari e fatti non solo errati, ma inesistenti, siccome dimostrerò, mettendo a paragone le cose da me ripetutamente osservate con quelle descritte da questo Autore.

Ma prima di procedere alla critica, accennerò alle osservazioni che io ritengo errate. La riproduzione non solo delle parole di Corda, ma quella anche della sua figura, porrà il Lettore in condizione di portar giudizio sopra questioni che la storia di sviluppo del fungillo ha ora completamente definito.

(1) Ved. Fries, *Syst. mycol.*, III, pag. 469, Obs. 2ª, 1829.

(2) Wallroth, *Flor. Crypt. Germanica*, vol. II, pag. 521. Norimbergā, 1831-32.

(3) Corda, in Sturms, *Deutschlands Flora III. Abth. bearbeitet von A. J. Corda*. Nurnberg, 1829, tabb. 58 e 59, pp. 123 e 126.

(4) Corda, *Icones Fungorum*, vol. II, pag. 30, tab. XIII, fig. 106.

Corda descrive nella *Periola*:

1°) Un *Träger*: ossia un corpo fruttifero o *sporodochio*: *aus dichtgefügten sehr kleinen Zellen* (fig. 4, *a*). gebildet. Di tale organo la: « ganze Aussenfläche ist « mit Flocken und Sporen bedeckt, an denen man deutlich eine eigentliche Fruchtlage « und die dazwischen stehenden Wollfäden des Ueberzüges sehen kann ». (Fig. 4, *b* e fig. 5, *b*).

2°) *Di sporenbildenden Fäden* (fig. 4, *b* e fig. 5, *b*); egli dice: « sind den « Träger (fig. 4, *b*, *a*) unmittelbar eingefügt, und bestehen aus rosenkranzartig anein- « ander gereiheten vieleckigen Sporen ».

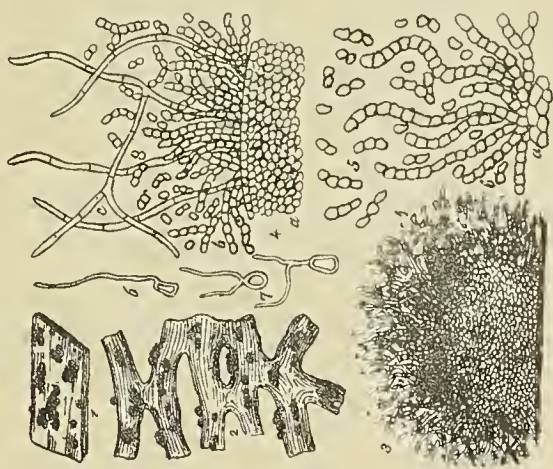



Fig. 2. — Riproduzione fotografica della tav. XIII, fig. 160 del vol. II delle *Icones* Fungorum di *Corda*.

3°) « Dass die rosenkranzartigen Fäden verbundenen Körner wirklich Sporen « sind, beweist ihre Keimung (figg. 6 e 7) und der gelungenen Versuch, durch ihre « Aussaat wieder neue Pflänzchen zu erzeugen ».

Su queste curiose, errate asserzioni di Corda ritornerò quando descriverò le osservazioni da me fatte; e si vedrà allora come possano almeno essere spiegate. In conclusione Corda, nella *Periola* di Fries avrebbe osservato (fra le ife miceliche dello involucro esterno, del così detto *Träger*) delle spore seriate poligonali, intimamente fra loro riunite a modo di coroncine di rosario (*rosenkranzartig*); e non solo le avrebbe osservate; ma le avrebbe anche coltivate, ottenendo da esse nuove *Pflänzchen!* Del resto che il Corda siasi ingannato e che sia cervellotica la descrizione e la sua illustrazione microscopica della *Periola hirsuta* è dimostrato luminosamente dalle osservazioni che verremo esponendo, non solo, ma da tutta una lunga serie di fatti facilmente controllabili, i quali dimostrano che a lui il microscopio faceva degli scherzi assai curiosi [1].

[1] Si dia ad es. una occhiata ai particolari microscopici disegnati dal Corda nelle tavv. 49, 52, 53, 54, 55, 58, 60.... della *Deutschlands Flora* di Sturm (fascicoli 14 e 15. Nürnberg, 1837);

1838-1886. Negli anni che corrono dalla pubblicazione del volume II delle *Icones* di Corda, a quello che segna la comparsa del volume IV della *Sylloge* di P. A. Saccardo, non abbiamo a notare alcun cambiamento di vedute nel campo che ci interessa. Il Genere *Periola* compare solamente ricordato da Berkeley (¹) (1860); da Payen (²) (1868); da Fuckel (³) (1869); da Cooke (⁴) (1871) e da Reinke e Berthold (⁵) (1879) ecc.; ma in modo speciale nei rapporti con la *Periola Solani*, specie oggi ancora diversamente interpretata dai micologi.

1886. P. A. Saccardo (⁶) nel volume IV della *Sylloge*, a pag. 681, registra cinque specie del Genere *Periola*, da lui classificato fra le *Tubercularieae Mucedineae Amerosporae*.

L'*habitat* della nostra specie è ricordato dal Saccardo quasi colle stesse parole di Fries (⁷). Ma l'occhio linceo del grande maestro vide la confusione nelle descrizioni di Fries e Corda. Infatti trattando dei caratteri del Genere *Periola* così si esprime: « Genus mihi parum cognitum et non satis clarum, quod cum speciebus « nonnullis Volutellae forte confluit ».

1897. Lindau, negli *Hyphomycetes* delle *Pflanzenfamilien* (⁸), descrive nella *Periola*: « Conidien frei oberflächlich... meist in Ketten zwischen der Oberflächen- « zotten enstehend, einzellig, hyalin ».

La specie vi è ricordata (come nella *Sylloge*), di Germania e di Boemia.

---

si osservino le tavole delle *Icones* (relative ad esempio alle *Tuberaceae*) e si comprenderà facilmente come Ch. Martin (*) potesse scrivere, parlando degli errori nelle rappresentazioni dei particolari microscopici di Corda, le parole seguenti: « *Et c'est en 1837 que le malheureux voyait cela sous son objectif et qu'il osait le publier!* ».

(¹) Berkeley, *Ooutlines of British Fungology*. London, 1860, pp. 356 e 342. L'Autore ritiene la *Periola tomentosa* Fries = al *Fusisporium Solani*, specie ricordata pure da Fuckel (*Symb.*, pag. 369), e si può dire da tutti i Fitopatologi. Saccardo la dice invece: « socia *Fusario violaceo*, quod in *Periola* parasitari videtur » (loc. cit.).

(²) Payen, *Botanique cryptogamique*. Paris, 1868, pag. 72. Ivi il Genere è ricordato fra le *Coremieae*, colle parole di Fries.

(³) L. Fuckel, *Symbolae Mycologicae*. Wiesbaden, 1869; Erster Nachtrag, 1871; Zweiter, 1873; Dritter, 1875.

(⁴) Cooke, *Handboock of British Fungi*, vol. II, pag. 622, 1871.

(⁵) Reinke e Berthold, *Die Zersetzung der Kartoffel durch Pilze*. Berlin, 1879. Questi Autori studiarono *in cultura* una specie indeterminata di *Periola* trovata da essi sulla patata; ne descrissero e figurarono non solo i conidii, ma il loro modo di germinare ecc.

(⁶) P. A. Saccardo, *Sylloge Fungorum*, vol. IV, pag. 681, 1886. Saccardo ricorda oltre alla *Periola hirsuta* Fries, le quattro specie seguenti: *Periola pubescens* Fries, *Periola hirsuta paullo minor*; *Periola tomentosa* Fries Ad *Tubera Solani* con la notazione surriferita; *Periola furfuracea* Fries. Forte nil nisi *Monilia fructigena senescens*; *Periola dura* Rab. An potius *Strumellae* species.

(⁷) Dice Saccardo: « Ad Rhizomorpham subcorticalem truncos exesos udos perreptantem et ad Polyporos in Germania et Bohemia » (loc. cit.).

(⁸) Lindau G., *Hyphomycetes in Engler e Prantl Naturlichen Pflanzenfamilien*, 1 th., 1 Abt. Leipzig, 1897, pp. 500 e 505.

(*) Ch. Ed. Martin, *Le Bolétus subtomentosus de la région Génèvoise*. Berne, 1903, pag. 2. *Materiaux pour la Flore crypt. Suisse*, vol. II, fasc. I. Ved ivi una serie di osservazioni critiche sugli errori della iconografia microscopica del Corda, « *où se marie de la façon la plus invraisemblabe la fantasie et la réalite* ».

1899. Domenico Saccardo pubblica il ritrovamento avvenuto nel 1897, della *Periola hirsuta* in Italia [1]. Egli pure ricorda: conidii globoso-cubici, ialini sugli sporodochii; nota la irregolarità delle ife del contesto, ialine filiformi, un po' ramose aventi da 6 a 10 μ; e le ife periferiche pur esse ialine, filiformi, spesso granulari non misuranti che 3 μ.

Il Saccardo dice le *Periolae*, durette o carnoso-gelatinose, un po' pelosette, esternamente bianche.

Questi particolari quantunque errati, dimostrano però che egli esaminò la specie direttamente in natura.

1900. In questo anno lo stesso Autore pubblicava la *Periola* nelle *Exsiccatae* della sua *Mycotheca italica* al n. 597 [2], avendola abbondantemente incontrata in Padova « sulle foglie degli Sfagni sparse sui vasi in una Serra del Giardino Treves ».

Lo stesso anno io comunicavo la specie al prof. P. A. Saccardo, avendola raccolta a Firenze e a Torino sugli Sfagni usati come materiali di coltura nelle Serre delle Orchidee (in litt.).

1904. Domenico Saccardo ritrova la *Periola* anche a Roma [3]: « sui muschi « che avvolgono le Orchidee nelle Serre dell'avv. Boccardo (1903) dove, egli nota, « si sviluppa con grandissima facilità persino sul nudo dorso dei vasi, e che essa non « è per nulla dannosa alle Orchidee e ad altre piante ricoperte da muschi ». Egli aggiunge ancora: « È una forma sclerozìale della quale non si conosce la forma perfetta ».

Questa osservazione ci attesta come egli, nel 1904, ripudiasse le osservazioni del 1899, nelle quali, come si è accennato, descriveva i conidii della *Periola* emergenti dagli sporodochii fra le ife periferiche, che egli aveva notato essere assai più piccole di quelle interne.

1910. Lindau [4] ripete la vecchia descrizione della *Periola hirsuta*, non tenendo conto delle osservazioni di Domenico Saccardo. Egli ancora ricorda: « Konidien, « kuglich, kubisch, aus dem Zelligen Basalgewebe der Fruchtkörpern, hervorgehend, hyalin ». La descrizione del Genere è preceduta da parole che rispecchiano le idee di P. A. Saccardo: « Ein noch sehr unbekanntes Genus das keine scharfe Grenze « besitzt, und dringend der näheren Untersuchung bedarf... Eine nähere Untersuchung « des Baues tut dringend not ».

Queste parole che accompagnano la figura calcata esattamente su quella delle *Icones* di Corda, qui riprodotta a pag. 541, ci dimostrano che egli non fece osservazioni dirette sulla specie, nè nel 1897, nè nell'opera posteriore, avendo egli accettate le osservazioni di Corda e i concetti di P. A. Saccardo.

(1) D. Saccardo, *Supplemento micologico alla Flora Veneta crittogamica di Bizzozero*. Padova, 1899, pag. 100.

(2) D. Saccardo, *Mycotheca Italica, sistens fungos italicos exsiccatos*. Centuria VI, n. 597. Patavii, 1900.

(3) D. Saccardo, *Aggiunte alla Micologia Romana*, Stazioni sperimentali agrarie italiane, vol. XXXVII, fasc. I, 1904, pag. 30.

(4) G. Lindau in Rabenhorst, *Kryptogamen Flora*, IX, Abt. Fungi Imperfecti. Leipzig, 1910, pag. 497. *Tubercularieae*.

1910. Teodoro Ferraris [1] descrive egli pure i conidii della *Periola hirsuta* Fr., globoso-cuboidei, ialini, catenulati; di essi presenta figure originali di cui diamo la riproduzione. Egli illustra il loro modo di attacco, i conidiofori biforcati all'apice, la sezione del fungo e il contenuto delle ife centrali. Il Ferraris nota che la specie, oltrechè da Domenico Saccardo fu osservata pure in Italia, sempre sulle foglie degli Sfagni, da Mattirolo e Baccarini nelle Serre dell'Orto botanico di Firenze. In Piemonte da Mattirolo nelle Serre dell'Orto di Torino, dove è abbondantissima, sempre sulla stessa matrice.

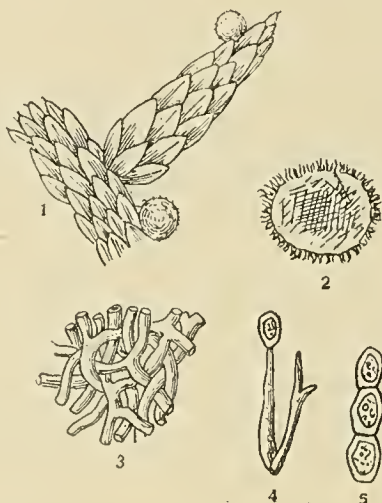



Fig. 3. — Riproduzione fotografica della Fig. 13, dalle *Hyphales* di T. Ferraris.

Il Ferraris osserva anche egli che: « si tratta di un Genere non sufficientemente « caratterizzato, poichè non è sempre facile stabilire se i conidii sono o no catenu- « lati, per cui alcune specie, che però non nomina, nelle quali tale carattere è dubbio « si possono riferire all'affine Genere *Volutella* ».

Riassumendo, risulta che fra gli Autori i quali descrissero la *Periola hirsuta* (= *Sclerotium hirsutum* Schum.) i seguenti: Fries, Corda, P. A. Saccardo (1899), Lindau, Ferraris, la ritennero provvista di conidii e quindi le riconobbero dignità di Specie.

Schumacher (1803) la considerò come uno *Sclerozio.*

D. Saccardo (1900): « una forma scleroziale della quale non si conosce la forma perfetta.

Fra gli Autori citati: P. A. Saccardo, Lindau, Ferraris, che pure ne descrissero i conidii, riconobbero che ulteriori studi sarebbero necessari per riuscire a chiarire la vera natura della produzione, che essi uniformemente opinano (seguendo l'idea di P. A. Saccardo) avere relazione col Genere *Volutella*, con la quale anzi esplicitamente il Lindau vorrebbe fosse confusa.

« Ich möchte, dice il Lindau, fast vermuthen dass *Periola* mit *Volutella* « zusammen gezogen werden muss » [2].

[1] T. Ferraris, *Flora Italica cryptogama. Hyphales.* Rocca San Casciano, 1° febbraio 1910, pag. 58, fig. 13.

[2] Ved. Lindau, loc. cit., pag. 497.

Della massima importanza per le finalità di questo nostro studio sono le palesi contradizioni che si notano nelle parole adoperate dagli Autori per indicare il *colore* [1], la *consistenza* e le *misure* della *Periola hirsuta*.

Essa infatti è detta:

Di color *ocroleuco*: da Schumacher, Fries, Corda, P. A. Saccardo; *ocraceo*: da Corda; *albo*: da D. Saccardo; *castaneo flavo* (Braun-gelb): da Lindau; *extus albida*: da Ferraris.

La consistenza della specie è così giudicata:

Carnoso-gelatinosa: da Schumacher, Fries, P. A. Saccardo, Lindau, D. Saccardo; *carnosa*: da Corda; *duriuscula*: da D. Saccardo; *solida*: da Ferraris.

Le misure poi, presso i varii Autori, mostrano delle differenze assai notevoli. Esse variano da due linee (*2 lin. fere longa*), e quindi da un diametro di mm. 4,50! quale è riferito da E. Fries (che aveva, come si è detto, misurata non la specie in natura, ma semplicemente la figura della *Flora danica* come egli stesso dichiara!) a mm. 0,5-0,7 di diametro se ci atteniamo alle misure date invece da D. Saccardo; accettate dal Ferraris. Nessun altro degli Autori accenna a misurazioni nè del fungo, nè dei conidii!

Come si possono conciliare questi dati così apertamente antitetici usati dagli Autori che intendevano descrivere una stessa cosa, si vedrà in seguito, quando si dimostrerà che essi non solo *hanno descritto e figurato conidii dove non esistono* ma; che *hanno confuso fra di loro due forme analoghe*, le quali in realtà sono nettamente distinte tanto per caratteri organolettici, quanto per importanti e costanti caratteri anatomici, che pure sarebbero stati facilissimi a rilevarsi, qualora essi Autori si fossero preoccupati di studiare le produzioni che intendevano descrivere, *in natura* e non sui libri e sulle figure errate pubblicate dai loro predecessori.

CAPITOLO II.

Prospetto cronologico di quanto è stato scritto intorno allo Sclerotium mycetospora Fries (Sclerozio bianco).

1823. Lo *Sclerotium mycetospora* è stato osservato la prima volta da C. G. Nees von Esenbeck, il quale (in epoca indeterminabile, prima però del 1823) lo comunicò a E. Fries, siccome risulta dalla annotazione riferita nel *Syst. Miccologicum* [2] (Nees in litt.). Il fungo è ivi indicato colle parole seguenti:

« *S.? mycetospora*, liberum, subtectum, globosum, laeve, stramineo-album, « basi tenui byssinae insidens ».

« *S. mycetospora* Fr. Nees in litt.

(1) Il significato preciso di questi colori, indicati coi termini tecnici riferiti, si veda nella *Chromotaxia* di P. A. Saccardo, 1894.

(2) E. Fries, *System. mycol.*, vol. II, pag. 253, 1823.

« Habitus seminis Sinap. albae, graegarium; primo obsolete pubescens, album;
« mox glabriusculum stramineum. Observante Cel. inventore aestate, favente luce!
« (h. e. non obtectum), in Agaricum volvaceum excrescit. Inter corticem in Cali-
« dariis » (v. s.).

Classificando il Fries questa formazione nel Genere fondato da Tode nel 1790, non solo la accompagna con un punto di interrogazione; ma lo fa seguire dalle frasi seguenti che io credo opportuno riferire testualmente:

« Cum status modo elementaris et a vegetatione, luce priva, personatus sit,
« strictissime omittendus; tamen ad indolem reliquorum, quibus simillimum, illu-
« strandam maxime confert, quare inserere non dubitavi. Cfr. *Scl. pubescens*, fungo-
« rum ecc. quae etiam Agaricos progignunt ».

1863. G. D. Westendorp ([1]), sotto il nome di *Sclerotium sinapispernum* descrive come specie nuova lo *Scl. mycetospora* di Nees, colle parole seguenti:

« Péridium sphérique, d'un demi à un mill. de diam.; à l'état frais d'abord
« jaunâtre, puis orangé, lisse et adhérent par un point; à l'état sec, libre, d'un rouge
« brun et légèrement chagriné à la surface; chair cornée blanche.

« Sur la tannée, dans une serre chaude à Ménin chez l'horticulteur Van der Planchen ».

1867. Giovanni Kickx ([2]), crede di riconoscere la corrispondenza dello sclerozio descritto da Westendorp collo sclerozio di Nees e di Fries. Egli quindi giudicandoli sinonimi, così lo descrive:

« *Sclerotium sinapispermum* West. = *Scler. mycetospora* Nees.
« Libre, adhérent pour un point dans sa jeunesse, globuleux, d'abord pâle-jaunâtre,
« puis d'un jaune orange et lisse; plus tard d'un rouge-brun et légèrement chagriné
« à sa surface à l'état sec; finissant même pour prendre une teinte noirâtre après la
« maturité complete; chair blanche et cornée ».

La località indicata da Kickx è la stessa citata da Westendorp, quindi non può esservi dubbio sulla identità delle formazioni descritte dai due botanici belga. Per quanto possiamo giudicare dalle due descrizioni, crediamo che esse, meglio che allo *Scl. mycetospora* Nees, sieno da ascriversi allo *Scl. hirsutum* Schum. (ossia alla *Periola hirsuta* di Fries), come vien dimostrato dal colore, dalle dimensioni dello sclerozio e dalla presenza del micelio.

1889. Fayod ([3]) nel suo classico studio sugli Agaricinei ricorda fra gli sclerozii descritti dagli Autori, la cui natura « est malheureusement restée inconnue » (pag. 210),

([1]) G. D. Westendorp, *Notice sur quelques espèces nouvelles ou inédites pour la Flore belge*, in Bull. Soc. Roy. Bot. de Belgique, n. s. II, n. 3, pag. 246 (8 dell'estratto), 1863. Devo questa e la seguente citazione alla cortesia dell'amico prof. P. A. Saccardo, il quale mi ha voluto gentilmente trasmettere copia delle parole usate da questi Autori.

([2]) Kickx Jean, *Flore cryptogamique des Flandres*. Oeuvre posthume de Jean Kickx, par Jean Jacques Kickx. Gand, 1867, vol. II, pag. 470.

([3]) U. Fayod, *Prodrome d'une histoire naturelle des Agaricinés*, in Annales des Sciences naturelles, Septième série, vol. IX, 1889, pag. 181 a 411, con due tavole (vedi ivi, pag. 210). « On a décrit encore un assez grand nombre de sclérotes, mais leur structure est malheureusement « restée inconnue ».

anche lo *Scl. mycetospora* di Nees, riferendolo, come d'altronde aveva già fatto il suo scopritore, al ciclo di sviluppo della *Volvaria volvacea* Bull. (*Agaricus Volvaceus* Bull.).

1896. Nel lavoro di Ch. Bommer [1] sugli sclerozii e sui cordoni miceliari, non è fatto cenno della formazione che ci interessa.

1899. P. A. Saccardo [2] nel volume XIV della *Sylloge*, ricorda lo *Sclerotium mycetospora* di Nees colle stesse parole e colle osservazioni stesse che si trovano nel *Syst.* di Fries e che abbiamo integralmente riferite in principio di questo capitolo.

1809. P. Hennings, in una delle interessanti sue Note dedicate allo studio dei funghi crescenti nelle Serre dell'Orto botanico di Berlino [3], trattando della *Lepiota cepaestipes*, esce in queste parole: « Der Pilz ensteht aus einem kleinen kaum « 1 mm. grossen hellgelben filzigen Sclerotium dem *Scl. mycetospora* Nees, « welches ein zartes flockiges Mycel entwickelt » (ivi, pag. 143).

Egli dunque ammette nel suo complesso l'antica osservazione di Nees; ma ritiene lo *Scl. mycetospora* in relazione con una *Lepiota* [*L. cepaestipes* (Sow.) Quél.] e non più con una *Volvaria* [*Volvaria volvacea* (*Ag. volvaceus* Bull.) Sacc.], come voleva il Nees.

Va fatto notare, per gli scopi del nostro lavoro, che Hennings attribuisce allo sclerozio suo un colore *giallo-chiaro brillante* (hellgelb), un diam. di 1 mm. appena e che egli lo descrive *filzig* (tomentoso) e che lo osserva in relazione con un micelio delicato, sottile e fioccoso [4].

1915. Incidentalmente a proposito della *Lepiota cepaestipes* il Ricken [5] ripete le parole di Hennings al riguardo dello *Scl. mycetospora*, solo aggiungendo, di suo, la parola *blassen* (*oder hellgelben sclerotien...*), ammettendo cioè, che gli sclerozii possano avere colore brillante o possano anche presentarsi *sbiaditi, scolorati, pallidi, smorti*; termini che corrispondono in italiano a quello usato dal Ricken.

Riassumendo, credo cosa essenziale per gli scopi di questo mio studio, rilevare, come tutti gli Autori concordino nel dare il valore di forma scleroziale allo *Scl. mycetospora* di Nees, e come tutti i descrittori gli assegnino un *habitat* uguale nelle Serre o stufe calde (in calidariis).

Le opinioni variano invece per ciò che si riferisce alla colorazione, ai caratteri esterni, alle parvenze della forma fungina che ci interessa.

(1) Ch. Bommer, *Sclérotes et cordons Myceliens*. Mémoires couronnés et Mém. des Sav. Étrang., publiés par l'Académie Royale des Sciences de Belgique, tom. LIV. Bruxelles, giugno 1896, pp. 1 a 116, con sei tavole.

(2) P. A. Saccardo, *Sylloge Fungorum*, vol. XIV. Auct. P. A. Saccardo e P. Sydow. Patavii, 1899, pag. 1147.

(3) P. Hennings, *Die in den Gewächshäusern des Berliner botanischen Gartens beobachteten Pilze*. Verhandl. des Bot. Vereins, der Prov. Brandenburg, 1898. Berlin, Borntraeger, pag. 109 a 177. Ved. ivi la ricca letteratura che ha riguardo agli studii sulla micologia dell'Orto di Berlino. Il volume porta la data 1898, ma fu stampato (almeno il lavoro di Hennings) solo nell'anno 1899.

(4) Alla presenza di tali sclerozii lo Hennings accenna (sempre a proposito della *Lepiota cepaestipes*) a pag. 272 delle *Pflanzenfamilien*, colle seguenti parole: « Auf Loh und Erdbeeten « in Warmhäusern aus einem kleinen Sclerotium enstehend; aus Brasilien eingeschleppt ».

(5) A. Ricken, *Die Blätterpilze*. Leipzig, 1915, pag. 320.

Così: per quanto si riferisce al colore, vediamo che: Fries lo descrisse dapprima *stramineo-album*; per dirlo poco dopo *album.... mox stramineum*; Westendorp e Kicks lo ritennero invece *jaunatre puis orangé...*, *d'un rouge-brun à l'état sec*; *finissant même pour prendre une teinte noirâtre après la maturité complète*.

Per Hennings il colore è *hellgelb*; mentre esso è invece *blass oder hellgelb*, per Ricken.

I caratteri della superficie esterna appaiono varii essi pure nelle descrizioni. Così: Fries lo dice dapprima *laeve*; per descriverlo poi *obsolete pubescens... mox glabriusculus*. Westendorp e Kicks: *lisse... et plus tard légèrement chagriné à sa surface*. Hennings invece lo ritiene *filzig*.

Fries paragona il nostro sclerozio ad un seme di *Sinapis alba*; mentre Hennings ne rileva la piccolezza, calcolandone il diametro ad 1 mm. e il Ricken lo descrive come *winzig klein* (1 mm.). Secondo Westendorp e Kicks la carne sarebbe *bianca* e *cornea*, e il diametro starebbe fra $^1/_2$ ed 1 mm.

Da questi e dai risultati riassunti nel capitolo precedente consegue, che tanto per la *Periola hirsuta* (*Scl. hirsutum*), quanto per lo *Sclerotium mycetospora* le descrizioni sono redatte dagli Autori con termini confusi così, che dimostrano, alla evidenza, lo scambio avvenuto fra le due produzioni sclerozìate similari, sviluppantesi sullo stesso *substratum* e molte volte contemporaneamente, ciò che sarà dimostrato dall'esame macro e microscopico delle due produzioni.

CAPITOLO III.

Descrizione degli sclerozietti di colore ocroleuco.

= *Sclerotium hirsutum* Schum. (1803).
= *Periola hirsuta* Fries (1823).

A) Analisi macroscopica.

Il nome dato da E. Fries a queste produzioni, derivandolo da *πεϱὶ* (attorno) e *οὔλοσ* (lanugine), vale a definirle assai bene.

Si tratta di piccolissimi corpiccioli, misuranti in media appena, appena 1 mm., alcune volte obconici o crostiformi, ma generalmente sferoidali, che si sviluppano sugli Sfagni, sui Muschi, sulla Terra di Castagno, adoperati nelle Serre calde, per coltivarvi le piante tropicali, e che non raramente appaiono anche sulla superficie stessa dei vasi e persino sulle etichette di zinco. Raccolti su tali substrati in numero notevolissimo (a centinaia), sono ivi legati assieme da un tomento e da esili cordoni miceliari anch'essi di colore ocroleuco (ved. tav. 1, figg. 1, 2). Così, se individualmente assai minute, riunite invece come sono in gran numero, appaiono queste produzioni evidentissime nel loro complesso.

Alla lente si mostrano coperte da fitta lanugine di colore quasi *cremeo.*

Passate fra le dita divengono visibilmente più piccole, perocchè con tale operazione perdono gran parte della lanugine che le riveste; ma non mutano di colore, se non quando si opera ripetutamente e con un certo vigore; acquistando allora un colore « *avellaneo* », però sempre un po' temperato dalla tinta *cremea* del micelio involucrale, il quale non può essere del tutto asportato.

La resistenza di questi sclerozietti allo schiacciamento è assai notevole, essendo necessario un certo sforzo per riescire a spappolarli fra due vetrini.

La durezza loro aumenta ancora con la essiccazione; tanto che, allora, sfuggono alla pressione, resistono come fossero granelli di sabbia. Messi nell'alcool, conservano per parecchio tempo il colore primitivo, dovuto allo involucro miceliare; trasportati dall'alcool in glicerina, lasciano invece riconoscere, attraverso l'involucro (che diventa trasparente), il nucleo centrale che è di color *avellaneo scuro.* In queste condizioni assomigliano a piccole uova di insetti o di ragni.

Gli sclerozietti (*Periola*) compaiono e si sviluppano sugli *Sfagni* soltanto quando questi muschi sono, come dicono i giardinieri « *morti* », cioè in uno stato da non poter più rimettersi in vegetazione, quando per un impiego durato parecchio tempo nei vasi, hanno subìto speciali alterazioni regressive, per le quali diventano adatti alla nutrizione del fungillo.

Sopra *Sfagni* o *Muschi* « nuovi » è inutile ricercarli.

Si osservano tutto l'anno, ma più numerosi compaiono nei periodi estivi, cioè nei mesi di luglio e di agosto.

Una occhiata alle fotografie (ved. tav. I, figg. 1, 2), vale a dare una idea precisa del modo col quale si presentano all'osservazione. A tutta prima si potrebbero considerare come stadi iniziali di futuri Imenomiceti, o di Ipogei; ma però la posizione, il numero e la immobilità vegetativa valgono a distinguerneli facilmente.

Una volta formati, essi possono conservarsi immutati sul *substratum* anche per periodi lunghissimi di tempo.

Facendo ricerca nelle Serre di queste piccole produzioni occorre por mente che altre formazioni di aspetto consimile possono ivi pure manifestarsi e traviare l'osservazione. Si tratta di depositi minerali, che sotto forma di piccole croste e talora anche di minuti accumuli sferoidali, giallastri, verdastri, e talora anche rugginosi, appaiono sugli apici aguzzi delle foglie degli *Sfagni* e dei *Leucobryum* (*Leuc. glaucum* Hedw.), dei *Dicranum* ecc. usati nelle culture a sostituire gli *Sfagni*, e talora si notano sull'orlo, sulle asperità dei vasi, sui frustuli appuntiti della, cosidetta, Terra di Castagno ecc.

Questi depositi sono frequentissimi nelle Serre, dove per innaffiare si fa uso di acque contenenti elevate percentuali di solfato di calcio; come ad esempio succede nell'Orto botanico di Torino, dove le acque della Dora Baltea e quelle di Millefonti, sono profondamente selenitose.

Essi potrebbero far credere alla presenza di sclerozietti, analoghi a quelli da noi descritti, là dove in realtà non ne esistono. La diagnosi differenziale è facilissima, quando si esaminino le produzioni in discorso alla lente, o si portino in una goccia d'acqua ove si disfanno prontamente. Trattati questi depositi con acido cloridrico,

anche diluito, si sciolgono senza effervescenza, dando origine (al margine del copri-oggetto, quando il liquido va essiccandosi) a depositi abbondantissimi di cristallini, che l'analisi microscopica, sussidiata dalle misurazioni e dallo studio delle caratteristiche ottiche, indubbiamente dimostra essere formati da solfato di calcio.

B) Analisi microscopica.

Le piccole *Periolae* (ossia gli sclerozietti di colore *ocroleuco*), hanno gli elementi che li costituiscono ordinati come quelli degli sclerozii tipici, differendo soltanto per i filamenti esilissimi che le ricoprono. Questi formano su di esse un *involucro di rivestimento* che finora è stato soltanto descritto per gli sclerozii dell'*Hypochnus centrifugus* e per i cordoni miceliari della *Collybia cyrrhata* [1] e del *Cyathus striatus*.

Il De Bary [2] ritiene però che nell'*Hypochnus* il feltro esterno sia formato dai residui delle ife che in origine avvolgevano lo sclerozio in formazione, mentre nel nostro caso si tratta di un involucro nettamente distinto e bene organizzato.

Il Bommer considera tali involucri micelici esterni come apparati di assorbimento e nello stesso tempo di protezione contro la essiccazione, ciò che si può ammettere anche per gli sclerozietti nostri (tav. I, figg. 3, 4).

Questo involucro presentasi formato da ife sottilissime aventi un diametro poco superiore ad 1 μ. e che nel suo spessore misura μ 10-12 circa.

Le ife più profonde di detto involucro sono strettamente fra loro intrecciate: mentre quelle esterne raggiano tutto all'intorno; alcune terminando liberamente, altre invece innestandosi col micelio dei tenui cordoni miceliari che tengono fra di loro uniti i numerosi sclerozietti.

Sulla parete delle ife che formano l'involucro si notano frequenti, piccolissimi e numerosi granuli brillanti, i quali per sciogliersi senza effervescenza nell'acido cloridrico e nell'acido acetico, rivelano la loro natura, dovuta a depositi di ossalato di calcio

Questi filamenti, i quali con il cloruro di zinco iodato si colorano in violetto, dànno ai piccoli sclerozii il loro caratteristico colore *ocroleuco*.

Corteccia. — Le ife sottostanti all'*involucro* hanno la struttura di quelle che formano la parte interna dello sclerozietto, e presentano la parete colorata. Alla loro presenza e a quella dei fili involucrali più interni, strettamente feltrati, devesi la evidente linea di demarcazione fra la parte interna e quella del rivestimento. La corteccia però non è mai così intensamente colorata come nella maggior parte degli sclerozii tipici.

Parte interna. — Questa risulta formata da un intreccio compatto di ife costituenti un vero pseudoparenchima (tav. I, fig. 4).

[1] Bommer, loc. cit., tav. I, figg. 3 e 5, anche gli sclerozii della *Collybia cyrryata* (secondo Bommer) avrebbero uguale rivestimento.

[2] A. De Bary, *Vergleichende Morphologie und Biologie der Pilze*. Leipzig, 1884, pag. 33: «...filzig durch einzelne bleibende Reste der Hyphen, welche das jugendliche Sclerotium umgeben ».

I filamenti che lo costituiscono presentano numerosi setti e si risolvono con facilità in tanti elementi separati. allorquando gli sclerozietti vengano schiacciati.

Il diametro delle ife interne è vario; in media però raggiunge 6 μ. e oltre, ciò che le fa distinguere nettamente dalle ife involucrali.

La presenza di questi articoli ha fatto credere a quelle *formazioni cuboidali* conidiali alle quali accennano (come è stato detto) alcuni degli Autori sopra ricordati.

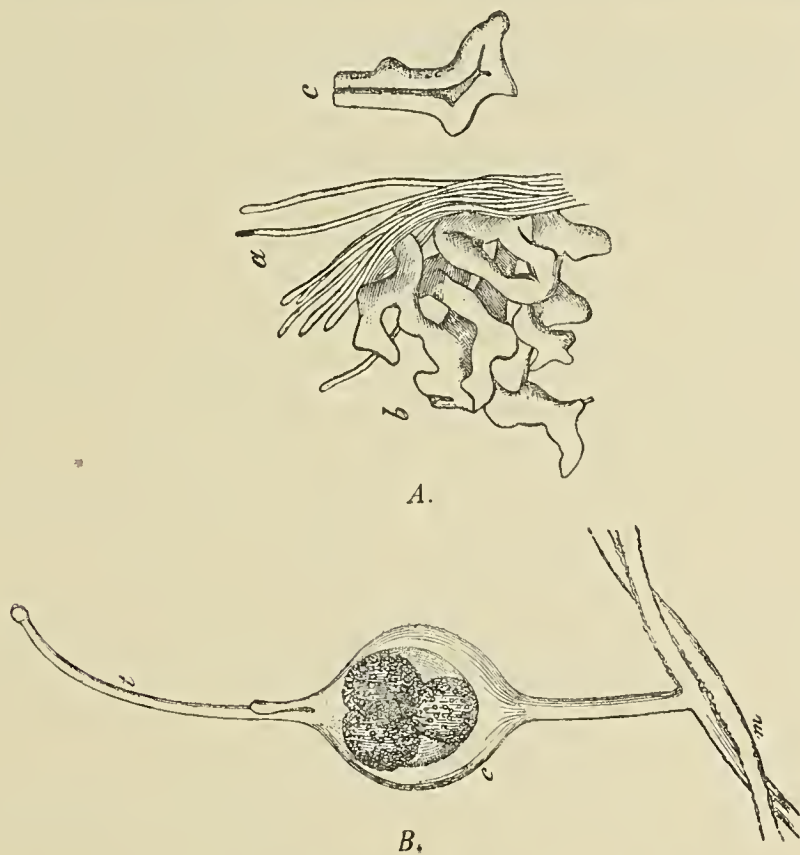



Fig. 4. — Riproduzione fotografica delle Fig. tolte dai lavori di De Seynes. *A. Portion* de receptable trés jeune de *Lepiota cepaestipes* Sow. Recherches loc. cit. — *B.* Vesicule mycéliale de l'*Agaricus cepaestipes.* Dict., loc. cit.

Gli elementi, separati collo schiacciamento, presentano forme molto variate, delle quali dà idea la fig. 5 della tav. I. Mentre alcuni appaiono come tubercolati. altri sono invece coralloìdi... tutti però si presentano splendenti e compatti nella loro sostanza.

Le membrane dei singoli elementi sono enormemente rigonfiate; il lume cellulare è ridotto ad una lineetta appena visibile, quando si trattino con reagenti iodici (acqua iodata, cloruro di zinco iodato). Con tali reagenti la membrana appena si colora in giallo, mentre il lume (quando è visibile) lascia scorgere poche granulazioni.

Al microscopio gli articoli disgiunti, ricordano nelle loro parvenze i granuli di amido caratteristici delle *Euphorbiae.*

Le membrane così ispessite rappresentano un notevole accumulo di materiali di riserva, come si osserva in molti sclerozii.

Bommer che li ha studiati e figurati nel *Lentinus Woermanni*; nel *Lentinus scleroticola* e in certe specie di *Polyporus*, ha dato loro il nome di « *Hyphes tuberculeuses* ». Trattate con i preparati jodici queste ife non rivelano la presenza di glicogeno. L'idrato di potassio lentamente le scioglie, ciò che è prova di una modificazione nella cellulosa che li costituisce. Ho voluto anche vedere come tali elementi si potessero eventualmente comportare nelle colture; ma i numerosi tentativi condotti con i mezzi più disparati si dimostrarono sempre infruttuosi, e gli articoli rimasero costantemente immutati.

Le figure che il De Seynes ha pubblicato tanto nel *Dictionnaire* del Baillon ([1]), quanto in altro suo lavoro ([2]), dimostrano che egli aveva veduto questi elementi, quando studiava il micelio della *Lepiota cepaestipes*, ciò che del resto è provato tanto dalle sue figure (che qui riproduciamo), quanto dalle parole colle quali egli descrisse i nostri sclerozietti da lui ritenuti stadî iniziali dei corpi fruttiferi della stessa *Lepiota*. Ecco come egli si esprime:

« Le mycelium jaune sulphurin, comme les receptacles se repandait à distance, « portant une foule de petits receptacles en voie de formation » (che sono evidentemente gli sclerozietti che stiamo esaminando).

Assillato, il De Seynes, dal concetto allora in voga che un atto sessuale eminente dovesse presiedere alla formazione dei corpi fruttiferi degli *Imenomiceti*, egli aveva creduto di scoprire in questi strani elementi formazioni analoghe a quelle che si sviluppano alcune volte attorno all'Ascogonio di alcuni Ascomiceti.

« Je serais tenté de voir dans ces cellules une formation analogue à celles des « tissus entortillés qui se developpent autour des ascospores chez les Discomycetes » (loc. cit., pag. 11).

Disegnò egli pure e riconobbe la differenza tra le ife sottili esterne involucrali e gli articoli coralloidi splendenti della parte interna degli sclerozietti, nelle quali credette di riconoscere una specie di involucro *pericarpogoniale*.

Per quante osservazioni io abbia fatte sul micelio e sui cordoni miceliari degli sclerozietti di color *ocroleuco* (come anche su quelli *bianchi*), io non sono riescito mai a trovare quelle « *vesicules myceliales* » che il De Seynes aveva descritto e figurate, sia nel *Dictionnaire* di Baillon, sia nella nota apparsa nei Bollettini della Società botanica francese (ved. loc. cit.), e che qui riproduciamo.

De Seynes ([3]) riteneva tali formazioni analoghe a quelle che Van-Tieghem, Rees, Karsten avevano descritto nel *Coprinus* e nelle quali essi avevano creduto di riconoscere una specie di *Carpogonio*, munito di un *Tricogino*.

Forse in questa sua interpretazione il De Seynes era stato influenzato dalle parvenze esterne della *Lepiota* che le conferiscono realmente un aspetto coprinoide.

([1]) De Seynes, in *Dictionnaire de Botanique* di Baillon, vol. I, figura a pag. 65 e figura a pagina 740; 1876.

([2]) Id., *Recherches pour servir a l'histoire naturelle des végétaux inférieurs*. II: *Polypores*. Paris, 1888, pag. 11. fig. 11.

([3]) De Seynes, *Note sur l'organe femelle du Lepiota cepaestipes*, in Bullet. Soc. Bot. de France, 1875, vol. XXII, pp. 99-103, Séance 26 février.

De Seynes, infatti, la disse: *la plus Coprin des Lepiotes* (loc. cit. pag. 101). Patouillard diede alla *Lepiota cepaestipes* il nome di *Leucocoprinus cepaestipes*; e Quélet, a più riprese, ne rilevò le analogie, negli esterni aspetti, con i *Coprinus*.

A completare la descrizione del tessuto interno o midollare degli sclerozietti di color *ocroleuco*, aggiungerò che vi si nota la presenza di meati, e che le ife non sono tra di loro legate da sostanza speciale; tanto è vero che, come si è detto, i singoli articoli si rendono indipendenti col semplice schiacciamento.

La durezza loro li rende difficili a sezionarsi. Essi sfuggono al rasoio come altrettanti granuletti sabbiosi.

CAPITOLO IV.

Descrizione degli Sclerozii bianchi.

= *Sclerotium mycetospora* (Nees) Fries.

A) Analisi macroscopica.

Gli sclerozietti *bianchi* si differenziano da quelli di color *ocroleuco*, descritti nel capitolo precedente, per le loro dimensioni che superano sempre 1 mm. di diametro: per il tomento (*duvet*) di color bianco latteo che scompare con grande facilità quando si maneggiano, sia pure lievemente fra le dita. Con tale trattamento gli sclerozietti diventano più piccoli e assumono colore nettamente *avellaneo* (tav. II, figg. 1, 2, 3, 4).

La consistenza loro gelatinoso-carnea è pure notevolmente minore; facilmente si lasciano sezionare e facilmente pure si possono schiacciare.

La distanza fra uno sclerozio e l'altro negli accumuli scleroziali, tenuti assieme da esili cordoni miceliari, è sempre più grande di quella che si nota negli accumuli degli sclerozietti di color *ocroleuco*; manca in essi il micelio bissoideo intersclerozialo.

Anche se essiccati, gli sclerozii *bianchi* sono sempre meno duri di quelli *ocroleuchi*.

Il colore adunque, le dimensioni, la consistenza sono i caratteri che macroscopicamente valgono a distinguerli.

Quando si raggruppano, prima di dare origine ai corpi riproduttori, pure riunendosi in gran numero, mantengono sempre le caratteristiche ricordate come è dimostrato dalle fotografie e dai disegni.

B) Analisi microscopica.

Le differenze che il microscopio ci rivela sono ancora più notevoli, e ci permettono ad ogni momento di poter distinguere nettamente gli sclerozii *bianchi* da quelli di colore *ocroleuco*.

Involucro esterno. — Esso è formato da ife minutissime, analoghe a quelle dello sclerozio *ocroleuco*, misuranti ugualmente 1 μ di diam.; soltanto presentano più evidente il deposito granulare di ossalato di calcio. La differenza più notevole, oltre a quella del colore, sta nello sviluppo dello strato, che presenta un numero notevolmente minore di elementi. L'involucro degli sclerozietti bianchi ha uno spessore di μ 3-5 circa; mentre quello degli sclerozii ocroleuchi misura μ 10-12 circ. (tav. II, figg. 5, 6).

Le ife sono anche meno intimamente fra di loro legate e intrecciate.

Strato corticale. — Presenta le stesse caratteristiche descritte per lo sclerozio *ocroleuco*. La linea di demarcazione è, come nel congenere, debolmente colorata (tav. II, fig. 6).

Nucleo interno. — Lo pseudoparenchima interno che forma la massa sclerozíata, risulta, come nel precedente, da ife, intrecciate, aggrovigliate, più strettamente legate le une alle altre, e con minore sviluppo di spazii intercellulari (tav. II, fig. 7).

Collo schiacciamento facilmente la massa si risolve in elementi staccati, differenti da quelli che risultano collo schiacciamento dello sclerozio *ocroleuco*.

La membrana dei singoli elementi non è molto inspessita; il lume cellulare è in essi nettamente visibile. Mancano le tuberosità coralloidi; manca pure la rifrangenza speciale che costituiva uno dei caratteri più evidenti degli elementi staccati della massa midollare dello sclerozio *ocroleuco* (tav. II, fig. 8).

Il lume contiene granulazioni plasmatiche molto evidenti, facilmente colorabili coi reattivi (reagente di Millon, acqua iodata, cloruro di zinco iodato).

Le ife sono regolari, misurano circa 6 μ del loro diametro.

Alla sezione, il tessuto pseudoparenchimatico è perciò analogo a quello della maggior parte degli sclerozii tipici.

L'accumulo dei materiali è quindi celluloso-albuminoideo e non prevalentemente cellulosico come negli sclerozietti di color *ocroleuco*.

Anche questi elementi non dànno la reazione del glicogeno.

La forma degli articoli e la loro composizione è quindi il criterio microscopico differenziale più evidente, il quale unito a quelli del colore, del minore sviluppo dello strato involucrale, delle dimensioni, vale a distinguere le due formazioni, le quali non poche volte trovandosi promiscuamente sugli *Sfagni* e sui varii substrati di cultura delle piante tropicali, furono la causa della lamentata confusione fatta dagli Osservatorî.

Nelle Serre di Torino e di Firenze e nelle *Exsiccatae* da me esaminate, notai quasi sempre la presenza promiscua delle due formazioni.

Specchio riassuntivo dei caratteri differenziali macroscopici fra gli sclerozii di color *ocroleuco* e quelli *bianchi*.

Sclerozii *ocroleuchi*.

In media raggiungono appena 1 mm. di diametro.

L'involucro esterno è formato da una lanugine micelica di color *cremeo*, misurante in media μ 10; la quale scompare difficilmente quando si maneggino fra le dita; solo operando ripetutamente con una certa forza, gli sclerozii diventano più piccoli, acquistando un colore *avellaneo* in alcuni punti *giallastro*.

Freschi, resistono allo schiacciamento operato coll'unghia; sfuggono al taglio col rasoio. Essiccati, acquistano la durezza di granuli sabbiosi.

In alcool conservano il loro colore. La lanugine non cambia di carattere e di colore.

Gli sclerozietti sono molto avvicinati fra di loro, tenuti assieme da un micelio bissoideo di colore *giallognolo*.

Sclerozii *bianchi*.

In media hanno diametri maggiori di 1 mm.

L'involucro esterno è formato da un leggero tomento (*duvet*) di colore *bianco-latteo*, che scompare con facilità quando si maneggiano fra le dita. Con tale operazione gli sclerozietti diventano ancor più piccoli e assumono un colore *nocciola*. Lo strato non misura in media che uno spessore di μ 3-4.

Di consistenza gelatinoso-cornea, si lasciano sezionare con facilità e facilmente si schiacciano. Essiccati sono sempre meno duri di quelli di color *ocroleuco*.

In alcool perdono immediatamente il color *bianco*, assumendo colore nettamente *avellaneo*. Il tomento si fa trasparente.

Gli sclerozii, distanziati fra loro, sono legati da cordoncini miceliari bianchi; manca il micelio bissoideo.

CAPITOLO V.

Le descrizioni macro e microscopiche delle due produzioni, se ci dànno il diritto di considerarle come veri e proprii sclerozii, non ci concedono però di conoscere con quali forme superiori sieno questi in relazione.

Per giungere a tale conoscenza ho cercato, prima di tutto, di verificare se da tali formazioni non si originassero dei conidii, siccome avevano descritto gli Autori, e quindi li ho seguiti attentamente per lungo periodo di tempo, onde riuscire a sorprendere quali corpi riproduttori fossero in relazione con questi temporanei depositi di materiale organizzato, dei quali il numero compensa la piccolezza.

I.

Per rispondere al primo quesito, ho continuato per anni le osservazioni sopra materiali raccolti nelle Serre di Torino e di Firenze; sopra esemplari del Dottore D. Saccardo ecc., ma, per quanto io abbia osservato, non giunsi mai, *assolutamente mai*, a riscontrare in essi la presenza di produzioni conidiali.

Tentai una serie di coltivazioni in decotti di *Sfagno*, di uva, di prugne, di terra di castagno ecc., di gelatine varie ecc.; ma anche cambiando le condizioni di temperatura non riuscii mai ad influenzare gli sclerozii e ad ottenere da essi produzione di conidii.

Posi infine nelle culture numerosi sclerozii isolati dei due tipi; mentre altri coltivai invece unitamente al loro micelio, portando in coltura piccole porzioni del *substratum* al quale aderivano.

Dai primi, per quanti tentativi io abbia fatto, non ottenni mai la produzione di conidii. Dopo pochi giorni essi si coprivano qua e là di goccioline acquose incolori e brillanti dapprima, quindi giallastre e opache, dopo la comparsa delle quali andavano preda dei parassiti (muffe).

Dai secondi ottenni invece sviluppo di nuovo micelio. Le ife superficiali si andavano sviluppando raggiando tutto intorno agli sclerozii che così si trasformavano in cuscinetti arieggianti gli *sporodochii* delle *Volutelle*, colle quali, come ho accennato, molti Autori vorrebbero confusi gli sclerozietti nostri. Quindi mentre le ife superiori dello sclerozio, dopo questo rapido sviluppo raggiante, sostavano nel loro accrescimento; quelle laterali scorrenti in diretto contatto col *substratum*, si svolgevano invece rigogliosamente invadendolo e si ordinavano formando i soliti cordoni miceliari, dai quali in alcuni punti si formavano dei grovigli di ife che davano origine a nuovi esilissimi sclerozietti, con processo analogo a quello descritto dallo Zopf per il *Septosporium bifurcum* (¹).

Però, nè da questi nuovi piccolissimi sclerozii, nè da quelli portati nelle colture, ottenni mai la formazione di apparati fruttiferi; e ciò malgrado io rinnovassi i liquidi nutritivi.

Dopo alcun tempo anche questi sclerozii si andavano ricoprendo delle solite goccie essudative e andavano pur essi in preda alle muffe.

Devo notare che gli sclerozii di nuova formazione ottenuti nelle colture, non raggiunsero mai nè il numero, nè le dimensioni, nè la rigogliosità di sviluppo di quelli che naturalmente si formano sui vasi nelle Serre.

Ho tentato molte volte la prova, ma sempre coi medesimi risultati.

Impresi pure la cultura degli elementi micelici provenienti dalla parte midollare degli sclerozii, spappolata, portando nelle culture il materiale così ottenuto.

Queste prove, come d'altronde era prevedibile, non diedero risultati di sorta, gli articoli rimasero immutati.

(¹) W. Zopf, *Die Pilze*, pag. 290, in Schenck, Handbuch der Botanik, vol. IV, 1890.

In conclusione, mediante le culture, ottenni: formazione di nuovi piccolissimi sclerozii, micelio, cordoni miceliari e null'altro.

Mentre attendevo a queste prove ho dovuto, mio malgrado, notare la facilità somma con la quale, gli sclerozii in ambiente molto umido venivano invasi dai parassiti e in special modo dai *Penicilli*; i quali, insinuando il loro micelio fra le ife sottili dell'involucro esterno dello sclerozio, riescivano ad emettere sulla superficie dello sclerozio i loro conidiofori.

Credo quindi di essere nel vero ritenendo che a tali invasioni parassitarie si debbano le errate descrizioni degli Autori, i quali dissero di aver osservato conidii catenulati sulla *Periola*, senza però mai segnare indicazioni di misure, le quali sarebbero state indispensabili per permetterne la identificazione.

I descrittori, che abbiamo ricordato nei capitoli I e II parlano di conidii globosi e di conidii cuboidei. Dopo quanto ho minutamente esposto non dubito di affermare che i conidii *globosi* sieno quelli dei parassiti; e che invece quelli *cuboidei* sieno niente altro che gli articoli del tessuto interno dello sclerozio, ottenuti con la pratica dello schiacciamento usata per le loro preparazioni.

Le stesse figure date dagli Autori, che qui abbiamo riprodotte, avvalorano la mia opinione che del resto è l'unica possibile, perocchè i conidii *non esistono*, *nè sullo sclerozio bianco*, *nè su quello di colore ocroleuco*.

II.

Per rispondere all'altro quesito, nell'intento cioè di scoprire quale potesse essere l'ulteriore destino dei due sclerozietti, ritenni opportuno, prima di ogni altra cosa, di studiare i funghi che si andavano svolgendo sul *substratum*, sullo *Sfagno* cioè e sul terriccio nei tratti occupati dagli accumuli degli sclerozii.

La mia attenzione fu attratta dapprima da un Myxomicete, il *Dictydium mutabile* Sch.; ma questo fungillo non comparve che una sola volta, in un vaso, unicamente su terriccio di castagno, non lasciando scorgere relazione di sorta, nè con l'uno, nè coll'altro tipo di sclerozii.

A più riprese quindi, tanto sui vasi, quanto sul terriccio vidi apparire abbondante un piccolo *Coprinus* (*Coprinus ephemerus* Fries); ma anche questo fungo non dimostrò rapporti cogli sclerozii; come non ne dimostrarono poi, nè una *Mycena* [1] (indeterminata); nè l' *Hypholoma hydrophilum* (Bull.) che ripetutamente comparvero sullo *Sfagno* dei vasi; nè la *Phialea echinophila* (Bull.) Quélet, sviluppatasi sui residui dei ricci contenuti nella terra di castagno.

Le osservazioni procedevano da alcuni mesi infruttuose, allorquando, venuta l'estate, e con essa i grandi calori, improvvisamente e simultaneamente in vasi differenti ove gli sclerozii di colore *ocroleuco* erano molto numerosi, vidi comparire alcune sferettine di un bel colore giallo di solfo.

In generale dopo due, tre e al massimo quattro giorni, vidi da tali sferette svolgersi graziosi, eleganti e delicatissimi corpi fruttiferi di un Agaricineo. Osser-

[1] È strana la predilezione delle piccole *Mycenae* a svilupparsi sugli *Sfagni*. P. A. Saccardo (*Sylloge*, vol. XIII, pag. 1188), annovera quattro specie di questo genere viventi tutte sugli *Sfagni*.

vandoli attentamente e delicatamente sollevandoli colle maggiori cautele, mi avvidi subito che detti corpi fruttiferi erano in intima, diretta relazione cogli sclerozii di colore *ocroleuco*. per mezzo di una infinità di minutissimi cordoncini miceliari, identici a quelli che avevo dianzi notato legare assieme gli sclerozii.

La soluzione del problema che riguardava gli sclerozii di color *ocroleuco* era quindi trovata!

Occorreva però avere la certezza assoluta dei rapporti tra gli sclerozii ed il corpo fruttifero, e questa mi fu indubbiamente dimostrata dal microscopio per mezzo di esaurienti preparazioni (tav. II, fig. 12).

Stabilito il nesso tra gli sclerozietti e il corpo fruttifero, procedetti alla determinazione della specie, e questa non fu difficile data la particolare prestanza di forme e di colore che essa presentava (tav. I, figg. 7 a 12).

Il piccolo Agaricineo risultò infatti essere una specie già da tempo nota ai micologi, sotto nomi diversi, fra i quali, come il più adatto, ritengo quello timidamente proposto nell'anno 1851 dallo Schnizlein di *Agaricus flos sulphuris*. nome però che egli, dopo averlo proposto, non aveva adottato, indicando invece la specie sotto il nome di *Agaricus* (*Lepiota*) *cepaestipes* Sow.

Giova avvertire però, che, forse, il primo che descrisse la nostra forma fu William Withering, il quale fino dall'anno 1776 l'avrebbe indicata col nome di *Agaricus luteus*, nome sotto il quale figurò, pare, anche nella tavola 50ª, comparsa nell'anno 1797, di Bolton (secondo le opinioni di Persoon, di Boudier e di P. A. Saccardo).

Ho accennato con esitazione alla sinonimia che risulterebbe dai lavori di Withering (¹) e di Bolton (²), perchè io ritengo che vi possano essere dei dubbi, se questi due Autori, abbiano realmente veduto la nostra specie o se essi invece non si sieno trovati di fronte alla vera *Lepiota lutea*, specie indigena che, per i caratteri di cui diremo, si distingue dalla forma nostra.

Gli Autori che indubbiamente, molto tempo prima di Schnizlein videro la *Lepiota Flos Sulphuris*, sono Albertini e Schweinitz (³). nell'anno 1805. « ne cum Russula lutea confunderetur, nomine novo licet ab invitis donanda fuit », la vollero distinguere col nome curioso di *Agaricus* (*Lepiota*) *Flammula*, nome che più tardi fu conservato da Kicks, da Gillet e da alcuni altri micologi.

Così pure, con una certa esitazione, accenno al Sécrétan (⁴), che nel 1833 avrebbe forse osservata la nostra specie distinguendola col nome di *Agaricus cepaestipes luteus*.

Col nome strano di *Agaricus Birnbaumii* descrisse Corda (⁵) una *Lepiota*, forse analoga alla nostra, notando le affinità delle sue parvenze esterne con quelle dei *Coprinus* « ist ein *Coprinus* ohne zerflissende Blätter », Corda raccolse la specie sui vasi di Ananassa nelle Serre di un giardino di Praga (1839).

(¹) W. Withering, *A Botanical Arrangement of all the Vegetables natur. growin, in Great brit.* Birmingham, 1ª ediz., 1776, pag. 344. (Cit. pers. Synp. 416).

(²) J. Bolton, *An History of Fungs. grow. about Halifax.* 1788. La tavola (50) edit. 1797.

(³) Albertini e Schweinitz, *Consp. Fungor. in Lusat. Sup.* ecc. Lipsiae, 1805, pag. 149.

(⁴) Sécrétan, *Mycographie Suisse ou descrip. des Champ.* ecc. Genève, 1833

(⁵) Corda, *Icones Fungorum*, vol. III, pag. 48, fig. 122. Praga, 1839.

Quélet ([1]) descrivendo una *Lepiota* che, per molti riguardi, possiamo ritenere simile alla nostra, ricorda esso pure che la esterna fisionomia del suo fungo, ha molte analogie coi *Coprinus*. « Il a l'aspect d'un *Coprinus*; rassemble à un *Coprinus* » (1872-1888). Quélet descrive questa forma sotto il nome di *Lepiota lutea*.

Passerini ([2]), sotto il nome di *Agaricus* (*Lepiota*) *citrinus* indicò una forma che ha molti rapporti con la *Lepiota Flos sulphuris*, ma che potrebbe pure confondersi con la vera *Lepiota lutea* o con la *Lepiota incerta* Mattirolo.

Riassumendo, da questa rivista delle probabili sinonimie della nostra specie, risulta evidente che il carattere *principe*, è quello che deriva dal suo colore, come è provato dai varii nomi che le furono dati.

Ma il color solfino della *Lepiota Flos sulphuris* non è uniforme, come nella *Lepiota lutea* Mattirolo, essendo la prima specie coperta da elegante forfora dovuta a leggeri fiocchetti micelici, facilmente *secedenti*, da una specie di pruina, di color ranciato.

Questa è la ragione per la quale il nome scelto, con felice intuito, dallo Schnitzlein mi parrebbe doversi adottare senz'altro.

La *Lepiota* (*Agaricus* Schniz.) *Flos sulphuris* Mattirolo, che i sistematici finora hanno considerato come una varietà della *Lepiota cepaestipes* (= *Lepiota cretacea* = *Agaricus Cretaceus* di Bulliard) è invece una specie indipendente, distinta non solo per il suo modo di svilupparsi in relazione cogli sclerozii, ma anche per molti caratteri di cui diremo; e differente dalle congeneri anche per la sua origine tropicale, come risulta dalle considerazioni seguenti degli Autori, che se ne occuparono.

Elia Fries ([3]) non soltanto asserisce essere la *Lepiota Flos-sulphuris* Mattirolo, frequente nelle Serre degli Orti botanici (in *calidariis Hortorum frequens*); ma al riguardo suo così si esprime: « tota indole et structura ab Europaeis recedit, pro- « ximis exceptis, sed in tropicis terris plures adsunt affines, quibuscum peculiarem « sistit tribus Hiatulis affinis ».

Hennings ([4]) ne ricorda invece l'*habitat* colle parole seguenti: « ist diese Art « höchst warscheinlich aus dem tropischen Sud-America eingeschleppt worden. In « Berliner Herbar, finden sich Exemplare mit den Sclerotien aus Guadaloupe von « Dussaing gesammelt; mentre nell'altro suo lavoro la dice senza alcuna reticenza. « aus Brasilien eingeschleppt ».

P. A. Saccardo (Sylloge, V, pag. 44), a proposito del nostro fungo scrive: « In « calidariis Hortorum Europae; frequens in India (Gardiner) et in Brasilia »; alle quali parole fa integralmente seguire la frase sopra riferita di Fries.

([1]) Quélet, *Les Champ. du Jura et des Vosges*. Paris, 1872-76, pp. 33 e 36. Id., *Flore mycologique de la France*. Paris, 1888, pag. 298.

([2]) Passerini, *Funghi Parmensi enumerati*, in Nuovo Giornale Bot. Ital., vol. IV. Pisa, 1872, pag. 53.

([3]) E. Fries, *Hymenomycetes Europaei*. Upsaliae, 1874. edit. alt., pag. 35.

([4]) P. Hennings, *Die in den Gewächshäusern des Berliner Bot. Gart. beob. Pilze*. Verh. des Bot. Vereins des Prov. Brandenb. Berlin, 1898, vol. XL, pag, 109. Id., *Die naturl. Pfanzenfamil.* Engler e Prantl), pag. 272, *Hymenomycetinae*.

Convinto che una indicazione precisa sul luogo di origine della specie non si potrà avere che in avvenire, da coloro i quali si occuperanno di ricerche micologiche nelle regioni tropicali, per cercare almeno di avvicinarmi alla soluzione della questione ho fatto una rivista, limitata alle osservazioni di quegli Autori italiani, i quali ho potuto ragionevolmente ritenere avessero veduta la *Lepiota Flos sulphuris*.

In Italia adunque questa specie fu osservata:

1° in Liguria, dove Baglietto [1] nell'anno 1886 notò la specie sul terriccio e sulla vallonea usata nelle Serre del R. Orto botanico di Genova, unitamente ad una varietà alla quale egli diede il nome di var. *nigrescens-minor: pilei umbonoque squamulisque nigricantibus*...;

2°) nel Nizzardo, ove fu raccolta del Barla [2] sempre sul terriccio in una Serra del giardino Toselli (1886);

3°) nel Veneto, la osservò Bizzozero [3] nelle Serre del R. Orto botanico di Padova (1885);

4°) nell'Emilia, il Passerini [4] la raccolse e la descrisse, come si è detto sopra, sotto il nome di *Agaricus* (*Lepiota*) *citrinus*;

5°) in Toscana, Luigi Ajuti ripetutamente trovò nelle Serre dell'Orto botanico dei Semplici, tipici esemplari che gentilmente mi comunicava, cresciuti sullo Sfagno vecchio, usato per le culture;

6°) a Pisa, nelle Serre del R. Orto botanico fu notata dal Barsali (1904) [5];

7°) a Napoli, la registrò il Comes (1878) [6] su legno marcio nelle Stufe di Valiante allo Scudillo;

8°) in Piemonte, finalmente, nelle Serre del R. Orto botanico di Torino la raccolsi io stesso moltissime volte.

Da questa rivista che potrebbe essere sussidiata da una quantità di osservazioni raccolte nelle *Flore europee*, che mi pare inutile di riferire, risulta:

I. Che la patria della *Lepiota Flos sulphuris* è oggi ancora ignota.

Hennings, come si è veduto, parla delle regioni tropicali sud-americane, accennando al Brasile; Fries ammette anche egli l'origine tropicale; ma finora l'unico dato di fatto è quello che si potrebbe dedurre dallo studio dell'esemplare di Dussaing, raccolto alla Guadalupa.

II. Che finora tanto in Europa, quanto nell'America settentrionale (come si rileva dalla opera recente di Hard [7], il nostro fungo fu trovato unicamente nelle Serre, in ambiente riscaldato e molto umido.

E qui giova notare che lo *Sfagno* ed i materiali varii (terra di castagno, vallonea, muschi e consimili), usati nelle Serre per la cultura delle piante tropicali, non

(1) F. Baglietto, *Primo censimento dei Funghi della Liguria*, in Nuovo Giornale Bot. Ital., 1886, pag. 235.

(2) Barla, *Liste des Champ.*, in Bull. Soc. Myc. de France, n. 3, pp. 117-19.

(3) Bizzozero, *Flora Veneta critt.* Padova, 1885, pag. 35.

(4) Passerini, loc. cit.

(5) Barsali, *Aggiunte alla Micologia Pisana*, in Bull. Soc. Bot. Ital., 1904, pag. 78

(6) Comes, *I funghi del Napoletano*, in Annuario Scuola di Portici, 1878 pag. 9.

(7) Hard, *The Mushroom edible and otherwise its Habitat and its Time of Growth.* Columbus, pag. 54, fig. 37, 1908.

portano mai gli sclerozii nè conseguentemente la *Lepiota*, se non quando sono stati nei vasi almeno almeno per un periodo di un anno, ed abbiano ivi subìto speciali metamorfosi regressive.

Quando si cambia lo *Sfagno* alle piante si è certi della scomparsa degli sclerozii e quindi della *Lepiota*, che più non ricompaiono se non dopo il periodo indicato di tempo, come molte volte abbiamo osservato e come notò già lo Schnizlein fino dal 1851 (¹).

Da quanto si è detto, appare evidente che i disseminuli di questa specie sono stati portati in Europa dai paesi tropicali unitamente alle piante di Serra, e che unicamente in tale ambiente abbiano trovato condizioni adatte al loro sviluppo.

Non si può ritenere che tanto il micelio quanto gli sclerozii stieno in speciali relazioni simbiotiche con specie di piante determinate, perocchè essi si incontrano nelle nostre Serre sopra ogni sorta di vasi contenenti le specie più disparate, sempre però dove *da tempo* si trovano *Sfagni*, *Muschi*, *Terra di castagno* o materiali simili usati per la coltivazione delle piante tropicali.

Alcune volte nelle Serre osservai gli sclerozii della *Lepiota Flos sulphuris* anche nei vasi dove non vi erano piante; una volta li vidi apparire anche sulle etichette di zinco, ed una volta osservai i corpi fruttiferi su pezzetti di travi marcescenti.

Perchè il lettore possa farsi un concetto sicuro del tipo e delle parvenze della *Lepiota Flos sulphuris* non solo ho cercato di descriverla esattamente ma l'ho riprodotta con la fotografia e coi colori nel modo migliore che mi fu possibile (tav. I, fig. 7 a 11), mentre accenno alle rappresentazioni iconografiche già esistenti, che mi parvero migliori e delle quali constatai la esattezza mettendole di fronte al fungo nello stato suo naturale.

La *Lepiota Flos sulphuris* fu bene riprodotta dai seguenti Autori:

1851. Da Schnizlein, loc. cit.

1878. Da Gillet, tav. 15, sub *Lepiota flammula* Alb. et Schwein., loc. cit.

1881. Da Cooke, tav. 5, loc. cit., sub *Agaricus* (*Lepiota*) *cepaestipes*.

1905-910. Da Boudier, tav. 19, loc. cit., sub *Lepiota lutea* (Bolt.) Quélet.

Noto però a proposito della tavola del Boudier che questo Autore ha tenuto una colorazione solfina uniforme, mentre per tutti gli altri caratteri la bella sua figura si adatta mirabilmente alle parvenze generali della *Lepiota Flos sulphuris*.

III.

La soluzione del problema riferentesi al destino degli sclerozietti *bianchi* (= *Sclerotium mycetospora* Nees) è stata assai facile, perciò che essi pure diedero origine quasi contemporaneamente a quelli di color *ocroleuco* ad una *Lepiota* di proporzioni simili a quelle della *Lepiota Flos sulphuris*, ma di colore assai differente.

(¹) A. Schnizlein, loc. cit.: « In dem Moose (meistens *Hypnum Tamariscinum* und *splendens*) « welches im hiesigen botanischen Garten zu den Beeten der Warmhäuser verwendet wird, zeigt « sich dieser Pilz öfters wenn dieses Moos bereits 1 ½ Jahr gedient hat. Er entsteht dann in den « durch Moder zusammengehalten Massen an vielen Stellen zugleich und zahlreich, und es ist dies « ein ganz hübscher Anblick ».

Pure in questo caso, adottando le stesse cautele (ved. Cap. II), mi fu possibile accertare la indubbia relazione fra gli sclerozii e i corpi fruttiferi, che ottenni ripetute volte nelle stesse condizioni e relazioni in due anni successivi nel R. Orto botanico di Torino; e che ebbi dalla cortesia dell'amico prof. Baccarini e del signor Luigi Ajuti dalle Serre delle Orchidee del R. Orto di Firenze.

Difficoltà molto gravi trovai invece quando mi accinsi alla determinazione della specie, perchè non mi fu possibile identificarla con alcuna di quelle finora descritte dagli Autori.

Così, quantunque mi sieno rimasti dubbi sulla *novità* della mia *Lepiota*, pure mi sono deciso a descriverla come forma nuova, essendomi trovato nella impossibilità di risolvere questi dubbi.

Chi si occupa di Imenomiceti comprenderà di leggieri le condizioni nelle quali mi sono trovato, e apprezzerà, spero, la decisione alla quale mi sono appreso di indicare con nome nuovo la forma che ho trovato in relazione di sviluppo cogli sclerozii *bianchi*.

Io ho fiducia che, dopo la dimostrazione della dipendenza della specie con gli sclerozii, così comuni nelle Serre degli Orti botanici, si potranno ripetere le osservazioni mie e che si giungerà a conchiudere circa la indipendenza o non della mia forma da quelle già descritte.

Per intanto io propongo il nome di *Lepiota incerta*, nome che vale a significare il mio pensiero.

Lepiota incerta Mattirolo nov. sp.

(Tav. II, figg. 9 a 11).

Minuta, elegans, 5 ad 8 cent. alta; 2 ad 5 lata.

Pileo ab initio campanulato, umbrino, flocculoso, dein expanso, membranaceo, stramineo-albo, ad centrum tantum carnosulo, floccis minutis in medio congestis quasi testaceis; ad marginem striato-sulcato rarioribus.

Stipite elongato, flocculoso, fistuloso, bulboso, circa basim albo, circa annulum isabellino.

Annulo lacero, farinoso, secedente.

Lamellis stramineo-albis, liberis, stipite remotis; Carne alba.

Sporis hyalinis, ovato-ellipsoideis, 8-10 × 4-6.

Nel suo aspetto generale la *Lepiota incerta* ricorda la *Lepiota cristata* di Albertini e Schweinitz [1], dalla quale però differisce per i caratteri che presenta l'anello; per la colorazione delle squame; per la natura dei tessuti.

Essa inoltre ha rapporti colle specie seguenti:

Lepiota tenella di Boudier [2], dalla quale, pure avendo comune l'*habitat* (nelle Serre), differisce non solo per i caratteri cromatici, ma anche per il tipo dell'anello e le dimensioni delle spore, che nella *L. tenella* raggiungono 12-14 × 7-8.

[1] Ved. Albertini e Schweinitz, loc. cit.

[2] E. Boudier, *Icones Mycologicae*, tom. IV (testo), pag. 8; tav. 18, tom. I.

Agaricus cepaestipes var. *nigrescens* caratterizzata dal Baglietto [1] nell'anno 1886, colle parole seguenti: var. *nigrescens*: *minor*; *pilei umbone squamulisque nigricantibus. Sporae ovoideae vel ellipsoideae, episporio crassiusculo praeditae, non nunquam nubiloso-granulosae.* Caratteri che mi paiono sufficienti per autorizzare una supposizione, ma non una decisiva identificazione tra le due forme, le quali hanno comune l'*habitat* nei *Calidarii*, sul terriccio. Le affinità maggiori della *Lepiota incerta*, secondo me, si dovrebbero riconoscere coll'*Agaricus* (*Lepiota*) *straminellus* descritto pure dal Baglietto [2] fino dall'anno 1864 nei *Commentarii* della Società crittogamologica italiana e pubblicato quindi nell'Erbario crittogamico italiano; perciò che messi a paragone gli esemplari essiccati raccolti dal Baglietto, e quelli, pure essiccati, da me raccolti si somigliano così che si sarebbe indotti senz'altro a ritenerli identici.

I dati però che risultano dalla descrizione dell'Autore consigliano a rifiutare questo avvicinamento, per le seguenti ragioni:

Il fungo del Baglietto [3] sarebbe «*gregario*»; l'anello «*persistente, crassiusculo, erecto, sublacero*»; i *flocci* «*glutinosi*»; ma più di tutto le spore sarebbero assai più piccole di quelle della *Lepiota incerta*, misurando soltanto 4-6 × 2-3, nella specie di Baglietto, la quale inoltre ha lo stipite *concolore* e *gracile*.

L'*habitat* delle due *Lepiotae* è identico, perchè tutte e due crescono nei letti caldi, sul terriccio vegetale dei vasi conservati nelle Serre. Il Baglietto però non accenna in nessun modo a miceli, o a forme miceliche.

Finalmente anche con la *Lepiota serena* (Fries) Sacc. e con la *Lepiota Brebissoni* [4] Godey e con altre vicine specie, quali ad es. la *Lepiota Morieri* di Gillet dimostrerebbe la nostra specie affinità di parvenze esterne, come si rileva dalle figure, differendone però per varii e notevoli caratteri, quali si notano nelle descrizioni.

Del resto la confusione che regna nel campo di tutte queste forme vicine non ci consiglia di insistere maggiormente sull'argomento, perocchè mancano assolutamente i dati per portare un giudizio ineccepibile sulla indipendenza o non della nostra forma.

[1] F. Baglietto, *Primo censimento dei Funghi della Liguria*, in Nuovo Giornale Bot. Ital. Firenze, 1886, pag. 235.

[2] F. Baglietto, *Commentarii della Società crittogamologica italiana*, vol. II, pag. 263; id., Erbario crittogamico italiano, 1866, fascicoli XXVII-VIII, n. 1345.

[3] E. Fries, *Hymen. Europaei*, pag. 35.

[4] G. C. Gillet, *Les Champignons qui croissent en France*. Paris. Ved. ivi, pag. 64, tav. 39, figg. 1 a 5; pag. 62, tav. 39, figg. 6 a 9.

CAPITOLO VI.

Avendo avuto molte volte occasione durante queste lunghe mie ricerche di osservare e di studiare tanto nelle Serre, quanto sulla terra di castagno, sia in natura come nei depositi dei giardini, di foglie morte ecc., oltre alle due accennate *Lepiotae*, non solo la *Lepiota cepaestipes*, quella cioè che gli Autori considerano quale capostipite di una varietà *lutea* e della *Lepiota Flos sulphuris*; ma anche la tipica *Lepiota lutea*, credo mio dovere di specificare in questo scritto quali sieno le mie idee sul valore sistematico tanto della *Lepiota cepaestipes*, quanto delle congeneri finora con essa confuse.

Nell'intento di non accrescere il disordine già esistente, mi sono deciso a lasciare da parte la storia dell'argomento e quindi la rivista delle idee e dei sinonimi usati dagli Autori a partire dall'anno 1787; perocchè mi avvidi che, dopo averla faticosamente messa insieme, essa non avrebbe avuto alcuna utilità, perciò che molti Autori non tennero conto alcuno dei caratteri delineati dai primi descrittori e molti scrissero le loro opere senza aver veduto il fungo!

D'altronde io non avrei fatta altra cosa che ripetere quello che ha condensato, con la sua alta competenza, nei volumi della sua *Sylloge*, P. A. Saccardo [1].

Io mi limiterò quindi a presentare al lettore i miei apprezzamenti, desunti da indagini mie, condotte su materiali da me raccolti e studiati, le quali mi condussero a distinguere nettamente quattro specie distinte delle quali darò la descrizione accompagnandole colle sinonimie e le indicazioni iconografiche che io ritengo corrispondenti a verità, nella fiducia di riescire a portare luce in questa intricatissima questione, divenuta tale per colpa di coloro che studiano sui libri e non sulla natura.

Specie I.

Lepiota (*Agaricus cretaceus* Bulliard) **cretacea** Mattirolo.

(Tav. III, figg. 4 e 5).

Sinonimi:

Agaricus cretaceus Bull. Champ., tav. 374, edita nell'anno 1787.
Agaricus cepaestipes Sower., tav. 2ª (secund. Vittadini et Aut.), 1796.
Agaricus (*Lepiota*) *cretaceus* Bull. Vittadini, pag. 347.
Lepiota cepaestipes var. *cretacea* Saccardo, *Sylloge*, pag. 44, vol. V.

Descrizione. — Tolgo la descrizione della specie tale e quale sta nel volume di Vittadini, perchè nella sua semplicità essa è come una fotografia fatta colle parole. Di mio non aggiungerò altro che i caratteri e le misurazioni delle spore.

[1] P. A. Saccardo, *Sylloge*, vol. V; id., *Hymeniales della Flora cryptogama italica*, 1915, pag. 69 e seg.

Lepiota cretacea (*Agaricus* Bull.) Mattirolo.

Gregaria. Pileus ex albido flavescens, squamosus, margine striatus. Lamellae latae, aquoso-albidae, remotae. Stipes flocculosus, inverse clavatus. Annulo mobili, erecto cinctus. Volva fugax; Sporae ovatae, limoniformes, 8-10 × 4-6, uniguttulatae (1).

Molto opportuno per avere una idea del tipo del nostro fungo mi pare accennare al rilievo fatto dal Vittadini, che la *Lepiota cretacea* assomiglia al comune *Pelliccione*, cioè alla *Lepiota procera* Quél. Avendo raccolto nel terriccio proveniente dalla decomposizione delle foglie nel R. Orto botanico di Torino, numerosissimi esemplari, che usai pure come cibo, ho potuto convincermi, come, specialmente negli individui più sviluppati, sia notevole tale somiglianza.

Iconographia. — Ecco ora l'elenco delle tavole da me vedute e paragonate col fungo in natura, le quali, secondo il mio parere, rappresentano meglio la *Lepiota cretacea*:

1°) La figura e la descrizione del Bulliard, corrispondono assai bene al vero. La specie vi è rappresentata in tutti gli stadii di sviluppo; essa è esagerata nella tinta troppo rossastra, e manca di quell'aspetto « *pelucheux* » o « *cotonneux* » che le è caratteristico e al quale pure accenna l'Autore. La tavola porta il numero 374 e fu eseguita nell'anno 1787.

2°) James Sowerby figurò nell'anno 1796 la *Lepiota cretacea* indicandola col nome specifico di « *cepaestipes* ». Non avendo potuto vedere questa figura la ricordo, però che essa è unanimemente citata dagli Autori.

3°) La figura della *Flora danica* (vol. X, fasc. XXVIII a XXX; tav. 1721, anno 1800), lascia molto a desiderare, tanto che E. Fries ritenne che essa rappresentasse una forma particolare, alla quale questo Autore diede il nome di « *forma pumila* » (ved. E. Fries, *Hymen.*, pag. 35).

4°) La tavola 333 di Gréville (2) fu esaminata gentilmente per me e per gli scopi miei, dall'illustre mio amico P. A. Saccardo, che la ritenne corrispondere assai bene alla *Lepiota cretacea* e agli esemplari freschi che io gli avevo appositamente inviati. La figura comparve nell'anno 1828.

5°) Le figure 5 a 11 della tavola 15ª della *Flore mycologique illustrée des Alpes maritimes* del Barla (1889); e soprattutto le figure 5 e 6, che secondo l'Autore rappresenterebbero la *Lepiota rorulenta* (*Ag. rorulentus* di Panizzi (3) corrispondono assai bene al tipo della nostra specie.

6°) La tavola 15ª di Gillet è certo una delle migliori (1878-1890).

(1) Non so comprendere come Quélet nella *Flore Mycologique de la France* (1888, pag. 298), abbia potuto dire che le spore di questo fungo sieno *bioccellatae*!

(2) R. H. Gréville, *Scottisch. Crypt. Flor.*, tab. 333, anno 1828.

(3) Panizzi, *Comment. della Società Crittog. italiana*, n. 3, sett. 1862, pag. 172 (*Agaricus rorulentus* Pan.). La specie del Panizzi è per me sinonima della *Lepiota cretacea* avente il cappello più campanulato e lo stipite basale meno gonfio.

7°) Ottima la figura data dal Cooke nella tavola 942 [1].

8°) Molto significativa la fig. 37 di M. E. Hard [2], che ci presenta il fungo in grandezza naturale, riprodotta da fotografia.

9°) Raccomandabile, nel complesso, la fig. 612 delle *Tabulae Analiticae Fungorum* (2ª serie) del Patouillard (Paris, 1886), dove il fungo è figurato sotto il nome di *Leucocoprinus cepaestipes* Sowerby.

Specie II.

Avendo già ampiamente trattato della sinonimia della *Lepiota Flos sulphuris* (*Ag.* Schn.) Mattirolo, e della sua iconografia mi limiterò qui a riferire la frase diagnostica che la riguarda.

Lepiota (*Ag.* Schnizl.) **Flos sulphuris** Mattirolo.

(Tav. I, figg. 7 a 12 e fig. 6).

Species pulcherrima, minuta, gracilis 4-10-12 cent. alta. Colore vivide luteo-sulphureo.

Pileo ab initio obtuso, campanulato dein expanso, flocculoso. Flocculis minutis, plumosulis, secedentibus, in medio congestis, aurantiacis et ad marginem striato-sulcatum, rarioribus.

Stipite gracile, fistuloso, bulboso, squamoso, flocculoso, flocculis aurantiacis uti in Pileo et maxime, basim versus, frequentioribus.

Annulo membranaceo, flocculoso, secedente.

Lamellis liberis a stipite remotis, sulphureis.

Sporis ovato-ellipticis hyalinis uniguttulatis, 8-10 × 4-6.

Aggiungerò che la indipendenza, come specie, della *Lepiota Flos sulphuris*, che io ammetto riferendomi alle osservazioni ampiamente esposte nel Capitolo IV, non è opinione nuova. Albertini e Schweinitz (loc. cit.) descrivendo, come si è detto, la specie sotto il nome di *Agaricus* (*Lepiota*) *Flammula* dissero che essa; « a cepaestipite... toto sane coelo differt ». Boudier indicandola sotto il nome di *Lepiota lutea* Quél. (Bolt.), assicura (loc. cit.): « je la crois distincte de *Lep. cepaestipes* ».

Specie III.

Lepiota incerta Mattirolo nov. sp. (V. Tav. II).

La descrizione, la ragione del nome adottato, la sinonimia e la iconografia, nonchè i suoi rapporti genetici con gli sclerozii *bianchi* (*Sclerotium mycetospora* Nees) sono stati ampiamente trattati nel Capitolo IV), cosicchè ad essi rinvio il lettore. (Ved. pag. 561 a pag. 564).

[1] Cooke, *Illustr. of British Fungi*, vol. VII, tav. 942, 1888-1890.

[2] M. E. Hard, *The Mushroom edible and otherwise*..... Columbus (Ohio), pag. 54, fig. 37, sub *Lepiota cepaestipes*.

Specie IV.

Lepiota lutea Mattirolo (Non Bolton nec Quélet).
(Tav. III, figg. 1, 2, 3).

Oltre alle precedenti, anche una quarta specie, assai vicina nell'aspetto suo generale, a quelle ora descritte e specialmente alla *Lepiota Flos sulphuris*, ma però avente caratteri ben definiti, si è rivelata durante questi studî.

Non si tratta di una forma nuova; ma di una specie già da tempo osservata, confusa con la *Lepiota Flos sulphuris* e con essa assieme compresa nell'ambito della *Lepiota cretacea* della quale fu ritenuta una *varietà*.

Per parecchi anni ho osservato tale specie sulla terra di castagno immagazzinata all'aperto nell'Orto botanico di Torino, dove io la ottenni in numerosi esemplari con la semplice operazione della innaffiatura del *substratum* sul quale era apparsa.

La causa della lamentata confusione è stata da una parte il colore delle due specie, dall'altra il fatto che pochi Autori hanno studiato i due funghi.

La *Lepiota Flos sulphuris* è infatti rara e non compare mai altro che nelle Serre, ove è legata alle condizioni speciali di temperatura, quali si addicono allo sviluppo e alla conservazione delle specie tropicali; mentre la *Lepiota lutea* Matt. è tutt'altro che rara e si sviluppa *all'aperto*, sulla terra di castagno, sui vecchi tronchi di specie varie, come è indicato nelle *Flore*; e secondo Persoon anche sulle concimaie (*in fimetis*). Io, ad es., la osservai *all'aperto* tanto in Piemonte, quanto in Lombardia (Rodero-Como), sempre su terra di castagno.

Notisi poi che, a differenza della *Lepiota Flos sulphuris*, la *Lepiota lutea* Matt. è specie « *gregaria* », ha colore *uniforme* sulfureo chiaro, stipite appena rigonfiato non bulboso (*subbulbosus*, dice Persoon), non coperto da fiocchetti, ma peloso, squamoso; lo stipite è brillante, mancante cioè di quella flocculosità che distingue l'altra specie.

Le spore sono assai piccole; hanno un contorno nettamente *ovato-rotundato*, o *rotundato*, e misurano appena da $4\text{-}5 \times 3\text{-}4$.

Il micelio poi è bissoideo, filamentoso, mancante dei numerosi sclerozietti che sono proprii invece dell'altra specie.

Nel suo complesso la *Lepiota lutea*, pure assomigliando assai alla *Lepiota Flos sulphuris*, non presenta mai nè la sveltezza e finezza di forme, nè la eleganza del colore citrino vagamente punteggiato dai fiocchetti di color ranciato, che sono proprii e caratteristici di quest'ultima specie.

Se, con la essiccazione, alterandosi i caratteri cromatici, le due specie ci appaiono confondibili, allora con la misurazione delle spore si possono ancora distinguere con la massima facilità, tanto più che quelle della *Lepiota lutea* sono *ovato-rotundate* o anche nettamente *rotundate*; mentre invece si presentano le spore *ovato-ellittiche* nella *Lepiota Flos sulphuris*.

Per non creare nomi nuovi ho conservato quello già consacrato dall'uso, avvertendo però che esso non dovrà più essere inteso nel senso che gli si attribuiva dagli Autori. Ricordo inoltre che la *Lepiota lutea* è fungo della nostra Flora e che invece

la *Lepiota Flos sulphuris* è specie tropicale introdottasi con le colture dei vegetali tropicali nelle Serre degli Orti botanici.

La frase diagnostica che propongo è la seguente:

Lepiota lutea (non Bolton, nec Quélet) Mattirolo.

Gregaria; minuta, 3-5-6 cent. alta, 3-4 lata, tota lutea sulphurea.
Stipite subbulboso. annulato.
Annulo araneoso secedente.
Pileo obtuso, conico, dein expanso, piloso, squamoso.
Lamellis liberis remotis.
Sporis hyalinis subrotundatis, 4-5 × 3-4,

Persoon, nella *Synopsis* (pag. 416), la cui descrizione (sub. *Agar. luteus* With. Arrang. 3, pag. 344) corrisponde alla nostra, scrive: « secundum figuras Sowerbej distinctissima species! ».

Oltre ai funghi or ora descritti confusi tra loro o variamente interpretati dagli Autori, dobbiamo ancora accennare a due altre forme ritenute esse pure quali *varietà* della *Lepiota cretacea.*

Ma siccome tali varietà furono create, non coll'esame diretto della natura, ma con la sola e semplice ispezione di figure (prive ancora di colore) o sulla fede di manoscritti, così io non farò che accennarle.

1°) Il Martelli [1] ha creduto di identificare l'Agaricino indicato dal Micheli nei suoi manoscritti (pag. 122), con l'*Agaricus cepaestipes* di Sécrétan (*Myc. Suisse*, pag. 50), non con quello di Sowerby, il quale, come si è accennato, è sinonimo della *Lepiota cretacea* Mattirolo.

Il Micheli [2] parla di un « *pileolo, purpureis maculis tigridis ad instar notato, lamellis pariter purpureis* ». Ora questi caratteri assolutamente nulla hanno da vedere coi funghi aventi analogia con la *Lepiota cretacea.*

2°) Per mancanza di dati io non mi arrischio di portare un giudizio sulla varietà « *prealta* » (Gm.) Saccardo e Traverso [3] (*Sylloge*, XIX, pag. 1077), che questi Autori crearono con la sola ispezione della figura di P. A. Micheli della tav. 81 (fig. 3); varietà che è stata pure ultimamente registrata anche nelle *Hymeniales* di P. A. Saccardo.

[1] U. Martelli, *Gli Agaricini del Micheli illustrati*, in Nuovo Giorn. Bot. ital., vol. XVI, 1884, pag. 216.

[2] P. A. Micheli, *Nova Plantarum Genera*. Florentiae, 1729, tab. 81, fig. 3.

[3] P. A. Saccardo, *Hymeniales*, in Flora italica cryptogama. Rocca S. Casciano, pag. 69 (1915-16).

CONCLUSIONE.

Le ricerche e le osservazioni che hanno formato l'oggetto della presente Memoria, illustrano il ciclo di sviluppo di due *Lepiotae*; rivelano il destino di due tipi di sclerozii finora erroneamente interpretati; definiscono il valore sistematico di due altre specie di *Lepiotae* vicine alla *Lepiota cretacea* Mattirolo (*Agar. cretaceus* Bull., *Agar. cepaestipes* Sow.).

Queste ricerche, se da una parte fanno conoscere una serie di fatti nuovi, sono d'altra parte come la coordinazione di cognizioni sparse, di osservazioni monche, la definizione di dubbi e di confusioni inevitabili, quando si riprende lo studio minuzioso di forme facili a rintracciarsi, le quali perciò sono rimaste per lungo periodo di tempo alla mercè di descrittori più o meno scrupolosi.

Come il lettore si sarà convinto, molte delle osservazioni mie non avrebbero avuto ragione di essere, ove le vedute dei primitivi descrittori fossero state dai successori loro convenientemente valutate.

Il desiderio di novità e quindi di fama è assai sovente contrario al progresso della scienza; anzi, come lo dimostrano queste osservazioni, può essere fautore di regresso, di confusioni, di errori. E questi errori riescono di maggiore conseguenza, allorchè ripetono la loro origine da grandi nomi e da grandi opere.

L'osservatore dovrebbe sempre procedere con la massima cautela e prima di rigettare una osservazione qualsiasi, dovrebbe considerarla e vagliarla attentamente.

Se, per esempio, nel nostro caso Elia Fries avesse ponderato bene ciò che avevano precedentemente scritto, tanto il Schumacher, quanto il Nees, i successori, non si sarebbero trovati oggi, davanti ad un così grande accumulo di errori e di confusioni.

Prima di riassumere, per comodità del lettore, in poche proposizioni ed in una tavola sinottica i principali risultati da me ottenuti, in uno studio che ha durato parecchi anni, ma che fu conchiuso solo negli anni 1916-17, mi è gradito dovere quello di ringraziare l'amico carissimo prof. P. A. Saccardo per le sue gentili e autorevoli comunicazioni e per i suoi consigli; il collega diletto P. Baccarini ed il signor Luigi Ajuti per l'invio di materiali.

1°) La *Periola hirsuta* di E. Fries non è una specie indipendente. Essa non è che lo sclerozio della *Lepiota Flos sulphuris* (*Agaricus* Schnizl.) Mattirolo.

2°) I conidii della *Periola hirsuta* non esistono.

3°) Lo *Sclerotium mycetospora* di Nees è lo sclerozio della *Lepiota incerta* Mattirolo. Esso non ha relazione nè coll'*Agaricus volvaceus*, nè con la *Lepiota* (*Ag.* Bull.) *cretacea* Mattirolo.

4°) I due sclerozii, cioè quello della *Lepiota Flos sulphuris* Mattirolo e quello della *Lepiota incerta* Mattirolo, furono tra di loro confusi dagli Autori, perche viventi promiscuamente sullo stesso *substratum* nelle Serre dove si coltivano le specie tropicali.

5°) La *Lepiota cepaestipes* Sowerby, è sinonima dell'*Agaricus cretaceus* Bull. e quindi della *Lepiota cretacea* Mattirolo.

6°) Le particolarità descritte dal De Seynes nel micelio della *Lepiota cepaëstipes* Sow. (*Lepiota cretacea* Mattirolo), non hanno relazione alcuna con un qualsiasi atto riproduttivo.

7°) La *Lepiota Flos sulphuris* Mattirolo, e con la massima probabilità anche la *Lepiota incerta* Mattirolo, sono da ritenersi specie tropicali introdottesi da lungo tempo nelle Serre degli Orti botanici, con la coltura delle piante tropicali.

8°) Tanto la *Lepiota Flos sulphuris* Matt., quanto la *Lepiota incerta* Matt., hanno origine non da uno sclerozio unico; ma sibbene da una quantità di piccolissimi sclerozii, differenti per ognuna delle due specie, e fra loro riuniti sul *substratum* da micelio bissoidale o da esili cordoni miceliari.

9°) Il micelio, i cordoni miceliari e gli sclerozii delle due specie non sono legati ad una particolare famiglia di piante tropicali; ma sono invece in dipendenza della qualità del *substratum* (*Sfagno*, muschi, terra di castagno ecc.), quando questi materiali sieno a lungo tenuti in ambiente umido e riscaldato, come si verifica artificialmente nelle Serre dei giardini e naturalmente nelle regioni tropicali, loro paesi di origine.

10°) La *Lepiota lutea* Mattirolo è una specie indipendente, non una varietà della *Lepiota cretacea* Mattirolo. La tavola sinottica seguente, che riassume i caratteri proprii alle varie *Lepiotae* delle quali è cenno nella presente Memoria, offre al lettore, le ragioni che mi hanno indotto a considerarle come specie *indipendenti*, assolutamente *distinte* dalla *Lepiota cretacea* Mattirolo.

Riconosco che per seguire nella sua integrità il ciclo di sviluppo delle specie prese in esame, sarebbe stato opportuno partire dalle singole spore. Ma ciò non mi è riescito, per le gravi difficoltà che in pratica si sono verificate, le quali non mi hanno permesso di compiere il lavoro vagheggiato e tentato a più riprese.

Il lungo periodo che la pratica ha dimostrato essere necessario perchè i materiali che servono di *substratum* al micelio delle *Lepiotae* tropicali (*Lepiota Flos sulphuris* Mattirolo e *Lepiota incerta* Mattirolo), possa essere reso adatto alla coltivazione del micelio, e la ignoranza del valore e delle modalità dei processi preparatorii del *substratum*, furono un ostacolo insormontabile. Le colture a più riprese tentate non condussero a risultato, nè mi fu possibile seguire lo sviluppo del micelio direttamente dalle spore.

Ciò non pertanto faccio osservare che partendo dal micelio il ciclo di sviluppo delle due specie è stato opportunamente seguito, nè possono sussistere dubbi sulle relazioni tra il micelio, lo sviluppo degli sclerozii e quello dei corpi fruttiferi.

Io credo che lo studio che mi ero proposto di completare, partendo dalle spore, potrà essere facilmente compiuto nei paesi di origine delle due *Lepiotae*, perocchè ivi le condizioni naturali permetteranno di operare in tempo breve e in condizioni più adatte di quelle che si hanno lavorando in ambiente artificialmente riscaldato, ove il micelio non dà origine agli sclerozii e ai corpi fruttiferi se non in condizioni di tempo e di ambiente le quali si verificano soltanto saltuariamente nelle nostre Serre.

Chiave per il riconoscimento delle specie del genere Lepiota, confuse con la Lepiota cretacea Mattirolo (= Ag. cretaceus Bull.).

Specie gregarie provviste di micelio filamentoso, bissoideo, privo di *sclerozii*. *Specie europee.*

- Funghi mediocri.
  Pileo bianco.
  Stipite bulboso.
  Lamelle bianche.
  Anello presente.
  Spore ellissoidee.
  8-10 × 4-6.
  — **LEPIOTA CRETACEA** Mattirolo.
  = *Agaricus cretaceus* Bull.
  = *Lepiota cepaestipes* Sow.

- Funghi minuti.
  Pileo di color solfo (chiaro).
  Stipite subbulboso.
  Lamelle solfine.
  Anello presente.
  Spore subrotonde.
  4-5 × 3-4.
  — **LEPIOTA LUTEA** Mattirolo.
  = *Lepiota cepaestipes* var. *lutea* Bolt.

Specie solitarie o subsolitarie. Micelio con numerosi piccoli *sclerozii. Specie tropicali.*

- Funghi minuti elegantissimi.
  Pileo color giallo di solfo (carico) con fiocchetti ranciati.
  Stipite bulboso.
  Lamelle solfine.
  Anello membranaceo.
  Spore ellittiche.
  8-10 × 4-6.
  Sclerozii di colore ocroleuco, minutissimi. (*Periola hirsuta* Fries).
  — **LEPIOTA FLOS SULPHURIS** Mattirolo.
  = *Agaricus Flos sulphuris* Schnizlein.

- Funghi minuti.
  Pileo bianco con fiocchetti testacei.
  Stipite bulboso.
  Lamelle bianche.
  Anello lacero, farinoso.
  Spore ellittiche.
  8-10 × 4-6.
  Sclerozii bianchi minutissimi, ma però più grossi che nella specie precedente.
  — **LEPIOTA INCERTA** Mattirolo.
  (Quoad, probabil. *Syn.*, vide pp. 562 e 563).

BIBLIOGRAFIA

ALBERTINI e SCHWEINITZ. « Conspectus fungorum in Lusatia superioris, agro Niskiensi crescentium ». Lipsiae, 1805, pag. 149.

AMBROSI. « Un canestro di Imenomiceti raccolti nella Valle di Sella nel 1882 ». Padova, 1883. Boll. Soc. Ven.-Trent. Scienze Nat., tomo. II, pp. 37-44.

ARCANGELI. « Sopra varii funghi raccolti nell'anno 1898 ». Bull. Soc. Bot. ital., anno 1899, pag. 17. (È ricordato il nome di *L. cristata*).

F. BAGLIETTO. « Materiali per la Micologia italiana ». Commentario della Società crittogamologica italiana. Genova, 1864, pag. 263.

— « Primo censimento dei Funghi della Liguria ». Nuovo Giornale Botanico Italiano, anno 1886, vol. XVIII, pag. 235.

BARLA. « Liste des Champignons etc. Autun 1886 ». Bull. Soc. Myc. de France, anno 1886, n. 3, pp. 117-119, in 8°.

— « Liste des Champignons etc., 1886 ». Bull. Soc. Myc. de France, tomo II, pp. 112-119.

— « Flore Mycologique illustrée. Les Champignons des Alpes maritimes ». Nice, 1889, fascicolo 2°; *Lepiota*, pag. 29, tav. 15, figg. 7, 11. (La varietà rappresentata dal Barla appare quasi interamente priva di colore e di squamule).

BARSALI E. « Aggiunte alla Micologia Pisana ». Bull. Soc. Bot. ital., anno 1904, pag. 78.

BERLESE. « Fungi Veneti novi vel critici ». Malpighia, vol. I, pag. 532. Messina, 1886.

G. BIZZOZERO. « Flora Veneta crittogama. Parte I: I funghi ». Padova, 1885, pag. 35.

J. BOLTON. « An History of fungusses growing about ». Halifax, 1788-1820. (La tavola 50 venne edita nel 1797).

BOUDIER. « Icones Mycologicae », tomo I, tav. 19, e nel Texte descriptif a pag. 10, 1905-910.

— « Icones Mycologicae ». Paris, 1905-910, tomo IV. Descript. pag. 9: *Lepiota tenella* Boudier. Ved. planche 18. Vol. IV.

BRESADOLA e CAVARA. « Funghi di Vallombrosa. Contribuzione II. ». Nuovo Giornale bot. italiano (nuova Serie), vol. VIII, anno 1901, pag. 174.

BULLIARD. « Herbier de la France », tab. 374 (*Agaricus cretaceus*), anno 1787.

CATTANEO. « Notizie naturali e civili sulla Lombardia ». Milano, 1844.
Ivi: V. CESATI. « Cenno sulla distribuzione dei Funghi di Lombardia ». — C. VITTADINI. « Catalogo dei Funghi della Lombardia ».

CAVARA. « Contribuzione alla Micologia Lombarda ». Atti Istit. bot. di Pavia. Milano, 1892, pag. 230.

CESATI V. « Appunti per una futura crittogamologia insubrica ». Commentarii della Società Critt. italiana, fascicolo I, pag. 12. Genova, febbraio 1863.

COBELLI R. « I Funghi della Valle Lagarina ». Padova, 1882. Michelia, vol. II.

COLLA. « Herb. Pedemontanum », vol. 7°, pag. 11, anno 1837.

COMES O. « Funghi del Napoletano. Basidiomiceti ». Annuario della R. Scuola superiore di Agricoltura in Portici, n. 18, pag. 9, anno 1878.

COOKE. « Illustrations of British Fungi », vol. VII, tav. 942, anni 1888-1890.

CORDA. « Icones fungorum », vol. III, pag. 48, fig. 122 (sub. *Agar. Birnbaumii*). Praga, 1839.
« Flora Danica », vol. X, editum a I. W. Hornemann. Hauniae, 1823, tav. 1798.

E. FRIES. « Hymenomycetes Europaei ». Edit. alt., pag. 35, anno 1874.

Gabbiglietti. « Catalogo delle principali specie di funghi crescenti nei conterni di Torino ». Acc. di Medicina di Torino, vol. V, anno 1867.

Gillet. « Les Champignons de France », pag. 64: *Lepiota Brebissoni* Godey; pag. 62: *Lepiota Morieri* Gillet, tav. 39.

— « Champignons qui croissent en France. Hymenomycetes ». Anni 1877-1890. Tav. 35.

R. K. Greville. « Scottisch Cryptogamic Flora ecc. », tab. 333 edita nel 1828. L'opera intera (1823-1828) consta di 360 pagine.

Hard. « The Mushroom edible and otherwise its habitat and its Time of Growth ». Columbus (Ohio), pag. 54, fig. 37. 1908.

P. Hennings. « Die in den Gewächshäusern des Berliner Botanischen Gartens beobachteten Pilze ». Verhandl. des Bot. Vereins der Provinz Brandenburg. Berlin, 1898, vol. XL, pag. 109. (Vedi pure vol. XXXI e voll. XXXIII-XXXVI ecc. Hennings ha pubblicato 227 Note micologiche! vedi « *Thesaurus* di Lindau et Sydow »).

U. Martelli. « Gli Agaricini del Micheli illustrati ». Nuovo Giornale botanico italiano, vol. XVI, anno 1884, pag. 216.

P. A. Micheli. « Nova Plantarum Genera ». Florentiae, 1729, tav. 81, fig. 3.

Panizzi. « Commentario della Società crittogamologica italiana », n. 3, settembre 1862, pag. 172. (*Ag. rorulentus* Pan.).

Passerini. « Funghi Parmensi enumerati ». Nuovo Giornale botanico italiano, vol. IV, pag. 53. Pisa, 1872.

Patouillard. « Tabulae Analyticae Fungorum ». Série II, nn. 501-1000. Paris, Klincksieck, 1886; pag. 45, n. 612, sub *Leucocoprinus cepaestipes* Sow.

Persoon. « Synopsis methodica Fungorum », pars II. Gottingae, 1801. pag. 416.

G. Pollacci. « Micologia Ligustica ». Atti Soc. Lig. di Scienze Naturali, vol. VII, fasc IV, pag. 37; vol. VIII, fasc. I. Genova, 1897.

Quélet. « Flore Mycologique de la France ». Paris, 1888, pag. 298 (il a l'aspect d'un *Coprinus*).

— « Les Champignons du Jura et des Vosges », vol. I, pag. 36, anno 1872 (rassemble à un *Coprinus*). Paris, 1872-76.

A. Ricken. «. Die Blätterpilze ». Leipzig, 1915, pag. 320.

Ruhland. « Zur Kenntniss der intracellularen Karyogamie bei den Basidiomyceten ». Bot. Zeitung, anno 1901, pag. 199, tav. VII, figg. 4 e 8.

Scalia. « I Funghi della Sicilia orientale », I serie. Catania, 1900. (Atti Acc. Gioenia, vol. XIII, serie IV).

P. A. Saccardo. « Sylloge », vol. V, pp. 43 e 44 et pass.

— « Hymeniales. Flora Italica cryptogama ». Rocca S. Casciano, 1915-16.

Schnizlein. in « Sturm's Deutschlands Flora », III Ab. Die Pilze. 31 e 32 Heft., tab. 1. Nürnberg, anno 1851.

L. Sécretant. « Mycographie Suisse ou déscription des Champignons qui croissent en Suisse ». Genève, 1833.

Sowerby J. « Coloured figures of english Fungi or Mushrooms », vol. II (1797-1809), 440 tab. Testo inedito (L'*Ag. cepaestipes* è nella tav. 2[a]).

Turconi. « Intorno alla Micologia Lombarda », Memoria 1[a]. Atti dell'Istituto botanico della Regia Università di Pavia, vol. XII, anno 1915

C. Vittadini. « Descrizione dei funghi mangerecci più comuni dell'Italia ecc. ». Milano, 1835, con 44 tavole, pag. 347.

W. Withering. « A Botanical Arrangement of all the Vegetables naturally growing in Great Britain ». Birmingham, 1[a] ediz., anno 1776, pag. 344. (Citaz. di Persoon, Syn., pag. 416).

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Tavola I.

Fig. 1. Sclerozii di color *ocroleuco*, sui vasi delle Orchidee nel R. Orto botanico di Torino. Raggruppamenti di sclerozii. (Figura al naturale).
» 2. Id. come sopra. (Fotografia in grandezza naturale).
» 3. Sezione di uno sclerozio *ocroleuco*.
S. E. Strato involucrale esterno.
I. Corpo interno dello sclerozio.
Obb. 4ª. Ocul. 2. Microscopio Reichert.
» 4. Porzione della figura precedente ingrandita.
S. E. Strato involucrale esterno.
I. Ife interne dello sclerozio.
Obb. 8ª. Ocul. 2. Microscopio Reichert.
» 5. Elementi delle ife interne dello sclerozio, rese libere collo schiacciamento. (Ingrandimento come nella figura precedente).
» 6. Spore della *Lepiota Flos sulphuris* Mattirolo. (Ingrandimento come nella figura precedente).
» 7. *Lepiota Flos sulphuris* Mattirolo. Aspetto della specie. (Grandezza naturale).
» 8, 9, 10. *Lepiota Flos sulphuris* Mattirolo. Differenti stadii di sviluppo della specie. (Grandezza naturale.
» 11. Due individui di *Lepiota Flos sulphuris* Mattirolo, fotografati in grandezza naturale sopra un vaso di *Vanilla planifolia*. R. Orto botanico di Torino.
» 12. Esemplare essiccato di *Lepiota Flos sulphuris* Mattirolo, con gli sclerozii ancora attaccati al piede. (Grandezza naturale). R. Orto botanico di Torino.

Tavola II.

Fig. 1. Accumulo di sclerozii *bianchi* sulla superficie di un vaso di Orchidee. (Fotografia in grandezza naturale). R. Orto botanico di Torino.
» 2. Id. come sopra.
» 3, Id. id.
» 4. Sclerozii *bianchi*. (Fotografia ingrandita).
» 5. Sclerozio *bianco* sezionato.
Obb. 4. Ocul. 2. C. L. Nachet. Microscopio Reichert.
» 6. Porzione della figura precedente.
S. E. Strato involucrale esterno.
I. Porzione interna dello sclerozio.
Obb. 8ª. Ocul. 2. C. L. Nachet. Microscopio Reichert.
» 7. Porzione della parte interna dello sclerozio. (Ingrandimento come nella fig. 6).
» 8. Elementi staccati della porzione interna dello sclerozio. (Ingrandimento come nella figura precedente).
» 9-10. Aspetto generale della *Lepiota incerta* Mattirolo. (Grandezza naturale).
» 11. *Lepiota incerta* Mattirolo. Fotografia del corpo fruttifero aderente ancora agli sclerozii, (Grandezza naturale).

Tavola III.

Fig. 1. *Lepiota lutea* Mattiroio (*Lepiota cepaestipes* var. *lutea* Bolt.). Aspetto generale della specie. (Dimensioni naturali).
» 2. Id. id.
» 3. Id. id.
» 4, 5. *Lepiota cretacea* Mattirolo (*Agaricus cretaceus* Bull.). Aspetto generale della specie in differenti stadii di sviluppo. (Dimensioni naturali).

O. Mattirolo, ad nat. dis. Lit. Salussolia, Torino

O. Mattirolo, ad nat. dis. Lit. Salussolia, Torino

O. Mattirolo, ad nat. dis. Lit. Salussolia, Torino

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali storiche e filologiche.*
Vol. V. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI. Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
Vol. I-XXVII. (1892-1918). Fasc. 12°, Sem. 1°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. I-XXVI. (1892-1917). Fasc. 12°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I-XII. Fasc. 11.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-6.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. **10**; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

P. MAGLIONE & C. STRINI (successori di E. Loescher & C.) — *Roma.*

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

(ANNO CCCXV 1918)

SERIE QUINTA — VOLUME XII — FASCICOLO XII.

GINO GALEOTTI

SUL RICAMBIO DEI MUSCOLI

NELLE

DIVERSE CONDIZIONI MECCANICHE DELLE LORO CONTRAZIONI

Smithsonian Institution
SEP 25 1924
National Museum

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1918

Sul ricambio dei muscoli nelle diverse condizioni meccaniche delle loro contrazioni.

Memoria del Socio G. GALEOTTI

presentata nella seduta del 1° aprile 1917.

L'argomento delle presenti ricerche è quello di studiare il ricambio dei muscoli striati nelle diverse condizioni della loro efficienza meccanica. È lecito infatti presumere, che le trasformazioni energetiche e chimiche nel muscolo siano diverse a seconda del modo, secondo cui il muscolo stesso funziona e delle resistenze, che gli sono applicate.

In questo riguardo non mi sembra, che siano state fatte sinora ricerche sistematiche e solo poche notizie si possono trovare qua e là, negli studî generali sul ricambio organico della muscolatura scheletrica.

Ho fino ad ora sperimentato su muscoli di rane isolati, con i quali soltanto è possibile una investigazione minuta e precisa dei rapporti tra ricambio ed effetti meccanici. Da altra parte però, non si può nascondere, che assai diverse sono le condizioni dei muscoli distaccati, da quelle dei muscoli nella loro posizione normale ed irrigati dal sangue.

Ma per studiare funzione e ricambio di un gruppo muscolare, in un organismo intiero, si presentano ben altre difficoltà. Bisogna allora considerare il ricambio totale dell'organismo, nè sembra facile poter mettere in evidenza le differenze, che dipendano dal contrarsi del gruppo muscolare in un modo oppure in un altro (¹).

Tuttavia spero di poter più tardi recare, anche a questo più complesso problema, un qualche contributo.

(¹) Su questo oggetto sono ben noti i lavori di Chauveau, il quale ha studiato nell'uomo la produzione del calore e anche il consumo di ossigeno, considerando tanto il caso, in cui un muscolo funzioni per tenere in alto un peso, quanto il caso, in cui un muscolo eseguisca un vero lavoro meccanico, innalzando un peso. Le determinazioni termiche furono fatte mediante un termometro applicato esternamente sul bicipite. Il consumo di ossigeno fu misurato per tutto quanto l'organismo. I metodi e i risultati di Chauveau son troppo lontani dai miei presenti esperimenti, perchè io possa qui procedere alla loro discussione.

I punti che fino ad ora ho sperimentalmente studiato sono i seguenti:

I) Il ricambio calorico, o per meglio dire i rapporti tra produzione di calore e i diversi effetti meccanici del muscolo.

II. Il ricambio respiratorio.

III. La produzione di acidi.

Restano ancora a studiarsi, sempre s'intende in riguardo alle diverse condizioni delle contrazioni muscolari, il ricambio azotato totale, il ricambio della creatina. il consumo degli idrati di carbonio, e di ciò conto di occuparmi in seguito.

I.

Il ricambio calorico dei muscoli nelle diverse condizioni meccaniche della loro contrazione.

Sarebbe troppo lungo fare una completa esposizione bibliografica su di un argomento tanto complesso, quanto è la termodinamica dei muscoli. In questo campo moltissimi autori hanno lavorato per lunghi anni. I principali risultati ottenuti, in tempi più antichi, sono raccolti nella monografia del Fick stampata a Wiesbaden nel 1889. Gli esperimenti più moderni son quelli del Hill e dei suoi collaboratori, pubblicati in queste ultime annate dal Journal of Physiology. In questi lavori si trova riassunta tutta la bibliografia più importante.

Mi limiterò a riferire alcuni punti principali, che si riconnettono più strettamente all'argomento delle mie ricerche, facendo precedere ad ogni gruppo di queste, una brevissima esposizione bibliografica e lascerò da parte ogni questione relativa all'intimo meccanismo della contrazione, a tutte le ipotesi sul modo, con cui la energia chimica, immagazzinata nel muscolo, si trasforma in lavoro e in calore, e infine al momento della produzione del calore durante la contrazione.

Metodo di ricerca.

Poichè il mio lavoro è diretto a stabilire soltanto le modificazioni termiche, che si producono in un muscolo, dopo un certo periodo della sua attività, svolta in diverse condizioni meccaniche, ho potuto fare a meno di apparecchi di estrema sensibilità (quali sono quelli necessarii per studiare l'intimo meccanismo della produzione del calore nelle singole contrazioni), mentre mi interessava sovra tutto di registrare con esattezza il resultato dell'attività muscolare. Per questa ragione anche ho abbandonato l'uso di intieri gruppi muscolari (preferiti dalle ricerche di Fick in poi), giacchè non sembra che questo materiale sia adatto alla registrazione di tutti gli effetti meccanici dei muscoli stessi, non potendo esser sicuri dell'azione contemporanea di tutte le fibre e dello sforzo di esse in un'unica direzione. Se si vuol studiare bene una funzione muscolare, è necessario, a parer mio, usare un muscolo solo, ben isolato e per il quale i punti fissi delle resistenze siano quelli stessi della sua azione normale.

Blix usò i muscoli semimembranoso e gracile; Hill, recentemente, pure il semimembranoso e il sartorio, ma questi muscoli son troppo piccoli per essere adottati nelle ricerche di ricambio,

che ho intrapreso. Per tali ragioni, io son tornato al muscolo classico per eccellenza, al gastrocnemio di rana, scegliendo, per quanto mi fu possibile, animali grossi e robusti.

Il muscolo era isolato nel solito modo e fissato per un pezzetto di tibia e per il tendine di Achille. Debbo qui notare, che molte volte, per fare due esperimenti perfettamente comparabili tra loro, ho dovuto usare i due gastrocnemi della stessa rana. Poichè disponevo di un solo apparecchio, dovevo fare le due determinazioni successivamente, ed era necessario impedire, che uno dei muscoli rimanesse privo di circolazione. A tal fine legavo strettamente, con un laccio, una coscia della rana e amputavo la gamba al di sotto della legatura e di questa gamba adoperavo il gastrocnemio; la rana restava viva e da essa toglievo il secondo gastrocnemio al momento opportuno. In genere facevo il primo esperimento nella mattinata e il secondo nel pomeriggio.

Apparecchio termoelettrico. — Credo inutile ricordare gli apparecchi termoelettrici di forme varie, che furono adoperati da Heidenhain, da Fick e dai suoi collaboratori; essi consistevano in varie saldature bimetalliche, che si introducevano tra le masse muscolari in esperimento. Più di recente, Hill ha costruito apparecchi termoelettrici a guisa di gabbia, composti di 10 o più coppie, in cui viene introdotto il muscolo. Questi apparecchi hanno un'estrema sensibilità e possono bastare a registrare l'aumento di temperatura, dovuto ad una sola contrazione. Mi sembra però che abbiano lo svantaggio di misurare la temperatura della superficie del muscolo soltanto, nella quale il raffreddamento (anche in causa della evaporazione) è senza dubbio più rapido. A mio parere è meglio misurare la temperatura della massa muscolare, mediante un ago termoelettrico, introdotto nell'interno di essa, anche se per conseguire ciò ci si deve limitare ad una sola saldatura. Blix ha usato appunto un solo elemento di ferro e costantano, elemento che dà, per 1° di differenza tra le due saldature, una forza elettromotrice di 57 microvolt. I miei apparecchi termoelettrici erano costruiti di fili di ferro e costantano, del diametro di $^1/_{10}$ di millimetro. Le saldature erano fatte con argento, e poi limate fino a che divenivano sottili quasi quanto il filo stesso.

Un filo di ferro di 20-25 cm., costituiva la parte mediana dell'apparecchio termoelettrico e alla sua estremità erano saldati due pezzi di filo di costantano lunghi 30-35 cm.. In corrispondenza di una delle saldature il filo veniva piegato ad ansa molto stretta e questa ansa era introdotta nella massa muscolare, come dirò più tardi. L'altra saldatura era fissata con seta ad un sottile bastoncino e introdotta in un vaso a temperatura costante. La saldatura veniva protetta ed isolata, spennellandola ogni volta con una soluzione di lacca in alcool o di paraffina in etere di petrolio. Dopo ciascun esperimento, la saldatura, che era stata introdotta nel muscolo, era lavata accuratamente con alcool e con etere e poi pennellata di nuovo con la vernice isolante.

Galvanometro. — Ho usato un galvanometro a specchio di tipo D'Arsonval sensibilissimo. Resistenza dell'avvolgimento 4 Ω.

Graduazione dell'apparecchio termoelettrico e del galvanometro per ridurre gli spostamenti della scala a frazioni di gradi centigradi. — Si legano le due saldature, con fili di seta ai bulbi di due termometri nei quali, mediante cannocchiali, si può leggere il millesimo di grado. I bulbi con le saldature vengono racchiusi in due vasi Dewar ben protetti. In uno di questi si introduce inoltre una piccola ansa di platino saldata a due reofori di rame. L'apparecchio termoelettrico vien congiunto al galvanometro. Si fanno così tre letture contemporanee: due dei termometri ed una del galvanometro. Dopo qualche ora si è stabilito l'equilibrio delle temperature nelle due saldature e il galvanometro è a 0. Si legge l'altezza della colonna del mercurio nei due termometri. Poi si fa passare una leggera corrente elettrica nell'ansa di platino, chiusa in uno dei due vasi di Dewar e così si innalza di qualche centesimo di grado la temperatura di una delle saldature. Si leggono di nuovo contemporaneamente le temperature dei termometri e lo spostamento del galvanometro. Ho ripetuto molte volte queste semplici determinazioni, sia lasciando i bulbi dei termometri con le saldature nell'aria dei vasi di Dewar, sia riempiendo questi di acqua o di olio di vaselina.

Da una media di molte determinazioni mi è risultato che (per temperature tra 12° e 15°) 10 suddivisioni della scala del galvanometro corrispondono a una differenza di temperatura tra le due saldature di 0,013 gradi.

Calorimetro e apparecchio di sostegno del muscolo. — Questo apparecchio fu da me costruito in un modo abbastanza semplice. In una cassetta di legno, piena di cotone, vengono aggiustati due

vasi di Dewar argentati A A, di cui la cavità ha 12 mm. di diametro e 7 cm. di profondità. Il tappo di sughero di uno di questi porta un bastoncino di legno su cui è fissata la saldatura a temperatura costante B. C è il capo di uno dei fili di costantano e va al galvanometro, D è il filo di ferro che si riunisce all'altra saldatura F immersa nel muscolo, mentre E è il capo dell'altro filo di costantano che va al galvanometro. I fili C, D ed E sono fissati ai tappi dei vasi di Dewar per mezzo di fili di seta e ricoperti di vernice isolante. Essi passano tra sughero e vetro. Il tappo del vaso di Dewar a destra è traversato da due tubi di vetro di mezzo millimetro circa di diametro. Uno, segnato con la lettera G, è chiuso in basso da un uncino di platino H, su cui si fissa il tendine di Achille del muscolo; a questo uncino è saldato il filo di rame L. L'altro tubo, che è ta-

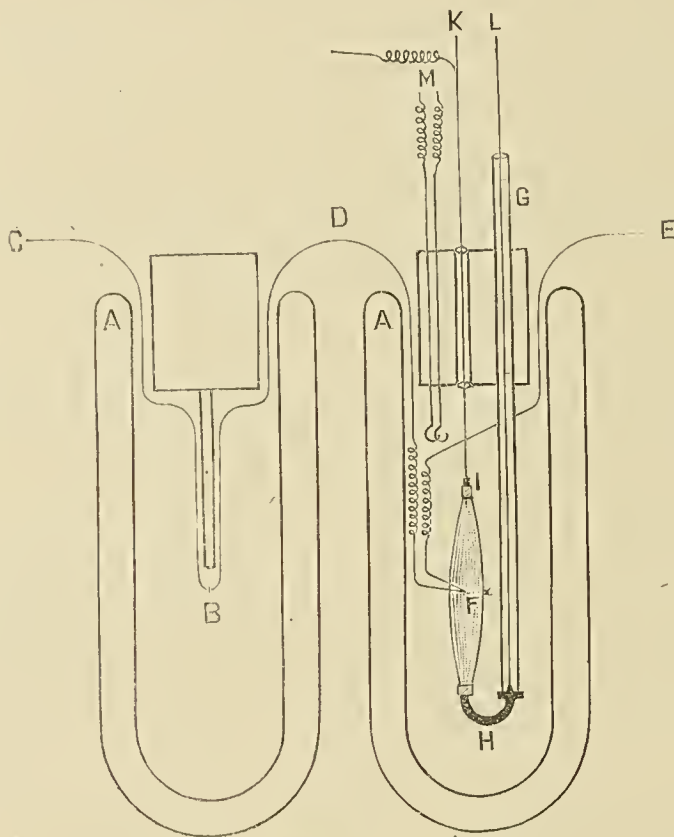



Fig. 1.

gliato rasente alle due superfici piane del sughero, lascia scorrere liberamente un sottile filo di platino K, saldato ad una laminetta pure di platino I, a cui si fissa il capo tibiale del gastrocnemio. Il filo K serve nello stesso tempo per condurre lo stimolo al muscolo e per trasmettere i movimenti di questo agli apparecchi registratori.

Adunque, quando si vuol eccitare direttamente il muscolo, si uniscono i fili K ed L con la slitta di Du Bois Reymond. Per praticare invece la stimolazione indiretta, attraverso il nervo, come si vedrà che è stato fatto per il tetano, ho aggiunto all'apparecchio il semplice dispositivo seguente: due fili di rame M traversano pure il sughero e terminano con due uncinetti di platino nei quali si adagia il nervo, congiunto al muscolo: questi fili M vengono ora attaccati alla slitta, restando tutto il rimanente inalterato.

Quando si comincia l'esperimento, si tolgono i due tappi di sughero dei vasi di Dewar e così liberamente si aggiusta il muscolo e si stabiliscono tutte le connessioni. Poi si collocano a posto nuovamente i due tappi e il tubo di vetro G, che è il punto fisso dell'azione del muscolo, si attacca solidamente per mezzo di un'adatta morsa ad un sostegno.

La saldatura F vien fissata entro il muscolo nel modo seguente: si passa un filo sottilissimo di seta nell'ansa di questa saldatura, e poi ambedue i capi di questo filo si introducono nella cruna di un ago sottile. Con questo si trapassa il ventre del muscolo e con una lieve trazione del filo di seta si fa giungere, senza gravi lesioni, la saldatura nel mezzo della massa muscolare. I due capi del filo di seta si annodano poi sopra un piccolo fiocco di ovatta. Con questa legatura la saldatura è solidamente fissata e non si può più spostare.

La lesione che subisce il muscolo è assai lieve e la sua funzione non sembra risentirne affatto. I fili della saldatura F sono piegati ed avvolti a spirale, in modo che non impediscono affatto i movimenti del muscolo. Tutti i fili e tutte le congiunzioni dell'apparecchio termoelettrico sono coperti di ovatta per eliminare l'influenza di variazioni di temperatura nell'ambiente.

Modo della stimolazione. — Usai un induttorio comune, animato da quattro cupron-elementi. La distanza fra i due rocchetti fu fissata in modo, da dare uno stimolo alquanto al di sopra della soglia del muscolo per le stimolazioni dirette. Questa distanza non fu mai cambiata. Con un adatto interruttore rotativo si conducevano al muscolo solo le correnti di apertura. L'interruttore era azionato da un apparecchio di orologeria. Così in ogni esperimento si facevano 100 eccitazioni con l'intervallo regolare tra l'una e l'altra di circa un secondo. Con alcune determinazioni su muscoli morti misurai l'aumento di temperatura, prodotto dal passaggio di questi 100 colpi di corrente. Tale aumento importò in media 5 divisioni della scala e con tal cifra furono corretti tutti i valori riportati nelle mie tabelle.

Calcolo delle quantità di calore sviluppate. — Fissato il muscolo e posto il calorimetro in ordine si attendeva l'equilibrio della temperatura tra le due saldature e cioè la posizione del galvanometro a zero. Per questo ci volevano circa 2 ore. Quindi si procedeva alla eccitazione del muscolo.

Durante le 100 contrazioni si vedeva spostare con grande regolarità la scala del galvanometro.

Cessate le contrazioni, il galvanometro restava per qualche tempo fisso sulla posizione che aveva raggiunto, e questa si leggeva accuratamente. Poi cominciava adagio adagio a calare.

Lo spostamento massimo del galvanometro (corrispondente a tutto lo sviluppo di calore avvenuto nelle 100 contrazioni) era trasformato in frazioni di gradi centigradi, mediante il fattore scritto a pag. 579; e quindi in microcalorie, considerando il calore specifico della sostanza muscolare striata eguale a 0.8, e tenendo conto, naturalmente, del peso del muscolo.

Altre notizie di tecnica verranno esposte nelle descrizioni di diversi gruppi di esperimenti.

Dei varî tipi di contrazioni muscolari ho studiato i seguenti:

contrazioni che eseguiscono un lavoro effettivo,
contrazioni isotoniche,
contrazioni isometriche,
tetano isotonico,
contrazioni veratriniche.

Tutti gli esperimenti, che ora esporrò, furono fatti nei primi mesi (gennaio-aprile) del 1914 e del 1915, con temperature dell'ambiente comprese nei limiti di 13°-16°.

A) Rapporti tra il lavoro meccanico eseguito dal muscolo e il calore prodotto.

Ricordi bibliografici. — I più importanti esperimenti del Fick in questo riguardo sono riassunti a pag. 120 e seg. della sua monografia. Egli usò le masse muscolari della coscia di rana, tra le quali introduceva una termopila di 6 elementi. Dopo avere graduato questo apparecchio termoelettrico, calcolò in microcalorie il

calore sviluppato dal muscolo e rimasto in esso (considerando il calore specifico della sostanza muscolare eguale a quello dell'acqua) mentre con l'apparecchio da lui denominato *collettore del lavoro*, misurava anche il lavoro eseguito dalle masse muscolari, opportunamente stimolate. Riporto alcuni dati numerici tolti dalla tabella di Fick (pag. 120 e 121).

1° gruppo di determinazioni — 10 contrazioni ogni volta.
Masse muscolari gr. 4.906. Peso di carica 200 gr.
Calore sviluppato, in microcalorie, da 47.9 a 50.2.
Lavoro in gr. cm., da 322 a 333,
in microcalorie, da 7.60 a 7.80.
Rapporto del calore al lavoro da 6.4 a 6.6.

2° gruppo di determinazioni — 5 contrazioni ogni volta.
Masse muscolari gr. 3.760.
Peso di carica da 100 a 300 gr.
Calore sviluppato, in microcalorie, da 31.3 a 39.8.
Lavoro in gr. cm., da 74 a 334,
in microcalorie, da 1.75 a 7.8.
Rapporto del calore al lavoro da 5.1 a 18.

3° gruppo di determinazioni — 10 contrazioni ogni volta.
Masse muscolari gr. 3.114.
Peso di carica da 100 a 500 gr.
Calore sviluppato, in microcalorie, da 43.3 a 74.4.
Lavoro in gr. cm., da 129 a 667,
in microcalorie, da 2.9 a 15.7.
Rapporto del calore al lavoro da 3.8 a 15.5.

Fick conclude, che la frazione dell'energia, degradata in una contrazione, che si può manifestare come lavoro, è diversa, a seconda delle condizioni fisiologiche, in cui si trova il muscolo e delle sue condizioni meccaniche. È assai minore quando il muscolo dispone di scarse sostanze di risparmio. È massima quando il muscolo lavora contro una massima resistenza e cioè Fick stabilisce il principio, che il rendimento di un muscolo aumenta con la sua carica.

Quantitativamente la questione viene da Fick così risolta, che nella maggioranza dei casi, quando il muscolo lavora contro una grande resistenza, della quantità totale dell'energia degradata, solo $^1/_4$ o $^1/_5$ (25-20 %) è utilizzata in lavoro. Cioè il muscolo, nelle condizioni ordinarie, non ha un rendimento maggiore a quello di una buona macchina a vapore.

Secondo Danilewsky il rendimento del muscolo può essere anche maggiore e dipende dalla intensità degli stimoli. Egli osservò che, della quantità totale della energia degradata, $^1/_3$ si trasforma in lavoro, se lo stimolo fu lieve, e $^1/_4$ se lo stimolo fu forte. In determinate condizioni, il rendimento può arrivare sino alla metà, una quantità cioè molto maggiore di quella che dapprima era stata trovata.

Hill, riprendendo le ricerche di Fick, con metodi più precisi, e considerando specialmente il calore prodotto nelle singole contrazioni, svolge tutta una teoria sull'intimo processo termodinamico delle contrazioni, teoria che qui sarebbe inutile riportare.

Egli dimostra, che una buona parte del calore, che si manifesta in un complesso di contrazioni muscolari, è dovuto ai processi d'ossidazione, che servono a reintegrare il muscolo, a riportarlo cioè, dopo la contrazione, in uno stato di nuova efficienza.

Fick, sebbene anche egli ammetta due processi chimici nelle contrazioni, uno che serve a produrre lavoro e calore, l'altro susseguente, che riporta il muscolo nella sua posizione di riposo, trasformando ancora i prodotti formatisi nel primo processo, non ha tenuto conto di questo calore di restauro, e perciò il rendimento del muscolo gli apparve così basso.

Secondo i concetti di Hill, il muscolo è una macchina per produrre tensione e non per fare lavoro *primáriamente*, e quindi il solo criterio dell'efficienza meccanica d'un muscolo è il rapporto della energia potenziale di tensione prodotta. alla energia totale liberata: il rapporto tra lavoro compiuto e l'energia totale liberata non ha particolare interesse, poichè il lavoro dipende solo dalla suddetta energia potenziale e dalle condizioni del carico.

Hill dice che, tenendo conto del calore di reintegrazione, il rendimento dell'intero processo muscolare (nel sartorio di rana) può raggiungere anche il 50 %. Questa efficienza può cambiare però, come già osservarono gli altri autori sopra citati, quando cambiano il peso e lo stimolo.

Esperimenti.

Nei miei esperimenti ho usato un argano (collettore del lavoro), mediante il quale si misurava facilmente l'innalzamento di un determinato peso, che il gastrocnemio di rana era capace di compiere in 100 contrazioni. Dopo ogni contrazione il muscolo si ridistendeva spontaneamente.

I dati di questi esperimenti, raccolti nelle tabelle seguenti, sono:

il peso del muscolo,

il lavoro eseguito, come prodotto del peso innalzato, in gr., per la lunghezza dell'innalzamento, in cm.. Ho usato pesi di gr. 7,5, 10, 15, 20,

lo spostamento del galvanometro,

il lavoro, calcolato in microcalorie, L. Per questo basta dividere il lavoro, misurato in gr. cm., per 42.7,

il calore totale C, sviluppatosi nel muscolo, calcolato pure in microcalorie (ved. pag. 581).

Nell'ultima **colonna infine** si trova il rapporto $\frac{L}{C+L} \times 100$. il quale indica quanto per 100 dell'energia totale, trasformata dal muscolo, appare come lavoro utile; esso è quindi la misura del *rendimento del muscolo.*

Nella prima tabella si trovano i risultati d'una serie d'esperimenti, fatti in gastrocnemi di rane da poco pescate, ed in medie condizioni di nutrizione.

Nella seconda tabella appaiono i dati di esperimenti, ripetuti sugli stessi muscoli. Dopo aver in un grastrocnemio misurati gli effetti di un primo gruppo di 100 contrazioni, aspettavo che il calore prodotto si fosse perduto (cioè che il galvanometro fosse tornato allo zero), che il muscolo si fosse riposato e quindi provocavo altre 100 contrazioni, di cui di nuovo determinavo gli effetti. Questi esperimenti servono così a dimostrare, quanto il consumo di sostanze di riserva, avvenuto nella prima centuria di contrazioni, modifichi il rendimento del muscolo nella seconda centuria di contrazioni. L'intervallo di tempo tra un esperimento e l'altro era di 2 o 3 ore.

Nella terza tabella sono esposti alcuni esperimenti collaterali, che meritano di essere in seguito meglio sviluppati. Ho cominciato con questi a studiare il problema del rendimento del muscolo più o meno provvisto di sostanze immagazzinate per riserva. Negli esperimenti della prima e della seconda tabella le rane si trovavano da qualche giorno in digiuno; in questi esperimenti invece le rane venivano previamente nutrite (per circa 7 giorni) con idrati di carbonio in prevalenza (pane), con grasso di bue o con carne di rana. L'alimentazione si faceva assai facilmente, aprendo la bocca della rana ed introducendole nella faringe acconci pezzetti delle suddette sostanze: le rane in genere trangugiano allora spontaneamente e di gusto i boli alimentari. Per l'alimentazione col glucosio (che per adesso ho praticato una sola volta) si introduceva una soluzione densa di esso, con un tubicino di gomma, nello stomaco della rana.

È naturale che le rane, così abbondantemente nutrite, accumulino nei loro muscoli molte sostanze di riserva, per le quali certo si modificano il consumo e il rendimento dei muscoli stessi.

TABELLA I.

Peso del muscolo	Lavoro in gr. cm.	Spostamento del galvanometro	L	C	$\frac{L}{C+L} \cdot 100$
0.46	84 × 7.5	81	14.7	38.7	27.6
0.49	74 × 7.5	71	12.8	36.1	35.5
0.44	19.5 × 20	68	9.1	31.2	22.6
0.50	46 × 10	73	11.8	35.3	24.9
0.43	31 × 10	83	7.2	37.0	16.3
0.44	33 × 10	87	7.7	40.0	16.2
0.42	43.5 × 10	67	10.2	29.4	28.4
0.45	47.5 × 10	82	11.1	38.6	28.7
0.30	35 × 7.5	68	6.1	21.3	22.2
0.50	16 × 20	77	8.4	40.1	17.4
0.70	22 × 20	74	10.2	54.0	18.9
0.50	24.3 × 15	82	5.0	42.7	16.7
0.47	28.5 × 15	77	10.0	37.8	21.3
0.43	62 × 10	93	14.5	41.7	25.8
0.49	12 × 15	43	4.2	22.0	16.1
0.48	46 × 10	84	10.8	41.9	20.5
0.51	65.5 × 15	115	23.0	61.0	27.4
0.50	17 × 20	75	8.0	39.2	16.9
0.50	60 × 10	91	14.0	47.5	22.8
0.50	89.5 × 7.5	108	15.7	56.3	21.8
0.48	79.5 × 7.5	102	13.8	51.2	21.2
0.46	31.7 × 15	111	11.1	53.2	17.3
0.46	70 × 7.5	111	12.2	53.2	18.7
0.50	89.5 × 7.5	108	15.7	56.7	21.8
0.48	79.5 × 7.5	102	13.9	51.0	21.4
0.45	42.4 × 10	80	9.9	37.6	20.8
0.51	56.7 × 10	95	13.3	50.5	20.8
0.51	49.1 × 10	83	11.5	44.2	20.7
0.49	28 × 10	62	6.5	31.7	17.0
0.40	30.6 × 10	73	7.2	30.5	19.1
0.44	43.1 × 10	105	10.1	48.1	17.5
0.44	33.8 × 10	93	7.9	42.5	15.7
0.55	59 × 10	96	13.8	55.0	20.1
			Medie . . .	45.1	22.1

TABELLA II.

Peso del muscolo	Lavoro in gr. cm.	Spostamento del galvanometro	L	C	$\frac{L}{C+L} \times 100$	
0.44	19.5 × 20	68	9.1	31.2	22.6	1ª centuria di contrazioni
»	17.7 × 20	46	8.3	21.6	27.8	2ª »
0.43	31 × 10	83	7.2	37.0	16.3	1ª »
»	30 × 10	50	7.0	22.4	23.9	2ª »
0.44	33 × 10	87	7.7	40.0	16.2	1ª »
»	33 × 10	61	7.7	28.1	21.6	2ª »
0.30	35 × 7.5	68	6.1	21.3	22.2	1ª »
»	19 × 7.5	34	3.3	10.5	23.7	2ª »
0.66	16 × 15	65	5.6	44.7	10.5	1ª »
»	13.5 × 15	43	4.7	28.7	14.1	2ª »
0.50	16 × 20	77	8.4	40,1	17.4	1ª »
»	14 × 20	45	6.5	23.4	21.7	2ª »
0.57	11 × 20	77	5.1	32.0	13.8	1ª »
»	8.2 × 20	45	3.8	18.7	16.9	2ª »

TABELLA III.

Peso del muscolo	Lavoro in gr. cm.	Spostamento del galvanometro	L	C	$\frac{L}{C+L} \times 100$	
0.38	20 × 10	87	4.7	34.5	11.9	rana nutrita con carne
0.45	12 × 10	64	2.8	30.0	8.5	» con glucosio
0.50	30.5 × 10	57	7.1	29.8	19.4	» con pane
0.38	30.5 × 10	85	7.1	33.6	17.4	» con carne
0.48	33.5 × 10	54	7.8	27.0	22.4	» con pane
0.38	63 × 10	117	14.7	46.5	24.0	» con carne
0.35	20 × 10	127	4.7	46.2	8.0	» con grasso
0.58	19 × 15	136	6.7	82.2	7.5	» »
0.41	17.5 × 15	127	6.1	54.2	10.1	» con carne
0,39	18 × 15	120	6.3	48.7	11.4	» con pane
0.39	28.5 × 15	160	10.0	65.0	13.3	» »

I risultati di questi esperimenti si possono così riassumere:

Dai gastrocnemi di rane in condizioni normali (Tabella I), ma in digiuno da qualche giorno, gastrocnemi del peso di circa $^1/_2$ gr., si possono ottenere, in 100 contrazioni, da 300 a 700 gr. cm. di lavoro, con uno sviluppo di calore, che in media mi è risultato di circa 45 microcalorie.

Il rendimento di questi muscoli, cioè la quantità percentuale che, dell'energia totale trasformata, è stata cambiata in lavoro, varia tra un minimo di 16.2 ed un massimo di 35.5 con una media di 22.1. In più brevi parole si può dire, che, nelle condizioni sperimentali sovra esposte, il gastrocnemio dà un rendimento in lavoro di circa $^1/_4$ della energia totale trasformata.

Se, dopo che il muscolo ha lavorato per 100 contrazioni ed è rimasto convenientemente in riposo, si procede a nuove stimolazioni si ottiene un lavoro alquanto minore di prima, e minore sviluppo di calore.

Però il rendimento del muscolo è sempre maggiore (ved. Tabella II), cioè è più grande la percentuale dell'energia trasformata in lavoro: in altre parole il muscolo, che aveva prima esaurito parte delle sue sostanze di riserva, lavora adesso con spreco minore.

Nelle rane, abbondantemente nutrite, il rendimento del muscolo è molto più basso, cioè il lavoro ottenuto è accompagnato da una maggior produzione di calore, ossia da uno spreco più grande delle sostanze immagazzinate.

La percentuale dell'energia utilizzata scende fino alle cifre di 7.5, 8.0, 8.5, e questi valori così bassi sono stati ottenuti per i muscoli di rana nutriti con glucosio e con grassi. Data la scarsità degli esperimenti, non posso tuttavia per ora concludere sui rapporti fra genere di alimentazione (con idrati di carbonio, con grassi, con proteine) e rendimento dei muscoli, ma certo questo problema merita di essere trattato più ampiamente, anche con questa semplice tecnica.

B) Contrazioni isotoniche. Confronto tra le contrazioni isotoniche e le contrazioni che eseguiscono un lavoro.

Ricordi bibliografici. — Come è noto, in una serie di contrazioni isotoniche il risultato finale, in rapporto al lavoro meccanico eseguito dal muscolo, è 0. Il peso sollevato dal muscolo ridiscende al livello di prima, e perciò il lavoro positivo del muscolo è annullato dal lavoro negativo del peso che ricade. Ma naturalmente in questo processo degrada una certa quantità d'energia. È facile dimostrare (Schreben), che per l'organismo animale sussiste un coefficente d'utilizzazione finito, anche se il lavoro è zero, e si può anche supporre che questo coefficiente, come il coefficiente di rendimento di un muscolo che eseguisce un lavoro positivo, possa essere vario nelle varie condizioni del muscolo stesso.

Danilewsky anche trovò, che il riscaldamento del muscolo nelle singole contrazioni può variare pur rimanendo costante l'altezza delle contrazioni. Nelle *prime contrazioni* il riscaldamento è molto maggiore, per es.:

	riscaldamento	altezza della contrazione
1ª contrazione	0.0056°	51.5
2ª »	0.0019°	52
3ª »	0.0019°	52
1ª contrazione	0.0037°	53.5
2ª »	0.0018°	55
3ª »	0.0020°	57

Quando il muscolo si ridistende, per la discesa del peso prima sollevato, si ha produzione di calore.

Cioè è ovvio, poichè la caduta di un peso (lavoro negativo) produce sempre calore e precisamente una quantità di calore eguale a

$$\frac{L \text{ gr. cm.}}{42.7}$$

se il calore si misura in microcalorie.

In questo riguardo Danilewsky ha fatto una serie d'esperimenti con muscoli vivi e morti e anche con fili di caucciù, concludendo appunto, che la tensione passiva del muscolo produce calore, mentre il raccorciamento elastico produce raffreddamento. Nel muscolo vivo (secondo Danilewsky) la distensione con circa 100 gr. di peso importa, per un grammo di sostanza muscolare, da 2 a 4 microcalorie. Questi resultati sono stati anche confermati da Blix.

Nelle pubblicazioni di Hill, già ripetutamente citate, si trova questa conclusione per riguardo alle contrazioni isotoniche, che cioè il lavoro fatto non ha alcuna relazione con l'energia meccanica attualmente sviluppata in una contrazione, e tanto meno questo lavoro può eguagliare tale energia.

Il lavoro massimo, in condizioni di isotonicità, potrebbe essere solo ottenuto con un peso di carica variabile, il quale, per ogni lunghezza del muscolo, fosse eguale al massimo della tensione, che il muscolo può sviluppare a quella lunghezza. A differenza degli altri autori, Hill considera, nel misurare l'efficienza del muscolo in una sua contrazione, i seguenti dati: la lunghezza del muscolo l, la tensione T, che esso sviluppa quando è stimolato, il calore sviluppato H. Dai suoi esperimenti risultò che il rapporto

$$\frac{T l}{6 H}$$

è circa l'unità e che il massimo dell'efficienza del processo iniziale della contrazione tende a raggiungere il 100 % con una media di 91 %.

Ma non essendomi qui possibile seguire la complessa teoria di Hill, per spiegare l'intimo meccanismo del processo dinamico della contrazione, passo al confronto tra contrazioni isotoniche e contrazioni che compiono un lavoro.

Già Fick aveva affermato, che, nel primo caso, lo sviluppo di calore deve essere maggiore, poichè in questo caso alla tonalità di calore, che accompagna il processo chimico della contrazione, si aggiunge il calore prodotto dalla caduta del peso, come si è detto precedentemente.

Considerando contrazioni isolate, Fick compara i due casi seguenti:

1°) Contrazioni isotoniche. Il muscolo solleva all'altezza H (in millimetri) il peso P e poi è ridisteso dalla caduta di questo peso. Chiama W_1 il calore misurato, w la tonalità di calore del processo chimico della contrazione e $\frac{HP}{42.7}$ è il calore in cui si trasforma il lavoro del peso che ricade. Cioè si ha

$$W_1 = w + \frac{HP}{42.7};$$

2°) Contrazioni che compiono un lavoro. Il muscolo solleva il peso P all'altezza H. Raggiunta questa altezza, il peso P è sorretto, il muscolo si rilascia spontaneamente e, quando è rilasciato, si torna ad appendere ad esso il peso P. Così il muscolo ha eseguito il lavoro HP e questo non si trasforma più in calore per il muscolo, quindi la tonalità di calore completa W_2 è in questo caso eguale a quella w prodotta dai processi chimici della contrazione cioè

$$W_2 = w.$$

Gli stati iniziale e finale del muscolo, nei due casi, sono gli stessi. Ora Fick parte dall'ipotesi, che nei due casi i processi chimici (e cioè w) siano identici, e quindi conclude, che il calore che si produce nel muscolo durante le contrazioni isotoniche, è maggiore del calore, che si produce durante le contrazioni che eseguiscono un lavoro effettivo.

Danilewsky, usando gli stessi risultati pone l'equazione:

$$W' = w + \frac{HP}{42.7} \quad \text{e cioè} \quad W' - w = \frac{PH}{42.7}.$$

Se però nelle contrazioni dopo il lavoro, non si riappende il peso al muscolo, la quantità $W' - w$ può essere assai maggiore di $\frac{HP}{42.7}$.

Qualche volta, con piccoli carichi, trovò che il muscolo nella contrazione, che produce lavoro, si raffredda e crede che ciò dipenda da un raccorciamento elastico del muscolo, cioè da una diminuzione della tensione (per lo scarico) e quindi il suo calore diviene in parte latente (lavoro interno) e questo raffreddamento fisico può talvolta sorpassare il riscaldamento fisiologico. Al contrario quando il muscolo, dopo la contrazione che ha effettuato il lavoro, si ridistende, si scalda di nuovo.

Poi Danilewsky ha tentato di stabilire un modo di esperimento tale, che, dopo il lavoro, il muscolo ritorni nella sua distensione iniziale, come per le contrazioni isotoniche.

Dai numerosi dati sperimentali di Danilewsky risulta, che la differenza tra W' e w (essendo sempre $W' > w$) importa, per un lavoro di 1100 gr. millimetri circa, 2 microcalorie.

Hill ha determinato nelle singole contrazioni isotoniche il coefficiente $\frac{W}{H}$ ($W =$ lavoro, $H =$ calore), affermando che questo coefficiente rappresenta l'efficienza meccanica del muscolo, nel senso ordinario di questa espressione. Ha determinato anche, come varia il valore di questo coefficiente, in rapporto allo stimolo e al peso. In alcuni suoi esperimenti il peso era *sorretto* prima che la contrazione si producesse, cioè il muscolo non era sottoposto a tensione; in altri il peso non era sorretto e quindi il muscolo era sottoposto alla stessa tensione prima e durante la contrazione.

Vi è una differenza nei risultati sperimentali in questi due casi, ma come vere contrazioni isotoniche, nel senso abituale della parola, si debbono considerare solo quelle col peso non sorretto. Per queste Hill conclude, che l'efficienza meccanica aumenta come aumenta la tensione, prodotta dal peso; raggiunge un massimo e poi tende a diminuire con pesi maggiori: per riguardo allo stimolo, l'efficienza diminuisce sempre quando aumenta lo stimolo.

Le cifre di Hill non sono espresse in unità di misura assolute e quindi non possono essere comparate con quelle di altri sperimentatori.

Tuttavia credo opportuno di riportarne alcune.

Esperienza I: Muscolo semimembranoso, lungo 3 cm. Peso del muscolo gr. 0.25.

Tensione prodotta dal peso	1.43	4.29	7.15	11.44	17.16	22.9
$\frac{W}{H}$	2.4	4.9	6.4	7.7	8.1	7.4

Esperienza II:

Tensione prodotta dal peso	10	20	30	40	50	60			
$\frac{W}{H}$	1.77	2.53	3.35	3.80	4.03	4.61			
Tensione prodotta dal peso	80	100	120	140	160	180	200	220	240
$\frac{W}{H}$	4.89	5.20	5.56	5.73	5.51	5.49	4.76	4.52	4,13

Esperimenti.

Per il confronto dei processi termodinamici tra le contrazioni isotoniche e le contrazioni che eseguiscono un lavoro, ho fatto esperimenti comparabili tra loro, usando i due gastrocnemi della stessa rana (ved. pag. 579) ed affinchè le condizioni dell'esperimento fossero proprio eguali e per un muscolo e per l'altro ho adoperato come apparecchio di registrazione lo stesso argano.

Per determinare il lavoro usavo il metodo consueto che mi servì per tutti gli esperimenti descritti a pag. 583 e seg..

Poi con un piccolo artifizio, facilmente immaginabile e che perciò è inutile descrivere, l'argano stesso era trasformato in una leva isotonica, che scriveva sul

cilindro girante. Compiute 100 contrazioni, dal tracciato ricavavo, tenendo conto naturalmente delle dimensioni della leva, gli innalzamenti effettivi del peso, compiuti dal muscolo, li sommavo insieme, e la somma era moltiplicata per il peso. Così ottenevo in gr. cm. il lavoro compiuto dal muscolo in 100 contrazioni, lavoro però annullato dalla ricaduta del peso dopo ogni contrazione.

Uso gli stessi simboli, di cui il significato è stato esposto a pag. 583. Ma qui è necessario fare le seguenti osservazioni.

C, che è l'aumento di calore misurato nel muscolo dopo 100 contrazioni, risulta e dal calore sviluppatosi nei processi chimici delle contrazioni e dal calore sviluppatosi per la ricaduta del peso dopo ogni contrazione. Questa seconda quantità di calore è L′, cioè è esattamente eguale, ma con segno contrario, al lavoro eseguito dal muscolo calcolato in calorie (cioè $\frac{\text{L gr. cm.}}{42.7}$).

Tutta l'energia che si trasforma nel muscolo durante le 100 contrazioni isotoniche è dunque

C	—	L′	+	L
calore misurato		calore prodotto dalla caduta del peso		lavoro positivo eseguito dal muscolo

cioè tutta questa energia è semplicemente C.

Se, come è stato fatto a pag. 583, si vuol vedere quanto di 100 parti d'energia, consumata dal muscolo nelle contrazioni isotoniche, è stato trasformato in lavoro, se si vuol cioè misurare il rendimento r del muscolo, basta porre la proporzione

$$r : 100 :: \mathrm{L} : \mathrm{C}$$

E così il rapporto

$$r = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{C}} \times 100$$

è comparabile col rapporto

$$r = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{C} + \mathrm{L}} \times 100$$

che fu stabilito per il muscolo nelle condizioni meccaniche che gli permettono l'esecuzione di un lavoro effettivo.

Ecco i dati risultanti da questi esperimenti e dal loro semplice calcolo (vedi Tabella IV).

TABELLA IV.

Contrazioni che eseguiscono un lavoro effettivo						Contrazioni isotoniche				
Peso del muscolo	Lavoro in gr. cm	Spostamento del galvanometro	L	C	$\frac{L}{C+L} \times 100$	Lavoro in gr. cm.	Spostamento del galvanometro	L	C	$\frac{L}{C} \times 100$
0.50	460	73	11.8	35.3	24.9	451	95	10.6	49.7	21.3
0.43	310	83	7.2	37.0	16.3	517	87	12.0	39.1	30.7
0.43	310	50	7.0	22.4	23.7	470	79	11.0	35.2	31.3
0.44	330	87	7.7	40.0	16.2	575	95	13.4	43.5	30.4
0.42	435	67	10.2	29.4	28.4	517	87	12.0	38.1	31.5
0.42	270	38	6.3	16.6	27.5	489	57	11.4	25.0	45.5
0.45	475	82	11.1	38.6	28.7	526	92	12.3	43.2	28.5
0.45	355	46	8.3	21.6	27.8	526	67	12.3	31.5	39.1
0.41	135	53	3.1	22.6	12.1	464	84	10.8	36.1	29.9
0.30	262	68	6.1	21.3	22.2	343	82	8.0	25.6	37.2
0.30	143	38	3.3	11.9	21.7	281	69	6.5	21.6	30.1
0.66	202	43	4.7	29.7	13.6	507	43	11.9	29.6	40.1
0.50	320	77	8.4	40.1	17.4	1400	105	32.8	54.7	59.5
0.50	364	82	8.5	42.7	16.7	780	107	18.4	55.7	33.1
0.47	427	77	10.0	37.8	21.3	685	90	16.0	44.0	34.1
0.46	420	75	9.8	35.9	27.2	610	84	14.3	40.1	35.6
0.50	330	77	7.7	40.0	19.2	760	102	17.7	53.0	33.4
0.42	424	80	9.9	35.0	28.3	500	87	11.7	38.1	30.7
0.44	320	87	7.5	40.0	18.7	451	100	10.6	45.7	22.7

I risultati di questi esperimenti si possono così riassumere:

Il lavoro, eseguito da un muscolo in condizioni di isotonicità, è in genere assai maggiore di quello, che un altro muscolo eguale eseguisce con l'argano, in cui la ridistensione avviene spontaneamente. Le mie medie sono infatti:

per 100 contrazioni isotoniche . . . . 576 gr. cm.
per 100 contrazioni che eseguiscono un lavoro effettivo 331 »

La tonalità di calore, misurata dopo 100 contrazioni isotoniche, è maggiore di quella osservata dopo 100 contrazioni che eseguiscono un lavoro effettivo. Come media si ha:

per le contrazioni isotoniche 39.4
per le contrazioni che eseguiscono un lavoro effettivo . . . 31.5

Il rendimento del muscolo (nel senso espresso a pag. 591) è considerevolmente maggiore nelle contrazioni isotoniche. Le medie sono:

per le contrazioni isotoniche 34.1
per le contrazioni che eseguiscono un lavoro 21.6

Sembra dunque che la ridistensione forzata del muscolo favorisca i processi, che permettono una maggiore utilizzazione della energia potenziale, immagazzinata nella sostanza contrattile.

C) Contrazioni isometriche e loro confronto con le contrazioni isotoniche e con quelle che eseguiscono un lavoro effettivo.

Ricordi bibliografici. — Già nel 1860 Béclard ammetteva, che, nella cosidetta *contrazione statica*, che fu poi chiamata contrazione isometrica, la quantità di calore sviluppata è maggiore che nelle contrazioni, in cui è palese un effetto meccanico esterno. Da ciò l'autore conclude, che solo la parte della energia muscolare, non utilizzata come lavoro, appare sotto forma di calore.

Heidenhain sperimentò sulle contrazioni isometriche in questo modo. Tendeva il muscolo con pesi diversi, lo fissava poi e misurava il calore sviluppato nelle contrazioni. Concluse, che la somma delle forze vive nelle contrazioni cresce con la tensione iniziale del muscolo, fino ad un certo grado, poi diminuisce.

Frank dice, che la prima parte di questa conclusione fu confermata, ma Blix trovò poi, che, con l'ulterioro aumento della tensione (cioè lunghezza del muscolo) non vi è diminuzione nella produzione del lavoro. Il Frank stesso modifica così la conclusione di Heidenhain: nelle contrazioni isometriche la produzione del calore aumenta con la lunghezza del muscolo, per poi forse diminuire. Blix introdusse razionalmente la lunghezza come variabile indipendente nello studio della termodinamica muscolare.

Per riguardo al confronto tra contrazioni isometriche e contrazioni che eseguiscono un lavoro, Heidenhain conclude che (data la stessa intensità di stimolo e di carica) nelle prime contrazioni vi è maggior sviluppo di calore che nelle seconde; se però si oltrepassa un certo limite di carica, ha luogo il fatto contrario.

Fick paragonò dapprima le contrazioni isometriche con contrazioni non precisamente isotoniche, ma tali che (per mezzo di un dispositivo speciale) il muscolo, impedito a raccorciarsi fino al momento della sua maggiore tensione, si trovava poi a questo punto libero di sollevare il peso e di subirne l'azione. Egli conclude, che in queste contrazioni (che per brevità chiamerei *contrazioni col peso*, sebbene questa espressione non corrisponda precisamente a quella usata dall'autore) *salvo alcune eccezioni*, vi è maggior produzione di calore, che nelle contrazioni semplicemente isometriche. Però se si fa la media generale di tutti i resultati sperimentali, esposti a pag. 259-260 della monografia di Fick, si ottiene come indice dello sviluppo di calore:

nelle contrazioni isometriche	24.3
nelle contrazioni col peso	21.4

quindi una differenza non grande.

Ricordando poi gli esperimenti di Heidenhain, Fick dice che si sarebbe potuto supporre, che una contrazione puramente isometrica debba richiedere una combustione di più materiali che non una contrazione da prima isometrica e poi con accorciamento

del muscolo, ma si vede che questa supposizione non regge, o forse vale, come nei casi di Heidenhain, quando la carica è eccessiva.

Si vede quindi, egli dice, che non solo il lavoro, ma anche la produzione di calore è influenzata direttamente dalla grandezza dello stimolo e indipendentemente dall'accorciamento del muscolo.

Come media del calore, prodotto in una contrazione isometrica, Danilewsky dà la cifra di 2.59 microcalorie per un grammo di muscolo, cifra che, egli conclude, indica un considerevole lavoro chimico, che sorpassa di molto quello che ha luogo in una contrazione isotonica.

Danilewsky determinò la variazione della produzione del calore nelle contrazioni isometriche, in dipendenza degli stimoli e della tensione iniziale (prodotta da un peso). Riporto qui alcune delle sue cifre:

peso di tensione gr. 20 . . .	stimolo		400	100	30
	calore		12.2	5.8	2.9
peso di tensione gr. 60 . . .	stimolo		600	100	30
	calore		10.2	6.3	1.5
peso di tensione gr. 300 . . .	stimolo	800	400	100	30
	calore	21.5	20	18	5.5

Hill ha ripetuto gli esperimenti di Fick.

La parte inferiore del muscolo era attaccata con un filo ad un pezzo di ferro tirato in giù da un elettromagnete. A questo pezzo di ferro era adattata una molla che lo rialzava quando la corrente era interrotta. In questo modo il muscolo può essere rilasciato senza fare alcun lavoro.

In alcuni casi il muscolo era attaccato anche a una leva isotonica, cosicchè, quando si contraeva, poteva eseguire lavoro.

L'intervallo fra l'eccitazione e la liberazione del muscolo poteva essere di 0.001 secondo. La tensione iniziale era di 10 a 4 gr.. Si facevano le seguenti prove:

a) il muscolo era tenuto sempre teso;

b) il muscolo era tenuto teso per 0.01 a 0.2 secondi dopo l'eccitazione, poi rilasciato e poi stirato di nuovo.

Si comparavano i valori del calore ottenuto in questi due casi.

Da questi esperimenti risultò, che, se il muscolo è rilasciato durante il periodo latente, o in qualsiasi momento prima che il massimo della tensione sia raggiunto, la produzione del calore è minore. Questa quantità è ancor minore di circa il 30 %, se il rilasciamento avviene dopo 0.03 secondi dopo l'eccitazione. Se l'intervallo tra eccitazione e rilasciamento è maggiore, cioè se il muscolo può accorciarsi dopo avere raggiunto il massimo della tensione, la produzione del calore non cambia. Da questo resultato Hill conclude in favore del principio di Blix, che cioè la produzione del calore è un effetto di superficie (lunghezza delle fibre) e non di volume.

Tornando alle ricerche di Fick, dirò che egli ha fatto anche altri esperimenti comparativi tra contrazioni isometriche e contrazioni isotoniche, in muscoli raffreddati o riscaldati, giungendo ad un resultato non prevedibile, e cioè, che, nel muscolo

raffreddato (al di sotto di $+10°$), le contrazioni isometriche producono maggior sviluppo di calore, mentre il contrario avrebbe luogo nel muscolo riscaldato (a circa $+28°$). Le cifre, risultanti dalle medie dei suoi esperimenti, sono:

muscolo raffreddato . . .	contrazioni isotoniche	27.6
	» isometriche	55.5
muscolo riscaldato . . .	contrazioni isotoniche	44.0
	» isometriche	35.6

Fick nota che non è questione di un lavoro diverso nelle due serie di esperimenti, poichè l'altezza delle contrazioni era eguale tanto nei muscoli raffreddati che in quelli riscaldati.

Da tutto ciò si vede adunque, che mancano ancora dati concordanti e definitivi per decidere la questione, se tra contrazioni isotoniche e contrazioni isometriche vi sia una differenza nelle tonalità di calore sviluppate.

Esperimenti.

1°) *Contrazioni isometriche e contrazioni che eseguiscono un lavoro.*

Ho adoperato in questi esperimenti comparativi i due gastrocnemi della stessa rana e, precisamente, uno era adattato all'argano che misurava il lavoro eseguito in cento contrazioni, l'altro veniva teso per mezzo di un filo e di una carrucola con un determinato peso e quindi fissato in questa posizione per mezzo di un semplice dispositivo, che è inutile descrivere. Si producevano poi anche in questo muscolo 100 stimolazioni, per le quali evidentemente il muscolo non poteva in alcun modo accorciarsi. In ambedue i casi si misurava poi il calore nel solito modo, e si calcolava in microcalorie.

Nella tabella seguente (Tabella V) sono raccolti i dati di questi esperimenti.

Tabella V.

Peso del muscolo	Contrazioni che eseguiscono un lavoro			Contrazioni isometriche			*Osservazioni*
	Lavoro in gr. cm.	Galvanometro	C	Peso di carica	Galvanometro	C	
0.48	9.5 × 20	55	27.8	20	77	38.6	
0.49	12 × 15	43	22.0	15	70	35.8	
0.48	46 × 10	84	42.0	10	116	58.1	
0.54	18.5 × 15	67	37.8	15	97	54.6	
0.50	12.5 × 15	47	24.7	15	105	54.7	
0.51	65.5 × 15	115	61.0	15	145	77.0	rana nutrita da 2 giorni
0.50	17 × 20	75	39.0	20	101	52.7	» da 4 »
0.55	19.7 × 20	87	50.0	20	120	68.6	« da 4 »
0.50	60 × 10	91	47.5	10	111	58.0	» da 5 »

Si vede che in ogni caso il calore, prodottosi durante le contrazioni isometriche, è stato maggiore del calore sviluppato nelle contrazioni, che eseguiscono un lavoro effettivo. Le medie sono:

contrazioni isometriche	55.3	microcalorie
contrazioni che eseguiscono un lavoro effettivo	39.0	»

Anche in questi esperimenti nei muscoli di rane, che erano state nutrite (con carne di rana), lo sviluppo di calore è stato maggiore.

2) *Contrazioni isometriche e contrazioni isotoniche.*

Anche in questi esperimenti comparativi ho usato i due gastrocnemi della stessa rana. Tanto in un caso che nell'altro, il muscolo era teso mediante un filo, che, passando sopra una carucola, sosteneva un dato peso (15, 25, 50 gr.). Per le contrazioni isometriche, quando il muscolo era stato ben disteso, veniva fissato in modo che non potesse più accorciarsi, per le contrazioni isotoniche si lasciava che il muscolo sollevasse il peso e fosse poi ridisteso dalla caduta di questo. In ambedue i casi si misurava il calore prodotto dopo 100 contrazioni.

Nella Tabella VI sono raccolti i dati di questi esperimenti. Le medie dei valori ottenuti sono:

	Galvanometro (1)	Microcalorie
per le contrazioni isometriche	106	51.3
per le contrazioni isotoniche	105	51.9

Risulta quindi una sorprendente eguaglianza per lo sviluppo di calore nei due casi. Anche l'esame delle cifre delle singole coppie di esperimenti fa vedere, che, molto spesso, lo sviluppo di calore nei due modi di contrazione è quasi uguale. Nè, considerando caso a caso le differenze, si può constatare una uniformità di variazioni e, infatti, in 7 esperimenti è un po' maggiore il calore sviluppato nelle contrazioni isometriche, mentre negli altri 6 accade il contrario.

Da altra parte si deve ricordare, che il calore, che si manifesta nelle contrazioni isotoniche, non è tutto dovuto ai processi chimici, che accompagnano la contrazione, poichè una parte dipende dalla ricaduta del peso. Si può quindi concludere, che nelle contrazioni isometriche i processi chimici producono un maggior sviluppo di calore che nelle contrazioni isotoniche, e cioè che nelle prime il consumo del muscolo è maggiore.

D) Tetano.

Ricordi bibliografici. — Quanto agli effetti meccanici del tetano, riporterò anzitutto alcuni punti del riassunto, che, intorno a tale importante questione, Frank ha pubblicato negli Ergebnisse der Physiologie. Egli, trattando della contrazione

(1) Ho calcolato anche le medie degli spostamenti del galvanometro, perchè questi valori sono più comparabili tra loro, essendo indipendenti dal peso differente dei varî muscoli.

tetanica e del così detto *lavoro statico* del muscolo, comincia col dire come tutti abbiano riconosciuto, che anche in questa contrazione vi è consumo del muscolo e sviluppo di calore.

Spesso il tetano comincia con un lavoro (innalzamento di un peso) e ciò ha condotto alla espressione *di lavoro statico* e all'idea, che questo lavoro statico possa essere misurato dall'altezza del peso o dal tempo durante il quale il peso resta innalzato.

L'espressione di lavoro statico fu usata da Meyerstein e Thiery, da Heidenhain e da altri, ma senza fortuna, e Frank afferma che non è giusto di adoperare la parola lavoro, parola che ha in meccanica un senso ben definito, assai diverso da quanto può avvenire in un muscolo che tiene sollevato un peso. Per questo fenomeno fisiologico si potrebbe meglio, secondo Frank, usare le espressioni di *attività statica* (Vislicenus) o *di consumo energetico statico* o *di tonalità di calore statica*. In ogni modo non si deve mai credere, egli dice, di poter misurare la grandezza di questo consumo o lavoro con le variabili meccaniche del muscolo: variazioni della sua lunghezza o della sua tensione.

Tabella VI.

Peso del muscolo	Carica gr.	Contrazioni isometriche		Contrazione isotoniche		*Osservazioni*
		Galvanometro	C	Galvanometro	C	
0.38	15	111	44.0	108	42.8	rana nutrita per 4 giorni
0.38	15	107	42.6	117	46.4	» » 2 »
0.34	15	95	34.7	104	36.9	» » 2 »
0.49	25	127	64.7	130	66.5	» » 3 »
0.48	25	131	65.2	130	65.1	» » 3 »
0.46	25	95	45.5	90	43.4	» » 4 »
0.42	50	93	40.7	87	38.2	» » 4 »
0.52	50	96	52.0	87	47.3	» » 4 »
0.50	50	94	49.0	98	52.2	» » 4 »
0.66	50	102	70.5	123	85.0	» » 4 »
0.49	50	113	57.7	104	58.3	» » 3 »
0.54	50	100	56.5	75	42.3	» » 3 »
0.41	50	109	46.5	113	48.9	» » 4 »

Lo sviluppo del calore nel tetano fu già constatato da Helmoltz e poi quantitativamente studiato da Fick, da Heidenhain, da Schönlein e da altri.

Heidenhain, come per le singole contrazioni, ha, anche per il tetano, determinato il rapporto tra la carica e il calore sviluppato. Egli avverte subito, che nel tetano il fenomeno è più complesso, perchè entrano in giuoco fenomeni di stanchezza.

Nel tetano isometrico specialmente, all'aumento della carica di tensione, corrisponde un aumento del calore prodotto: per es.

carica . . . . gr.	20	90	200
spostamento del galvanometro	47.5	65.5	67.0

Fick si occupò più che altro dell'influenza, che la frequenza delle eccitazioni tetaniche ha sul calore sviluppato dal muscolo: constatò che nel tetano isotonico un aumento della frequenza produce un aumento di calore, solo finchè cresce l'altezza delle contrazioni. Quando il massimo è raggiunto, l'affrettarsi delle stimolazioni non produce incremento nello sviluppo del calore. Trovò, che la produzione del calore era maggiore, quando l'eccitazione era così lenta da produrre solo un tetano incompleto. Quando l'intervallo tra due stimoli era tale, che il rilasciamento del muscolo fra essi si produceva solo a metà, una serie di 10 contrazioni dava due volte più calore d'un tetano di più grande altezza, durevole per lo stesso tempo.

Danilewsky osservò, che, durante brevi tetanizzazioni (30-60 secondi), con stimoli deboli, si ha riscaldamento leggero, talvolta preceduto da un lieve raffreddamento. Questo raffreddamento iniziale può durare più di 40 secondi. In un esperimento ebbe, per es.

raffreddamento di 0.00052°;

dopo 40 secondi, riscaldamento che raggiunge il valore di 0.0024°.

In un altro osservò

raffreddamento di 0.0024°;

dopo 60-80 secondi, riscaldamento di 0.00310.

Vide, inoltre, che il riscaldamento spesso prosegue anche dopo la cessazione dello stimolo e che muscoli esauriti, incapaci di più accorciarsi, sottoposti a stimolazioni, producevano ancora calore: quindi conclude, che, durante e dopo l'eccitazione tetanica, si hanno nel muscolo trasformazioni chimiche, che producono calore senza effetto contrattile.

Riguardo alla quantità di calore, sviluppata nei tetani, con accorciamento del muscolo, riporto le seguenti cifre di Danilewsky, tolte da esperimenti, fatti con pesi di 35-40 gr. e con 160 stimolazioni al minuto:

			riscaldamento	microcalorie per gr. di muscolo
Esperienza 62:		Tetano di 3 minuti . . .	0.275°	243
» 64:	1°.	Tetano di 1 » . . .	3.37°	—
	2°.	» di 3 » . . .	0.257°	—
	3°.	» di 2 » . . .	0.042°	—
	4°.	» di 2 1/2 » . . .	0.036°	—
	5°.	Tetani di 14 » . . .	0.75°	660

Gli esperimenti più moderni di Hill tendono a fissare il valore assoluto del calore, prodotto da un muscolo in contrazioni tetaniche (isometriche) per grammo di tensione sviluppata e mantenuta, per centimetri di lunghezza del muscolo e per secondo di durata.

In primo luogo, Hill conclude, tanto più forte è la contrazione, per la resistenza che il peso le oppone, tanto maggiore il calore e si trova un rapporto quasi costante di proporzionalità. In secondo luogo, per l'allungamento del muscolo, quando una tensione T è sviluppata e mantenuta in un filo dalla lunghezza x, è inevitabile che l'energia necessaria par questo fenomeno debba essere proporzionale a x. Riguardo al tempo infine egli nota, che è ovvio, che, se il tetano dura più a lungo, il calore totale sviluppato è maggiore. Ma la funzione, che rappresenta il rapporto fra tempo e calore nel tetano non è un rapporto di proporzionalità, e dagli esperimenti di Hill risulta, che, in un tetano prolungato, si produce molto più calore nel primo decimo di secondo, che nel secondo decimo e più in questo che nel terzo decimo e così via. Ma infine, proseguendo il tetano, il calore prodottosi in ogni decimo di secondo tende a diventare costante. Esprimendo ciò matematicamente ($t =$ tempo, $\mathrm{H} =$ calore), Hill dice che la derivata $\frac{d\,\mathrm{H}}{d\,t}$ comincia con un valore elevato, poi cade rapidamente e diviene costante.

Questo autore aggiunge poi, che il muscolo lavora più economicamente, in proporzione alla tensione che produce, quando sviluppa una bassa tensione, che quando sviluppa una tensione elevata. Inoltre, che un muscolo fresco lavora più economicamente, sviluppando una certa tensione, quando è stato stimolato moderatamente; infine, che il muscolo sviluppa una data tensione più economicamente a bassa che ad alta temperatura. In ogni caso il dispendio dell'energia nel tetano è assai più grande che nelle contrazioni singole. Questo dispendio è diverso a seconda della natura dei muscoli, e quanto più è veloce un muscolo nel compiere i brevi tetani, che costiscono i movimenti volontari, tanto maggiore è il suo spreco d'energia.

Credo opportuno riportare alcuni dati dimostrativi di Hill per riguardo al tetano.

In un muscolo, con tensione iniziale moderata, c'è una produzione di calore dell'ordine 15×10^{-6} calorie per cm. di lunghezza del muscolo, per secondo, per grammo di tensione mantenuta. La cifra 15 è presa come media di valori, che oscillano tra 9 e 16 per il sartorio e da 13 a 28 per il semimembranoso. È probabile che per altri muscoli questi valori siano diversi.

Per vedere il grado di utilizzazione dell'energia consumata dal muscolo in contrazioni tetaniche, Hill fa questo calcolo. L'energia potenziale sviluppata da un muscolo della lunghezza l, che in un tetano isometrico produca una tensione T, è (come gli risultò da altri esperimenti, a cui ho già accennato, pag. 588) $\frac{\mathrm{T}l}{6}$. Per un muscolo di lunghezza 1, che sviluppi la tensione 1, è dunque 1/6 gr. cm. Questa energia di tensione espressa in calorie è $\frac{1}{6} \times \frac{1}{4.27} \times 10^{-4}$ cioè 3.9×10^{-6}. Da altra parte si è visto, che, per un secondo che il muscolo mantenga tale tensione, esso produce 15×10^{-6} cal., senza contare il calore prodotto dalla reintegrazione, che è circa il 70 % di più. Cosicchè per l'effetto utile di 3.9 il muscolo degrada in calore 25 della sua energia.

Infine ricorderò un recente lavoro di Peters, il quale trovò, che il calore, che si produce nei muscoli, per la stimolazione indiretta (cioè per la via dei nervi) fino alla

loro fatica completa, ha un valore massimo di 0.9 per grammo di muscolo. La produzione del calore ha nel tempo un andamento approssimativamente esponenziale e il 70-80 % è prodotto durante i primi 120 secondi di tetano.

Esperimenti.

È necessario premettere le seguenti brevi considerazioni,

Per gli effetti meccanici della contrazione tetanica si deve anzitutto ricordare, che, nel tetano isometrico, il lavoro è zero e nel tetano isotonico il lavoro eseguito è una quantità quasi trascurabile, corrispondente al sollevamento iniziale del peso. Invece il consumo fisiologico è considerevole.

Si possono immaginare svariatissimi meccanismi che servano a mantenere sollevato un peso, mediante una corrente di energia la quale, attraverso questi meccanismi, degradi, e questa corrente può andare da 0 a valori qualsiasi. Per es. lo stesso pezzo di ferro può restare ad una data altezza perchè trattenuto da un magnete naturale (in cui è 0 la corrente dell'energia) o da una elettro-calamita, in cui passino correnti sufficientemente grandi o grandissime. A seconda della natura del meccanismo, il dispendio dell'energia può essere minore o maggiore per ottenere lo stesso effetto. Non è dunque da meravigliarsi, se vi sono muscoli che, nel tetano, pur conseguendo effetti eguali, consumano una grande quantità di energia od una piccola quantità. È noto per es. che i muscoli, che servono a chiudere le valve dell'ostrica, mantengono un'alta energia di tensione con un consumo piccolissimo, mentre i muscoli striati più rapidi degli animali a sangue caldo consumano molto per effetti di tensione proporzionatamente minori.

Come si è visto nei precedenti ricordi bibliografici, risulta ormai dimostrato, che, anche nello stesso muscolo, in diverse condizioni, e anche nella stessa condizione, varia da momento a momento il rapporto tra l'effetto del tetano (cioè il mantenere un dato peso ad una certa altezza) e il suo consumo, quale ci è manifestato dallo sviluppo del calore.

Resta ora, per considerazioni fisiologiche, a fissare un modo con cui questo rapporto possa sottoporsi a misura.

Per il tetano isometrico Hill ha già introdotto le quantità, lunghezza del muscolo, tensione sviluppata, tempo: per il tetano isotonico già molto tempo addietro Guerrini, per mio consiglio, aveva considerato come misura dell'effetto meccanico di un muscolo isolato e stimolato tetanicamente, la superficie integrale del tetanogramma moltiplicata per il peso sollevato dal muscolo. Questa quantità può essere misurata in cm. gr. sec. e ad essa si dette il nome di *potenza*: ora io credo opportuno applicare i concetti stessi, usati negli esperimenti del Guerrini, per stabilire i rapporti tra produzione di calore nel muscolo tetanizzato ed effetto meccanico o potenza del muscolo.

Per riguardo agli esperimenti da me fatti, poche notizie ho da aggiungere alla tecnica precedentemente esposta; ho dovuto stimolare il muscolo indirettamente, cioè per il nervo, altrimenti il calore prodotto dalle correnti faradiche attraverso il muscolo alteravano il resultato sperimentale al di là d'ogni possibile correzione.

Per questo hanno servito gli uncinetti eccitatori, indicati con la lettera M nella figura 1. In questi uncinetti si deponeva l'estremità del nervo, che con ogni cura era stato dissecato insieme al gastrocnemio, rispettando tutte le sue connessioni con questo.

Del resto tutto il dispositivo termoelettrico rimaneva lo stesso.

Il tendine di Achille era attaccato ad un filo, che faceva agire una leva isotonica, la quale scriveva sopra il tamburo girante, e così si registrava il *tetanogramma* isotonico, mentre al galvanometro si osservava lo sviluppo del calore. La velocità del cilindro era tale, che un secondo corrispondeva ad un millimetro di ascissa.

In alcuni esperimenti ho anche segnato lo sviluppo del calore nel tetanogramma stesso, e a tal fine un segnale di Desprez era acconciamente disposto ed io potevo, mediante un tasto, fare un segno sull'ascissa del tetanogramma per ogni spostamento di 10 gradi della scala del galvanometro. In tal modo sono stati fatti i tracciati rappresentati nelle figg. 2, 3 e 4.

Le superfici integrali dei tetanogrammi furono misurate sui tracciati mediante una lastra trasparente quadrellata in mm² e i valori ottenuti furono ridotti, tenendo conto delle dimensioni della leva che erano:

dal fulcro alla punta . . . . mm. 180
dal fulcro all'attacco del filo collegato col muscolo » 20
dal fulcro all'attacco del peso . . . . » 20

Come ho già accennato, ho misurato adunque *l'effetto meccanico* o *potenza del muscolo* nella contrazione tetanica col prodotto di questa superficie integrale S, per il peso di carica P. Questa quantità comprende e misura contemporaneamente le tre variabili di cui l'effetto del tetano è funzione, e cioè: il peso sollevato, l'altezza del sollevamento e la durata del sollevamento [1] e tali variabili vengono facilmente espresse in gr.-cm² facendo corrispondere a 10 secondi di tempo un centimetro di ascissa.

Lascio per adesso da banda la questione (in parte già trattata dal Guerrini), se ed in quanto la divisione del prodotto S × P in parti aliquote sia giustificata e le parti aliquote abbiano egual significato. Supponendo che ciò realmente sia (almeno con una certa approssimazione) si può fare un confronto tra la quantità di calore sviluppato in un tetano e l'effetto meccanico prodotto, stabilendo il rapporto

$$\frac{C}{S \times P}$$

il quale, in altre parole, ci indica quanto calore si è sviluppato per una unità di S × P, cioè di potenza del muscolo, e poichè il calore sviluppato è l'indice del con-

[1] Si può dire infatti, che, per es., la *potenza* di un muscolo in una contrazione tetanica è due volte più grande se il peso che innalza è due volte più grande di prima, ovvero se innalza il peso ad una doppia altezza, ovvero se, innalzando il peso di prima alla prima altezza, ve lo mantiene per una doppia durata di tempo. Così invero ci si manifesta, considerando la nostra propria forza muscolare.

sumo del muscolo o della quantità d'energia, che in esso degrada, si vede quanta energia vien degradata dal muscolo per una unità d'effetto, che esso produce nel tetano e così si possono paragonare tra loro i varî tetani, ottenuti in diverse condizioni.

Si noti che il rapporto $\frac{C}{S \times P}$ per un intiero tetanogramma ha un significato di *media*, poichè, come mostrerò or ora, esso varia nei diversi periodi del tetanogramma.

Nella Tabella VII sono raccolti i dati degli esperimenti fatti sul tetano isotonico. Nelle prime 4 colonne di essa si trovano il peso del muscolo, il peso di carica, la durata del tetano in secondi, lo spostamento del galvanometro e nella quinta si trova il calore sviluppatosi, C (calcolato in microcalorie), nella sesta la superficie integrale del tetanogramma S (in cui le ordinate sono misurate in centimetri e, nell'ascissa, ad ogni centimetro corrispondono 10 secondi), nella settima si trova il prodotto della superficie integrale suddetta per il peso di carica P, e nella ottava infine il rapporto $\frac{C}{S \times P}$.

In alcuni esperimenti il tetano è stato ripetuto 2 o anche 3 volte, per vedere come il consumo, già subìto dal muscolo, influisce sullo sviluppo di calore del muscolo in tetani ulteriori. Ciò è stato notato nella colonna delle osservazioni.

TABELLA VII.

PESO del muscolo	P di carica	DURATA del tetano in secondi	GALVANO-METRO	C in micro-calorie	SUPERFICE integrale del tetanogramma S in cm².	S × P	$\frac{C}{S \times P}$	Osservazioni
0.50	19	38.0	90	37.6	2.49	45.50	0.82	
0.50	19	63.5	32	16.7	3.88	73.60	0.22	2ª volta
0.50	19	66.5	25	13.0	3.02	57.70	0.22	3ª "
0.44	19	56	50	22.9	2.30	43.70	0.52	
0.44	19	98.5	43	17.6	3.56	66.50	0.26	2ª "
0.48	19	137.5	58	28.4	4.15	78.80	0.36	
0.48	19	99	25	12.6	2.89	54.70	0.23	2ª "
0.49	19	63	85	43.4	4.44	84.20	0.51	
0.47	19	53.5	45	19.7	4.18	78.50	0.25	
0.45	19	47.6	65	30.5	2.82	53.30	0.57	
0.44	19	64.5	40	18.3	2.97	56.50	0.32	
0.45	19	42.5	40	18.8	2.74	52.00	0.36	
0.44	19	13	40	18.3	0.94	17.80	1.02	
0.46	19	107	105	50.4	5.64	107.00	0.47	
0.46	19	55.5	48	23.0	1.92	36.40	0.63	
0.45	30	39	24	11.2	1.28	38.40	0.29	
0.44	30	58	42	19.4	2.50	75.00	0.25	
0.45	30	725	50	26.1	2.58	77.50	0.33	
0.44	30	39.0	40	18.4	1.90	57.00	0.32	
0.44	15	635	50	22.9	3.43	51.50	0.44	
0.42	15	71.5	90	39.3	4.56	68.60	0.57	
0.42	30	57	23	10.1	1.31	39.30	0.25	
0.43	30	74	76	34.1	2.37	71.10	0.48	
0.43	15	6.9	35	16.1	2.20	34.40	0.47	
0,43	30	44	75	34.4	2.93	88.00	0.39	
0.30	30	42.5	50	15.6	1.17	35.10	0.45	
0.30	30	46.8	50	15.6	1.19	35.70	0.43	
0.40	15	79	20	8.3	0.86	12.90	0.63	

La quantità totale di calore, sviluppata dai muscoli nel tetano, è assai varia nei diversi esperimenti, come varia è la durata del tetano stesso, fino alla completa stanchezza del muscolo.

Non avrebbe quindi alcun senso fare una media dei valori ottenuti, come non è possibile trovare un criterio, che permetta il confronto fra la quantità di calore sviluppata nel tetano e quella sviluppata nelle singole contrazioni: tale confronto non potrebbe sussistere anche per la diversità degli stimoli usati, che furono diretti per le singole contrazioni, indiretti per il tetano. Mi debbo quindi limitare all'esame delle cifre contenute nell'ultima colonna della precedente tabella. Da essa risulta che il rapporto $\frac{C}{S \times P}$, il quale indica il consumo del muscolo per una *unità d'effetto* del tetano è variabile (varia, nei miei esperimenti, tra le cifre 0.22 e 1.02), il che significa, che per ottenere lo stesso effetto meccanico, un muscolo può spendere energia in quantità molto differente.

Tale variabilità meglio si vede, ordinando le cifre da me ottenute secondo la loro grandezza, nel modo seguente:

0.22	0.32	0.43	0.51	0.63
0.22	0.32	0.44	0.52	0.63
0.23	0.33	0.45	0.57	0.82
0.25	0.36	0.47	0.57	1.02
0.25	0.36	0.47		
0.26	0.39	0.48		
0.29				

Si può dire tuttavia, che, più frequentemente, il coefficiente termodinamico del gastrocnemio di rana nel tetano sta fra 0.2 e 0.3.

Le cifre più basse (che indicano un minor consumo) sono state ottenute in muscoli, che ripetevano il tetano per la seconda volta. Sembra perciò che anche per il tetano valga il principio (già espresso a pag. 587 per riguardo al lavoro), che il muscolo funziona con minor spreco di energia, quando ha già consumato parte delle sostanze di riserva immagazzinate.

Oltre a ciò, ho voluto vedere se, nello stesso tetano, durante i suoi varî periodi, il consumo del muscolo varii e come. Per questo serviva il dispositivo, già descritto a pag. 601, che permetteva di segnare sull'ascissa, con un segnale di Desprez, gli spostamenti del galvanometro di 10 in 10 divisioni della scala. Qualche volta l'ultimo segno era fatto dopo sole 5 divisioni, poichè il tetano era finito o quasi.

Ho ottenuto così i tracciati riprodotti nelle figg. 2, 3 e 4. In questi la superficie integrale era divisa in tante zone mediante archi di cerchio (di raggio eguale alla lunghezza tra la punta e il fulcro della leva) partenti dai punti dell'ascissa, ove erano stati fatti i segni col segnale di Desprez. Le superfici di queste zone erano misurate nel solito modo e moltiplicate per il peso di carica. Il calore corrispondente a

10 divisioni (o per ultimo a 5 divisioni) del galvanometro veniva calcolato in calorie e così per ogni zona ottenevo i rapporti

$$\frac{C}{S_1 \times P} \quad \frac{C}{S_2 \times P} \quad \frac{C}{S_3 \times P} \ldots\ldots$$

che indicano il consumo del muscolo nei varî periodi della contrazione tetanica.

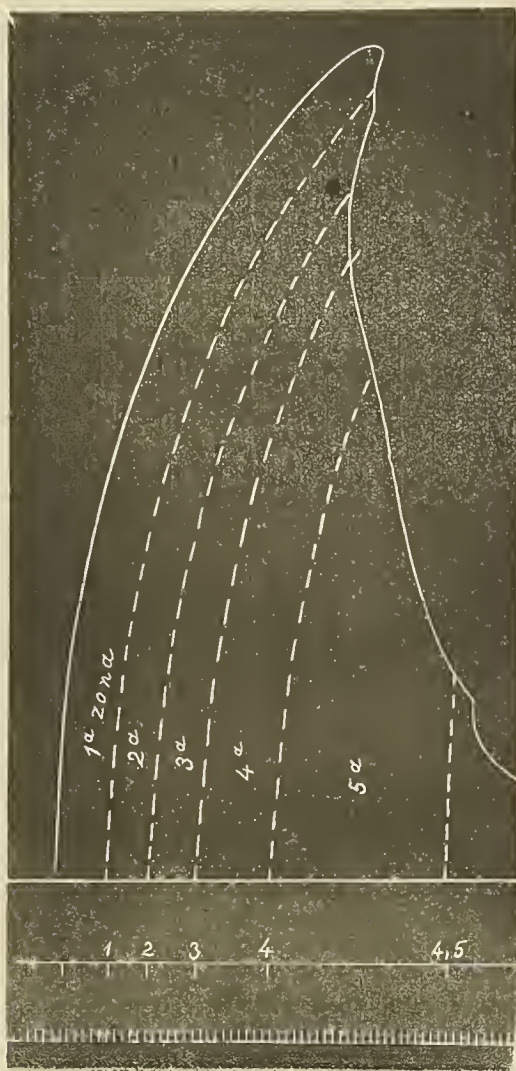



Fig. 2. — Tetanogramma ottenuto nell'Esp. A (Tab. VIII), diviso in zone corrispondentemente ad elevazioni termiche di 10 in 10 divisioni della scala del galvanometro. Tempo in secondi.

Certo sarebbe stato meglio dividere il tetanogramma in zone di egual larghezza, corrispondenti per es. a 10 e a 20 secondi ciascuna; ma per questo nella misura o nel calcolo della quantità di calore sviluppatosi, corrispondentemente ad ogni zona, sarebbero sorte complicanze o difficoltà che ho voluto evitare.

Nella tabella seguente si trovano i risultati di alcuni dei miei esperimenti, che non tutti riporto:

TABELLA VIII.

Esperimenti	Peso del muscolo	Peso di carica gr.	Zone	Divisioni del galvanometro per ogni zona	C per ogni zona	Superficie integrale di ogni zona (S) cm².	$\frac{C}{S \times P}$
A	0.47	19	1ª zona	10	4.4	0.73	0.31
			2ª »	10	4.4	0.64	0.36
			3ª »	10	4.4	0.67	0.34
			4ª »	10	4.4	0.84	0.27
			5ª »	5	2.2	1.25	0.09
B	0.49	19	1ª zona	10	5.1	0.26	1.02
			2ª »	10	5.1	0.32	0.83
			3ª »	10	5.1	0.53	0.50
			4ª »	10	5.1	0.36	0.74
			5ª »	10	5.1	0.39	0.68
			6ª »	10	5.1	0.67	0.39
			7ª »	10	5.1	0.15	0.59
			8ª »	10	5.1	0.46	0.58
			9ª »	5	2.5	0.52	0.13
C	0.45	30	1ª zona	10	5.2	0.42	0.41
			2ª »	10	5.2	0.35	0.49
			3ª »	10	5.2	0.72	0.24
			4ª »	10	5.2	0.57	0.30
			5ª »	10	5.2	0.52	0.33
D	0.43	30	1ª zona	10	4.5	0.63	0.24
			2ª »	10	4.5	0.13	1.10
			3ª »	10	4.5	0.16	0.94
			4ª »	10	4.5	0.21	0.71
			5ª »	10	4.5	0.33	0.45
			6ª »	10	4.5	0.18	0.83
			7ª »	10	4.5	0.38	0.39
			8ª »	5	2.7	0.39	0.38

(*Segue*) Tabella VIII.

Esperimenti	Peso del muscolo	Peso di carica gr.	Zone	Divisioni del galvanometro per ogni zona	C per ogni zona	Superficie integrale di ogni zona (S) cm².	$\frac{C}{S \times P}$
E	0.42	15	1ª zona	10	4.3	0.50	0.57
			2ª »	10	4.3	0.22	0.31
			3ª »	10	4.3	0.19	1.51
			4ª »	10	4.3	0.24	1.20
			5ª »	10	4.3	0.45	0.60
			6ª »	10	4.3	0.32	0.89
			7ª »	10	4.3	1.14	0.25
			8ª »	10	4.3	0.81	0.35
			9ª »	10	4.3	0.70	0.41
F	0.44	19	1ª zona	10	4.5	0.56	0.42
			2ª »	10	4.5	0.59	0.40
			3ª »	10	4.5	0.70	0.34
			4ª »	10	4.5	1.12	0.21
G	0.45	19	1ª zona	10	4.8	0.54	0.46
			2ª »	10	4.8	0.16	1.57
			3ª »	10	4.8	0.20	1 26
			4ª »	10	4.8	0.55	0.46
			5ª »	10	4.8	0.31	0.81
			6ª »	10	4.8	0.90	0.28
			7ª »	10	4.8	0.44	0.57
			8ª »	10	4.8	0.47	0.53
			9ª »	10	4.8	0.56	0.45
			10ª »	10	4.8	0.81	0.31
			11ª »	5	2.4	0.70	0.18
H		15	Zona	10	4.6	0.84	0.36
			»	10	4.6	0.30	1.02
			»	10	4.6	0.38	0.81
			»	10	4.6	0.61	0.50
			»	10	4.6	1.30	0.23

Uno sguardo dato ai tracciati riprodotti nelle figg. 2, 3 e 4 già fa vedere quali possano essere i rapporti tra lo sviluppo del calore e i varî periodi del tetanogramma. Si constata subito, che l'intervallo tra l'inizio della contrazione tetanica e il segno che indica lo spostamento del galvanometro per 10 divisioni è piuttosto lungo, più lungo degli altri intervalli, che corrispondono a incrementi della temperatura del

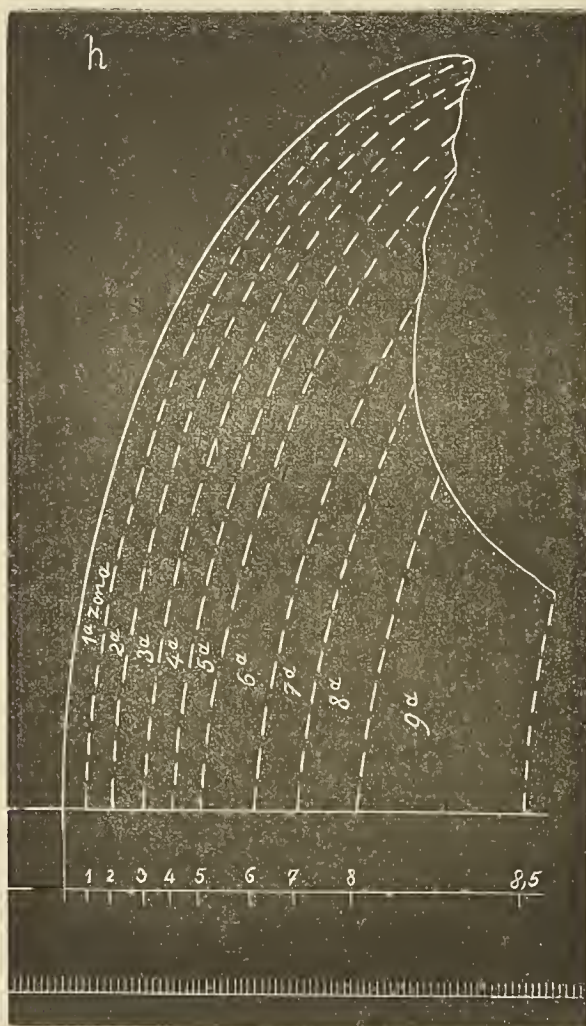



Fig. 3. — Tetanogramma ottenuto nell'esperimento B (Tab. VIII). Divisione in zone come nella fig. precedente. Tempo in secondi.

muscolo proporzionali ad altre 10 divisioni del galvanometro. Ciò significa che lo sviluppo del calore in principio ritarda alquanto sull'inizio della contrazione. Poi gli intervalli suddetti si fanno sempre più lunghi, mentre il tetanogramma si abbassa.

Riguardo all'andamento del rapporto $\frac{C}{S \times P}$ nei varî periodi del tetanogramma si deve riconoscere, che non vi è una grande regolarità e che vi sono degli sbalzi considerevoli. Ma in generale questo rapporto è piuttosto elevato in principio, diminuisce poi della metà o anche di due terzi e raggiunge valori più bassi alla fine del tetanogramma.

L'elevato valore di questo rapporto nel secondo o terzo periodo del tetano (2ª e 3ª zona del tetanogramma) dipende in gran parte dal ritardo dello sviluppo del calore; ma senza dubbio indica anche, che il consumo del muscolo è massimo, proporzionatamente all'effetto dinamico della contrazione. Nei primi periodi del tetano il muscolo fatica con grande dispendio. Poi comincia a risparmiare, e infine sviluppa tutta la potenza, che gli è possibile ancora, con un minimo consumo di energia. Anche in questo si verifica adunque quanto si è visto avvenire per il lavoro o per i tetani ripetuti dallo stesso muscolo, che cioè il muscolo stesso, finchè dispone di

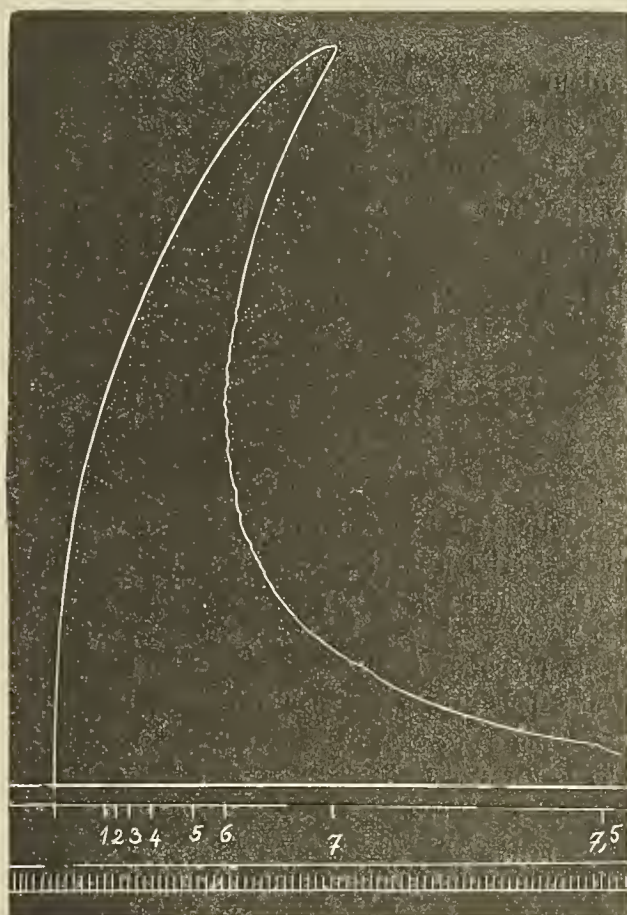



Fig. 4. — Tetanogramma ottenuto nell'esperimento D (Tab. VIII). In questo sono segnati i momenti in cui la scala del galvanometro si spostava di 10 in 10 divisioni. Questa figura mostra chiaramente il ritardo dello sviluppo del calore all'inizio del tetano. Tempo in secondi.

sostanze di riserva in abbondanza, funziona con grande dispendio, quando queste scarseggiano può ottenere lo stesso effetto con un consumo minore [1].

[1] Per mettere bene in evidenza le relazioni termodinamiche nel tetano credo opportuno fare il seguente esempio.

Si immagini un cilindro pieno di un gas ed in esso uno stantuffo, che si possa muovere in alto e in basso e porti in alto un piattello, su cui si depongono dei pesi. Nell'interno del cilindro si trovi una sorgente di calore variabile.

Si può facilmente adattare una penna al piattello dello stantuffo, in modo che scriva sopra

E) Contrazioni veratriniche.

Ricordi bibliografici. — Sarebbe inutile riferire qui quanto ormai si conosce sulle funzioni dei muscoli striati sotto l'azione della veratrina. Che nelle contrazioni veratriniche si producano notevoli quantità di calore è noto già per il fatto, che negli organismi, avvelenati con il veratrum, la temperatura del corpo si innalza, contemporaneamente alla comparsa delle convulsioni toniche o crampi, tipici di questo avvelenamento.

Fick e Böhm misurarono, con i soliti metodi termoelettrici, lo sviluppo di calore durante la contrazione di muscoli di rana veratrinizzati. Essi concludono, che in una sola contrazione (susseguente ad un unico stimolo indotto) si produce molto più calore che in una contrazione normale, ed inoltre che l'ulteriore contrattura del muscolo veratrinizzato dipende da una maggiore intensità dei processi chimici nel muscolo stesso, ed infine che la contrattura veratrinica non può essere considerata come un tetano.

---

un chimografo. Quando si sviluppa calore nel cilindro, la penna scriverà una curva, la quale dipende dal modo con cui il calore si sviluppa e dal peso che si trova nel piattello e cioè, per le leggi dei gas, l'altezza della curva è proporzionale al peso di carica. La superficie integrale della curva S moltiplicata per il peso P è funzione delle tre variabili del sistema (peso, altezza del peso, tempo) funzione che misura lo sviluppo del calore entro il cilindro, cioè, se questo calore è prodotto per es. da una combustione, il consumo dell'energia necessaria per mantenere un certo peso a una certa altezza, durante un certo-tempo.

Se poi si pensa che le pareti del cilindro possono lasciar passare in modo differente il calore, la cosa è più complicata, ma in certo modo più vicina a quanto avviene nel tetano. Supponiamo che la parete del cilindro non lasci passare il calore, e che in esso si abbia una istantanea combustione. La superficie S è un parallelogramma di cui l'altezza dipende dal peso di carica e che può avere una lunghezza qualsiasi, cioè il peso resta indefinitamente ad una data altezza senza più consumo d'energia.

Se le pareti del cilindro lasciano passare il calore, in modo che il gas si raffreddi, il prodotto $S \times P$ è una misura della corrente d'energia che degrada attraverso il cilindro, ed S varia sia per la quantità di energia potenziale che si consuma entro il cilindro, sia per il modo, con cui il calore passa attravarso le pareti di esso. Si può quindi ottenere un grande effetto (tener sollevato lungamente un forte peso ad alto livello) con poco consumo di calore, cioè il rapporto $\frac{C}{S \times P}$ può essere molto piccolo, o può accadere il contrario.

In ogni modo il rapporto $\frac{C}{S \times P}$ ci esprime l'effetto ottenuto per un certo consumo d'energia potenziale, o viceversa quanta energia si consuma per ottenere un dato effetto.

Desiderando di non essere frainteso, noto qui esplicitamente che il modello sovra descritto deve essere considerato come riferentesi ad un esempio di trasformazione energetica in generale e non corrispondente, per la qualità, alle trasformazioni che hanno luogo nel muscolo durante la sua contrazione. È ben noto infatti, e sarebbe inutile ripeterlo, che il muscolo non può essere in alcun modo considerato come una macchina termica.

È da notare ancora, osservando le cifre di Fick e di Böhm (tabella a pag. 84) che la quantità di calore, la quale si produce per una singola contrattura (determinata da un colpo di corrente di chiusura o di apertura) può essere assai varia. Le cifre suddette sono (in divisioni della scala del galvanometro):

20, 15, 10, 9, 6, 6.

In brevi tetani dei muscoli veratrinizzati le quantità di calore sono maggiori e corrispondono a 26, 21, 14, 13, 9, 30 divisioni della scala galvanometrica.

Fig. 5. — **Miogramma veratrinico**, diviso in 3 zone. Tempo in secondi. (Da leggersi da destra verso sinistra).

Esperimenti.

Nei miei esperimenti ho usato muscoli di rana già veratrinizzati per mezzo di una iniezione intraperitoneale di 2 cc. di una soluzione assai diluita di veratrina. Dopo 5 minuti, appena comparivano i primi sintomi dell'avvelenamento, isolavo il gastrocnemio e lo disponevo nel solito apparecchio, in modo da poter misurare il calore sviluppato dal muscolo e registrare il miogramma veratrinico. La stimolazione si faceva direttamente nel muscolo con un colpo di apertura di corrente indotta.

In alcuni esperimenti segnavo anche, col dispositivo descritto a pag. 601, i punti dell'ascissa corrispondenti al momento in cui il galvanometro si spostava di 10 in 10 divisioni. E così, come ho già detto per il tetano, potevo dividere il miogramma veratrinico in zone (vedi fig. 5).

La leva, che serviva a scrivere i miogrammi, era la stessa leva isotonica, che mi servì per gli esperimenti sul tetano sopra descritti. Il carico è stato sempre di 10 gr.

Nulla ho da aggiungere per riguardo alla determinazione della superficie integrale dei miogrammi, misurata in cm², ed in cui un cm. di ascissa corrispondeva a 10 secondi. Al solito fu calcolato il rapporto $\frac{C}{S \times P}$ e per i miogrammi intieri e per alcuni miogrammi divisi in zone.

Tutti i dati sono riassunti nelle tabelle seguenti.

Tabella IX.

(Peso di carica, P = 10 gr.).

Peso del muscolo	Spostamento del galvanometro	Durata della contrattura secondi	C	S × P	$\frac{C}{S \times P}$	
0.42	10	87	4.4	15.40	0.28	Rana a digiuno
0.42	9	59	3.9	11.70	0.33	»
0.42	12	62	5.2	11.90	0.43	»
0.42	10	36	4.4	9.40	0.47	»
0.42	31	100	13.5	6.30	2.14	Rana alimentata
0.42	26	109	11.3	5.70	1.98	»
0.58	36	149	15.7	12.90	1.22	»
0.58	12	92	5.2	19.90	0.26	»
0.44	16	100	7.0	7.20	0.97	»
0.46	5	43	2.2	2.80	0.78	»
0.52	12	90	5.2	14.30	0.36	»

Tabella X.

(Peso di carica, P = 10 gr.).

Zone del miogramma	Divisioni del galvanometro per ogni zona	C per ogni zona	Superficie integrale di ogni zona cm².	$\frac{C}{S \times P}$
1ª zona	10	4.3	0.33	1.30
2ª »	10	4.3	0.24	1.79
3ª »	10	4.3	0.04	10.75
1ª zona	10	4.3	0.46	1.65
2ª »	10	4.3	0.17	2.53
3ª »	5	2.1	0.12	1.75
1ª zona	10	4.3	0.67	0.64
2ª »	10	4.3	0.52	0.82
3ª »	10	4.3	0.08	5.37

Si vede da queste cifre, che il calore, sviluppato in una sola contrazione veratrinica, è sempre elevato, ma assai variabile da un muscolo all'altro (da 2 a 13 microcalorie).

Il rapporto $\frac{C}{S \times P}$, che, come si è detto per il tetano, esprime il consumo del muscolo, è pure molto variabile (in questi esperimenti da 0.3 a 2). Anche nella contrazione veratrinica il gastrocnemio di rana può ottenere dunque lo stesso effetto con un diverso dispendio di energia. Questo dispendio è assai maggiore nelle rane nutrite che nelle rane a digiuno.

Il rapporto $\frac{C}{S \times P}$ varia pure nei diversi periodi della stessa contrazione: in alcuni esperimenti sembra che, al contrario di quanto avviene nel tetano, sia maggiore nel periodo finale. Cioè il muscolo consumerebbe di più col prolungarsi della contrazione tonica.

II.

Il consumo di ossigeno nei muscoli in rapporto alle diverse condizioni meccaniche delle loro contrazioni.

Ricordi bibliografici. — Le principali ricerche sul ricambio gazoso dei muscoli furono fatte in modo indiretto, determinando le variazioni, che la contrazione di certi gruppi muscolari producevano nel ricambio respiratorio totale dell'organismo. In questo modo esperimentarono: Regnault, Reitet, Pettenkofer e Voit, Zuntz, Smith, Schnyder, Johannson, Attwater e Benedict ed altri, di cui le ricerche si trovano riassunte nella Memoria di Barcroft.

Per questo non riferisco tali lavori e mi limito a dire qualche cosa di quelli di Chauveau, che ho ricordato in principio, ove si trovano le differenze del consumo d'ossigeno dell'intiero organismo (in confronto col consumo normale) in tre tipi di lavoro muscolare e cioè nel così detto *lavoro statico*, nel vero *lavoro meccanico positivo* e nel *lavoro negativo* (che ha luogo quando si accompagna con la contrazione muscolare un peso che cade). Riporto alcune cifre di questo autore:

	Eccesso del consumo d'ossigeno sulla media normale durante il riposo.		
Peso adoperato	Lavoro statico	Lavoro positivo	Lavoro negativo
1.5 Kgr.	40 cm^3	99 cm^3	66 cm^3
3.0	79	158	131
4.5	133	241	206
6.0	197	324	277

Egli conclude, che il consumo cresce quando si passa dal lavoro statico al lavoro negativo e poi al lavoro positivo. Ma anche questi resultati male si possono comparare con quelli, che ho ottenuto dai miei esperimenti.

Un altro metodo è quello che si basa sulle analisi gazometriche del sangue, refluo dai muscoli.

Le più antiche ricerche, in questo senso, furono quelle di Ludwig, Sczelkow e Schmidt, i quali trovarono, che l'anidride carbonica nel sangue venoso dei muscoli aumenta assai durante la attività di questi. Tale prevedibile resultato fu confermato da v. Frey e da Gruber, e contraddetto da Minot, che sperimentò con la circolazione artificiale nei muscoli, usando però siero invece di sangue intiero. Poi Chauveau e Kaufmann nuovamente constatarono, che il sangue circolante nel muscolo elevatore del labbro e nel massetere del cavallo contiene molto più CO_2 quando i muscoli si trovano in attività.

Più recentemente Verzàr ha applicato questo metodo al gastrocnemio del gatto, di cui il tendine di Achille, distaccato, veniva connesso con apparecchi di registrazione, mentre dalla vena si raccoglieva il sangue refluo, di cui si determinava la quantità, e il contenuto in ossigeno e in acido lattico. Verzàr conclude, che l'ossigeno consumato in un minuto, da un grammo di muscolo di gatto, in riposo, è di gr. 6.03×10^{-4} ovvero cm^3 0.00448. Il muscolo consuma ossigeno non solo durante le contrazioni, ma anche dopo che queste sono cessate; il che fa credere che l'ossigeno serva per il restauro del muscolo. CO_2 e altri acidi (probabilmente acido lattico) sono prodotti in grande quantità dopo il tetano. Questi acidi valgono ad espellere l'ossigeno dal sangue di guisa che più facile diviene l'utilizzazione di questo gas da parte delle sostanze muscolari.

Un terzo metodo consiste in determinazioni dirette su muscoli distaccati: Hermann trovò, che la quantità di CO_2, che si può estrarre con la pompa da un muscolo, è maggiore dopo la tetanizzazione.

Altre volte è stato analizzato il gas (aria od ossigeno) circondante il muscolo: così Hermann stesso [1], Danilewsky, Tissot e più recentemente Fletcher. Quest'ultimo autore ha esperimentato tanto con muscoli di rana, quanto (più tardi) con muscoli di topo. Egli analizza l'aria (precipitazione dell'idrato di bario per CO_2 e susseguente titolazione) per mezzo di un apparecchio speciale (apparecchio di Blackman) e conclude, che la tetanizzazione di un muscolo durante circa 20′ produce solo un minimo aumento d'emissione di CO_2 (circa 0.02 cc.). Aumenti maggiori si hanno quando comincia il *rigor mortis*, che a sua volta sembra affrettato dalle contrazioni artificialmente provocate.

Altri esperimenti furono fatti con la poltiglia di muscoli (Battelli e Stern, Lussana), ma per questi è ancora indecisa la questione se l'assorbimento di ossigeno e

[1] Riporto a questo proposito alcune cifre di Hermann, quali si trovano citate nel lavoro di Fletcher, poichè non ho potuto consultare l'opera del Hermann stesso:

Esperimento 27: 2 muscoli. Durata dell'esperimento, 3 ore e 10 minuti.
Muscoli in riposo: analisi dell'aria ambiente, 1.43 CO_2 % (in volume).
Muscoli tetanizzati: » » » 9.33 » »

Esperimento 31: 2 muscoli. Durata dell'esperimento, 2 ore e 35 minuti.
Muscoli in riposo, ma agitati: analisi dell'aria ambiente, 9.31 CO_2 %
Muscoli tetanizzati: » » » 11.31 » »

l'emissione di CO_2 siano il resultato di un vero processo respiratorio post-mortale o di un semplice fenomeno d'ossidazione della sostanza organica.

Infine fu adoperato (sempre per l'apprezzamento delle variazioni del gas circondante un muscolo isolato) il microspirometro di Thumberg. Oltre gli esperimenti del Thumberg stesso in questo riguardo, vi sono quelli di Di Cristina, il quale trovò che il consumo di ossigeno, da parte del gastrocnemio di rana in riposo, è in media mm^3 157.5 per grammo di muscolo e per ora. Durante la contrazione aumenta l'intensità del ricambio respiratorio e questo aumento può giungere fino a valori due volte più grandi di quelli, che si riferiscono al muscolo in riposo.

Metodo di ricerca.

L'apparecchio da me adoperato (v. fig. 6) consiste di due vasi presso a poco eguali A ed M connessi con un manometro ad acqua F il quale permette di mantenere sempre eguale la pressione

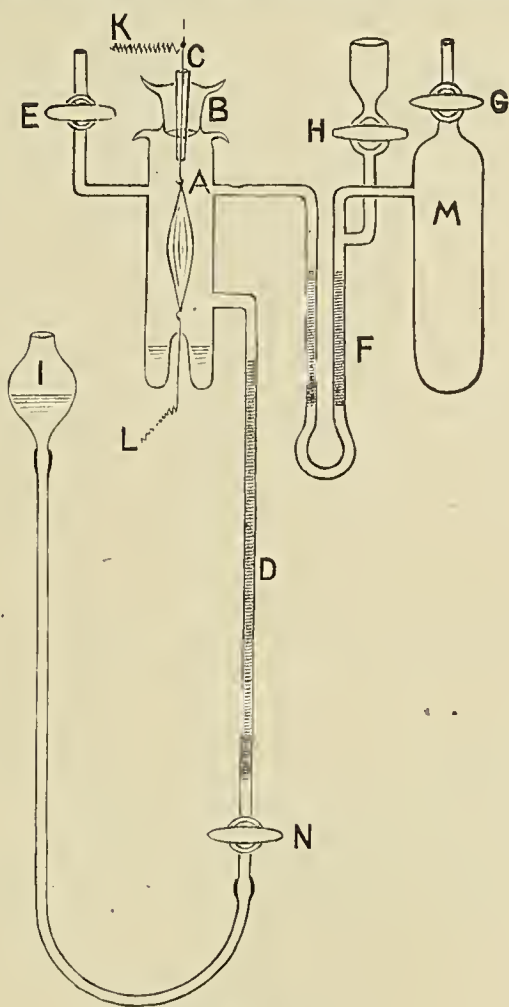



Fig. 6.

nei due vasi, e rende così l'istrumento indipendente da eventuali variazioni della temperatura e della pressione barometrica.

Nel vaso A sta il muscolo e un po' di soluzione di KOH che assorbe l'anidride carbonica da lui emessa. La diminuzione del volume del gas (ossigeno) si compensa e si misura mediante il

tubo capillare D, esattamente calibrato, e il serbatoio I, che contengono mercurio. Una cremalliera, a cui è appeso il serbatoio I, permette di spostare il menisco in D, fino a che il manometro F torna a zero. Così in D si legge la diminuzione di volume del gas, cioè la quantità di ossigeno consumata dal muscolo.

Il vaso A è chiuso in alto da un tappo di vetro B, traforato da un tubicino C, che lascia passare il filo, che dal muscolo va agli apparecchi di registrazione.

I quattro uncinetti di vetro, che si vedono nella fignra, servono ad assicurare il tappo al vaso mediante adatta legatura.

La stimolazione del muscolo avviene mediante gli uncini e i fili di sostegno K ed L, che sono di platino.

Per fare una determinazione si adatta il muscolo nel vaso A, si assicura il tappo B e si chiude il tubicino C con un altro piccolo tappo bene ingrassato. Poi bisogna riempire d'ossigeno il vaso A; per questo si toglie il mercurio da D e da I, si aprono i rubinetti N ed E e da I verso E si lascia andare una lunga corrente d'ossigeno.

Poi si chiudono N ed E, si rimette il mercurio in I e si immerge tutto l'apparecchio nell'acqua contenuta in un'urna a pareti di vetro: si aprono i rubinetti E e G a fine di stabilire l'equilibrio dei gas nei due vasi, e anche il rubinetto N, che lascia passare il mercurio in D. Si attende così che la temperatura sia da per tutto livellata, per il che ci vuole una mezz'ora. Quindi si chiudono i rubinetti E e G e si nota l'inizio dell'esperimento, leggendo l'altezza del mercurio in D. Il muscolo comincia ad assorbire ossigeno e ad emettere CO_2 che a sua volta è assorbita dalla potassa: si vede perciò nel manometro salire il liquido nella branca sinistra. Trascorso un conveniente periodo di tempo (nei miei esperimenti mezz'ora) si innalza il serbatoio I, finchè il manometro torni a zero e si legge di quanto il mercurio è salito nel tubo D.

Dopo un altro periodo di tempo si innalza di nuovo I e si legge in D e così via, fino a che si vede, che, in tempi eguali, vi è quasi costante diminuzione di volume del gas.

Allora si toglie il piccolo tappo che chiude il tubicino C, in modo da lasciare libero il filo, che dal muscolo va agli apparecchi di registrazione e provvisoriamente si chiude questo tubicino con una goccia di olio, per impedire diffusioni di gas. Si stimola il muscolo attraverso i reofori K ed L (che per essere immersi nell'acqua debbono essere bene isolati) e se ne registrano le contrazioni. Quindi si rimette a posto in C il piccolo tappo, si livella il mercurio in D, e, come è stato detto sopra, si procede subito a determinare la diminuzione di volume del gas, e si vede così quanto ossigeno è stato consumato durante le contrazioni e poi si ripete questa determinazione di tempo in tempo.

Il tubo D, calibrato con il mercurio per pesata, aveva la seguente capacità: un cm. lineare di tubo corrispondeva a 0,156 gr. Hg e quindi a cm^3 0.0115.

In questi esperimenti ho usato i rospi invece delle rane a fine di avere muscoli (gastrocnemi) più grossi.

Le stimolazioni si facevano con il solito induttorio, provvisto dell'interruttore rotativo adoperato per le precedenti ricerche.

Si facevano sempre 250 stimolazioni in 6 minuti primi.

Per il lavoro ho usato il solito argano, per le contrazioni isotoniche e per il tetano isotonico una leva comune, per le contrazioni isometriche e per il tetano isometrico fissavo con una adatta morsa il filo, già teso mediante un determinato peso.

Esperimenti.

Le cifre che seguono rappresentano in cm. la lunghezza del tubo D, occupato man mano dal mercurio per l'assorbimento di ossigeno da parte del muscolo; e ciò durante il riposo (ogni mezz'ora), durante le 250 contrazioni (6 minuti) e dopo di esse. Quest'ultimo periodo comprende sempre 4 ore, nelle quali, ogni mezz'ora, si faceva una determinazione.

Le cifre totali per ogni esperimento rappresentano (sempre in lunghezza di tubo D) tutto l'ossigeno assorbito dal muscolo e durante e dopo le contrazioni.

Esperimento I, 18 maggio 1915. T 21°. Peso del muscolo gr. 0.70. *Contrazioni isotoniche,* carica gr. 50.
Durante il riposo: 1,4 — 1,5 — 1,5.
Durante le contrazioni: 1,2.
Dopo le contrazioni: 4,9 — 4,4 — 3,7 — 1,9 — 3,0 — 2,9 — 1,4 — 1,4.
Totale 24,6.

Esperimento II, 19 maggio. T 21°. Peso del muscolo gr. 0.97. *Contrazioni isotoniche,* carica gr. 50.
Durante il riposo: 1,6 — 1,8 — 1,1 — 1,3.
Durante le contrazioni: 1,0.
Dopo le contrazioni: 4,0 — 3,4 — 2,9 — 2,5 — 2,4 — 2,1 — 2,3 — 2,1.
Totale 22,7.

Esperimento III, 20 maggio. T 22°. P 755. Peso del muscolo gr. 1.0. *Contrazioni isometriche.* Tensione con gr. 50.
Durante il riposo: 2,0 — 1,3 — 1,2.
Durante le contrazioni: 1,1.
Dopo le contrazioni: 5,3 — 3,9 — 3,9 — 3,4 — 3,3 — 3,3 — 3,3 — 2,0.
Totale 29,5.

Esperimento IV, 20 maggio. T 22°. P 755. L'altro muscolo dello stesso rospo. Peso del muscolo gr. 1.0. *Contrazioni isometriche.* Tensione con gr. 50.
Durante il riposo: 2,9 — 3,3.
Durante le contrazioni: 1,1.
Dopo le contrazioni: 6,6 — 4,6 — 4,6 — 4,4 — 4,1 — 3,7 — 3,7 — 3,6.
Totale 36,4.

Esperimento V, 20 maggio. T 20°. P 755. Peso del muscolo gr. 0.60. *Contrazioni isotoniche,* carica gr. 50.
Durante il riposo: 1,4 — 1,3 — 0,8.
Durante le contrazioni: 1,5.
Dopo le contrazioni: 3,1 — 2,7 — 2,4 — 2,5 — 2,1 — 2,0 — 1,8 — 2,0.
Totale 20,1.

Esperimento VI, 22 maggio. T 20°,5 P 755. Peso del muscolo gr. 0.70. *Contrazioni isometriche.*
Durante il riposo: 1,1 — 1,0.
Durante le contrazioni: 1,0.
Dopo le contrazioni: 5,5 — 2,4 — 2,7 — 2,0 — 2,0 — 2,0 — 2,9 — 2,7.
Totale 23,2.

Esperimento VII, 23 maggio. T 21°. P 754. Peso del muscolo gr. 0.64. *Contrazioni isotoniche,* carica gr. 50.
Durante il riposo: 1,7 — 1,7.
Durante le contrazioni: 1,0.
Dopo le contrazioni: 3,7 — 2,0 — 2,4 — 2,5 — 2,3 — 2,3 — 2,2 — 2,0.
Totale 20,4.

Esperimento VIII, 24 maggio. T 21°. P 754. Peso del muscolo gr. 0,64. *Contrazioni isometriche.* Tensione con gr. 30.
Durante il riposo: 1,5 — 1,5.
Durante le contrazioni: 1,0.
Dopo le contrazioni: 4,7 — 2,9 — 2,9 — 2,6 — 2,4 — 2,2 — 2,0 — 1,2.
Totale 22,1.

Esperimento IX, 6 giugno. T 23°. P 757. Peso del muscolo gr. 0.61. *Contrazioni isotoniche* carica gr. 30.
Durante il riposo: 1,1 — 1,5 — 1,2.
Durante le contrazioni: 1,0.
Dopo le contrazioni: 4,2 — 2,7 — 2,2 — 2,5 — 2,2 — 2,0 — 2,0 — 1,8.
Totale 20,6.

Esperimento X, 6 giugno. T 23°. P 757. L'altro gastrocnemio dello stesso rospo, peso gr. 0,61. *Contrazioni isometriche.* Tensione con gr. 30.
Durante il riposo: 1,9 — 1,3.
Durante le contrazioni: 1,1.
Dopo le contrazioni: 4,7 — 2,5 — 2,6 — 2,3 — 2,2 — 2,2 — 2,2 — 1,5.
Totale 21,3.

Esperimento XI, 7 giugno. T 23°. P 758. Peso del muscolo gr. 0.50. *Contrazioni isotoniche,* carica gr. 30.
Durante il riposo: 1,3 — 1,0.
Durante le contrazioni: 1,2.
Dopo le contrazioni: 4,0 — 2,6 — 2,6 — 2,4 — 2,2 — 2,1 — 2,1.
Totale 19,0.

Esperimento XII, 7 giugno. T 23°. P 758. L'altro gastrocnemio dello stesso rospo, peso gr. 0.50. *Contrazioni isometriche.* Tensione con gr. 30.
Durante il riposo: 1,5 — 1,4.
Durante le contrazioni: 1,1.
Dopo le contrazioni: 4,6 — 3,0 — 2,9 — 3,0 — 2,3 — 2,3 — 2,3 — 3,0.
Totale 24,5.

Esperimento XIII, 17 giugno. T 24°. P 755. Peso del muscolo gr. 0.82. *Contrazioni che eseguiscono un lavoro.* Lavoro 38 $\times$ 15 = 570 gr. cm.
Durante il riposo: 3,8 — 1,0.
Durante il lavoro: 1,7.
Dopo il lavoro: 4,7 — 3,6 — 3,5 — 3,0 — 2,9 — 2,6 — 2,6 — 1,7.
Totale 26,3.

Esperimento XIV, 14 giugno. T 24°. P 755. L'altro gastrocnemio dello stesso rospo, peso gr. 0.82. *Contrazioni isometriche.* Tensione con gr. 15.
Durante il riposo: 2,8 — 2,1.
Durante le contrazioni: 1,1.
Dopo le contrazioni: 5.9 — 4,0 — 3,7 — 3,3 — 3,1 — 3,0 — 3,0 — 2,0.
Totale 29,1.

Esperimento XV, 16 giugno. T 24°. P 755. Peso del muscolo gr. 0,97. *Contrazioni che eseguiscono un lavoro.* Lavoro 5 $\times$ 36 = 180 gr. cm.
Durante il riposo: 2,3 — 2,6 — 2,7.
Durante il lavoro: 0,8.
Dopo il lavoro: 5,0 — 4,1 — 3,4 — 3,4 — 3,4 — 3,0 — 2,0 — 1,7.
Totale 26,8.

Esperimento XVI, 16 giugno. T 24°. P 755. L'altro gastrocnemio dello stesso rospo, peso gr. 0,97. *Contrazioni isotoniche,* carica gr. 5.
Durante il riposo: 2,7 — 2,6.
Durante le contrazioni: 1,0.
Dopo le contrazioni: 5,8 — 5,1 — 4,2 — 4,3 — 3,8 — 4,5 — 4,2 — 4,1.
Totale 07,0.

Esperimento XVII, 24 giugno. T 24°. P 757. Peso del muscolo gr. 0.60. *Contrazioni che eseguiscono un lavoro.* Lavoro 5 $\times$ 94 = 470 gr. cm.

Durante il riposo: 2,1 — 2,0.
Durante il lavoro: 0,6.
Dopo il lavoro: 3,8 — 2,6 — 2,4 — 2,3 — 2,1 — 2,1 — 2,1 — 1,4.
Totale 19,4.

Esperimento XVIII, 24 giugno. T 24°. P 757. L'altro gastrocnemio dello stesso rospo, peso gr. 0,60. *Contrazioni isotoniche*, carica gr. 5.
Durante il riposo: 2,2 — 1,6.
Durante le contrazioni: 1,0.
Dopo le contrazioni: 5,0 — 2,6 — 2,5 — 2,4 — 2,1 — 2,1 — 1,5 — 1,0.
Totale 20,0.

Esperimento XIX, 30 aprile. T 17°. P. 755. Peso del muscolo gr. 0,69. *Tetano isotonico* per 6 m., carica gr. 50.
Prima del tetano: 0,9.
Durante il tetano: 0,7.
Dopo il tetano: 4,6 — 3,2 — 2,6 — 2,2 — 2,1 — 2,2 — 1,8 — 1,9,
Totale 21,3.

Esperimento XX, 1 maggio. T 17°. P 755. L'altro muscolo dello stesso rospo, peso gr. 0.69. *Tetano isometrico* per 6 min., carica gr, 50.
Prima del tetano: 1,4.
Durante il tetano: 0,7.
Dopo il tetano: 4,3 — 3,1 — 2,9 — 2,2 — 2,1 — 2,0 — 1,8 — 1,8.
Totale 20,9.

Esperimento XXI, 2 maggio. T 17°. P 755. Peso del muscolo gr. 0.92. *Tetano isometrico* carica gr. 50.
Prima del tetano: 1,1.
Durante il tetano: 1,1.
Dopo il tetano: 5,1 — 4,0 — 3,2 — 2,0 — 2,0 — 1,1 — 1,0 — 1,0.
Totale 20,5.

Esperimento XXII, 4 maggio. T 18°. P 753. Peso del muscolo gr. 0,50. *Tetano isometrico* per 6 min. con 50 gr. di carica.
Prima del tetano: 1,3 — 1,2 — 0,9.
Durante il tetano: 0,7.
Dopo il tetano: 3,4 — 2,5 — 2,3 — 2,1 — 1,9 — 1,2 — 1,1 — 1,0.
Totale 16, 2.

Esperimento XXIII, 5 maggio. T 18°. P 754. L'altro muscolo dello stesso rospo, peso gr. 0,50. *Tetano isotonico* per 6 min. con carica di gr. 50.
Prima del tetano: 0,8 — 1,5.
Durante il tetano: 0,7.
Dopo il tetano: 4,3 — 3,0 — 2,2 — 2,2 — 2,0 — 2,0 — 1,6 — 1,3.
Totale 19,3.

Esperimento XXIV, 6 maggio. T 18°. P 758. Peso del muscolo gr. 0.92. *Tetano isotonico* per 6 min. con carica di gr. 50.
Prima del tetano: 1,4 — 1,5.
Durante il tetano: 0,7.
Dopo il tetano: 5.1 — 3,2 — 3,0 — 2,8 — 2,6 — 2,2 — 2,0 — 1,8.
Totale 23,4

Esperimento XXV, 6 maggio (ore pomeridiane). T 18°. P 758. Lo stesso muscolo. *Tetano isometrico* per 6 min. con carica di gr. 50.
Prima del tetano: 0,2.
Durante il tetano: 0,7.

Dopo il tetano: 4,6 — 3,0 — 2,8 — 2,6 — 2,4 — 2,2 — 2,0 — 1,8.

Totale 22,1.

Esperimento XXVI, 7 maggio. T 18°,5. P 758. L'altro muscolo dello stesso rospo, peso gr. 0.92.

Tetano isometrico per 6 min. con carica di gr. 50.

Prima del tetano: 1,4.

Durante il tetano: 0,7.

Dopo il tetano: 4,8 — 3,0 — 2,8 — 2,4 — 2,4 — 2,0 — 1,9 — 1,7.

Totale 21,7.

Questi dati, direttamente forniti dagli esperimenti, fanno già vedere, che, nei muscoli in riposo, vi è una approssimativa costanza nel consumo di ossigeno e poi, durante le contrazioni, diminuisce più rapidamente il volume del gas, in cui il muscolo è immerso, poichè questa diminuzione si avvicina, in 6 minuti, a quella prodottasi in mezz'ora di riposo. L'andamento successivo dell'assorbimento d'ossigeno avviene così: è massimo nella prima mezz'ora, poi diminuisce gradatamente, fino a che in 4 oré torna quasi ai valori del riposo.

Ma ora è necessario trasformare i dati sperimentali, sovra esposti, in cifre più esattamente comparabili tra loro, riducendo prima a cm^3 le lunghezze di tubo D osservate, e riportando poi ad un grammo di sostanza muscolare i valori ottenuti.

Nella tabella seguente raccolgo queste nuove cifre.

TABELLA XI.

Numero degli esperimenti	Genere delle contrazioni	Ossigeno assorbito da 1 grm. di sostanza muscolare cm.³ Durante il riposo in 30′	Durante le contrazioni in 6′	Durante 30′ subito dopo le contrazioni	Durante e dopo le contrazioni in 4 ore e 6′
XIII	lavoro	0.0140	0.0249	0.0659	0.369
XV	»	0.0320	0.0095	0.0592	0.317
XVII	»	0.0385	0.0115	0.0727	0.371
I	isotoniche	0.0246	0.0197	0.0804	0.403
II	»	0.0154	0.0119	0.0475	0.270
V	»	0.0240	0.0287	0.0582	0.385
VII	»	0.0269	0.0179	0.0664	0.366
IX	»	0.0226	0.0189	0.0793	0.389
XI	»	0.0220	0.0276	0.0920	0.437
XVI	»	0.0309	0.0118	0.0687	0.438
XVIII . . .	»	0.0307	0.0192	0.0957	0.383
III	isometriche	0.0138	0.0126	0.0610	0.340
IV	»	0.0379	0.0126	0.0760	0.419
VI	»	0.0165	0.0165	0.0905	0.382
VIII	»	0.0270	0.0179	0.0847	0.399
X	»	0.0245	0.0207	0.0886	0.402
XII	»	0.0322	0.0253	0.1058	0.564
XIV	»	0.0294	0.0154	0.0826	0.407
XIX	tetano isotonico	0.0159	0.0117	0.0767	0.356
XXIII . . .	»	0.0345	0.0161	0.0990	0.444
XXIV	»	0.0175	0.0087	0.0637	0.293
XX	tetano isometrico	0.0234	0.0116	0.0715	0.349
XXI	»	0.0132	0.0132	0.0636	0.256
XXII	»	0.0207	0.0161	0.0785	0.374
XXV	»	0.0150	0.0087	0.0575	0.276
XXVI	»	0.0175	0.0087	0.0600	0.272

Facendo le medie di queste cifre risulta anzitutto, dalle determinazioni del muscolo in riposo, che il consumo di ossigeno del gastrocnemio di rospo è cm³ 0.0238 in mezz'ora, cioè

cm³ 0.00079 per minuto.

Si possono poi fare i seguenti confronti tra le medie delle altre cifre:

Ossigeno assorbito	Contrazioni che eseguiscono un lavoro	Contrazioni isotoniche	Contrazioni isometriche
Durante le contrazioni, per minuto	0.0025	0.0032	0.0029
Nei primi 30′ dopo le contrazioni	0.0659	0.0710	0.0841
Durante e dopo le contrazioni in 4 ore e 6′	0.352	0.384	0.416

Ossigeno assorbito	Tetano isotonico	Tetano isometrico
Durante il tetano, per minuto	0.0020	0.0019
Nei primi 30′ dopo il tetano	0.0798	0.0662
Durante e dopo il tetano in 4 ore e 6′ . . .	0.362	0.305

Si vede adunque che, durante le contrazioni, aumenta considerevolmente la quantità d'ossigeno assorbito per minuto e presso a poco nella proporzione di 4 ad uno: l'aumento è un po' minore nel tetano.

Se poi si esamina ciò che avviene nella prima mezz'ora dopo le contrazioni, riducendo ad un minuto le cifre ricavate per 30 minuti, si hanno, per l'assorbimento *medio* di ossigeno, in questo periodo di tempo, susseguente alle funzioni dei muscoli, i valori seguenti:

	Consumo d'ossigeno subito *dopo* le contrazioni
Lavoro	0.0022 cm³ per minuto
Contrazioni isotoniche	0.0024 " "
Contrazioni isometriche . . .	0.0028 " "
Tetano isotonico	0.0026 " "
Tetano isometrico	0.0022 " "

Queste cifre poco si discostano da quelle sovra scritte per il consumo d'ossigeno *durante* le contrazioni, e quindi si può dire, che, subito dopo le contrazioni, l'intensità del ricambio respiratorio si mantiene presso a poco eguale.

Ma nell'insieme, tali risultati quantitativi non permettono *da soli* qualche conclusione sulle diversità del ricambio respiratorio nei varî tipi di attività muscolare.

Infatti il metodo da me adoperato non consente di rilevare immediatamente le condizioni degli scambi gazosi.

Durante le contrazioni si consuma l'ossigeno intramuscolare e si produce CO_2, che resta pure nella sostanza del muscolo: ci vuole un certo tempo prima che, per processi diffusivi, si ristabilisca l'equilibrio dei gas tra il muscolo e l'ambiente; cioè

che nuovo ossigeno entri nel muscolo mentre l'anidride carbonica esce dal muscolo stesso e viene assorbita dalla potassa. Nè poi si deve dimenticare, che i processi di ossidazione proseguono attivamente nel periodo successivo alle contrazioni per il restauro del muscolo.

In conclusione, le differenze quantitative del ricambio respiratorio, che possono aver luogo per il diverso modo di funzionamento del muscolo, non sono apprezzabili, col metodo da me usato, se non tenendo conto della totalità degli scambi, avvenuti durante le contrazioni e durante un lungo periodo dopo di esse (nell' insieme in 4 ore e 6 minuti). Anche l'andamento delle curve, che si possono costruire con i valori esposti nelle pagine precedenti (mettendo sull'ascissa il tempo e sulle ordinate l'assorbimento di ossigeno) potrebbe utilmente rappresentare il diverso modo di comportarsi del muscolo nel ricambio respiratorio, dopo le sue diverse azioni meccaniche.

Tenendo, adunque, principalmente conto di questi valori complessivi, si vede che il consumo di ossigeno, nei varî tipi di contrazioni, è:

massimo nelle contrazioni isometriche . . . . . . (0.416)
minore nelle contrazioni isotoniche . . . . (0.384)
minimo nelle contrazioni che eseguiscono un lavoro . (0.352)

e per il tetano:

maggiore nel tetano isotonico (0.362)
minore nel tetano isometrico (0.305)

Oltre che dalle medie, questi stessi resultati appaiono anche dall'esame dei singoli esperimenti, fatti con coppie di muscoli eguali (tolti dallo stesso rospo), di cui uno era stato fatto funzionare in un modo, l'altro nell'altro.

	Esp. X e IX	Esp. XII e XI
Contrazioni isometriche . . .	0.402	0.564
Contrazioni isotoniche	0.389	0.437

	Esp. XIV e XIII
Contrazioni isometriche	0.407
Lavoro	0.369

	Esp. XVI e XV	Esp. XVIII e XVII
Contrazioni isotoniche	0.438	0.383
Lavoro	0.317	0.371

	Esp. XIX e XX	Esp. XXIII e XXII	Esp. XXIV e XXVI
Tetano isotonico	0.356	0.444	0.293
Tetano isometrico	0.249	0.374	0.272

III.

La produzione di acidi nei muscoli che funzionano in modo diverso.

Ricordi bibliografici. — Che nei muscoli, durante il lavoro, si abbia produzione di acidi, è noto già fin dai tempi di Heidenhain. Questo autore determinò, con i metodi comuni, il grado di acidità di estratti acquosi, fatti con muscoli riposati o stanchi.

Concluse, che la produzione di acidi nei muscoli è esponente e misura della loro funzione.

Questi resultati furono confermati per i mammiferi da Moleschott e Battistini, e poi da Marcuse e da Dreser.

Werther dimostrò, che, almeno per i muscoli tetanizzati, questa acidità è dovuta in gran parte ad acido lattico, che si può estrarre e determinare sotto forma di lattato di zinco.

Accurate ricerche sull'acidificazione dei muscoli vennero anche eseguite da Gottschlich. Questo autore determinò la reazione di estratti acquosi muscolari, in rapporto alla intensità degli stimoli, e agli effetti della distensione continua o discontinua, praticata durante il riposo o durante l'attività. Trovò che piccoli stimoli, incapaci di provocare un'evidente contrazione, producono già una acidificazione dei muscoli e questa si rende poi tanto maggiore, fino ad un certo limite, quanto più intensi sono gli stimoli: anche la distensione dei muscoli, specialmente se è discontinua, provoca un aumento della loro acidità.

Più di recente, una nuova e ben sicura dimostrazione dello sviluppo d'acido lattico nei muscoli, durante le loro attività, fu data da Fletcher e Hopkins, mediante determinazioni per pesata del sarcolattato di zinco, ottenuto dal succo muscolare. Questi autori constatarono una notevole produzione di acido lattico nei muscoli affaticati, e da altra parte studiarono tale processo nelle lesioni muscolari e nella funzione dei muscoli, in condizioni aerobiche ed anerobiche. Infine Peters, nelle sue ricerche di termodinamica muscolare, studiò anche le relazioni, che esistono tra sviluppo di calore e produzioni d'acido lattico, concludendo, che tra questi due fenomeni vi è, in certe condizioni, un parallelo comportamento.

Ma tutti i metodi di determinazione chimica sovra citati sono troppo grossolani, per mettere in evidenza le lievi diversità, che si possono produrre nell'acidificazione dei muscoli, che funzionino in differenti condizioni meccaniche; onde io pensai di applicare a cotali ricerche il metodo sensibilissimo delle pile a concentrazione, con elettrodi di H.

Questo stesso metodo mi aveva già dato soddisfacenti risultati per determinare le concentrazioni del mioplasma cardiaco di tartaruga. Trovai allora, che la concentrazione degli H-ioni nel mioplasma integro, in riposo, è dell'ordine di grandezza

10^{-10} mentre nel miocardo in contrazione è dell'ordine di grandezza 10^{-9} e nel miocardo, alterato meccanicamente o col congelamento, è dell'ordine di grandezza 10^{-7}.

Gli esperimenti, che seguono, furono eseguiti per mio incarico dal dott. Porcelli-Titone e pubblicati nella Internat. Zeitschr. f. physik-chem. Biologie. vol. I, f. 5 e 6.

Esperimenti.

Per una minuta descrizione della tecnica usata rimando il lettore al lavoro del dott. Porcelli-Titone ora citato.

Qui basteranno le notizie seguenti.

Si esperimentò con gastrocnemi di rana. Il muscolo veniva tagliato trasversalmente e sulla superficie di taglio si applicava l'elettrode a gas, rappresentato nella figura 7, in modo che l'apertura inferiore del tubo A venisse completamente occlusa dalla sostanza muscolare e la lamina di platino B poggiasse su questa sostanza medesima; l'idrogeno entrava per il tubo C e usciva per il tubo laterale D, che era immerso in una vaschetta di acqua. Sulla stessa superficie di taglio del muscolo si appoggiava anche l'estremo di un corto tubetto capillare, pieno di soluzione di KCl, l'altro estremo di questo tubetto era immerso nella soluzione di HCl, contenuta nell'ampollina di un elettrode normale Szili.

Si misurava (col metodo Poggendorf) la forza elettromotrice tra l'elettrodo ad H, che poggiava sul muscolo e l'elettrodo Szili. Una ben nota formula permetteva poi di calcolare, dal valore di questa forza elettromotrice, la concentrazione degli H-ioni, che viene così ad essere espressa in frazione di gr.-ione per litro. Tutte le cifre delle seguenti tabelle, per comodità di lettura, sono state moltiplicate per 10^8.

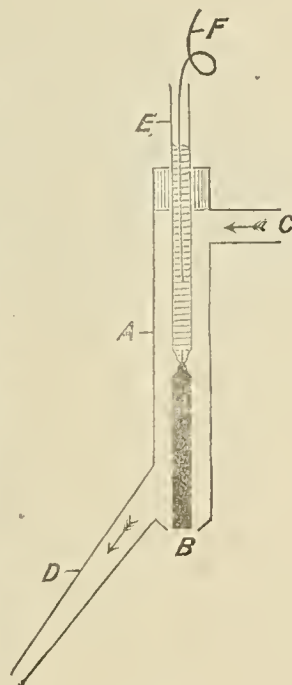



Fig. 7.

A) Acidificazione dei muscoli dopo contrazioni che eseguiscono un lavoro meccanico.

Si usò il solito argano con una carica di gr. 7,7. Si fecero 200 stimolazioni, notando in gr. cm. il lavoro in complesso eseguito. Dei due gastrocnemi della stessa rana, uno serviva per le determinazioni di controllo nel riposo, l'altro veniva sottoposto al lavoro. Nella tabella seguente sono raccolti i dati di tali esperimenti.

Tabella XII.

Numero degli esperimenti	Muscoli in riposo — Concentrazione degli H-ioni × 10^8	Muscoli dopo il lavoro	
		Concentrazione degli H-ioni × 10^8	Lavoro eseguito gr. cm.
1	22	100	1170
2	6	97	1093
3	25	111	916
4	12	89	1309
5	18	94	1209
6	10	98	1250
Medie . . .	15	98	1158

Si vede dunque che, nei muscoli di rana, che avevano compiuto un lavoro di circa 1000 gr. cm., la concentrazione degli H-ioni, cioè l'acidità è considerevolmente maggiore che nei muscoli che erano rimasti in riposo. Le due concentrazioni stanno tra loro come 6,5 ad 1.

B) Acidificazione dei muscoli dopo contrazioni isotoniche.

Anche in questi esperimenti un gastrocnemio serviva per le determinazioni di controllo nel riposo; l'altro gastrocnemio, della stessa rana, si faceva funzionare per 200 contrazioni, con una leva isotonica, caricata con 10 gr.. Nello stesso tempo si prendeva il tracciato delle contrazioni, dal quale si ricavava l'ammontare del lavoro positivo compiuto dal muscolo.

Ecco i risultati di questi esperimenti:

Tabella XIII.

Numero degli esperimenti	Muscoli in riposo — Concentrazione degli H-ioni × 10^8	Muscoli dopo le contrazioni isotoniche — Concentrazione degli H-ioni × 10^8	Muscoli dopo le contrazioni isotoniche — Lavoro positivo gr. cm.
1	19	39	812
2	23	53	719
3	21	38	713
4	12	42	866
5	16	48	820
6	11	44	870
Medie . . .	17	44	800

In questi esperimenti la concentrazione degli H-ioni dei muscoli, che avevano funzionato, sta a quella dei muscoli in riposo come 2,6 ad 1. Confrontando l'aumento dell'acidità con quello dei muscoli, che avevano lavorato con l'argano, si vede che essa è circa tre volte minore (come 44—17 sta a 98—15, cioè come 27 sta a 83). Anche il rapporto tra aumento della concentrazione degli H-ioni e lavoro eseguito è considerevolmente maggiore per le contrazioni, che avevano eseguito un lavoro effettivo, che per le contrazioni isotoniche:

contrazioni che avevano eseguito un lavoro effettivo $\frac{83}{1158} = 0.072$

contrazioni isotoniche . . . . $\frac{27}{800} = 0.033$

Questo risultato può giustificare l'ipotesi, che, nella ridistensione del muscolo prodotta dal peso che ricade, si abbia un processo inverso a quello della contrazione, cioè una parziale scomparsa di H-ioni o, in altre parole, una parziale neutralizza-

zione. La produzione di acido nella contrazione sarebbe dunque un processo reversibile, il che bene si accorda con la teoria sull'intimo meccanismo della contrazione muscolare, teoria che assegna agli H-ioni la parte principale, nel produrre le modificazioni di forma degli elementi contrattili, cioè l'accorciamento delle fibre.

C) Acidificazione dei muscoli dopo contrazioni isometriche.

In questi esperimenti si impediva l'accorciamento del muscolo, fissando solidamente, tra le branche di una morsa, il filo che lo tendeva. Al solito le determinazioni della concentrazione degli H-ioni furono fatte comparativamente nei muscoli in riposo e nei muscoli, che avevano subìto 200 stimolazioni.

Tabella XIV.

Numero degli esperimenti	Concentrazione degli H-ioni × 10^8	
	Muscoli in riposo	Muscoli dopo le contrazioni isometriche
1	12	86
2	35	86
3	7	110
4	27	95
5	6	90
6	16	81
Medie . . .	17	91

L'acidificazione dei muscoli, dopo contrazioni isometriche, è dunque assai elevata e la concentrazione degli H-ioni sta a quella dei muscoli in riposo come 5,3 ad 1. È considerevolmente maggiore di quella, misurata dopo le contrazioni isotoniche. Ciò risulta anche meglio da un'altra serie di esperimenti comparativi, in cui, della stessa rana, un gastrocnemio era sottoposto a contrazioni isometriche e l'altro a contrazioni isotoniche, come mostra la seguente tabella:

Tabella XV.

Numero degli esperimenti	Concentrazione degli H-ioni × 10^8	
	Contrazioni isometriche	Contrazioni isotoniche
1	82	44
2	72	43
3	104	48
Medie . . .	86	44

Si vede dunque, che, dopo le contrazioni isometriche, l'acidità dei muscoli è quasi doppia di quella, che compare dopo le contrazioni isotoniche.

D) Acidificazione dei muscoli dopo il tetano isotonico.

Il gastrocnemio era collegato con una leva isotonica, caricata con 10 gr.. Si facevano stimolazioni tetaniche di un secondo, alternate con riposi di un secondo, finchè il muscolo era stanco.

Tabella XVI.

Numero degli esperimenti	Concentrazione degli H-ioni × 10^8	
	Muscoli in riposo	Muscoli tetanizzati
1	9	56
2	25	70
3	13	53
4	18	52
5	17	72
6	16	65
Medie . . .	16	61

Vi è dunque una evidente acidificazione durante il tetano, e la concentrazione degli H-ioni dei muscoli tetanizzati sta a quella dei muscoli in riposo come 3,8 sta ad 1.

Riassumendo le medie di queste tabelle, si hanno le seguenti cifre:

	Concentrazione degli H-ioni	Aumento della concentr. degli H-ioni
muscoli in riposo	16	—
dopo contrazioni isotoniche	44	1,7 volte
dopo il tetano isotonico	61	2,8 »
dopo contrazioni isometriche . . .	91	5,3 »
dopo un lavoro effettivo	98	6,1 »

Anche questi esperimenti confermano dunque l'ipotesi, che il ricambio dei muscoli sia diverso nelle diverse condizioni meccaniche della loro contrazione. La produzione degli acidi è massima nelle contrazioni, che producono un lavoro effettivo, un po' minore nelle contrazioni isometriche, minore ancora nel tetano isotonico e minima infine nelle contrazioni isotoniche.

CONCLUSIONI

1. Da gastrocnemi di rane in condizioni normali, in digiuno però da qualche giorno, si possono ottenere, in 100 contrazioni, da 300 a 700 gr. cm. di lavoro effettivo e il rendimento di questi muscoli, cioè la quantità percentuale, che, dell'energia totale trasformata, è stata cambiata in lavoro, varia tra un minimo di 16,2 e un massimo di 35,5, con una media di 22,1.

2. Il rendimento di un muscolo è maggiore, cioè il suo dispendio di energia per produrre la stessa quantità di lavoro è minore, se il muscolo ha cominciato ad esaurire le sue sostanze di riserva. Invece nei muscoli di rane ben nutrite, la percentuale dell'energia utilizzata scende a cifre assai basse (fino a 8 %).

3. Il lavoro eseguito da un muscolo, a cui sia applicata una leva isotonica (si intende il lavoro positivo che è poi annullato dalla ricaduta del peso), è maggiore del lavoro effettivo, che il muscolo può eseguire con l'argano. La tonalità di calore è pure considerevolmente più grande. Come media di esperimenti paralleli è risultato:

per le contrazioni isotoniche . . . . 39,4 microcal.
per le contrazioni che eseguiscono un lavoro effettivo 31,5 "

4. Il rendimento del muscolo è considerevolmente maggiore nelle contrazioni isotoniche. Le medie sono:

per le contrazioni isotoniche 34,1
per le contrazioni che eseguiscono un lavoro effettivo . . . 21,6

Sembra dunque, che la ridistensione forzata del muscolo favorisca i processi, che permettono una maggiore utilizzazione dell'energia potenziale, immagazzinata nella sostanza contrattile.

5. La quantità di calore, che si sviluppa nelle contrazioni isometriche, è maggiore di quella che si ha nelle contrazioni, che eseguiscono un lavoro effettivo. Le medie sono:

per le contrazioni isometriche . . . . 55,3 microcal.
per le contrazioni che eseguiscono un lavoro . . . 39,0 "

6. In esperimenti di confronto tra contrazioni isometriche e contrazioni isotoniche è risultata una sorprendente eguaglianza di sviluppo di calore nei due casi. Ma se si considera, che, nelle contrazioni isotoniche, una parte della tonalità di calore misurata, dipende dal lavoro (negativo per il muscolo) compiuto dalla ricaduta del peso, si deve concludere, che, nelle contrazioni isometriche, i processi chimici producono uno sviluppo di calore maggiore, che nelle contrazioni isotoniche, e cioè che in queste il consumo del muscolo è maggiore.

7. Per il tetano, la quantità di calore sviluppata è assai varia nei diversi esperimenti, nè è possibile trovare un criterio, che permetta un confronto della quantità di calore, che accompagna il tetano, con quella che accompagna le singole contrazioni.

8. Considerando la quantità $S \times P$ (S = superficie integrale del tetanogramma, P = peso sollevato) come *effetto meccanico* o *potenza* dei muscoli nel tetano, si ha un criterio per misurare il consumo dei muscoli stessi in differenti tetani. Tale misura è rappresentata dal rapporto $\frac{C}{S \times P}$, in cui C è il calore sviluppato dal muscolo.

Nei miei esperimenti questo rapporto varia tra le cifre 0,22 e 1,02, il che significa, che, per ottenere col tetano uno stesso effetto meccanico, un muscolo può spendere energia in quantità molto differente. Le cifre più basse (che indicano un minor consumo) sono state ottenute da muscoli, che avevano già esaurito le loro sostanze di riserva.

Anche nei varî periodi del tetanogramma varia il rapporto $\frac{C}{S \times P}$: in principio è piuttosto elevato, diminuisce poi della metà o anche dei due terzi e raggiunge i valori più bassi alla fine della curva. Ciò significa, che, in principio, il muscolo funziona con grande dispendio di energia, poi comincia a risparmiare, ed infine sviluppa tutta la potenza, che gli è ancora possibile, con un minimo consumo di energia.

9. Nelle contrazioni veratriniche il calore sviluppato è sempre assai alto (da 2 a 13 microcalorie per contrazione): il rapporto $\frac{C}{S \times P}$ è molto variabile (da 0,3 a 2) e variabile anche nello stesso miogramma. Anche per la contrazione tonica veratrinica il muscolo può ottenere lo stesso effetto con diverso dispendio di energia, e questo dispendio è assai maggiore nelle rane nutrite, che nelle rane a digiuno.

10. Vale adunque per i muscoli, in qualsiasi forma della loro contrazione, un *principio di disuguale economia*. Cioè, fino a che i muscoli dispongono di sostanze di riserva in abbondanza, funzionano con grande dispendio; quando queste scarseggiano, essi possono ottenere gli stessi effetti con un consumo molto minore.

11. Il consumo di ossigeno nel gastrocnemio di rospo in riposo mi è risultato di cm. 0,00079 per minuto e per grammo di muscolo. Durante le contrazioni aumenta considerevolmente questo consumo, nelle proporzioni di 4 ad 1. Il metodo da me usato non permette però di stabilire, se, durante le contrazioni, vi siano differenze apprezzabili di ricambio gazoso nei varî tipi di attività muscolare.

12. Invece, in un lungo periodo posteriore alle contrazioni (4 ore), il consumo di ossigeno è diverso, a seconda del modo con cui ha funzionato il muscolo. Mi è risultato che questo consumo è:

massimo nelle contrazioni isometriche . . . . (0,416)
minore nelle contrazioni isotoniche . . . . (0,384)
minimo nelle contrazioni che eseguiscono un lavoro effettivo (0,352)

e per il tetano:

maggiore nel tetano isotonico . . . . (0,362)
minore nel tetano isometrico . . . . (0,305)

13. Nei muscoli, che in qualsiasi modo si contraggono, aumenta la concentrazione degli H-ioni, cioè l'acidità. La concentrazione degli H-ioni nel muscolo di rana in riposo è risultata in media corrispondente a 16×10^{-8} gr.-ione per litro. L'aumento dell'acidità è:

massimo dopo le contrazioni che eseguiscono un lavoro effettivo	(6,1 volte il valore del riposo)
minore dopo le contrazioni isometriche	(5,5 volte " ")
minore ancora dopo il tetano isotonico	(2,8 volte " ")
minimo dopo le contrazioni isotoniche	(1,7 volte " ")

14. Riunendo insieme questi risultati, si possono così delineare le differenze del ricambio dei muscoli nelle varie condizioni meccaniche delle loro contrazioni.

a) Nelle contrazioni che eseguiscono un lavoro effettivo, nelle quali cioè il muscolo si ridistende spontaneamente e non per una forza esteriore, il calore sviluppato è minore che nelle altre contrazioni, il consumo di ossigeno è basso, l'acidificazione è maggiore. Sembra quindi che il restauro, consistente probabilmente in una ossidazione di prodotti acidi formatisi, sia (almeno nei muscoli privi di circolazione) meno rapido e attivo.

b) Nelle contrazioni isotoniche la tonalità di calore è più elevata (anche perchè ad essa si aggiunge il calore prodotto dal lavoro negativo della ricaduta del peso), il consumo di ossigeno maggiore che nel caso precedente, l'acidificazione assai bassa. La ricaduta del peso favorisce dunque i processi del restauro, e tra contrazione e distensione forzata sembrerebbe esistere una reversibilità di processi.

c) Nelle contrazioni isometriche lo sviluppo di calore è assai alto, il consumo di ossigeno è massimo, l'acidificazione assai elevata. Sembra dunque che in queste contrazioni vi sia un grande consumo del muscolo.

d) Nel tetano lo sviluppo del calore è vario, il consumo di ossigeno non molto elevato e diverso tra il tetano isometrico e il tetano isotonico, e neppure elevata l'acidificazione. Non è facile comparare quantitativamente il ricambio nel tetano col ricambio nelle singole contrazioni, mancando per questo confronto un giusto e razionale criterio.

BIBLIOGRAFIA

CHAUVEAU. Una serie di lavori pubblicati nei C. R. de la Soc. de Biol. dal 1890 al 1904. Un riassunto di questi lavori, fatto da C. Weiss, si trova negli Ergebnisse der Physiologie, Anno X, 1910, pag. 369.

FICK. Myotermische Untersuchungen. Bergmann, Wiesbaden, 1889.

BLIX. Nella Memoria di Fick.

DANILEWSKY. Ibidem.

HILL. Journal of Physiology, vol. XLII, pag. 1; vol. XLVI, pp. 28 e 435; vol. XLVII, pag. 305.

SCHREBER. Pflüger's Arch., vol. CLIX, pag. 276.
BERNSTEIN. Pflüger's Arch., vol. CLIX, pag. 521.
FRANK. Ergebnisse der Physiologie, vol. III, pag. 491.
PETERS. Journal of Physiology, vol. XLVII, pag. 243.
GUERRINI. Lo Sperimentale, vol. XL, pag. 415.
FICK e BÖHM. Nella Memoria di Fick.
BATTELLI e STERN. Una serie di lavori nel vol. LXII dei C. R. de la Soc. de Biol. e Journal de Phys. et de Path. génér., 1907.
BARCROFT. Ergebnisse der Physiologie, Anno VI, pag. 699.
CHAUVEAU e KAUFMANN. C. R. de l'Ac. des Sc., 1887.
VERZÀR. Journal of Physiology, vol. XLIV, pag. 243.
FLETCHER, Journal of Physiology, vol. XXIII, pag. 10 e vol. XLVII, pag. 361.
LUSSANA. Arch. di Fisiol., vol. VI, pag. 269.
THUMBERG Skand. Arch. f. Phys., vol. XVII.
DI CRISTINA. Arch. di Fisiol., vol. VI, pag. 128.
WERTHER. Pflüger's Arch., vol. XLIII, pag 63.
GOTTSCHLICH. Pflüger's Arch, vol LVI, pag 355.
FLETCHER e HOPKINS. Journal of Physiol., vol. XXXV, pag. 247.
GALEOTTI. Zeitschr. f. allg. Phys., vol. VI, pag. 99.
SZILI. Pflüger's Arch., vol. CXV, pag. 72.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali storiche e filologiche.*
Vol. V. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI. Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XXVII. (1892-1918). Fasc. 3°-4°, Sem. 2°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XXVII. (1892-1918). Fasc. 1°-2°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XII. Fasc. 12.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-7.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. 10; per gli altri paesi le spese di posta in più

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

P. MAGLIONE & C. STRINI (successori di E. Loescher & C.) — *Roma.*

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

(Anno CCCXV 1918)

Serie Quinta — Volume XII — Fascicolo XIII.

G. MINGAZZINI e F. GIANNULI

OSSERVAZIONI CLINICHE E ANATOMO-PATOLOGICHE

SULLE

APLASIE CEREBELLARI

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1918

RELAZIONE

letta nella seduta del 5 maggio 1918, dal Socio Marchiafava, relatore, a nome anche del Socio Foà, sulla Memoria dei proff. Mingazzini e Giannulli: *Osservazioni cliniche e anatomo-patologiche sulle aplasie cerebellari.*

Sulle questioni numerose e gravi intorno le funzioni e i rapporti anatomici delle varie parti del cervelletto gittano viva luce i difetti cerebellari congeniti. Ecco perchè gli autori hanno preso in esame tutto l'asse cerebro-spinale di un paziente, il quale, dopo essere stato studiato in vita, presentò all'autopsia la mancanza quasi totale dell'emisfero cerebellare sinistro. Encefalo e midollo spinale furono tagliati in serie e le sezioni colorate coi più diversi metodi (Weigert-Pal, Nissl, van Gieson).

Dopo avere illustrato parecchie anomalie morfologiche del cranio del paziente, gli autori hanno proceduto alla descrizione analitica dei tagli seriali, fermandosi particolarmente sopra quelli nei quali erano evidenti e molteplici le deviazioni delle norme. Oggetto di speciali considerazioni è stato il decorso dei *tre peduncoli cerebellari, superiore, medio e inferiore.* Merita di essere rilevato il contributo alla questione tanto dibattuta della origine e del destino delle *fibrae transversae pontis* e rispettivamente della parte cerebellofugale, nella quale gli autori hanno portato, dal loro caso, conclusioni originali.

Un altro punto studiato dagli autori è il decorso delle *fibrae arciformes internae* ed *externae* e i loro rapporti con i *nuclei arcuati*, rapporto che solo nell'uomo può essere studiato.

Gli autori hanno inoltre messo in evidenza la ipertrofia di alcune formazioni anatomiche del cervello. Essi infatti hanno segnalato l'ingrossamento, nel loro caso, del *peslemniscus profundus*, del *nucleus funiculi cuneati*, del *nucleo sensitivo del V°* e di parecchi fra i nuclei del talamo (*nuclei dorsales, nucleus lateralis*). La questione delle ipertrofie compensative studiata soltanto da pochi anni, tende a mettere in luce rapporti evidenti fra alcuni gangli del cervello, e che solo la mancanza congenita di alcune parti può riuscire a provocare.

Nei tagli seriali del cervelletto spiccava una vera e propria malformazione dei gangli centrali del verme; ciò ha obbligato gli autori ad entrare nella discussione della genesi delle eterotopie; essi non si sono fermati alla rigida descrizione del

quadro istologico, ma ne hanno presa occasione per entrare a discutere l'argomento e per decidersi contro la opinione di coloro che negano alla eterotopia qualsiasi significato di regressione atavica.

Il lavoro può dirsi completo da ogni lato e rappresenta un contributo importante ed originale all'istologia e alla fisiopatologia del cervelletto. Quaranta fotogrammi assai chiari dimostrano l'esattezza delle affermazioni degli autori i quali hanno aggiunto al loro lavoro una diligente bibliografia degli autori nostrani e stranieri.

I relatori ne propongono la inserzione negli Atti della R. Accademia.

Osservazioni cliniche ed anatomopatologiche sulle aplasie cerebellari.

Memoria dei professori G. MINGAZZINI e F. GIANNULI

Le quistioni relative alle funzioni e ai rapporti anatomici del cervelletto nell'uomo, sono ancora talmente numerose, che è dovere di ogni neurologo far tesoro di ogni caso il quale possa fornire qualche lume in proposito. Il materiale di studio, che a ciò si presta, è lungi dallo essere cospicuo, essendo ormai assodato, che dei varî processi anatomopatologici che ledono il cervelletto, non si possono utilizzare con efficacia — consenzienti in ciò tutti i neuropatologi — altro che i difetti cerebellari, e più specialmente quelli congeniti. Ecco perchè abbiamo creduto opportuno far tesoro di un caso di aplasia emicerebellare (congenita) appartenente ad un malato del Manicomio di Roma, morto poco tempo fa.

Facciamo precedere la storia clinica.

Sandrone Agostino, di anni 39, calzolaio. Non si hanno dell'infermo che notizie incomplete. Sua madre, di 45 anni, di sana costituzione, ha avuto due mariti e cinque figli, tutti in buona salute, inoltre un aborto. Non pare esistano elementi ereditarî degni di nota. Il paziente non ha contratto lues, ma ha smodatamente abusato di vino. Cinque anni fa si ammogliò, e non ebbe figli. È stato sempre bene fino al settembre 1914 epoca in cui fu condotto al Manicomio, perchè colpito improvvisamente da uno stato maniacale grave. Da informazioni assunte dai parenti, risulta che il paz. fin da piccolo ha sempre camminato in modo incoordinato, simile ad un « ubriaco »: il che però non gli avea impedito di fare il calzolaio.

Status 19 ottobre 1914. Il tipo generale di conformazione del corpo rispecchia il così detto tipo eunucoide. I testicoli sono assai piccoli.

Nulla a carico dell'oculomozione sia all'esplorazione mono- che bioculare. Integri i movimenti della lingua e dei faciali. Movimenti attivi elementari degli arti superiori sono tutti possibili e completi. I movimenti passivi oppongono una resistenza notevole; la forza muscolare è scarsa d'ambo il lati. Il paz. è in grado però di afferrare lenzuoli e coperte, bene e con sufficiente forza, tanto con la mano destra, quanto con la sinistra. Quando avvicina il bicchiere o il pane alla bocca, con la mano destra, l'arto comincia ad esser colpito da scosse oscillatorie grossolane: il tremore rimane invariato sino alla fine dell'atto.

Può scendere di letto, ma spesso cade. Nel toccarsi il ginocchio col calcagno dell'opposto lato o nel sovrapporre una gamba sull'altra, si nota una lieve incertezza nei movimenti, se fatti ad occhi chiusi. Il paz. riesce per pochi secondi a rimanere fermo su ambedue i piedi: in questa posizione le gambe rimangono sempre allontanate fra loro, mentre gli arti superiori sono tenuti abdotti, cogli antibracci flessi e con le mani cadenti: però dopo pochi secondi il paz. cade a terra, se non è sorretto. Impossibile la stazione sopra un solo piede. Il paz. è capace di camminare da solo appena

per otto o nove passi: in questo conato flette assai poco le gambe e le tiene divaricate, mentre il tronco viene lanciato ora a destra, ora a sinistra, come succede all'ubriaco: per lo più però tende a cadere a sinistra. Sintoma di Romberg evidente anche ad occhi aperti.

Riflessi rotulei, achillei e tendinei superiori vivacissimi. Iridi di media ampiezza; la destra è torpida alla luce; la sinistra è quasi completamente rigida.

Integro il linguaggio, formale e sostanziale.

Le varie forme di sensibilità superficiale (tattile, termica e dolorifica), sono bene apprezzate.

Visus, auditus, grossolanamente esaminati, non presentano disturbi apprezzabili. Fundus oculi normale.

Altre ricerche non si possono fare (olfatto, gusto, sensibilità profonde), per le condizioni mentali del paziente, il quale si ribella a qualsiasi esame. Così non si riesce a fargli eseguire le varie prove (calorica, galvanica, rotatoria) della reazione vestibolare, e della indicazione digitale (Baràny), come pure impossibili riescono le ricerche per saggiare i segni di una possibile asinergia cerebellare.

Nel Riparto il malato ha sempre tenuto il contegno tipico dell'ipomania; la sua condotta non ha fatto sospettare la presenza di disturbi sensoriali.

Obitus 30 ottobre 1914.

Reperto necroscopico (30 ottobre 1914). — Tolto l'encefalo, nulla si riscontra a carico delle membrane; pia facilmente distaccabile, senza lasciare decorticazioni.

Nell'esame del cervelletto (fig. 1) spicca immediatamente un aumento manifesto di volume dell'emisfero (cerebellare) destro ed una riduzione enorme dell'emisfero cerebellare sinistro. Invero, l'emisfero cerebellare sinistro è ridotto ad $^1/_5$ appena del volume normale; la faccia superiore presenta una larghezza di 2 cm., mentre quella dell'emisfero cerebellare destro è di 4,5 cm. I lobuli quadratus e semil. posterior superior, sono notevolmente ridotti di volume: quest'ultimo è separato posteriormente dalla faccia inferiore per mezzo del sulcus orizontalis magnus il quale è abbastanza profondo. La faccia ventrale presenta un complesso di poche e sottili lamelle, che per la loro forma e posizione corrispondono alle lamelle più prossimali del biventer e dell'amigdala; anche il flocculus è assai ridotto: la porzione mediale di detta faccia ventrale poggia sul corpus restiforme e sul resto del cordone laterale.

La faccia dorsale del verme non presenta alterazioni apprezzabili, sono bene distinguibili le parti fondamentali (lingula, lobulus centralis, tuber vermis); solo il monticulus non è molto netto. Nella faccia ventrale (del verme) si possono distinguere soltanto due piccoli noduli disposti obliquamente da destra verso sinistra; il più distale corrisponde al tuber valvulae, il più prossimale al nodulus; esiste appena un rudimento di uvula.

L'estremità distale della superficie (ventrale) del lobo occipitale sinistro è scoperta, causa la aplasia, testè descritta, dell'emisfero cerebellare sinistro.

Dando uno sguardo alla fig. 1 che rappresenta la base dell'encefalo, si vede che il tronco e il mantello hanno subìto un evidente spostamento. Il bulbo e in parte il ponte sono spostati verso sinistra. Inoltre nell'emisfero cerebrale destro, notasi quanto segue: il lobo temporale è spostato prossimalmente, talchè il truncus fiss. Sylvii corre lungo un piano alquanto anteriore, rispetto a quello sinistro, ed in direzione obliqua; il s. occipito temporalis-medialis è incompleto posteriormente; sul lobul. fusiformis e sul lobulus tempor. inferior. abbondano i solchi terziari a direzione trasversale. Il g. hippocampi è convertito in una circonvoluzione allungata, a direzione verticale, che sembra col suo apice giungere fino al polo ventrale del pulvinar. Tutti gli altri giri non presentano alterazioni apprezzabili.

Polmoni edematosi. Il cuore presenta ipertrofia del ventricolo sinistro. La milza è leggermente aumentata di volume (congesta). I testicoli sono straordinariamente piccoli, del volume di un fagiuolo.

Epicrisi. — Nel complesso il paz. presentava: tremore oscillatorio degli arti superiori, e svolgentesi solo nei movimenti volontari (intenzionali); astenia universale; atassia statica degli arti inferiori (incapacità di stare in piedi) e dinamica;

deambulazione atassica a tipo cerebellare con tendenza a cadere a sinistra; Romberg; rigidità fotoriflessa dell'iride sinistra; vivacità dei riflessi rotulei. Questa sindrone

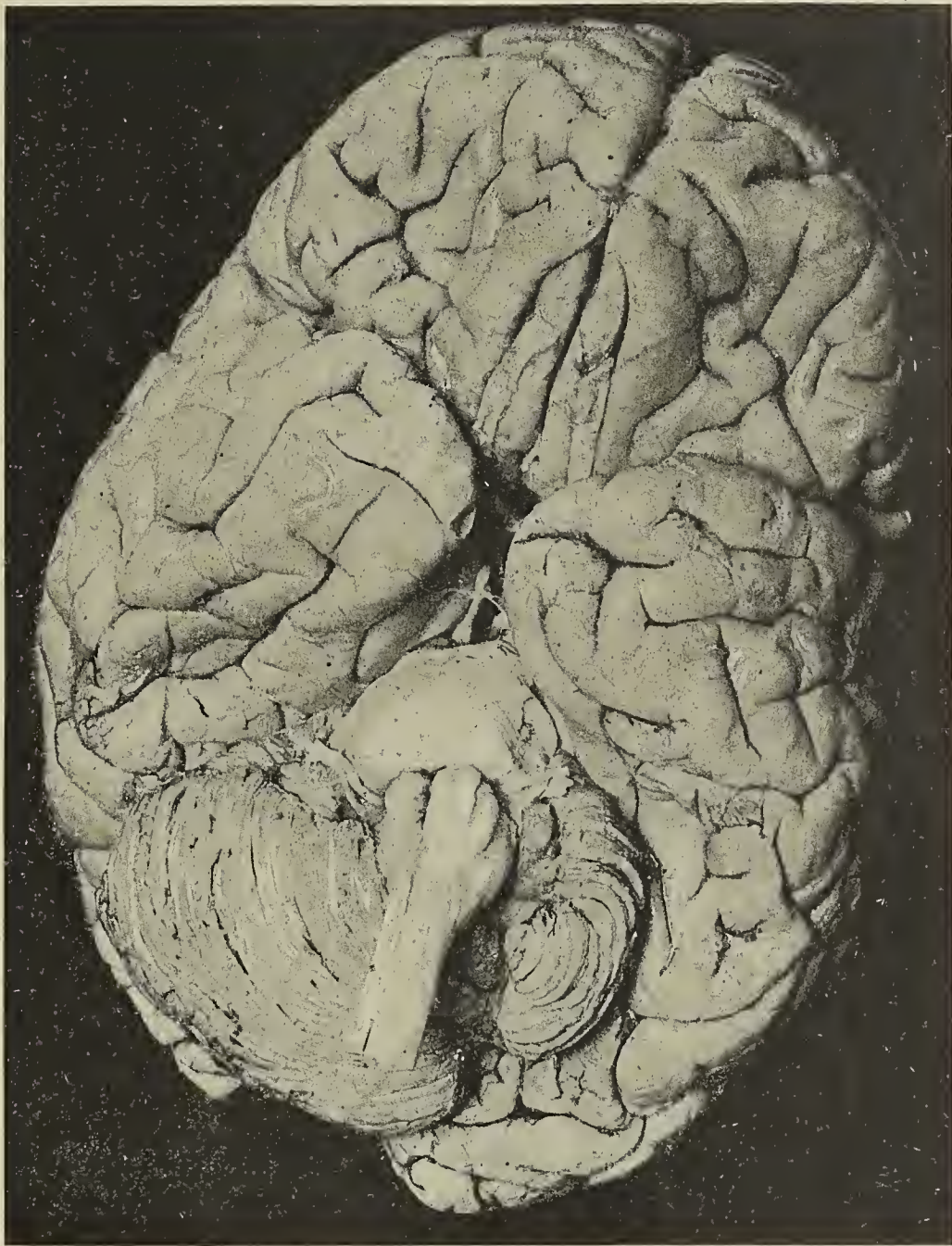



Fig. 1.

era stata notata, secondo l'anamnesi, fin dall'infanzia, ma pare avesse progredito negli ultimi anni.

L'esame macroscopico dell'encefalo ha rivelato:

Aplasia di una cospicua parte dell'emisfero cerebellare sinistro; cioè, mancanza di una parte considerevole dei lobi della faccia dorsale (lobus quadratus e lobus se-

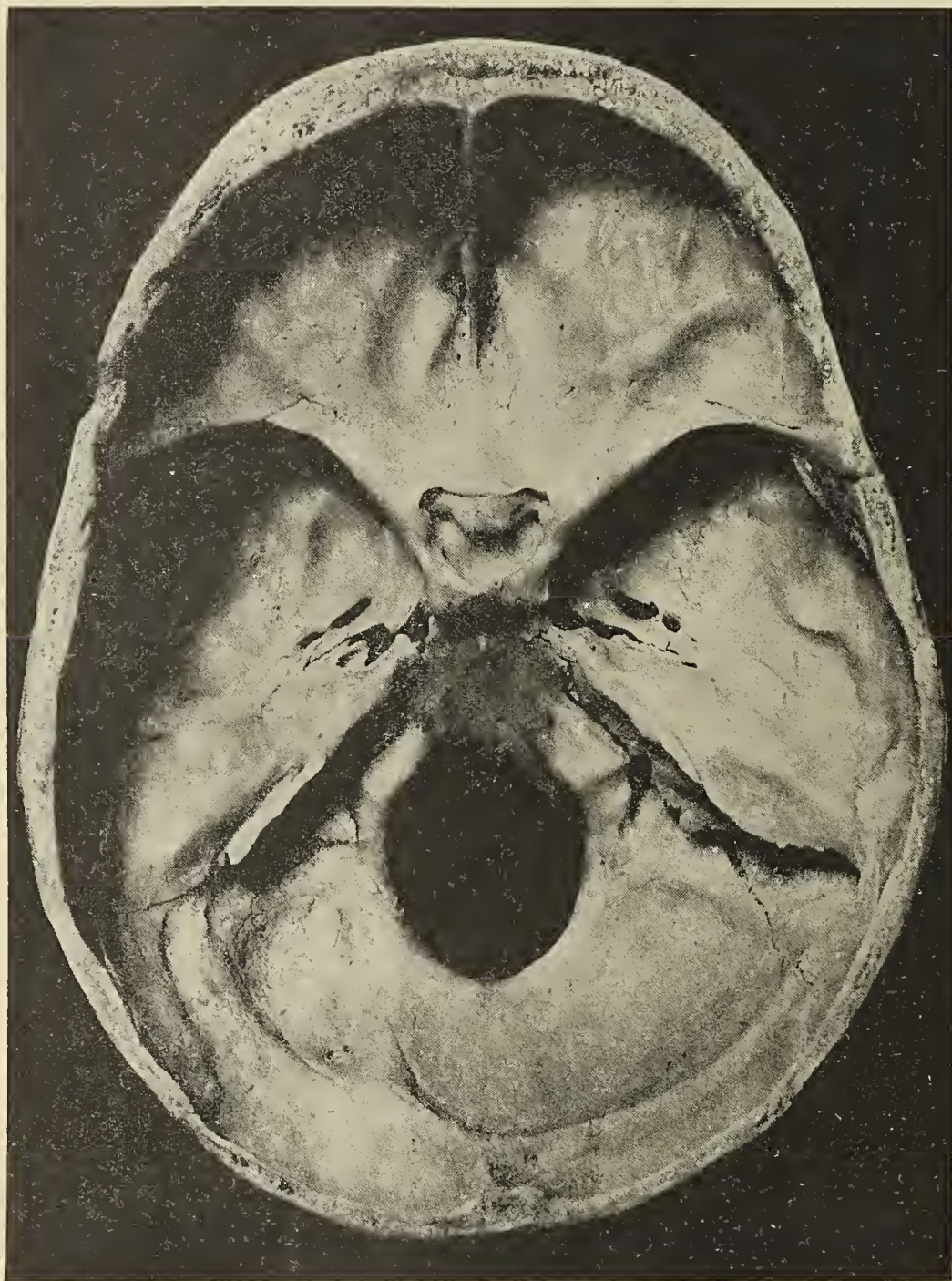



Fig. 2.

milunaris post-superior), scomparsa quasi completa di alcuni lobi della faccia inferiore specialmente del lobulus semilun. posterior inf. e del lobulus cuneiformis, meno ridotti la tonsilla e il flocculus. Parzialmente aplasici i lobuli della faccia inferiore del verme, nella quale sono un po' meglio conservati il tuber valvulae e il nodulus.

Parte del cervelletto e pezzi di alcuni giri cerebrali furono subito asportati, per essere trattati col metodo del Nissl e del Weigert - glia. I tagli in serie del cervello e del midollo spinale furono coloriti con ematossilina, metodo Pal e Pal-fucsina.

A noi è parso utile di non trascurare lo studio del cranio il quale, come vedremo, non è rimasto estraneo alle conseguenze della malattia del cervelletto.

1. — Cranio.

Abbiamo rivolto particolare attenzione allo studio delle anomalie di conformazione del cranio, poichè esse non solo segnano le origini anatomo-patologiche dell'aplasia cerebellare, ma permettono anche di risalire alle cause etiologiche della medesima, di orientarsi sulle origini delle dismorfie endocrine del soggetto e di assurgere a considerazioni generali sulle relazioni fra morfologia del cranio e quella dell'encefalo.

Le note morfologiche predominanti obbligano a caratterizzare il cranio del nostro soggetto come patologico; questo attributo si legge nella tendenza all'iperostosi rilevantesi con la grossolanità, con la robustezza e con lo sviluppo lussureggiante di molteplici formazioni. La iperostosi che ha invaso ed esagerato le creste, le spine (ossee), le protuberanze ed i condili del cranio ha finito, in alcune ossa, per costituire vere e proprie neoformazioni; ed è prezzo dell'opera fermarci su alcune di esse.

Primieramente devesi notare la presenza di una lamella ossea, quasi triangolare, di nuova formazione (fig. 2), che origina con la sua base dall'estremità posteriore del margine interno della rocca dell'osso temporale di sinistra, proprio in avanti della fovea iugularis: indi, passando sopra di questa, a guisa di ponte, si riunisce mediante la sua estremità apicale con l'apofisi giugulare, riducendo ad una stretta fessura lo sbocco del seno trasverso nella fossa jugularis. Deve esserci stato adunque, nel periodo fetale, un'iperossificazione, la quale ridusse non solo il lume della fossa giugulare ma anche la sua apertura esterna fino ai limiti strettamente necessarii. Ma se detta neoformazione ossea non ebbe probabilmente che un'azione puramente passiva, ve ne sono state all'opposto altre, come quelle dei processi clinoidei, che hanno indubbiamente esercitato un'azione meccanica patologicamente attiva sulla ipofisi, dando origine, secondo le nostre attuali conoscenze, all'abito eunucoide del nostro paziente. Portando infatti l'attenzione alla fig. 2 si constata come i processi clinoidei anteriori e posteriori siano fra loro rispettivamente riuniti da un ponte osseo, il quale rende molto angusta l'apertura superiore della sella. Inoltre dalla superficie ventrale di detto ponte si parte una breve apofisi che si unisce col margine laterale del dorsum ephippii. Da ciò risulta la costituzione di tre forami ossei per lato: il foramen opticum, l'anteriore; il foramen clino-carotideum, il medio; il foramen clino-clinoideum, il posteriore; formazioni queste non frequenti ad osservarsi ed alle quali gli autori italiani, sotto gli auspici del Lombroso, attribuirono un'indubbia importanza antropo-patologica, per il fatto di averla riscontrata nei crani dei pazzi,

dei criminali e degli anomali. Le vedute più moderne le ritengono infatti dovute ad ossificazione (patologica) dei legamenti clino-carotidei e clino-clinoidei, cioè analoghi all'inion arborescente (o ad uncino), alla crista endofrontalis, al doppio forame ottico e così via. Noi non possiamo, alla luce di sì fatti reperti, che confermare, con una prova di più, i rapporti fra anomalie morfologiche e pazzia.

L'importanza dell'anomala conformazione degli elementi ossei circondanti la sella turcica è, nel caso nostro, assai rilevante, considerando che essa deve avere ostacolato lo sviluppo dell'ipofisi. Invero nella ossificazione locale dei processi clinoidei la sella turcica si rende molto profonda e stretta, sì da stringere d'attorno l'ipofisi e non consentirle un normale sviluppo. Che anzi questa è votata all'atrofia, quando, come nel caso attuale, un'iperossificazione esuberante del tuberculum ephippii, strozzando il peduncolo della glandola, ne ostacola ancora di più lo sviluppo e quindi la secrezione, dando origine ad una delle sindromi endocrine, che rispecchiano le malattie di questa glandola. Ora, facevano appunto parte della sindrome endocrina (ipofisaria) del nostro paziente l'adiposi generalizzata e l'abito somatico (eunucoidismo) da impubere (atrofia dei testicoli): abito costituzionale, che presenta le più strette analogie con la distrofia adiposo-genitale del Fröhlich. Ed è noto, essere l'eunucoidismo tipo-Fröhlich specifico delle malattie dell'ipofisi, in antitesi con l'eunucoidismo gigantesco espressione di atrofie primitive e di malattie secondarie delle glandole germinative; d'altra parte l'anomalia costituzionale del soggetto fu a sua volta quella che gli preparò la via dell'alcoolismo.

Giova adesso risalire alle cause di così esuberante iperossificazione, per indagare se nei caratteri della medesima si possa rintracciare qualche punto di orientamento genetico. È doveroso ricordare come spicchi nel cranio del paziente l'ispessimento della diploe e particolarmente della bozza frontale destra. Localizzazione così circoscritta e definita in genere si trova a preferenza nei sifilitici. È quindi verosimile, che una tale iperostosi sia stata la manifestazione di una sifilide ereditaria, tanto più se si ammette, come vedremo poi, che l'aplasia emicerebellare possa avere avuto la stessa genesi (processo arteritico specifico) di una delle arterie cerebellari inferiori e un ramo dell'art. cerebellare superiore. È ovvio anzi ritenere, che tali processi sifilitici, sia per i caratteri fetali di alcune formazioni interne dell'osso occipitale sia per altre considerazioni che faremo nello studio del cervello, debbano essersi svolti durante la vita fetale.

Un altro fatto degno di rilievo si è che la morfologia interna del cranio non è in armonia con la morfologia esterna. Sul tavolato interno delle fosse cerebellari si veggono impressi gli effetti non soltanto dell'aplasia cerebellare sinistra, ma anche di asimmetrie e di alcuni spostamenti avvenuti in varie formazioni cerebrali consecutivi all'aplasia sudetta. Così mentre il volume delle fosse temporali d'ambo i lati è di 28 cm., invece quello delle fosse occipitali anche all'ispezione si mostra diverso da un lato e dall'altro: la fossa occipitale sinistra è molto più ampia e più profonda della destra. Le fosse frontali non si prestano ad una valutazione volumetrica precisa; ma poichè nella superficie endocranica della porzione orbitaria dell'osso frontale spicca una maggiore convessità, pensammo che a questa corrispondesse una maggiore volteggiatura dell'orbita sottostante. Ciò ci indusse a calcolare il

volume delle cavità orbitarie, il quale risulta a sinistra di 23 cm., e a destra 26 cm., con una differenza in meno, a sinistra, di 3 cm. Ciò sembrerebbe prova sufficiente per ammettere che si è prodotta una diminuzione di volume della fossa frontale destra. Tuttavia tale giudizio sarebbe errato, ove non si ponesse mente alla curva dell'osso frontale, la quale a destra è evidentemente più ampia che a sinistra. Ciò spiega come l'emisfero cerebrale destro si sia spinto più in avanti del sinistro; il che si desume anche dall'esame dei tagli frontali seriali della base dell'encefalo (figg. 22-25) dappoichè, malgrado sieno stati condotti lungo un piano rigorosamente perpendicolare, quelli di destra, specie a partire dal mesencefalo, sono riusciti più distali di quelli corrispondenti di sinistra. Quindi è razionale ammettere che durante il periodo fetale sia stato sottoposto ad una forte compressione, sulla faccia mediale, tutto l'emisfero cerebrale destro. Di ciò si è avuto la prova nel fatto che il g. hippocampi e il g. fusiformis di questo lato sono stati obbligati a prendere una direzione verticale, introducendosi fra il pulvinar ed il ventricolo laterale sì da impedire in parte la formazione del segmento retro-lenticolare della capsula interna.

Purtuttavia se si osservano in questo cranio le formazioni della superficie esterna, meno antiche nella evoluzione ossea, notiamo essere state compensate e dissimulate le disarmonie del tavolato interno, talchè questo cranio dal punto di vista della sua superficie esteriore sembrerebbe uno di quelli più armonicamente costruiti, in relazione al tipo etnico della specie. A prova di ciò siano qui riportate le principali misure antropometriche e gli indici fondamentali che stanno a definirne il tipo. (Nel seguire questi esami ci siamo attenuti alle norme della Convenzione antropologica di München).

Lunghezza massima del cranio	mm.	178
Larghezza	"	141
Altezza basilo-bregmatica	"	135
Larghezza frontale massima	"	95
Diametro frontale massimo	"	118
" bi-mastoideo massimo	"	127
" bi-zigomatico	"	130
" naso-basilare	"	100
" alveolo-basilare	"	91
" naso-mentoniero	"	116
" naso-alveolare	"	69
Altezza del naso	"	50
Larghezza del naso	"	21
" del foramen occipitale	"	35
" massima del foramen medesimo	"	30
Curva sagittalis	"	367
" frontalis	"	127
" parietalis	"	126
" occipitalis	"	114
" transversalis	"	305

Curva horizontalis	mm.	510
Larghezza bicondiloidea	„	116
„ bigoniaca	„	103
Altezza della sinfisi mandibulare	„	32
Corda dell'arco frontale	„	116
„ „ parietale	„	116
„ „ occipitale	„	96
Indice cefalico	„	79,21
„ di altezza	„	74,84
„ facciale totale	„	89,23
„ „ superiore	„	63,08
„ gnatico (o alveolare)	„	91,00
„ nasale	„	42,00
„ della curva frontale	„	91,34
„ „ „ parietale	„	92,06
„ „ „ occipitale	„	84,21
Angolo di profilo		89°
Diametro obliquo frontale D. ed occipitale S.	„	169
„ „ „ S. ed „ D.	„	155

Come risulta dai risultati delle misure testè esposte, questo cranio è mesocefalico, mesoprosopo, ipsicefalo, ortognato, leptorrino ed ortognato.

Ora non solo le cifre degli indici, ma anche quelle delle curve frontale ed occipitale, per i loro valori rientrano tra quelli che costituiscono i crani più armoniosi dal punto di vista antropologico. È logico quindi riconoscere, non avere l'evoluzione delle forme esteriori del cranio subìto alcuna deviazione, malgrado le disarmonie e le anomalie delle formazioni interne.

Dicemmo che le formazioni esterne nel compensare le disarmonie interne, le hanno dissimulate con ingannatrici apparenze esteriori, però non completamente. Infatti con la norma verticalis (e con le misure) si rileva una plagiocefalia (cranica), in cui la più corta diagonale è quella congiungente la bozza frontale sinistra con la protuberanza occipitale destra, mentre la più lunga è quella che congiunge la bozza frontale destra con la protuberanza occipitale sinistra. Alla maggiore ampiezza del planum nucale sinistro corrisponde invece l'enorme aplasia della metà sinistra del cervelletto; un tal fatto, strano in apparenza, non lo è in realtà, se noi prima di giudicare ci daremo a leggere quanto ci esprime la morfologia interna dell'osso occipitale. Dando uno sguardo allo stato delle suture si nota essersi saldata la sutura lambdoidea solo nel punto di convergenza con l'estremo posteriore della sutura sagittale; questa è pur essa saldata nel suo terzo posteriore. Osservando la faccia esterna dell'osso occipitale (fig. 4), si nota come l'inion sia equidistante delle estremità laterali delle linee curve superiori e perciò centralizzato sulla faccia posteriore dell'osso occipitale. La metà ventrale della crista occipitalis ext. però non scende sagittalmente lungo la linea mediana ma devia sensibilmente verso destra e, contro la norma, si presenta molto più robusta nel suo terzo superiore che in quello inferiore. Causa tale obliquità, la sua

estremità inferiore divide perciò il margine posteriore del foramen occipitale in modo ineguale, così che il margine destro del foramen risulta minore del sinistro. Del pari per l'obliquità della crista occipitalis externa, la faccia sinistra del planum nucale è diventata più ampia della destra, la cui superficie è più liscia e più appiattita, ed il cui spessore è più ridotto dell'altra, tanto che è più diafana. Le linee

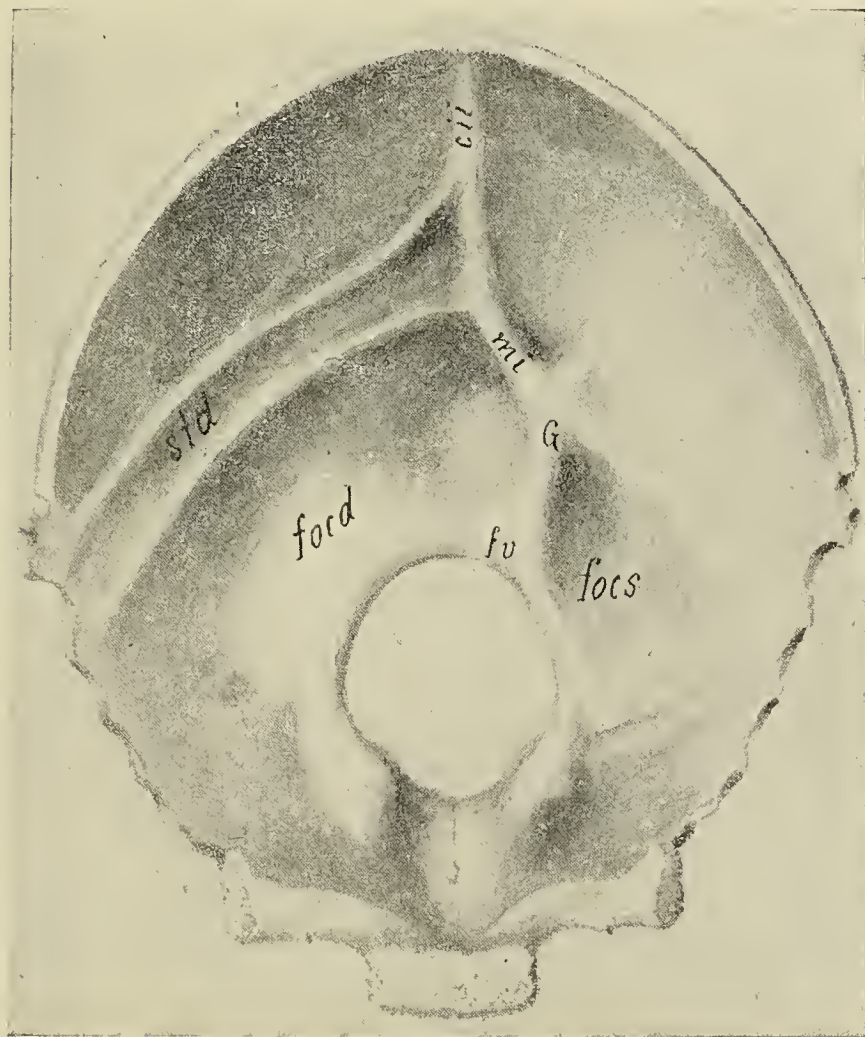



Fig. 3.

nucae superiores sono appena accennate; quelli inferiori sono molto più robuste e formano due creste salienti al loro terzo laterale, e nel segmento che si dirige verso i condili, la sinistra è alquanto più robusta della destra. Quanto alla faccia endocranica della pars squamosa dell'occipitale, bene evidente appare dalla fig. 3 come la forma e prospettiva ordinaria dei solchi trasversi non corrispondano ad alcuno degli otto tipi fondamentali esposti così magistralmente dal Le Double, nè ad alcuna delle molteplici varietà dei medesimi finora pubblicate. Infatti la protuberantia occipitalis interna è spinta più in basso e deviata a sinistra, ed il sulcus sagittalis si continua bruscamente nell'ampio sulcus transversus dexter. L'apice ventrale della crista occipit. interna si sposta verso sinistra, e dopo un breve decorso si porta inter-

namente, emettendo un piccolo sperone nel punto in cui cambia diagonale; quindi, discende fino al margine posteriore sinistro del foro occipitale, formando in vicinanza del medesimo una fossetta triangolare, omologa alla fossa vermiana. A causa dello spostamento della crista occipit. interna, la fossa cerebellaris dextera occupa tutta la superficie mediana e si estende anche a sinistra, ove viene ad essere arrestata dalla cresta testè descritta. A sinistra non esiste adunque un vero sulcus transversus lateralis; se ne scorge un accenno sulla faccia interna dell'angolo laterale sinistro dell'occipite, in forma di una solcatura angusta larga appena 3 mm. che si porta sulla faccia interna della porzione mastoidea dell'osso temporale; ed analogamente alla parte corrispondente del sulcus transversus dexter, si dirige, dopo essersi incurvato ad ansa al dinanzi della mastoide, verso la fossa giugulare corrispondente in cui sbocca.

Gli angusti confini, in cui è ridotta la fossa cerebellare sinistra permettono alla fossa occipitale che gli sovrasta un'ampissima estensione. È quindi verosimile ritenere che abbia avuto luogo un incurvamento in dietro ed in basso del lobo occipitale sinistro e perciò una leggera retropulsione di tutto l'emisfero cerebrale. Con ciò concorda anche il reperto macroscopico della base del cervello, il quale mostra (fig. 1) che il ponte e specialmente la parte distale del truncus dell'encephalon hanno subìto uno spostamento verso sinistra, provocato meccanicamente dall'ingrandimento dell'emisfero cerebellare destro. D'altra parte in conseguenza dello spostamento della cresta occipitale interna a sinistra la fossa cerebellare destra ha sconfinato verso questo lato, estendendosi di molto orizzontalmente; e poichè in essa si è allogata parte dell'emisfero cerebellare destro (ipertrofico) deve ritenersi che la fossa destra si sia corrispondentemente estesa di più. Di qui l'ipotesi che la maggiore espansione dell'emisfero cerebellare destro verso sinistra, insieme alla retropulsione del lobo occipitale sinistro, abbiano sottoposto la squama dell'osso occipitale di questo lato ad una maggiore pressione, contribuendo così a rendere più lunga la diagonale cranica frontale destra ed occipitale sinistra (plagiocefalia).

Ma anche l'emisfero cerebrale destro ha subìto uno spostamento in avanti, e si è come chinato sul lato esterno: di che, fanno fede le laminae septi, le quali sono respinte notevolmente verso destra, come pure lo spostamento della Trabs verso questo lato, onde sembra che il crus posterius fornicis sin., invece di originarsi in vicinanza della linea mediana, nasca molto al di dentro (verso destra) della metà sinistra della Trave, e l'enorme inclinazione all'esterno dei tagli seriali del lobo frontale destro (figg. 23-25). Lo studio delle fosse occipitali e cerebellari e delle sporgenze ossee della faccia interna dell'osso occipitale ha dimostrato dunque che si sono stampati sulle ossa due diverse deviazioni, avvenute durante lo sviluppo delle formazioni dell'encefalo: cioè, la deviazione verso sinistra (in senso orizzontale) dell'emisfero cerebellare destro e l'abbassamento del lobo occipitale sinistro, prodotto dalla mancanza di gran parte dell'emisfero cerebellare di questo lato. In una parola, per una serie di coefficienti morbosi e statico-dinamici, si è avuto nel cranio, un aumento del diametro obliquo frontale destro e dell'occipitale sinistro, quantunque da questo ultimo lato alla maggiore sporgenza del planum nucale corrispondesse il ristringimento della fossa cranica posteriore e l'aplasia dell'emisfero cerebellare. Il fatto del

resto non è nuovo, poichè un restringimento uni- o bilaterale della fossa cranica posteriore delle ossa è stato osservato più volte nelle malformazioni cerebellari (Combette, Anton, Moeli, Otto, Fischer, Huppert, Sommer), ammonendoci ancora una volta essere i valori della morfologia cranica esteriore meno importanti di quelli delle forme craniche interne. Se quindi il Tedeschi, in base a pazienti ed esattissime ricerche, afferma che alla legge di compensazione di sviluppo del cranio corrispondono sì, ma non in rapporto di dipendenza reciproca, leggi di compensazione dell'encefalo, è lecito anche enunciare che non sempre a disturbi di sviluppo di determinate parti dell'encefalo

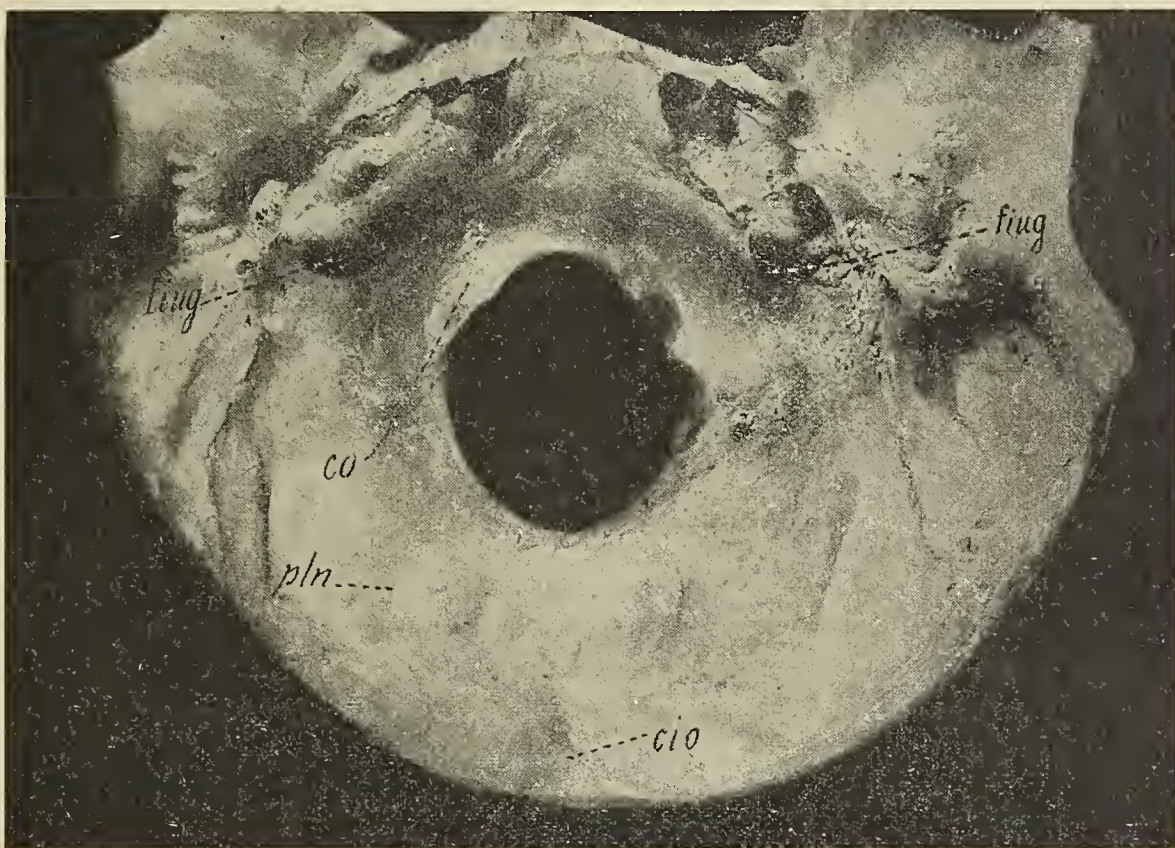



Fig. 4.

corrispondono, in rapporto di dipendenza reciproca, alterazioni analoghe nelle parti corrispondenti della calotta. Il pensiero rievoca qui gli esperimenti di B. v. Gudden sullo sviluppo delle ossa craniche dei conigli. Egli differenzia lo sviluppo delle lamine interne da quello delle lamine esterne del cranio. Le ossa piatte della vôlta, secondo questo ricercatore, sono formate da due lamine: l'una esterna, contenuta dal periostio e sulla quale si attaccano i muscoli, l'altra interna resa liscia e come verniciata dalle stropicciamento del cervello, animato da movimenti di oscillazione isocroni alcuni al polso, ed altri ai movimenti respiratorii. I vasi della Dura, aiutati senza dubbio dalla loro forte pulsazione, le glandole del Pacchioni e la superficie convessa dei giri lasciano impronte molto marcate che si esagerano, in casi patologici, al punto da usurare il tavolato interno e da far rilievo all'esterno. Queste prove della pressione dall'interno all'esterno che esercita il contenuto del cranio dimostrano, secondo B. v. Gudden, come lo scambio delle molecole ossee nell'attività nutritizia sia più facile al di fuori

che al di dentro; e che la cavità cranica si ingrandisce dal di dentro al di fuori. Quindi è logico dedurne che le formazioni interne nel cranio, essendo le più fisse, parlino della morfologia cerebrale assai più fedelmente che le esterne, come appunto nel caso nostro. Il quale ha inoltre confermato quanto del resto è riconosciuto dai più moderni antropologi, essere cioè la base del cranio la regione in cui le principali fosse e creste corrispondono realmente alle pieghe e giri cerebrali; e che tale plasticità e corrispondenza di forme vanno scomparendo gradatamente verso le pareti laterali e più ancora verso le dorsali del cranio. Qui in verità processi analitici lunghi e faticosi sarebbero necessari per arguire, e grossolanamente, quali dei principali giri e solchi vi corrispondono, laddove non vi si leggono con vero successo altro che le impronte vasali. Tutto ciò si spiega, riflettendo che la pressione esercitata dal cervello è massima sulla base del cranio, minore sui lati, nulla o quasi sulla vôlta. Il fatto anche che le suture craniche si saldano nell'età giovanile in corrispondenza della base, nell'età media sui lati, ed a cominciare dall'età matura sulla vôlta, fa sì che il naturale impulso alla produzione ossea si eserciti specialmente sulla base, più limitatamente sui lati e scarsamente sulla vôlta; con la quale, a partire dalla senilità, il cervello tende a perdere i contatti. Perciò il Tedeschi giustamente osserva che se per il cervello esistesse la medesima legge di compensazione come per il cranio, questa dovrebbe tendere a manifestarsi in proporzione minima alla base, maggiore sui margini laterali del cervello e massima verso l'alto (vôlta), ove l'espandersi del cranio non è ostacolato dalla suturazione la quale, per alcuni tratti, avviene a venti e più anni di distanza, più lentamente perciò di quanto non avvenga per la sutura della base. Associandoci alle idee del Tedeschi, dobbiamo riconoscere esatte tali correlazioni, le quali in definitiva ci portano a sanzionare l' importanza morfologica e funzionale che si deve, nell'evoluzione cerebrale, riconoscere nei lobi frontali e parietali, e più specialmente in questi ultimi. Ed ormai nessuno più discute sull' importanza di questa area (parietale) che Flechsig chiamò grande centro medio di associazione, ed il cui grande sviluppo è così frequente patrimonio dei cervelli degli uomini di genio. Lo studio del cranio attuale ha dimostrato pure che le formazioni della sua faccia esterna più che proiettare al di fuori la morfologia cerebrale, l'hanno all'opposto dissimulata persino nelle sue fondamentali formazioni. Il che poco armonizza con le vedute di coloro, i quali tendono ad orientare il pensiero scientifico verso idee e concetti che parevano definitivamente scomparsi. Ed invero in omaggio alla fatidica frase oraziana, lo Schwalbe, seguendo le orme geniali di Gall e di Möbius, vorrebbe leggere nella morfologia della vôlta cranica i rilievi delle parti cerebrali sottostanti, scrutando perfino quella delle circonvoluzioni cerebrali. Pure sperando che tali ricerche possano condurre ad una più precisa delimitazione della topografia cranio-cerebrale, servendo agli obiettivi della chirurgia dell'encefalo, non è facile nutrire gli stessi entusiasmi per gli scopi antropologici. Chè le fondamentali questioni, riguardanti i rapporti fra lo sviluppo del cervello e quello del cranio sono ancora sorrette dalle basi che ne gettarono i grandi maestri, Broca, Gudden e Virchow. Non escludiamo che fra le mutevoli vicende patologiche non possa esservi anche quella che stampi alla superficie esterna del cranio i rilievi delle circonvoluzioni, ma le norme ci ammaestrano essere il tavolato esterno del cranio meno eloquente e più infido di quello interno, nello svelarci la morfologia del cervello.

2. — Asse cerebrospinale.

Descrizione dei tagli seriali. — Nei tagli trasversi del midollo spinale, in corrispondenza del II-III segmento sacrale, d'ambo i lati, e a sinistra un po' più che a destra, spicca una lieve rarefazione delle fibre marginali del fascio piramido-laterale.

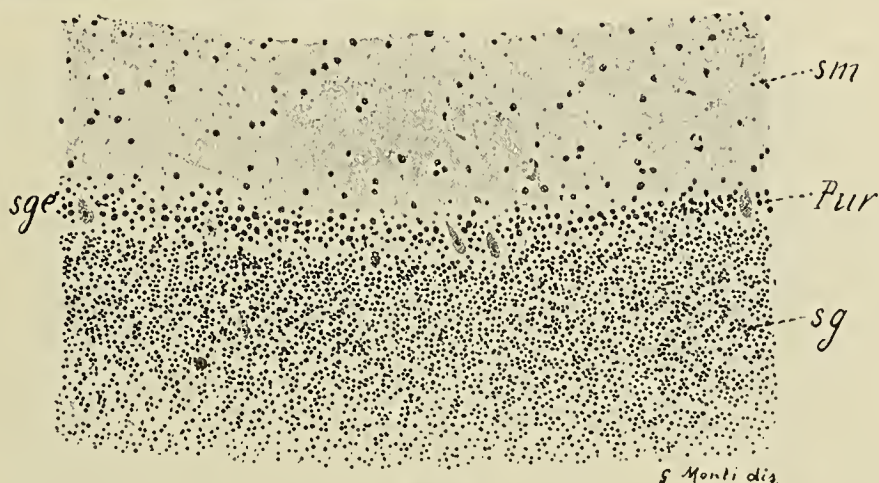



Fig. 5.

Nei tagli trasversali del midollo, in corrispondenza del I segmento sacrale (fig. 7), si trova rarefatto, ed ugualmente d'ambo i lati, la parte media del terzo laterale dei fasci piramido-laterali;

Fig. 6.

a destra, scomparsi completamente tutto il gruppo dorso-laterale delle cellule delle corna anteriori, e l'intreccio endocornuale delle fibre nervose. Assottigliate, e in parte scomparse, le fibre radicolari anteriori.

In un taglio trasverso del Mid. spinale, praticato in corrispondenza del midollo lombare (fig. 8), si nota d'ambo i lati, a destra più che a sinistra, un'evidente e costante rarefazione del terzo latero-dorsale dei fasci piramido-laterali.

In un taglio trasverso del mid. spinale, praticato in corrispondenza del segmento dorsale (fig. 9), si osserva, a sinistra, lieve diminuzione dell'area del cordone anteriore; scomparsa della periferia ventro-laterale del cordone stesso, ed anche della metà ventrale della periferia del cordone laterale (fascio del Gowers); il fascio piramido-laterale è alquanto ridotto: leggermente rarefatto l'intreccio nervoso del cornu anterius: le cellule nervose della colonna di Clarke sono in parte scomparse e rarefatto di molto l'intreccio nervoso corrispondente, come pure la metà ventrale del tractus spinocerebellaris ventralis.

Nelle sezioni trasverse del mid. spinale, a livello dell'uscita dell'8ª radice cervicale (fig. 10), si riscontra, a sinistra, quanto segue: l'area del cordone anteriore è leggermente meno estesa di quella

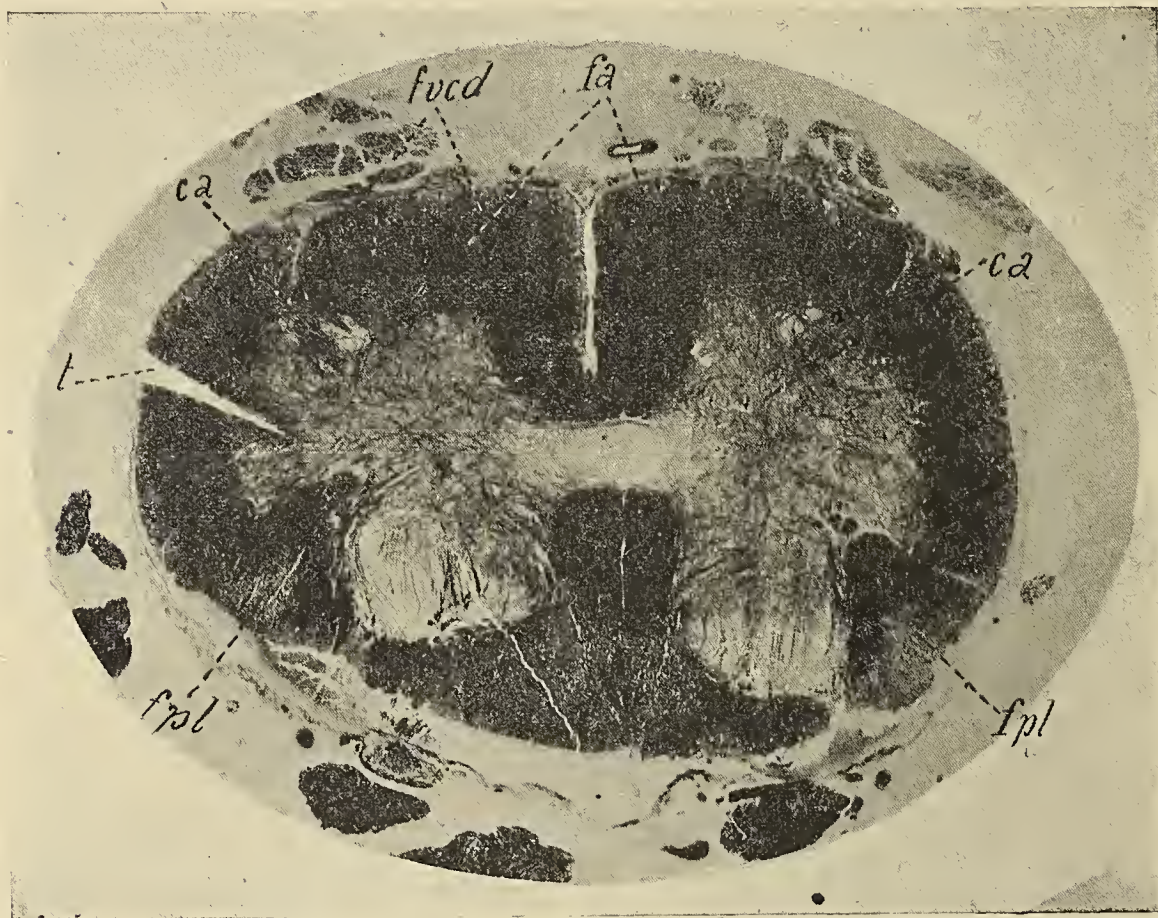



Fig. 7.

di destra; le fibre ventrali della periferia del cordone laterale sono assai assottigliate (regione del fascio spino-cerebellare ventrale), il che è meno evidente nella periferia dorsale (regione del fascio spino-cerebellare dorsualis). Più spiccatamente a sinistra, ma un po' anche a destra, è rarefatta leggermente l'estremità laterale del fascio piramidale incrociato. Le cellule nervose del corno laterale sono rispettivamente diminuite di numero e l'intreccio nervoso del cornu anterius è alquanto assottigliato.

Lo stesso si nota nei tagli del midollo cervicale a livello del punto di uscita della VII fino alla III radice corrispondente. Più si procede in alto e meglio spicca a sinistra l'assottigliamento dei fasci testè accennati e la rarefazione dell'intreccio nervoso endocornuale. Delle cellule nervose del cornu anterius sono le cellule più mediali quelle che generalmente fanno difetto.

Nei tagli trasversi del midollo cervicale, in corrispondenza del punto di uscita della II radice, a sinistra, si nota una sensibile diminuzione della periferia dell'area del cordone anteriore, ed appa-

risce sempre più spiccata la diminuzione dell'area del fascio piramido-laterale; notevole è la scomparsa di un discreto numero di cellule nervose del cornu anterius, l'area del quale in tutti i tagli è sempre più piccola di quella corrispondente destra. Il fascio spino-cerebellare dorsalis è leggermente rare fatto più a sinistra che a destra; altrettanto si osserva nel fascic. cerebell. ventralis ove però la rarefazione è meno spiccata.

In corrispondenza di un taglio frontale (fig. 11) della porzione distale della Oblongata (incipiente incrocio delle piramidi), si osserva che, l'area del cordone laterale di sinistra è più estesa che a destra: quella del fascio triangolare di Helweg è quasi completamente mancante di fibre a

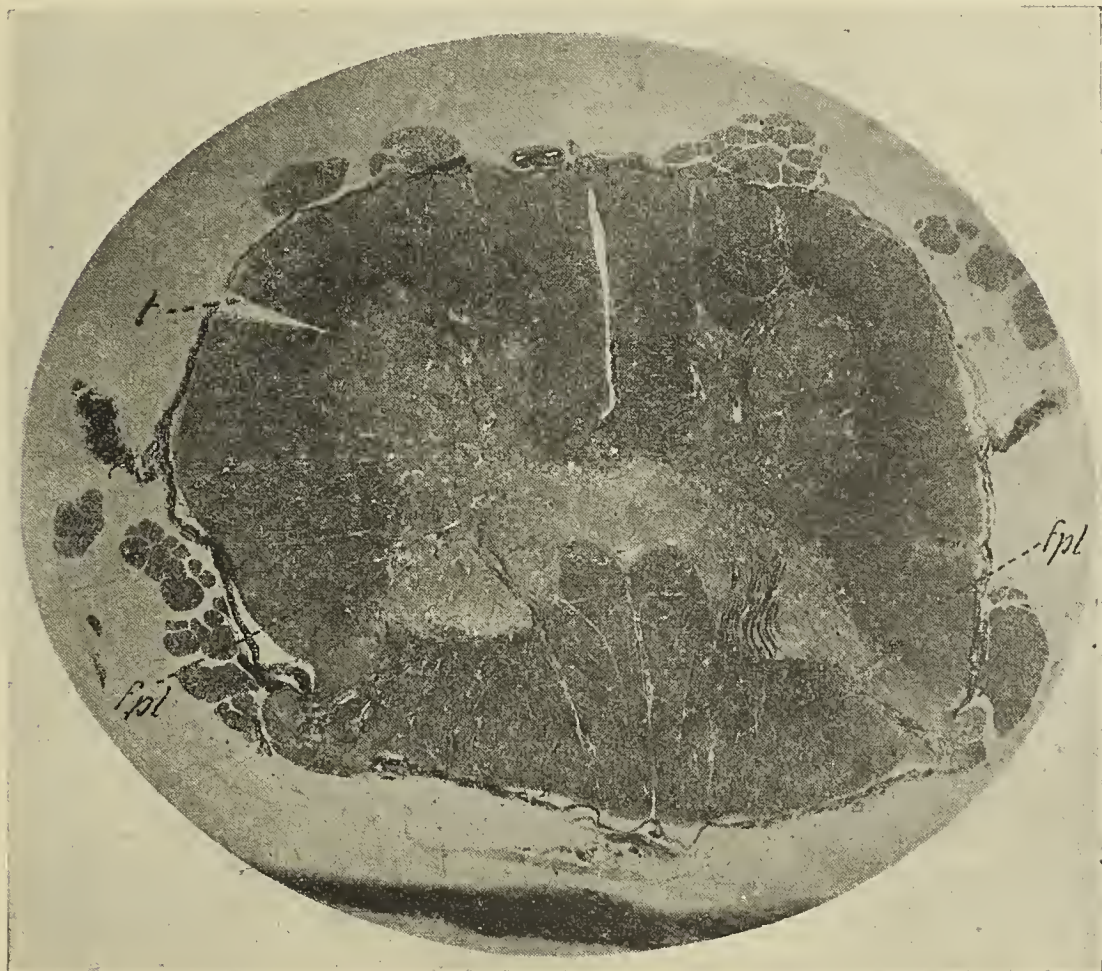



Fig. 8.

sinistra; quella destra, invece, sebbene spicchi per un colorito un poco più chiaro, tuttavia contiene un numero assai rilevante di fibre midollari normali. Il fascic. spino-cerebellaris dorsalis è leggermente rarefatto d'ambo i lati; nel fasc. spino-cerebellaris ventralis la rarefazione è a sinistra più appariscente che nei tagli sopradescritti. I fasci che dalla piramide sinistra si portano (incrociandosi) verso destra sono meno numerosi di quelli corrispondenti da destra a sinistra. Le altre formazioni sono normali d'ambo i lati.

In un taglio frontale del bulbo, a livello dell'estremità prossimale della decussatio pyramidum (fig. 12), i fasci cerebello spinali ventrali e dorsali si comportano, d'ambo i lati, come nei tagli precedenti, rarefatti. A sinistra, il fascio di Helweg manca quasi completamente di fibre; a destra vi è appena accennata una lieve rarefazione. I fasci, i quali dalla pyramis di sinistra si portano (incrociandosi) verso destra, sono più numerosi di quelli corrispondenti da destra a sinistra. Le altre formazioni sono normali. L'area della piramide di sinistra è di poco inferiore a quella destra.

In corrispondenza di un taglio trasverso del bulbo, praticato alquanto più prossimalmente si nota quanto segue: a sinistra la piramide sinistra è quasi eguale alla destra: il mantello midollare del nucleus funic. cuneati è di $^1/_3$ almeno più esteso di quello di destra; e gli ammassi delle cellule gangliari pòste alla base del mantello stesso sono più numerosi che a destra. Gruppetti di cellule nervose si trovano entro il mantello del nucl. funic. cuneati di ambedue i lati. D'ambo i lati, e più a sinistra, le fibre mediali del fasciculus spino-cerebellaris ventralis sono alquanto rarefatte. Nel fasciculus cerebellaris dorsalis, ed a sinistra più che a destra, sono parte scomparse le fibre; il fascio triangolare di Helweg è a sinistra mancante di fibre quasi in toto.

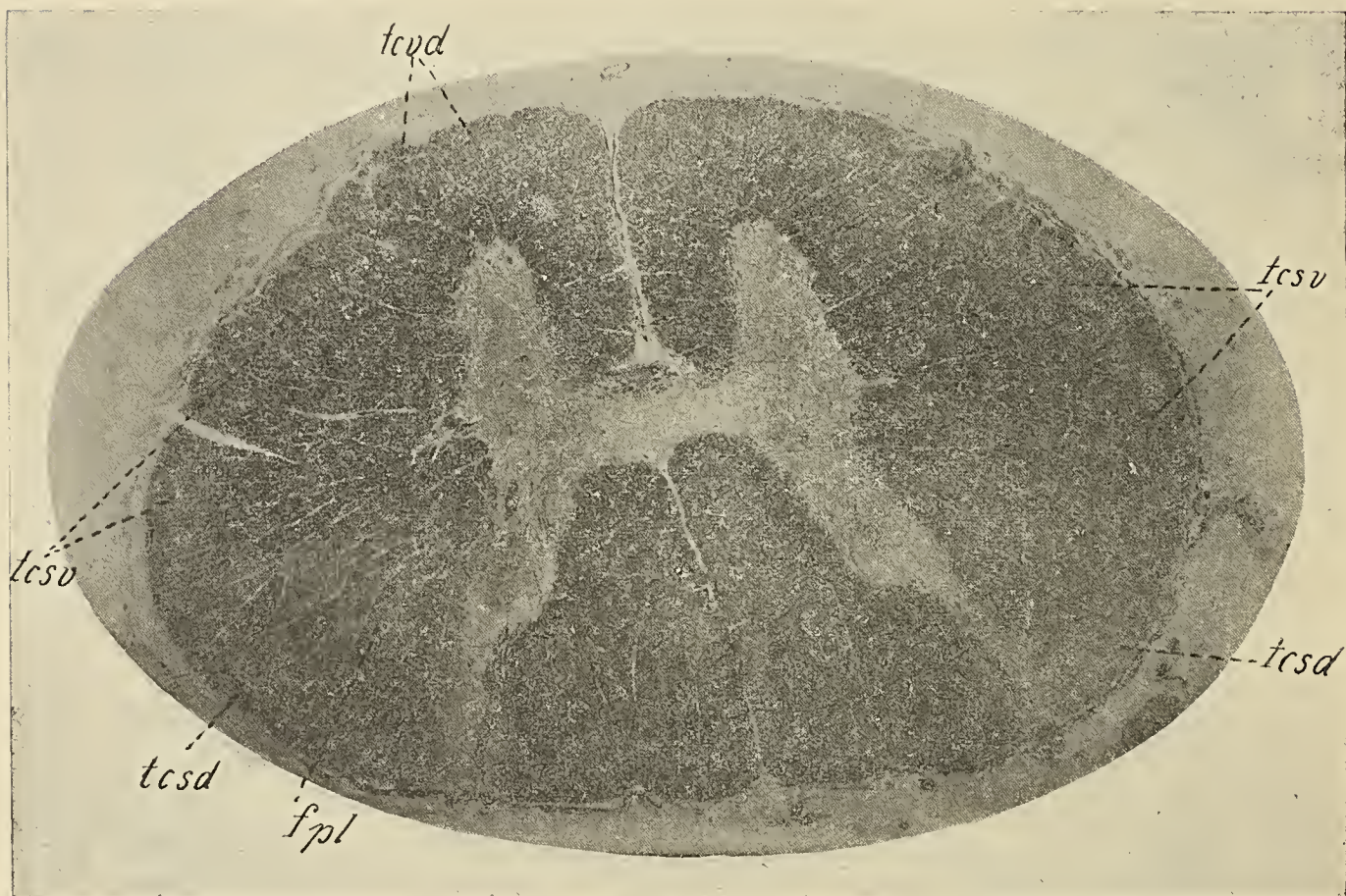



Fig. 9.

Nei tagli frontali del bulbo, a livello dei piani nei quali le piramidi sono già formate (fig. 13), si nota quanto segue:

A *sinistra*: poco visibili le cellule del nucleus lateralis. Rarefatti il fascic. spinocerebellaris dorsalis et ventralis, il fascic. rubrospinalis e i fasciculi spinotectalis spinothalamicus. Le fibrae arcuatae ext. latero-ventrales sono più sviluppate che a destra. Esse si continuano con le circumpyramidales, contornando il nucleus arciformis, che è bene sviluppato.

Le fibrae arcif. ext. dorsales formano un fascetto sottilissimo. Le fibrae arcif. int. ventrales bene sviluppate e robuste; mancano in buona parte le dorsales. Il mantello midollare del nucleus funic. cuneati contiene numerosi i gruppi e i nidi cellulari. Bene visibili i gruppi cellulari del nucleus lateralis. Il reticolo nervoso del nucleus funic. gracilis è notevolmente rarefatto e mancanti in parte le cellule nervose.

A *destra*: il nucleus funic. cuneati è formato da pezzi numerosi ben circoscritti di sostanza grigia, il reticolo dei quali è meno fitto che a sinistra. Le fibrae arciformes int. dorsales sono assai robuste; invece, meno sviluppate che a sinistra sono le fibrae arcif. int. ventrales (lemniscales). Le fibrae arcif. externae laterales, che prendono origine sul margine esterno del nucleus funic. cuneati, sono poco robuste. Il fasciculus spinocerebellaris dorsualis è leggermente rarefatto. Molto rarefatta l'area del triangolo di Helweg.

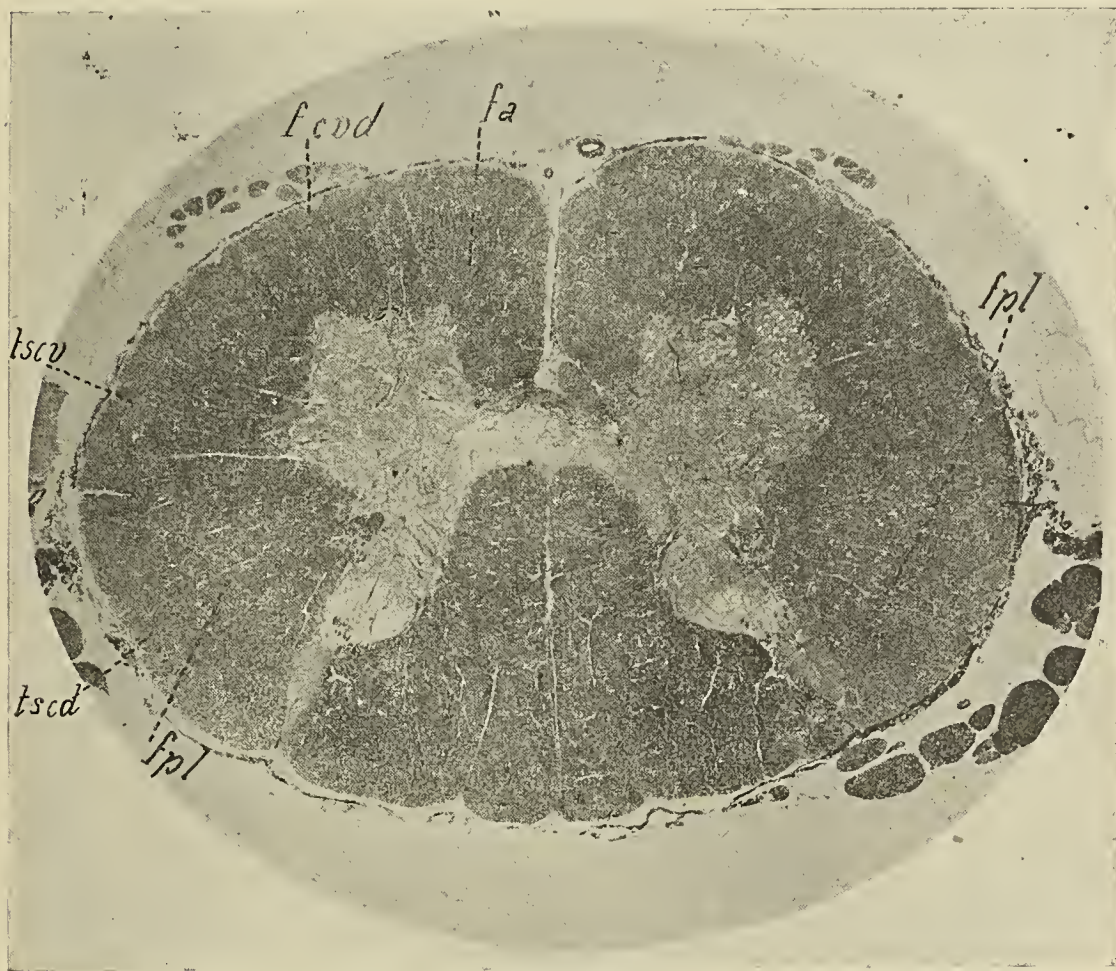



Fig 10.

In un taglio frontale, praticato poco prima che si apra il canale centrale (fig, 14), si riscontra quanto segue: ugualmente sviluppati d'ambo i lati, la radix spinalis trigemini e le fibrae comitantes (trigemini).

A *sinistra*. L'area del fascic. rubrospinalis è leggermente ristretta: i fasciculi spinocerebellares dorsalis et ventralis presentano un'evidente degenerazione; il fascic. spinotect. + spinothalamicus e il fascio di Helweg alquanto rarefatti. Le fibrae arciformes externae (laterales) sono assai robuste: percorrendo il margine laterale del bulbo, circondano la piramide, come peripyramidales e si portano in vicinanza del nucleus arcif., il quale è contornato dallo stratum dorsale e ventrale; le fibre di questo ultimo strato si continuano parte sul margine mediale della rispettiva piramide, parte decorrendo trasversalmente a ponte davanti alla fiss. mediana anterior, si continuano intorno al nucleus arcif. destro (bicircumpyramidales). Bene sviluppate le porzioni orizzontale e verticale dell'oliva access. medialis. Le porzioni ventrale ed interna del nucleus lateralis, fuse fra loro, si pre-

sentano bene sviluppate e ricche di cellule. Le più dorsali delle fibrae arcif. interreticulares sono alquanto ridotte.

A *destra*: il fasciculus rubrospinalis, il complesso dei fascetti spinotectalis + spinothalam. sono normali; lievemente rarefatti i fascic. spinocerebellaris ventralis e il fasciculus spinocerebell. dorsualis. Le cellule della parte ventrale del nucleus lateralis appaiono rimpiccolite, minori di numero e poco colorate. Quelle del nucleus arciformis sono molto più scarse che a sinistra, massime

Fig. 11.

medialmente. Riduzione delle cellule e delle fibre nervose dell'area del nucl. funic. gracil. L'area della pyramis è più estesa di quella sinistra.

In un taglio frontale della Oblongata, praticato dopo l'apertura del canale centrale (figg. 15 e 16) si riscontra quanto segue:

A *sinistra*: le fibrae arciformes interreticulares (restiformales) sono leggermente ridotte ventralmente. Il fasciculus spinocerebellaris dorsualis, il fasciculus spinotect. + spinothalamicus, come pure il fasciculus rubrospinalis, sono leggermente ridotti di volume; il fasciculus spinocerebell. ventralis presenta anche una parziale degenerazione; scomparse le suprapyramidales, come pure lo sono in parte il reticolo e le cellule nervose del resto del nucl. funic. gracilis.

Le periolivares sono ridotte a sottilissimi fascetti, mancano quasi del tutto le periamiculares; non del tutto sviluppate le fimbriatae externae: l'oliva inferior è bene espansa, anzi dal festone polare si stacca un festone sopranumerario, che si porta in alto, a mo' di sperone. Le cellule dorsali del nucleus lateralis sono bene sviluppate, invece parte delle cellule interne e ventrali (unite fra loro) del medesimo mancano o sono debolmente colorate. Lo strato interolivare è alquanto meno esteso del destro.

Fig. 12.

A *destra*: si vedono l'inizio dorsale della porzione verticale dell'oliva access. medialis e i primi accenni del festone polare dell'oliva inf. Il nucleus tractus spin. trigemini e le rispettive fibrae comitantes sono sviluppati quasi come a sinistra. Le cellule nervose della porzione ventrale del nucleo laterale sono poco sviluppate. La piramide è più estesa che a sinistra Le fibrae arcif. externae laterales si continuano come fascio robusto di periolivares intorno al fèstone polare dell'oliva, e poi sul margine ventrale della piramide. Parte delle peripyramidales (ventrolaterali) abbraccia il nucleus arciformis, e si continuano apparentemente coi due strati dorsale e ventrale; il quale ultimo è più sottile che a sinistra; parte si continua con le bicircumpyramidales, come nel taglio precedente. Bene sviluppati il fascic. rubrospinalis, il fasciculus di Gowers e il complesso dei fasci spinotectalis + spinothalamicus. L'area del nucleus arciformis contiene uno scarso numero di cellule.

Bene sviluppati i gruppi e i nidi cellulari del nucleus funic. cuneati: molti gruppi cellulari si trovano entro il mantello midollare.

In un taglio frontale del bulbo a livello della parte media del nucleus hypoglossi (fig. 17), si nota:

A *sinistra*: un po' meno sviluppato che a destra, l'area del JAK; le cellule che costituiscono la medesima, come pure le fibre fra esse sparse, sono in parte scomparse.

L'area del restiforme + fascio spinocerebellare dorsale è alquanto assottigliata e traversata da un fascio assai robusto di fibrae arcif. ext. laterales, che, a misura si giunge in basso, si assotti-

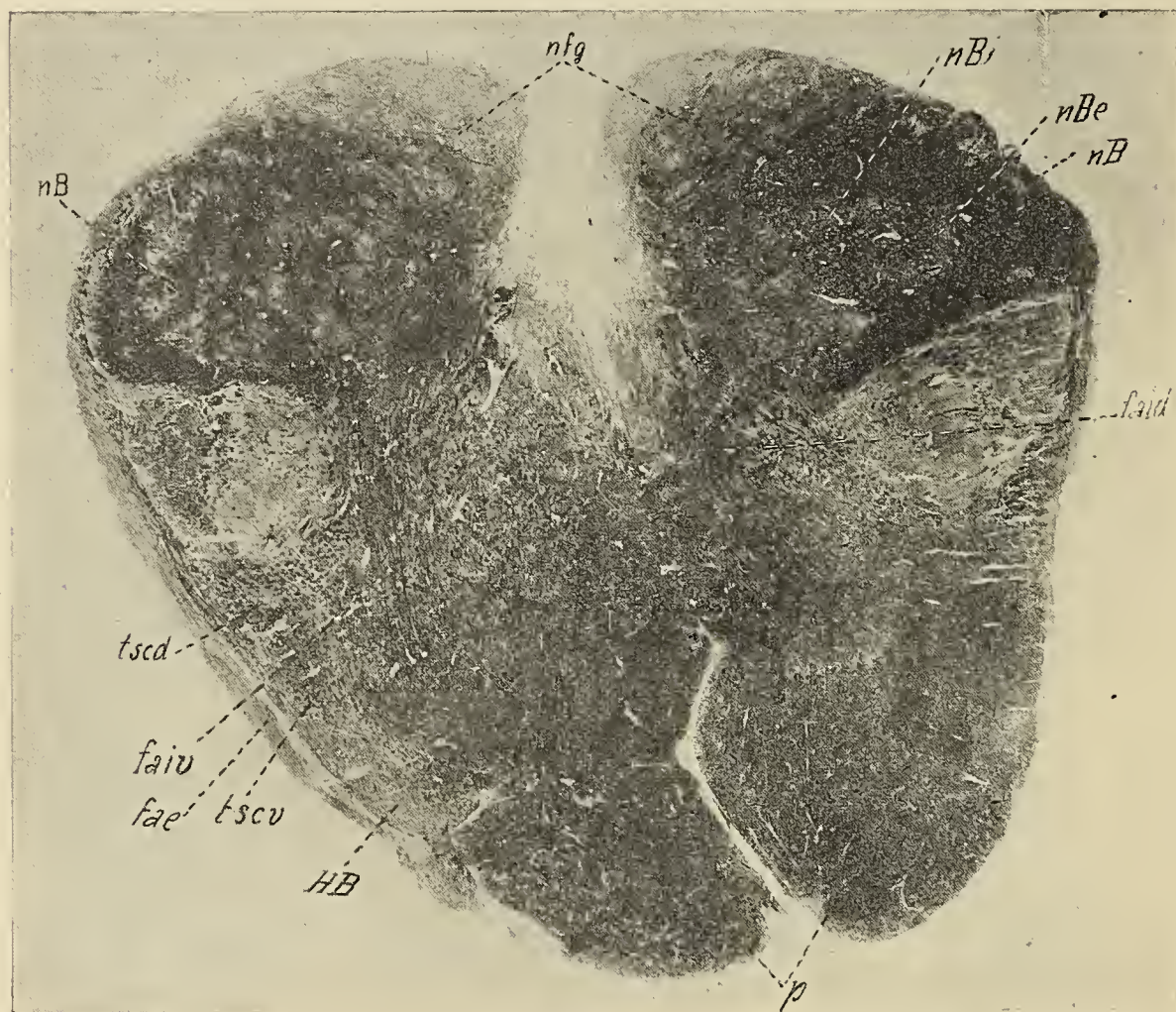



Fig. 13.

gliano sempre più. Le prae- e le intratrigeminales sono alquanto ridotte. Fascetti di queste ultime si aggiungono alle fibre arcif. ext. laterales, e riunite insieme si continuano in basso, come sottilissime periolivares giungendo sul sulcus paraolivaris medialis; quivi si dividono in due sottilissimi fascetti; l'uno che si continua nelle fibrae retropyramidales, l'altro si perde nei fasci della piramide. Dal nucleus arcuatus, composto di un numero assai cospicuo di cellule nervose, partono due fascetti di fibre, l'uno ventrale e l'altro dorsale; le fibre del primo giunte in vicinanza dell'angolo ventromediale della pyramis traversano in parte la base della fiss. mediana anterior e si continuano (come fibre bicircumpiramidales) sulla piramide (come peripiramidales) del lato opposto. Le cellule del gruppo ventrale del nucleus lateralis sono bene conservate; delle cellule del gruppo dorsale molte o sono scomparse o appaiono debolmente colorate. Il fascio rubrospinalis ed il fasciculus spinocerebellaris ventralis presentano una lieve riduzione di volume. L'oliva infe-

rior è costituita da grossi e flessuosi festoni; uno di essi, in corrispondenza del polo si svolge come festone sopranumerario, a mo' di sperone. Le fimbriatae externae sono abbastanza svilup-pate; l'area dell'amiculum contiene scarse periamiculares. L'oliva access. medialis è bene sviluppata.

A *destra*: la massima parte dei festoni dell'oliva inferior sono scomparsi, o sostituiti (nel polo) da un tessuto gliale; solo i festoni dorsomediali si presentano integri, e qui le rispettive cellule nervose e le fimbriatae internae sono bene conservate; scomparse in parte le periamiculares e le

Fig. 14.

fimbriatae externae. Il pedunculus olivae è ridotto ad un fascetto sottile di fibre, scomparse in buona parte le periamiculares. L'oliva access. medialis è dorsalmente assottigliata; la dorsualis è leggermente ridotta, ed il numero delle rispettive cellule evidentemente inferiore a quello dell'altro lato. Bene sviluppati il restiforme, le prae- e le intratrigeminales. Le arciformes ext. anteriores ventrales, fino a livello del polo olivare, sono, al pari delle periolivares, leggermente ridotte: le peripiramidales, formate da un sottile fascetto, si dividono intorno al nucleus arciformis, nei due strati: il dorsale, assai robusto, e il ventrale; poi, assottigliandosi, passano a ponte sulla base della fiss. ant., e sembrano continuarsi, come abbiamo già detto con le fibre che portono dall'arciformis del lato opposto. Il nucl. arciformis contiene un numero di cellule nervose minore che a sinistra. Il nucl. tractus spin. trigemini è di poco più ricco di cellule nervose che a sinistra. Lo stratum interolivare è di area alquanto superiore a quello di sinistra. Il nucleus lateralis è bene conservato.

Degenerata la porzione ventrolaterale del fascic. centralis tegmenti. La piramide è più estesa che a sinistra.

In un taglio frontale del bulbo, a livello del terzo prossimale del nucleus hypoglossi (fig. 17 *bis*) si osserva quanto segue:

D'ambo i lati bene conservati il resto del nucleus fun. cuneati, il nucleus triangularis descendens, le fibre arc. posteriori, il nucleus ambiguus, i nuclei formationum reticularium, il nucleus conterminalis, il nucleus hypoglossi (e la rispettiva cappa).

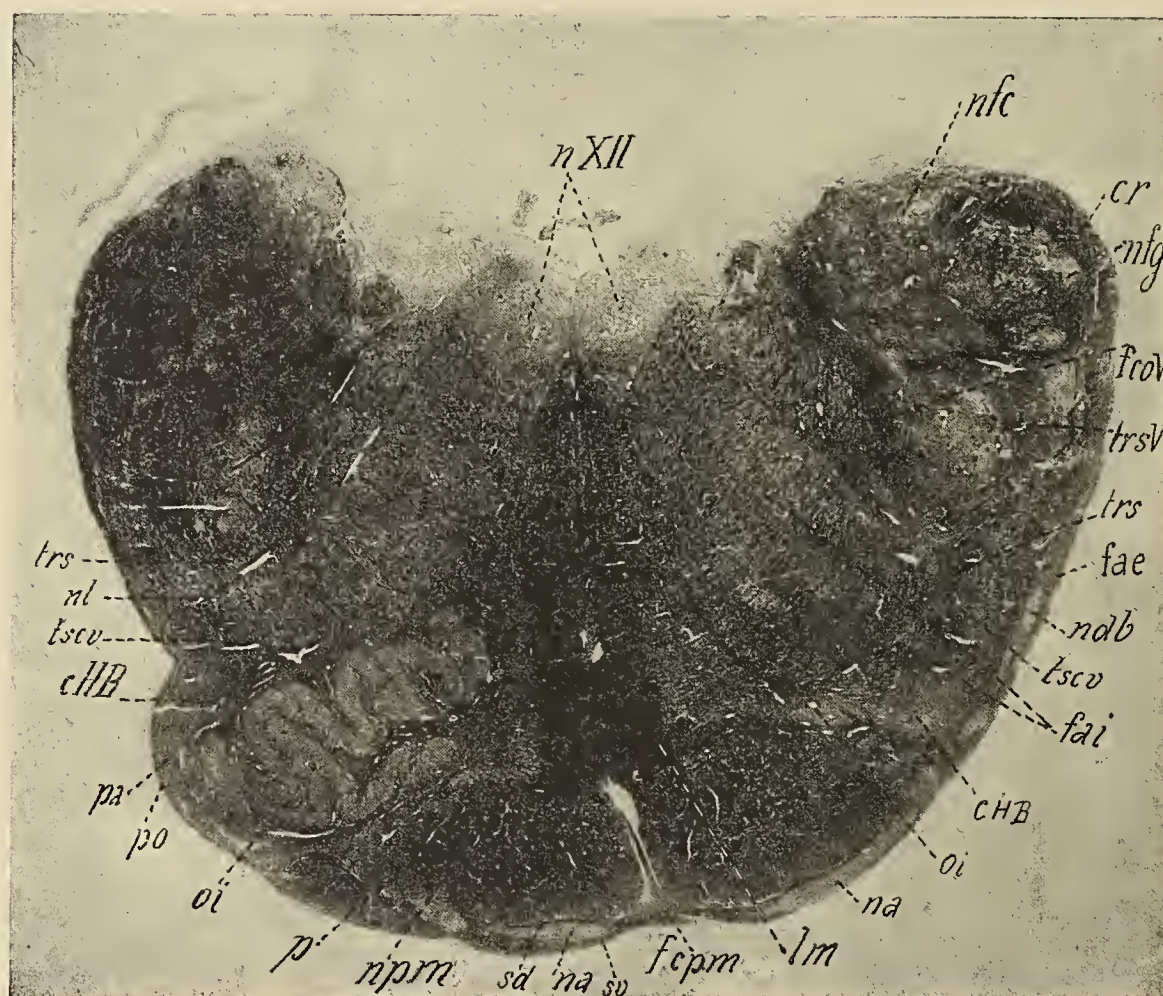



Fig. 15.

A *sinistra*: si trova il restiforme leggermente ridotto; la metà laterale è alquanto pallida. Più ancora lo è la formatio fasciculata (J A K); qui è scomparsa una parte considerevole delle rispettive cellule nervose, specialmente dei due terzi dorsali e le fibre nervose (i fascetti) sono alquanto pallide.

Le cellule della porzione int. del nucleus lateralis sono scarse e poco colorate; molto più degenerate o mancanti quelle del gruppo dorsale.

Le fibrae arcuatae intimae sono diminuite di numero; alquanto ridotte le prae- intra e retrotrigeminales; le periamiculares scarsissime, però l'area dell'amiculum è assai estesa; le periolivares sono ridotte ad un fascetto assai sottile che penetrando nella piramide, abbraccia il nucl. arciformis, qui incastrato dentro la piramide; molto circonvolute le anse dei festoni dorsomediali dell'oliva inferior.

Gli strati dorsale et ventrale dell'arciformis si continuano in parte come bicircumpyramidales, sulla base detla fissura anterior; e si portano sulla piramide e rispettivamente sul nucleus arcif. del lato opposto.

Notevolmente diminuiti di area e scarsi di fibre, il fasciculus spinocerebell. ventralis (di Gowers) e il rubrospinalis.

A *destra*: il restiforme è un po' più sviluppato che a sinistra, e maggiore che a sinistra il numero delle fibrae arcif. interretic. che da esso si irraggiano. L'area dell'amiculum è poco estesa, scarse le periamiculares, però non in grado così spiccato come nei tagli precedenti. Le arcif. ext. laterales e le periolivares sono abbastanza fitte. L'oliva inferior presenta le stesse alterazioni notate

Fig. 16.

nei tagli precedenti. La metà dorsale del braccio verticale dell'oliva access. medialis è notevolmente ridotta. Lo strato interolivare è più esteso che a sinistra. Il gruppo interno e dorsale del nucleo laterale (nucleus lateralis int. e il nucleus later. dors.) sono bene sviluppati.

Nei tagli frontali praticati attraverso il cervelletto, lungo quei piani (distali), nei quali il verme e gli emisferi cerebellari non hanno rapporto diretto con alcuna formazione, si osserva quanto segue, a partire dai più prossimali (fig. *a*, tav. I).

A *sinistra*: l'emisfero cerebellare è ridotto ad una lamella principale, col suo asse maggiore in senso trasversale, costituita da un campo midollato, entro cui è contenuto il dentatus. Questo è formato da festoni laterali e ventromediali, poco flessuosi.

Non è possibile, in questo taglio, nè nei seguenti, discriminare l'embolus e il globosus; perchè al loro posto trovansi masse grigie irregolari, che è meglio descrivere sotto il nome sintetico di « conglomerato embolo-globosus ».

A *destra*, la massa del conglomerato embologloboso si presenta abbastanza distinta in due parti: l'una, dorsomediale, ha forma di triangolo irregolare; l'altra, ventrolaterale, è costituita da piccoli conglomerati di cellule nervose di forma irregolare.

Il nucleus embologlobosus è formato, dorsomedialmente, da un nucleo tozzo, irregolare, assai esteso, di sostanza grigia; dorsolateralmente, da piccoli conglomerati grigi, di figura assai varia.

L'emisfero cerebellare si presenta alquanto più espanso del normale ed è costituito da lamelle principali e secondarie, corrispondenti ai due lobuli semilunari (sup. e inf.); le rispet-

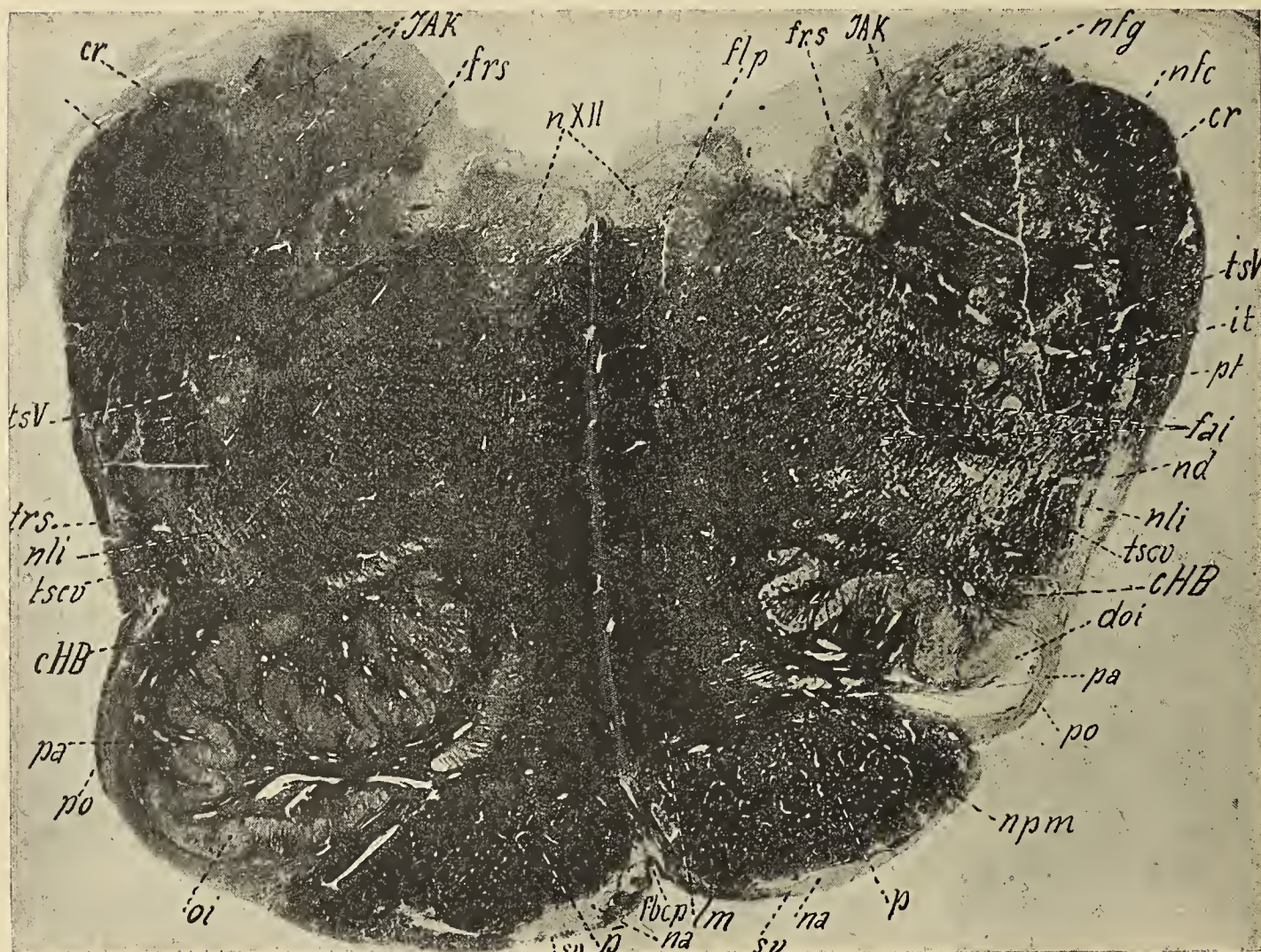



Fig. 17.

tive fibre assiali sono bene mielinizzate e completi gli strati midollari e cellulari della sostanza grigia. Il dentatus non mostra uno sviluppo uniforme in tutti i suoi festoni; poichè se ne vedono alcuni spingersi, facendo qualche voluta, nel centro del pedunculus; altri, in corrispondenza del polo, penetrare, con molte flessuosità, entro la sostanza del centro midollare. Il vello si presenta assai robusto.

L'area del nucleus fastigii destro, è più estesa di quella sinistra; ambedue questi nuclei sono più ridotti del normale; il raphe interfastigiale è spostato verso destra: le suprafastigiales a destra sono meno assottigliate che a sinistra: scarse le infrafastigiales.

In un taglio frontale praticato attraverso il cervelletto, alquanto più distalmente (tav. I, fig. *b*) del precedente, si osserva quanto segue:

A *sinistra*: un poco più sottili che a destra i festoni laterali e dorsomediali del dentatus, i ventromediali mancano. Vello e fibrae semicirculares, costituite da grossi fasci, sono intensamente colorati con ematossilina. Il conglomerato embologlobosus è formato di numerose masse irregolari di sostanza grigia; l'una dorsale, di forma quasi circolare; quelle ventrali si risolvono in numerosi ammassi di cellule nervose, di forma irregolarmente fusiforme o rotonda, di grandezza diversa, tutti fusi, o quasi, fra loro.

Fig. 17 *bis*.

A *destra*: si vede uno solo dei due festoni supranumerari del dentatus, descritti nel taglio precedente, cioè quello che penetra entro il pedunculus al di sopra dei festoni ventromediali. Vicino all'estremità mediale dei festoni del dentatus, il conglomerato embologlobosus è costituito da un grosso ganglio di sostanza grigia, avente forma di anello, circondato, medialmente e dorsalmente, da costellazioni di piccoli nuclei di sostanza grigia, di forma irregolare.

Procedendo sempre più distalmente coi tagli frontali attraverso il cervelletto, a *destra*, l'embologlobosus si vede ridotto a forma di biscotto, disposto ventralmente. Il dentatus è formato da numerosi festoni, compreso quello sopranumerario (polare).

A *sinistra*, l'embologlobosus è costituito da una grossa massa circolare di cellule nervose, circondato da una capsula di fibre midollate, le quali inviando internamente delle ramificazioni, la dividono in tre sottonuclei. Il dentatus si comporta come nei tagli precedenti.

In un taglio frontale, condotto a livello dell'estremità distale del verme (tav. II, fig. c), si vede, a *destra*, il nucleus dentatus costituito come nei tagli precedenti. Il conglomerato embologlobosus è costituito principalmente da una massa unica circolare di cellule, continuazione di quella (più grande), descritta nel taglio precedente: essa contiene, nel centro, un fascio di fibre assai sviluppato, il quale invia una quantità di raggi fra le cellule del conglomerato; medialmente, è fiancheggiato da due piccoli ammassi (dorsale e ventrale) di cellule gangliari.

A *sinistra*: l'embologlobosus è formato lateralmente da un ganglio fusiforme, a contorni irregolari, a direzione leggermente obliqua; medialmente, da quattro piccoli conglomerati rotondi di sostanza grigia, disposti l'uno vicino all'altro. Il dentatus si comporta come nei tagli precedenti.

In tutte le sezioni, testè descritte, le lamelle (specie le ventrali) del verme sono spostate verso sinistra. D'ambo i lati, si continuano, come normalmente, con le lamelle corrispondenti dell'emisfero. Gli assi trasversi delle medesime sono più ricchi di fibre a sinistra: ma le fine diramazioni fibrillari, entro lo strato dei granuli, sono più scarse e più grossolane che non a destra. Il flocculus sinistro è costituito da scarse lamelle secondarie, ben distinte le une dalle altre, e istologicamente costituite come normalmente.

Le lamelle dell'emisfero cerebellare del lato destro, colorate con ematossilina - Pal o con bleu di metilene (Nissl), non mostrano alcun'alterazione sia nella quantità delle fibre nervose midollate degli assi e dei singoli strati grigi, sia in quelle che formano gli intrecci situati fra gli elementi cellulari nervosi (fig. 6). Normali appaiono per configurazione, per rapporto di quantità e struttura i diversi elementi che compongono i tre strati (di Purkinje, molecolare e granuloso).

Nelle lamelle cerebellari di sinistra (fig. 5), gli elementi nervosi dello strato molecolare sono presso a poco numerosi come a destra; le cellule di Purkinje invece o mancano affatto o sono assai rade, situate qua e là in vicinanza dei solchi interlamellari; sono piccole, rattrappite, e contengono uno scarso protoplasma poco differenziato dal nucleo; e se non tutte, parecchie almeno, si avvicinano alla forma fusata. Lo strato (ideale) in cui esse sono poste, apparisce del tutto chiaro. Al di sopra del medesimo, si vede (con i sopraccennati metodi di colorazione) uno strato costituito da una fila e, in qualche punto, da due file di elementi aventi una disposizione alquanto irregolare e che somigliano perfettamente ai granuli; da questi differiscono (alcuni) per essere un po' più pallidi e di grandezza leggermente maggiore. Lo strato granuloso è, sopratutto nelle lamelle superficiali, assai ridotto di area e gli elementi che lo costituiscono sono, nelle serie più profonde, un po' scarsi.

Nelle lamelle periferiche (terziarie) le sopradescritte alterazioni (a sinistra) sono assai più pronunziate in quanto che, oltre ad essere assottigliate le aree degli strati delle molecule e dei granuli, la quantità assoluta di questi elementi è ridotta di quasi la metà, e le cellule di Purkinje vi mancano quasi completamente.

La sostanza midollare delle lamelle di sin. scarseggia di fibre nervose tanto negli assi midollari centrali quanto negli assi delle lamelle più vicine ai solchi; nelle lamelle superficiali poi o mancano del tutto o sono ridotte a scarse fibre isolate. In genere, esiste una proporzione parallela fra l'alterazione degli strati delle cellule di Purkinje e molecolare e quella della sostanza midollare corrispondente.

In un taglio frontale del bulbo (tav. III, fig. *d*) praticato a livello del nucleus praepositus hypoglossi, si riscontra quanto segue:

D'ambo il lati appajono bene sviluppati il fasciculus longit. posticus, il tractus tecto spinalis, il nucleus paramedianus dorsalis e i nuclei ventrales acustici.

A *sinistra*: la sostanza midollare dell'emisfero cerebellare è rappresentata da un'area che raggiunge appena $^1/_5$ di quella destra; in essa si vedono distintamente alcuni ordini di fibrae semicirculares: l'emisfero è ridotto a poche lamelle dorsali, le quali si continuano con quelle del verme, fatta eccezione della più dorsale. Non esiste accenno del dentatus. L'area del brachium conjunctivum è ridotta a $^3/_5$ rispetto a quella destra; però, non si può affermare se piuttosto un segmento o l'altro del medesimo sia colpito a preferenza. Alquanto ridotto il complesso del pedunculus flocculi e del nucl. angularis: come pure sono in parte soltanto riconoscibili i varî frammenti nei quali il nucleus triangularis acustici (a questo livello) è diviso. Le striae acust. superficiales et profundae sono discretamente sviluppate; alquanto ridotti i fasci della JAK, le fibre dei tractus nucleo-

cerebellares e quelle che dalla JAK si portano ad arco nella Form. reticularis omolaterale e al fascio posteriore longitudinale. Una spiccata riduzione notasi a carico delle fibrae prae- e retrotrigeminales, meno evidente lo è nella loro continuazione attraverso l'area acclivis. L'area dello strato interolivare è alquanto più estesa di quella destra. Le periolivares e le periamiculares sono leggermente ridotte, le peripyramidales mancano del tutto; alquanto ristretta l'area dell'amiculum olivae. Il restiforme è ridotto di circa $^1/_3$ dell'area. Il fascio di Gowers, il fasciculus rubrospinalis ed il complesso dei fasci spinotect. e spinothalamicus sono alquanto rarefatti e un po' ridotti di area.

A *destra*: evidenti e completamente formati la subst. medullaris hemisph. cerebellaris, il nucleus dentatus e le fibrae semicirculares. Le periolivares sono leggermente ridotte, in alcuni preparati si vedono terminare insensibilmente lungo la metà laterale della piramide, in altri preparati anche prive.

Le periamiculares e le fimbriatae externae sono aumentate di spessore rispetto a quelle dei tagli precedenti. L'oliva inferior si comporta come nei tagli precedenti. Il braccio verticale dell'oliva access. medialis è assottigliato. Ridotto il fasciculus centralis tegumenti.

In un taglio frontale del bulbo in corrispondenza del quarto prossimale dell'oliva inferior (tav. IV, fig. *e*) si riscontra quanto segue:

A *sinistra*: le lamelle dell'emisfero cerebellare sono ridotte ad un paio, e i loro prolungamenti mediali si continuano ciascuno con una coppia di lamelle del verme: la sostanza midollare dell'emisfero stesso ha un'estensione areale che raggiunge appena $^1/_4$ di quella di destra; ha forma di bisaccia, che, solo nel punto di mezzo del suo margine dorsale, si congiunge con la faccia corrispondente della lamella soprastante; dorsalmente si continua con la base (ventrale) del brachium conjunctivum. Il pedunculus flocculi è considerevolmente povero di fibre, la sua area è leggermente ridotta; scarse le cellule nervose del nucleus angularis. Le striae acusticae superficiales et profundae sono, in alcuni tagli, bene sviluppate. in altri molto meno, come accade nei normali. Ridotta alquanto l'area dell'JAK; scomparse o rimpicciolite le cellule dorsali del nucleus di Deiters; scarse ne rimangono nei gruppi ventrali. I tractus nucleocerebellares, provenienti dalla JAK, sono alquanto ridotti, senza che si possa giudicare se sieno più i mediali o più i laterali; questi ultimi sono però certamente colpiti. Le praetrigeminales e di più anche le intra- e le retrotrigeminales sono ridotte, sottili le periolivares. Le fine fibre, che dalla JAK passano nel nucleus di Deiters, sono quasi tutte scomparse: notevolmente rarefatti i tractus rubrospinalis e spinocerebell. ventr. e il complesso dei fasci spinotectalis spinothalamicus. Bene sviluppato il nervus acusticus (pars anterior).

Le lamelle del verme, specie le intermedie, sono leggermente ridotte a sinistra.

A *destra*: si nota così evidente riduzione delle fibre delle porzioni dorsale e ventrale del fasciculus tegmenti centralis. Le periamiculares sono leggermente assottigliate. L'oliva inferior si comporta come nei tagli precedenti; i fasci delle (fibrae) fimbriatae internae atque externae sono assai sottili; conservato in buona parte il pedunculus (olivae). La piramide è più estesa della sinistra.

Sottile d'ambo i lati il segmento ventro-laterale delle fibre peripiramidales, ben conservato il segmento ventro-mediale. Ridotto il braccio verticale delle oliva acces. medialis specialmente la porzione dorsale.

In un taglio frontale del bulbo (tav. V, fig. *f*), praticato a livello dell'estremità prossimale dell'oliva inferior si osserva quanto segue:

A *sinistra*: il centro midollare dell'emisfero cerebellare è ridotto ad un grosso fascio a forma di ovoide: la sua area corrisponde appena ad $^1/_4$ di questa Il margine laterale della massa midollare non prende alcun rapporto col margine mediale della lamella immediatamente ad essa soprastante. Il brachium conjunctivum è ridotto alla metà, e sopra di esso si vedono sottili fascetti dei fascicul. spinocerebellares. Il pedunculus flocculi è formato da scarsissime fibre; del pari lo sono quasi tutte le cellule del nucleus angularis. Sono comparsi già i primi accenni del nucleus motorius trigemini, costituiti da grossi ammassi gangliari entro cui penetra la radix motoria trigemini. La JAK è qui rappresentata dal suo apice terminale. Sono scomparsi i gruppi dorsali del nucleus del Deiters; è difficile discriminare se gli elementi rimasti (ventrali) appartengano piuttosto all'uno che all'altro dei vari suoi gruppi.

Scomparse le fibre che uniscono il nucleus abducentis con la porzione triangolare del nucleus Deitersii, come pure quelle che traversano la form. reticul. alba medialis.

A *destra*: i festoni dorsali dell'oliva inferior sono bene ed uniformemente sviluppati; invece il convoluto dei festoni ventrali è ridotto ad una semplice lamella. L'estremità ventrale e dorsale del fasciculus centralis tegmenti è assai povero di fibre. Lo strato interoliv. è più esteso che a sin.

D'ambo i lati bene sviluppati il c. trapezoides, i gruppi cellulari dell'oliva superior, del nucleus ventralis del VII e del nucleus c. trapezoidei.

In un taglio frontale del Pons praticato a livello dei suoi piani distali (tav, II, fig. *g*) si osserva quanto segue:

A *sinistra*: il brachium pontis ridotto ad un fascio ovalare, la cui area raggiunge appena $^1/_6$ di quella di destra. Il brachium conjunctivum si comporta come nei tagli precedenti. Le fibre dello stratum profundum (delle fibrae transversae) sono evidentemente meno numerose che a destra, e le cellule nervose più laterali (gruppo paralaterale), interposte fra le medesime, appaiono più pallide delle altre. Le fibre della pars subpyramidalis sono in parte scomparse, come pure in piccola parte le cellule nervose del gruppo corrispondente (gruppo ventrale), e del relativo intreccio nervoso; le fibre che fanno parte del contingente della decussatio ventralis raphes, e che (incrociandosi) si portano dalla pars corticalis allo stratum profundum di destra, sono in parte scomparse; invece, l'omologo contingente di fibre che dalla pars subcorticalis di destra si porta obliquamente allo stratum profundum di sin. è ben conservato. L'area della pyramis è alquanto più ristretta della destra.

A *destra*: l'area paramediana è alquanto ristretta di circa $^1/_3$, e manca di un numero ragguardevole di cellule e di fibre nervose (gruppo paramediano). Le fibre nervose della metà destra del raphe del tegmento sono di numero inferiore a quelle di sinistra, e così anche lo sono a destra le fibre che percorrono trasversalmente la formatio reticul. medialis. Non vi sono alterazioni nelle cellule dorsali del nucl. reticularis tegmenti pontis; solo le più ventrali sono diminuite di numero. Le fibre del fascic. dorsolateralis tegmenti e le più ventrali del fasciculus ventralis tegmenti, sono diminuite di numero, e rimpicciolite le aree corrispondenti. Il lemniscus medialis è più sviluppato che a sin

In un taglio frontale del Pons, praticato a livello della sua parte media (tav. VI, fig. *h*), si nota quanto segue:

A *sinistra*: a carico del brachium conjunctivum si vedono le stesse alterazioni notate nel taglio precedente. Esso è circondato, oltre che dal lemniscus lateralis, da sottili fascetti di fibre, continuazione del fasciculus tectospinalis + spinothalamicus e del fascio spinocerebellaris ventralis.

Le fibre dello stratum profundum sono diminuite di numero e lasciano vedere, negli intervalli, accumuli di cellule nervose, le quali lateralmente (gruppo paralaterale) sono pallidissime e piccole. Le fibre della pars corticalis (dello stratum superficiale) sono ridotte a circa la metà, e le più ventrali assai pallide; scarsi i fascetti di fibre che costituiscono la pars subpyramidalis e (fig. 18) le cellule nervose fra loro interposte (gruppo ventrale). I gruppi dorsolaterale e ventromediale dei fasci piramidali sono assai assottigliati.

A *destra*: sono alquanto pallide le fibre nervose più ventrali della pars cortic. str. sup. La porzione ventrale dell'area paramediana è ridotta alla metà, e vi manca un numero cospicuo di cellule e degl'intrecci nervosi (gruppo paramediano); scomparse molte delle cellule del gruppo dorsale. Notevolmente assottigliate la porzione ventrale e dorsale del fasc. centralis tegmenti. È ridotta di estensione l'area della formatio reticularis lateralis, le cui cellule nervose sono diminuite di numero. Il nucleus centr. superior ed il nucleus laquearis medialis et later. d'ambo i lati ben conservati. Il lemniscus princeps è più sviluppato che a sin.

In un taglio frontale del Pons, a livello del suo terzo prossimale (tav. VI, fig. *i*), si nota:

A *sinistra*: scomparsa ogni traccia di brachium pontis. Il brachium conjunctivum è ridotto a $^2/_5$ appena della sua area: ne manca sopratutto l'apice dorsale e l'estremità ventromediale. Mancano i fascetti dorsali dello stratum profundum: le cellule del gruppo ventrale sono alquanto minori di numero che a destra. I gruppi dorsolaterale e ventromediale della via piramidale mancano completamente. L'area parabigemina è bene conservata.

A *destra*: l'area paramediana è ridotta come nei tagli precedenti, dicasi altrettanto (fig. 19) delle cellule nervose fra esse interposte (gruppo paramediano). Le fibre ventrali della pars corticalis

s dello stratum superficiale sono alquanto pallide e leggermente ridotte. Alquanto ridotta l'area della portio ventralis e dorsolateralis del fascic. centr. tegmenti e della Formatio reticularis. Il lemniscus princeps si comporta come nei tagli precedenti. Il nucleus centr. superior, il nucleus laquearis lateralis et medialis uguali d'ambo i lati.

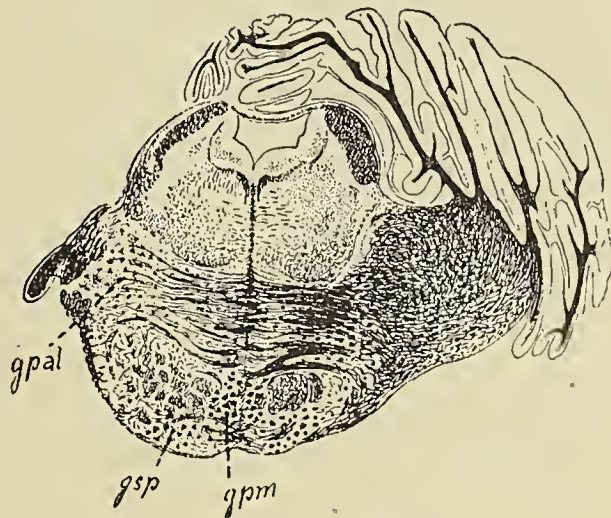



Fig. 18.

In un taglio frontale a traverso gli emisferi centrali praticato a livello del punto di passaggio dal ponte al pes (tav. VII, fig. *k*), si vede quanto segue:

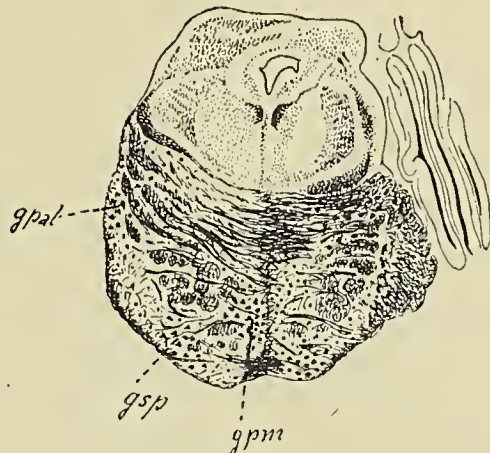



Fig. 19.

A *sinistra*: è già comparso il pes che si vede continuarsi con le laterali del ponte. Le fibre dello stratum superficiale — e propriamente tanto della pars subpyramidalis quanto della corticalis — si presentano notevolmente assottigliate; bene sviluppati tutti i gruppi cellulari del grigio pontino. L'area del nucleo bianco è di spessore di poco minore di quello destro. Le altre formazioni (pes, subst. nigra, pulvinar, corpora geniculata laterale et mediale etc.) ben conservate.

A *destra*: si trova l'area paramediana ristretta notevolmente in tutta la sua estensione dorsoventrale; scarse vi si riscontrano le cellule nervose e assai diradato l'intreccio delle fibre nervose. I fasci mediali e dorsolaterali della via piramidale sono ridotti di volume e alquanto pallidi. L'area del nucleo bianco è più estesa che a sinistra, ed è percorsa da tre gruppi di fibre, che si portano nella linea mediana, per prender parte alla commissura di Wernekink; le dorsali e le medie, passano in direzione alquanto obliqua da destra a sinistra e dall'alto al basso; assai scarse sono le corrispondenti che si portano da sinistra a destra: le fibre ventrali, a direzione orizzontale, si vedono bene sviluppate a destra e a sinistra; quest'ultime non sono la continuazione di quelle di destra, perchè le anse, che formano quelle provenienti da destra, si intrecciano in modo simmetrico sopra e sotto con quelle di sinistra. Le cellule nervose della subst. nigra sono scarse e quelle sparse nel quinto mediale appaiono inoltre debolmente colorate: anche l'intreccio nervoso interposto fra le medesime è assai rado.

In un taglio frontale del mesencefalo, praticato a livello del terzo prossimale delle bigemine anteriori (tav. VII, fig. *l*), si osserva quanto segue:

A *sinistra*: bene sviluppati il pulvinar, il nucleus ruber, l'irradiazione del tegmento e tutte le altre formazioni.

A *destra*: Il nucleus ruber presenta un'area più ristretta dell'ordinario; la capsula midollare è ridotta in alcuni punti, specie nella porzione ventrale e mediale; del pari i fascetti midollari, che percorrono (midollo centrale) trasversalmente l'area del ruber sono assai minori di numero che a sinistra: sono specialmente i gruppi dorsali delle cellule nervose, che fanno difetto; la loro scomparsa, risalta tanto più, in quanto che anche grossi fasci di fibre fra essi interposti mancano in buona parte. Meglio conservati sono i gruppi cellulari laterali e ventrali, come pure i centrali, sebbene sia evidente la loro parziale scomparsa. L'area della subst. nigra è assai ridotta nel terzo mediale, e le rispettive cellule nervose contengono scarso pigmento; non molto ricco di fibre è lo stratum intermedium. L'area del quinto mediale del pes è alquanto ristretta e le fibre più mediali sono pallide e rarefatte; le fibre formanti il peslemniscus profundus, sono costituite da un grosso fascio (anomalo) rotondo, che a forma di uncino si avvicina all'area alquanto ridotta del quinto laterale del pes. Bene sviluppato il lemniscus superior.

Il cornu inferius, è lateralmente e in alto circoscritto dal tapetum, medialmente dalla fimbria (prolungamento del crus posterius fornicis) e dall'alveus. La porzione dorsale del cornu inferius non solo è assai dilatata, ma trovasi in una posizione del tutto anomala. Tutta la formazione dell'hyppocampus ha subìto una modificazione di forma in modo che la sua superficie ventrale è divenuta mediale, e quella dorsale si è trasformata in laterale; inoltre, è aumentata enormemente di volume, fino a raggiungere quasi tre volte quello normale. La massa midollare del g. hippocampi è enorme, e si continua ventralmente con quella del lobulus fusiformis. L'asse midollare del quale, giunto sulla parte ventrale del g. hippocampi si unisce, mediante due ponti di sostanza bianca, con l'asse midollare di quest'ultimo, e solo nel centro i due assi sono divisi fra loro da un nucleo di sostanza grigia.

Il g. (o Formatio) hippocampi è costituito da due aree formate da sostanza grigia, ventrale l'una ed uniforme dorsale l'altra, separata in due metà mediale e laterale, da un fascio di sostanza midollare. Questo comincia dalla fiss. hippocampi, e decorrendo dall'alto al basso (e parallelamente al margine laterale del ventricolo laterale) traverso l'area grigia, si rivolge poi in alto e termina ad uncino. L'area laterale è formata da sostanza grigia disposta uniformemente: l'area mediale in vicinanza della detta lamina midollare è divisa in tre o quattro dentature disposte l'una sotto l'altra, separate fra loro da lamelle di fibre nervose aventi forma di archi convessi.

In un taglio frontale a traverso gli emisferi cerebrali praticato in corrispondenza dell'estremità prossimale delle bigemine anteriori (tav. VIII, fig. *m*), si osserva quanto segue:

A *sinistra*: tutte le formazioni sono normali (nucleus ruber ed irradiazione tegmentale, pulvinar, nucleus amigdalae, pes pedunculi etc.).

A *destra*: il nucleus ruber è diminuito di area; la sua capsula midollare, il pes pedunculi, il pes lemniscus profundus, la subst. nigra presentano le stesse alterazioni segnalate nel taglio precedente.

Il lobul. fusiformis apparisce notevolmente allungato in direzione verticale, e con esso anche l'asse midollare, il quale in mezzo del suo decorso si unisce con l'asse corrispondente del girus del subiculum cornu Ammonis. In alto esso si congiunge con la estremità ventrale dell'alveus e del tapetum, i quali si uniscono in corrispondenza dell'apice ventrale del ventriculus lateralis.

La formazione ammonica — intesa in sensu lato — si presenta costituita di tre segmenti anomali, per figura e posizione: l'uno mediale, l'altro medio e il terzo laterale. Il segmento mediale si compone di un nucleo di sostanza grigia di forma ovoidale, libera in alto e medialmente, e aderente completamente al margine ventromediale del segmento medio; e circondato da uno stratum (zonale) di fibre midollate che mandano una propagine nell'interno del ganglio, dividendolo così in tre porzioni.

Il segmento medio è costituito da sostanza grigia e da un fascio centrale di fibre midollate: ha forma di un mazzapicchio con l'apice in basso, originante dal subiculum e con la porzione convessa in alto libera. Il margine laterale del segmento in parola è percorso da un fascio robusto di fibre nervose parallele, che in alto mandano ramificazioni a mo' di alberello. Contornando il dorso del mazzapicchio, si rovescia all'interno, formando così lo strato midollare marginale della formazione ammonica.

Nel segmento in discorso si distinguono dall'esterno all'interno, uno strato equivalente allo stratum moleculare f. dentatae, costituito da un robusto strato di cellule nervose piccole, entro cui corrono fine fibre nervose intrecciantisi. Esso si allarga in basso, in modo da estendersi quasi del doppio: qui inoltre non è uniforme. ma si presenta formato da tanti denti di forma quadrata (vere e propriae digitationes), limitati da una sottile striscia di fibre nervose parallele. Segue uno strato di uno o due ordini di cellule nervose, equivalenti allo strato granuloso: si dispongono a mo' di semicerchio, in corrispondenza di ciascuna cupola delle piramidi o digitationes (*m*), testè descritte. Lo strato più interno, povero di cellule, è costituito essenzialmente (come stratum marginale), da più ordini di fibre nervose midollate, a direzione tangenziale (lam. medull. externa). Nel segmento medio, quindi, abbiamo, sebbene modificati, tutti gli strati che normalmente trovansi nel g. dentatus.

Il segmento laterale è composto di fibre e di cellule nervose, le quali ultime si dispongono in istrati caratteristici. Veduti con ingrandimento alquanto più forte, vi si distinguono, procedendo dall'esterno verso l'interno, i seguenti strati: l'alveus, lo strato delle cellule polimorfi (oriens), lo strato delle cellule piramidali, qui assai numerose; il radiatum, il lacunosum, occupato dal grosso fascio di fibre, (lam. medull. media: *lmc*); il molecolare molto sviluppato e la lamina medull. involuta (lamina medull. superficialis: *f*) limitante all'esterno il segmento medio. Il complesso degli strati di cellule e di fibre nervose dimostra quindi che il segmento laterale è equivalente alla circonvoluzione godronnèe del cornu Ammonis.

In un taglio praticato a livello della commissura posterior (tav. VIII, fig.*n* e tav. IX, fig. *p*) si osserva quanto segue:

A *destra*: l'area del pes pedunculi è alquanto ridotta, quasi esclusivamente nel quinto mediale ed anche un po' nel quinto laterale; inoltre, si osserva un grosso accumulo (anomalo) di fibre che partendo dall'estremo laterale del campo della subst. nigra, si ricurva ad arco intorno all'estremità laterale del pes, e si dispone a ridosso del medesimo (fig. 20): la posizione del fascio fa ritenere che sia un prolungamento del pes lemniscus profundus notevolmente ingrossato, e che si sia aggiunto alle fibre del quinto laterale del pes. Bene sviluppati il ganglion genicul. mediale e il nucleo intermedio. Nella substantia nigra sono bene appariscenti l'intreccio di fibre nervose e le cellule nervose che lo co stituiscono; solo nel terzo mediale scarseggiano queste ultime e il reticolo interposto fra le medesime; il che contrasta con la ricchezza delle cellule nervose del terzo laterale, alcune delle quali sono perfino riunite in gruppi circoscritti. Nella capsula midollare e nell'impalcatura centrale delle fibre midollari del nucleo rosso si riscontrano le stesse alterazioni notate nei tagli precedenti; qui però non sono più tanto i gruppi periferici delle cellule gangliari del nucleo rosso, quanto sopratutto quelli che ne occupano il centro, che fanno difetto. Del pulvinar è comparsa l'estremità distale, circondata da un robusto stratum zonale; esso nella sua parte ventrale invia fasci di fibre assai robusti che medialmente penetrano nella cappa della bigemina ant. Il pulvinar è più basso dell'ordinario e medialmente non giunge al punto, che avrebbe dovuto

raggiungere (a questa altezza): sulla faccia ventrolaterale si vede la porzione occipitale del corpus genicul. laterale; la faccia dorsolaterale è schiacciata, ed è circondata dal margine ventrale del crus posterius forn. Questa è notevolmente spostata e origina assai più lateralmente (a destra) dell'ordinario, dalla faccia ventrale della Trabs. Manca la regione retrolenticolare della capsula int.; al suo posto, dorsalmente si trovano il crus posterius fornicis, sui lati i plexus chorioidei, e ventralmente l'apice del Cornu Ammonis.

Il cornu sphenoidale è alquanto dilatato; la sua parete dorsale è respinta molto più in alto dell'ordinario; è limitato dorsalmente e lateralmente dal tapetum, che si continua in basso fino all'apice ventrale del cornu; medialmente dal crus posterius fornicis e dalla fimbria, la quale in basso si continua con l'alveus avente una straordinaria robustezza.

La formazione ammonica, invece di essere costituita come normalmente un subiculum, di un girus dentatus e di una parte riflessa (circ. godronnée) del Cornu Ammonis, si presenta formata come segue: Il margine mediale della formazione ammonica è rivestito dalla fimbria in alto (dorsalmente) e ventralmente dalla continuazione del subiculum, le due parti di questo margine son divise fra loro per mezzo della incis. hippocampi. Il subiculum è infatti ricoperto all'esterno, dalla lamina medullaris ext., che penetra attraverso l'incisura nella sostanza grigia, e formando un arco convesso all'esterno, a mo' di uncino, si sfiocca in basso in tanti pennelli: di qui partono due lamelle midollari che risalendo in alto, parallelamente, si portano fino all'impianto del crus posterius.

Le due lamine, dividono così tutta la sostanza grigia della formazione ammonica, in tre porzioni; l'una (laterale), interposta fra l'alveus e la lamina midollare laterale (la quale lamina si può omologare alla lam medull. media); l'altra porzione media) interposta fra questa e la lamina midollare laterale (la quale lamina, si può omologare alla lam. medull. superfic. s. involuta); la terza (porzione mediale) intercedente fra questa ultima e la lamina medull. externa. Le due porzioni laterale e media, si possono ritenere come equivalenti alla porzione godronnée del cornu Ammonis, mentre la mediale è omologa al g. dentatus.

A *sinistra*: uno dei nuclei disseminati thalami e propriamente il più laterale è enormemente sviluppato, in un modo da fare alquanto grossolana sporgenza nel ventricolo laterale. I nuclei ventrales *a* e *b*, sono più sviluppati del normale. Il nucleus medialis thal. è diviso in 3-4 sotto nuclei, i più ventrali più grandi dei dorsali, ognuno dei qnali è separato dall'altro, per mezzo di una ricca corona di fibre midollate. L'incrociamento dorsale del tegmento (di Meynert) è bene sviluppato. Delle fibre dell'incrociamento ventrale (del tegmento) trovasi solo il contingente di fibre che decorre obliquamente (da destra) verso sinistra; mancano le corrispondenti da sinistra verso destra, cosicchè viene a scomparì l'incrociamento.

A livello di un taglio frontale degli emisferi cerebrali, praticato a livello della metà prossimale dei corpora mamillaria (tav. IX, fig. *o* e tav. X, fig. *q*), si vede quanto segue:

A *sinistra*: nel talamo, il nucleus ventralis *c* è sviluppato più dell'ordinario: il semilunaris è assai robusto e percorso nell'interno da robuste fibre obliquamente disposte e parallele fra loro, al di sopra e medialmente al medesimo, si trova enormemente sviluppato il nucleus lateralis thal.; la porzione dorsomediale del medesimo è separata in numerosi gruppetti circolari, o elissoidali, o quadrilateri, di cellule nervose, limitali da corone di fibre. Il nucleus medialis *b* è, in modo non consueto, ricco di grosse e fine fibre nervose, soprattutto assai ricca e robusta è la capsula midollare. I nuclei dorsales disseminati thalami sono assai sviluppati e circondati da robusti strati zonali. Il ganglion habenulae raggiunge un'estensione considerevole ed è diviso in due gruppi da un grosso fascio di fibre decorrente quasi orizzontalmente.

A *destra*: si vede la continuazione dei robusti fasci del peslemniscus profundus, le cui fibre hanno un aspetto cromatico (con l'ematossilina Weigert) totalmente diverso da quello del resto del pes pedunculi. Sono comparsi l'estremità distale del nucleus lateralis thal. ed il nucleus ventr. *c*. La lam. medullaris lateralis thal. si confonde col prolungamento del campo triangolare di Wernicke, il quale invece di portarsi all'esterno, sembra col suo lungo apice identificarsi quasi con detta lamina. Molto sviluppati sono il ganglion habenulae ed il ganglion geniculi laterale (pars hils.). Sopra e all'interno di esso si vede il ganglion geniculi mediale. Il terzo ventromediale del nucleus lateralis thal. è occupato da un fascio midollare a forma rettangolare, continuazione

dell'irradiazione tegmentale del nucleus ruber; fra esso e il ganglion genic. mediale si notano gruppi cellulari a limiti poco circoscritti e che non possono identificarsi con alcuni dei nuclei conosciuti: essi possono considerarsi come un'ipertrofia dei gruppi ventrali cellulari del nucl. lateralis thal.

Scarseggiano le fibre costituenti la porzione ventrale e mediale della capsula midollare del nucleo rosso; le cellule nervose, specie quelle più dorsali, sono notevolmente ridotte; gli intrecci

Fig. 20.

fibrillari che percorrono l'interno del nucleo sono meno numerosi che a sinistra. Robusta l'irradiazione tegmentale.

A livello di un taglio frontale a traverso gli emisferi cerebrali, in corrispondenze dell'estremo distale dell'infundibulum (tav. IX, fig. *r*), si nota quanto segue:

A ***sinistra***: bene sviluppati i nuclei medialis e lateralis thalami. I nuclei disseminati, da 2-3, raggiungono, specialmente quello laterale, uno sviluppo assai considerevole, talchè la sporgenza di

questo ultimo è divisa dalla stria cornea per mezzo di un solo verticale. Bene visibile il nucleus ventralis *c*. Il nucleus medialis thal. non è bene separato nei due sottogruppi, ed è percorso da numerosi fascetti di fibre, continuazione di quelli che percorrono il nucleus laterale. E considerevole è lo sviluppo del caudatus: una specie di prolungamento (anomalo) del medesimo si estende lateralmente entro le fibre dell'estremità dorsale della capsula interna, che però non giunge a tagliare completamente. Bene visibile la divisione del lenticularis in tre nuclei.

Fig. 21.

A *destra*: si notano molteplici nuclei disseminati dorsales thalami. Bene sviluppati il fasciculus thalamicus, la regio H^2 e il fasciculus ·lenticularis. La taenia, molto robusta, decorre sul margine mediale del talamo assai più in basso che normalmente. Assai sviluppati il nucleus ventralis *a*, ed il nucleus semilunaris. Il nucleus medialis *b* è diviso in una serie di sottogruppi di forma irregolare separati, non sempre regolarmente, da laminae medullares di vario spessore, e aventi direzione alquanto obliqua.

In un taglio frontale praticato a livello della parte anteriore dell'infundibulum (fig, 21) si nota:

A *sinistra*: il nucleus medialis thal. è ricchissimo di fibre nervose; altrettanto si nota nell'inizio del nucleus anterior thal. Evidente il nucleus ventralis anterior; il nucleus lateralis ha una estensione normale. I nuclei disseminati sono assai sviluppati, specialmente il più laterale il quale porge molto al di sopra della superficie dorsale; gli altri più mediali, di forma elissoidale sono costituiti da gruppi cellulari voluminosi, rivestiti da un robusto stratum zonale: dal quale emanano grossi fasci che penetrano ventralmente nel nucleus lateralis, ove sparpagliansi in tanti pennelli.

L'estremità laterale dello strato zonale separa questo ultimo nucleo dalla stria cornea, la quale è più sviluppata che a destra. Il caudatus ha un'area circa due volte e mezzo più estesa di quella del destro; dal suo rivestimento midollare partono fasci robusti che penetrano nella massa grigia del ganglio. Il lenticularis si compone di quattro membri dei quali, due più mediali facenti parte del pallidus, non differiscono in nulla dal normale: invece il membro esterno del pallidus e il putamen hanno un'estensione maggiore dell'ordinario, specie lateralmente e in basso, ove questo ultimo raggiunge quasi il margine mediale del g. hippocampi.

Fig. 22.

A *destra*: nel thalamus si notano bene sviluppati i due nuclei mediali *a* e *b*, e il nucleus ventr. *a*; è comparsa l'estremità distale del putamen. Il nucleus lateralis thal. ha un'estensione areale assai spiccata. Il corpus Luysii e il fasciculus thalamicus sono bene evidenti.

In un taglio frontale, attraverso gli emisferi cerebrali, dinanzi all'estremità anteriore dell'infundibulum (fig. 22) si vede, a *destra*: sviluppato più dell'ordinario il nucleus anterior thalami (sino a raggiungere il doppio dell'area); i nuclei disseminati ed il nucleus lateralis sono di estensione normale, però nell'estremo ventrale di quest'ultimo si vedono numerosi gruppi irregolari di cellule nervose, circondati da fascetti di fibre. La capsula interna (genu) è bene sviluppata nella sua metà dorsale; la metà ventrale è notevolmente assottigliata, il che contrasta con quanto si osserva (nel taglio precedente) nella parte omologa della capsula int. di sinistra. Il lenticularis è costituito dal putamen e dal membro esterno del globus pallidus, che hanno un'estensione areale un po' maggiore dell'ordinario.

A *sinistra*: la capsula interna è assai sviluppata, massime nella parte di mezzo; il caudatus è assai sviluppato, e, in modo abnorme, si prolunga ventralmente sul margine mediale della medesima; è traversato da grossi fascetti midollari (lenticulo caudati) aventi direzione verticale e trasversale. Il nucleus anterior thal. (dorsalis magnus) è ricoperto da un robustissimo stratum zonale di fibre nervose.

Il calloso ha una forma diversa dal normale poichè, mentre la metà sinistra è alquanto obliqua, la destra ha una direzione quasi orizzontale; le due columnae fornicis, invece di originarsi dalla

Fig. 23.

linea mediana, sembrano originare dalla metà destra della Trave; si portano quindi con direzione assai obliqua, specie la destra, verso i rispettivi lati.

In un taglio frontale attraverso gli emisferi cerebrali, praticato a livello della parte media del septum pellucidum (fig. 23), si nota quanto segue:

A *sinistra*: Spiccano, bene sviluppati, il caudatus, l'estremità anteriore del putamen e la capsula interna. Nella parte sinistra della lamina septi pelluc. i fasci delle fibre midollari sono alquanto minori rispetto a quelli assai robusti della metà destra.

A *destra*: assai sviluppato il putamen; nel nucleus lateralis thalami si trovano enormi fasci di fibre nervose che ne occupano quasi tutta l'area, e che ne suddividono la sostanza in tanti piccoli sottogruppi di cellule. Leggermente ridotto il terzo medio della capsula interna.

In un taglio frontale attraverso gli emisferi cerebrali, praticato a livello dell'estremità anteriore del Cavum septi (fig. 24),

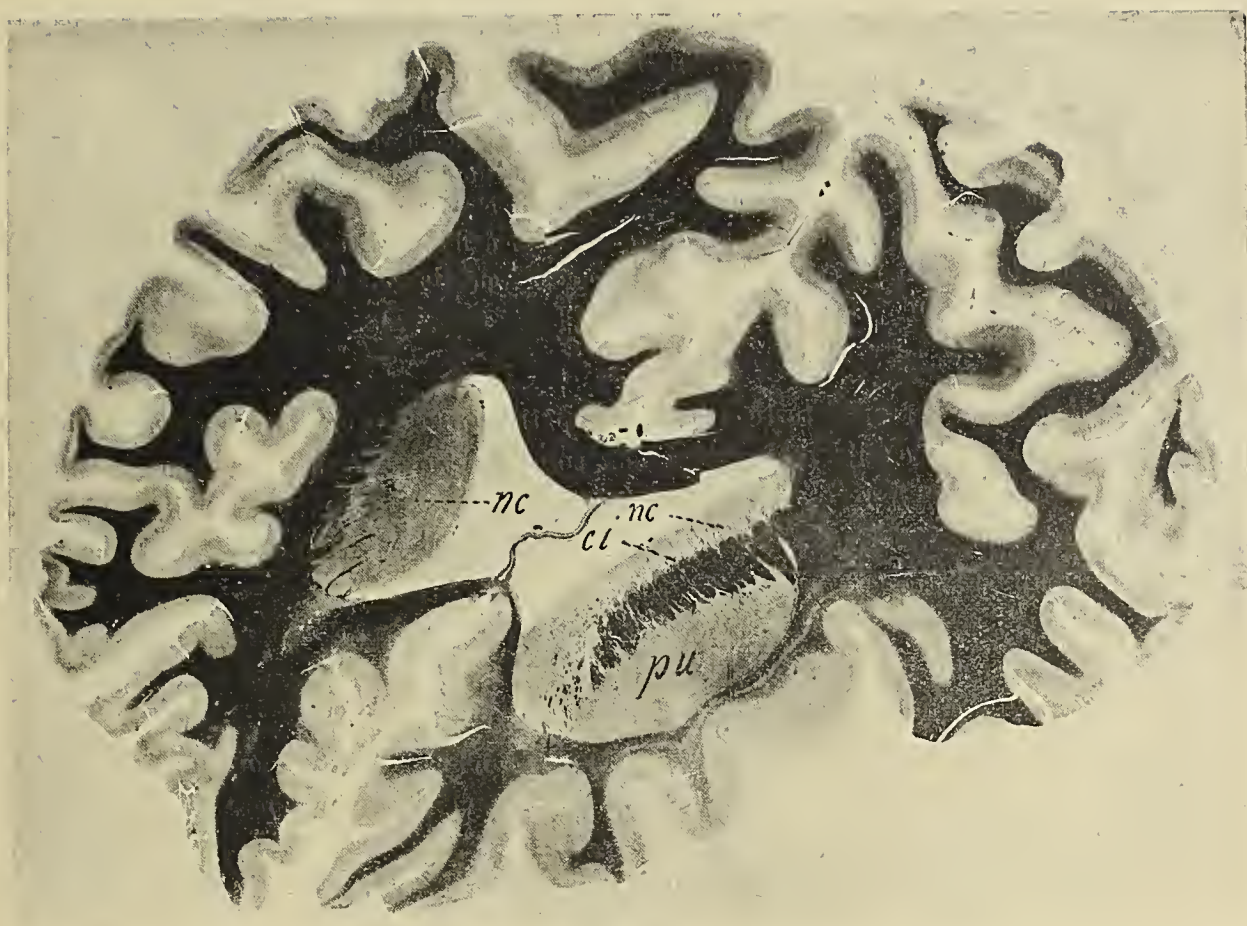



Fig. 24.

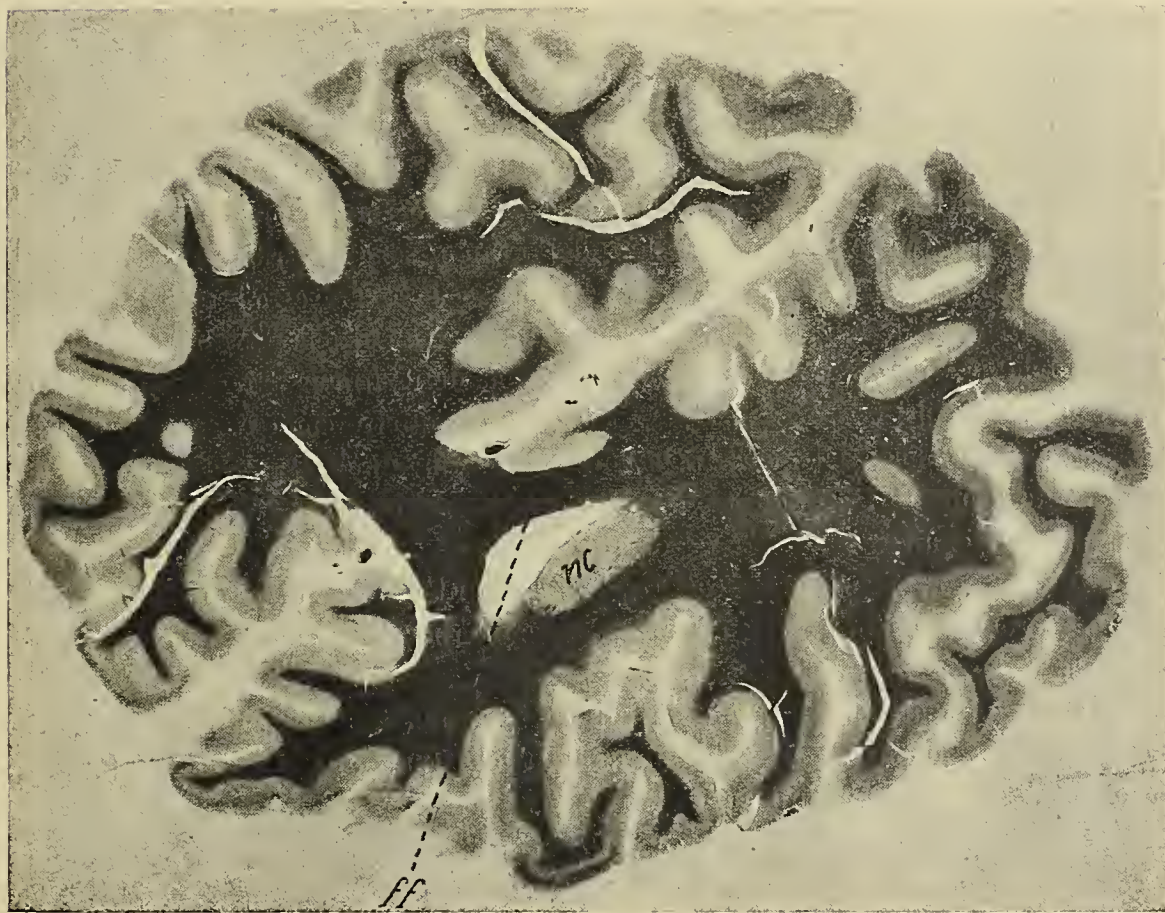



Fig. 25.

A *sinistra*: i giri dell'insula e i giri olfactorii sono spostati medialmente.

A *destra*: la capsula int. si presenta meno estesa che nei tagli normali, e ciò si rivela bene anche paragonando questa con la caps. interna sinistra (taglio precedente).

La metà destra del callosum è assai ricurvata in alto; il setto lucido apparisce come ritorto, poichè la metà dorsale è spostata verso destra, mentre la metà ventrale è piegata verso sinistra. Il ventriculus lateralis (cornu ant.) ha a destra un aspetto quasi quadrilatero e relativamente ristretto; il che contrasta con quello di sinistra, il quale è più ampio.

A livello di un taglio (fig. 25), praticato a livello dell'estremità anteriore del genu, a *destra* si scorge l'estremità anteriore del caudatus. Il forceps frontalis della Trave, penetra esclusivamente nel lobo frontale destro.

Epicrisi. — I reperti testè illustrati ci permettono di discutere qualche problema relativo al decorso e alle connessioni non solo di alcune formazioni appartenenti al midollo spinale, al bulbo e al cerebellum pr. d., ma anche dei peduncoli cerebellari. Da essi trarremo pure occasione per intrattenerci intorno ai compensi che si svolgono nelle lesioni dell'encefalo.

Prima di procedere alla illustrazione del minuto reperto delle sezioni cerebrali, è necessario farsi un concetto sulla patogenesi della lesione che aveva colpito il cervelletto. A questo proposito è opportuno ricordare quanto difficile sia ancora classificare, ed in modo esauriente, le molteplici lesioni croniche che colpiscono questo organo. Ricorderemo qui la classificazione dell'Holmes, del Leyonne-Lhermitte, dell'Oppenheim, del Brun e del Mingazzini.

Holmes classifica le lesioni croniche del cervelletto, come segue:

1) Degenerazione primaria (parenchimatosa) del cervelletto.

2) Atrofia ponto-cerebellare.

3) Lesione cerebellare progressiva, determinata da alterazioni vascolari ed interstiziali.

4) Processi morbosi acuti del cervelletto.

5) Degenerazione delle vie spinocerebellari (essendo intatto il cervelletto).

6) Piccolezza del sistema nervoso centrale associata a sintomi cerebellari.

Contro questa classificazione sono state sollevate serie obbiezioni, soprattutto da Vogt-Astwazaturow; e cioè che alcuni dei gruppi sono costruiti secondo principî diversi, poichè dei sei gruppi tre soltanto si riferiscono a vere atrofie (1, 2, 3). Inoltre, di questi tre gruppi. due (1, 2) ne formano uno solo, l'atrofia olivo-ponto-cerebellare non essendo una malattia a sè, ma una sottoforma delle atrofie parenchimatose; infine qui vengono inclusi processi morbosi acuti del cervelletto che è opportuno eliminare in una classificazione del genere. Quindi, delle forme di detta classificazione rimarrebbero due soltanto: cioè le atrofie primarie parenchimatose progressive, e le atrofie vascolo-interstiziali.

La classificazione proposta da Lejonne-Lhermitte è la seguente:

I) Atrofie cerebellari secondarie: processi morbosi permanenti (Atassia di Friederich);

II) Atrofie cerebellari primitive: divise in acquisite e congenite. Le prime possono essere o simmetriche (totali), o asimmetriche (parziali). Le seconde (acquisite) sono anch'esse discriminabili in:

a) asimmetriche, determinate da lesioni del parenchima (casi di Murri e di Rossi), o da lesioni interstiziali, o vascolari senili;

b) simmetriche, e che abbracciano le atrofie olivo-ponto-cerebellari e le rubro-cerebellari.

Vogt e Astwazaturow riconoscono che ottima sarebbe questa classificazione, dal punto di vista anatomopatogenetico; però, i tipi corrispondenti, non essendo clinicamente caratterizzati, sono poco utilizzabili per gli scopi pratici.

Oppenheim discrimina i difetti del cervelletto in due categorie:

a) l'ipoplasia e i difetti congeniti del cervelletto dipendenti da un disturbo dello sviluppo;

b) le alterazioni acquisite, dopo la nascita, e derivanti o da alterazioni vascolari (infiammazioni, malacie) e da flogosi delle meningi cerebellari.

Brun divide le malformazioni del cervelletto in tre gruppi, cioè:

1°) Casi di difetti congeniti totali o unilaterali del cervelletto (così dette agenesie).

2°) Casi di insufficiente sviluppo uni- o bilaterale (così dette ipogenesia o ipoplasia); essi abbracciano:

a) casi puri, nei quali il cervelletto è rimasto in un grado molto basso di sviluppo, come si desume dalla solcatura primitiva etc.;

b) casi nei quali il cervelletto è rimpiccolito uniformemente in tutte le sue proporzioni, però in modo da avere normale l'architettura, sia macro- che microscopicamente;

c) le atrofie e le sclerosi fetali: qui molte manifestazioni testimoniano della origine embrionale dell'alterazione atrofica o sclerotica;

d) le [così dette] emiatrofie crociate del cerebellum, le quali generalmente si sviluppano, in seguito a malattia fetale o a distruzione di un emisfero cerebrale;

e) i casi, nei quali, contemporaneamente all'ipoplasia del cervelletto, esiste anche una malattia di tutto il sistema nervoso centrale del tronco dell'encefalo e del midollo spinale: atrofie cerebrocerebellospinali di Mingazzini).

3°) Disgenesie divise in due categorie:

a) Formazioni primarie di arresto endogene (i « puri arresti di sviluppo » di origine fetale). Dipendono talvolta da momenti ereditarî, nel senso di modificazioni ereditarie del processo embriologico di determinati abbozzi, o nel senso di un abbozzo ereditario deficiente; altre volte da offese tossiche dell'embrione, determinate da veleni che agiscono durante la vita intrauterina (alcool, syphilis, etc.), o da avvelenamento degli spermatozoi (rispettivamente delle cellule ovariche).

b) Formazioni secondarie patologiche di arresto conseguenze di processi patologici generali, svoltisi durante il lato embrionale (meningitis, encephalitis, etc.).

Mingazzini ha proposto la classificazione seguente:

1. Agenesie primarie unilaterali del cervelletto.
2. Atrofie primarie unilaterali del cervelletto.
3. Agenesie primarie bilaterali del cervelletto.
4. Atrofie bilaterali del cervelletto.
5. Atrofie associate del cervelletto e del resto del cervello (cerebellocerebrali).

6. Atrofie associate del cervelletto e del midollo spinale (cerebellospinali).

7. Atrofie associate del cervello, del cervelletto e del midollo spinale (cerebro-cerebello-spinali).

Quantunque a questa classificazione sia stata fatta l'obbiezione di non indicare che in modo generale la natura dell'atrofia del cervelletto (Cassirer), tuttàvia è stata accettata da Brodmann, da Vogt-Astwazaturow e da altri, come la più pratica, per ora, almeno; dappoichè in essa vengono presi in considerazione, oltre i fattori patogenetici ed anatomici, anche la sintomatologia clinica. Volendo pertanto conservarla, almeno finchè non ne sorga una che abbia pregi maggiori, è chiaro come il caso nostro dovrebbe essere inquadrato nell'agenesia primaria unilaterale del cervelletto o nella categoria *b* delle disgenesie di Bruns.

Ciò premesso, vediamo quali sono le dottrine che meglio si adattano per la comprensione della patogenesi del processo morboso in questione. Alcuni, come Dejerine, ammettono che le malformazioni cerebellari dipendano da processi parenchimatosi a carattere sistematico. Altri, come Vogt-Astwazaturow, v. Monakow, Brouwer, Anton-Zingerle, e fino ad un certo punto Obersteiner, ritengono che alcuni processi morbosi congeniti del cervelletto siano una specie di malattia sistematica in senso filogenetico. Questa dottrina emana da quella di Edinger, secondo il quale nel cervelletto si possono discriminare essenzialmente due parti: il paleocerebellum, costituito dal flocculus e dal verme ed il neocerebellum formato dagli emisferi (cerebellari). Non si può negare che alcuni argomenti depongono in favore di sì fatta opinione. Secondo Obersteiner, verme e flocculus rappresentano infatti una formazione speciale, dappoichè le vie aff- ed efferenti dei medesimi sono differenti da quelle degli emisferi cerebellari; il nucleus fastigii è diverso dal dentatus; e se apparentemente la struttura della corteccia del verme è identica a quella del resto dell'organo, tuttavia istogeneticamente è diversa (Löwy). Sì fatte vedute troverebbero un sostegno anche nel concetto, quasi universalmente adottato, che nel verme sono rappresentati i movimenti del capo, del collo e del tronco, e, secondo Thomas e Durupt, anche i centri che presiedono ai fenomeni statici e di equilibrio. Però contro la dottrina di Edinger sono state sollevate non poche obiezioni. Innanzi tutto il fatto che, come insegnano le osservazioni di Vogt e Astwazaturow ed altre esistenti nella letteratura, i casi con lesioni del solo paleocerebellum, sono assai rari (caso IV di Vogt-Astwazaturow, i due casi di Rossi, quello di Fusari). Rari sono del pari gli esempî di alterazioni del puro neocerebellum. Tipico è quello di Brouwer (uomo che non avea mai presentato manifestazioni morbose), nel quale si trovò atrofia emicerebellare incompleta del lato sinistro, dappoichè erano conservati solo il flocculus e la parte dell'emisfero (cerebellare) posta più frontalmente, mentre il verme era intatto. I due casi 1° e 2° di Brun sono pure saggi di aplasia neocerebellaris.

Invece nella maggior parte dei casi di aplasia ed atrofia cerebellare, si trovano, come meglio appresso sarà detto, quasi sempre associate aplasie (malformazioni) del paleo- a quelle del neocerebellum: tale, p. es., il 1° caso di atrofia degli emisferi cerebellari di Vogt-Astwazaturow. Anche nel caso presente, chiaro apparisce come il neocerebellum (di sin.) fosse più specialmente colpito; però, sebbene in grado relativamente minore lo era anche parte del palaeocerebellum (verme e flocculus). Contro il concetto

di Edinger depongono pure altri fatti segnalati da Marburg. Infatti Edinger suppone che nel cervelletto si svolgano due solchi primarî, il sulcus primarius anterior e il sulcus primarius posterior, fra cui sono incastrati i tre lobi laterali: il primo quasi identico al lobulus simplex di Bolk, il secondo omologo al lobulus paramedianus (amigdalae), il terzo che abbraccia la regione interposta fra i primi. Ora Edinger trascura in questa divisione il lobus lunatus anterior, il quale ha intimi rapporti col cervello per mezzo dei fasci cerebrocerebellari. Inoltre, una divisione netta in due porzioni, palaeo- e neocerebellare è insostenibile, quando si pensi che anche il verme (reperti di Spitzer, Karplus, Besta ed altri), possiede rapporti molto stretti con il Pons. Infine, se non vi è dubbio che il verme preceda nello sviluppo i lobi laterali (Blanch, R. Löwy, H. Vogt), si ignora però da che punto parta questo sviluppo; cioè, se questo sviluppo precoce concerna tutto il verme, o soltanto la pars anterior, o la pars posterior. Se poi Vogt e Astwazaturow sostengono che i lobuli del verme si formano già nel terzo mese fetale, e che i lobi laterali si formano al quarto, si può pure obiettare che appunto nei lobi laterali insorgono primariamente segmenti di solchi, i quali secondariamente solo si congiungono nel mezzo (p. es. il solco X di Bolk). A ciò si aggiunga che il cerebellum si sviluppa essenzialmente da due parti, che appaiono connesse nel mezzo, solo per una sottile lamella.

E poichè in realtà anche nell'uomo, nei periodi tardivi, si trovano segni di un'origine bilaterale simmetrica, così si deve supporre che la bipartizione abbia luogo in tutte le epoche dello sviluppo. Perciò nella ontogenesi del cerebellum, si possono distinguere secondo Marburg tre stadî: 1°) quello con sviluppo predominante delle parti laterali e rudimentale delle parti mediane; 2°) stadio con sviluppo predominante delle parti mediane; 3°) stadio in cui le parti mediane rimangono indietro nello sviluppo e le parti laterali sopraffanno. Da qui si vede, secondo Marburg, come non sia possibile parlare di neo- e di paleocerebellum, e molto meno applicarle alla patologia. L'analisi dei casi clinici parla pure contro il concetto di Edinger. Difatti nelle malaltie del cerebellum, non si è cercato sempre di vedere se uno o l'altro lobulo del neocerebellum fossero intatti, o se alcuni del paleocerebellum fossero distrutti. Così ad es.: il caso di Neubürger-Edinger (atrofia neocerebellare) presentava una leggera affezione del verme nelle sue porzioni posteriori, mentre erano conservate anche parti cerebellari (laterali), le quali Edinger non ardisce omologare con il flocculus. Nel caso di Cramer, l'intero emisfero cerebellare sinistro era rattrappito; ma il dentato (di sinistra) era più piccolo che a destra. Nel 1° caso delle lesioni neocerebellari di Vogt-Astwazaturow si trovò normale la sostanza corticale solo in poche lamelle del verme superiore; e viceversa, nella parte mediana della superficie ventrale di tutto il cervelletto appariva normale la corteccia; perciò qui non si può parlare di un processo esclusivamente neocerebellare (Brouwer): nel 2° caso di lesione neo-cerebellare di questi autori, la corteccia (cerebellare) si trovò tuttavia intatta nel lobo laterale. Anche Anton e Zingerle interpretano il loro caso di atrofia cerebellare come disturbo del palaeocerebellum, basandosi sul fatto che il Ponte era rappresentato da una nastro gliale; ma dimenticano che il Ponte contiene nuclei i quali non hanno alcun rapporto col cervelletto. Infine nel caso di Obersteiner (lesione paleocerebellare), era tuttavia conservato in parte il verme inferiore; e nei 4 casi di hydrocephalus

internus di Marburg, vi erano segni dimostranti che l'offesa del cervelletto era cominciata in un determinato stadio di sviluppo, ma che la localizzazione del processo era multiforme e non sistematica.

Mentre dunque non è possibile accettare, in modo netto almeno, il concetto della divisione del cerebellum in neo- e palaeo, invece è necessario, per la comprensione delle disgenesie di questo organo, tenere un po' più conto, come fa Marburg, del modo della sua vascolarizzazione. Se la distinzione fra atrofie e agenesie cerebellari è utile mantenerla, bisogna pure considerare che le agenesie si risolvono, come pare, in disgenesie. Ora, secondo questo autore, non sempre è possibile, anzi in genere è difficile, provare che tali disgenesie del cervelletto dipendono da affezioni primitive del germe; come del pari è poco verosimile concepirle come malattie sistematiche (filogenetiche nel senso di Vogt-Astwazaturow, o parenchimatose nel senso di Dejérine). Tali disgenesie possono certamente essere talvolta la conseguenza anche di un processo morboso, che abbia colpito la metà controlaterale (rispettivamente la zona motrice) degli emisferi cerebrali, o anche siano conseguenza di mancanza di gangli del Pons (quest'ultimo concetto è ammesso da Edinger-Neuburger). Tuttavia anche questa ultima opinione riceve poco conforto dai casi di hydrocephalus internus di Marburg: nei quali nonostante la mancanza completa dei sistemi del peduncolo cerebrale, si trovavano bene sviluppati i gangli pontini, sebbene non completamente, anche in quelle parti che fungono da stazioni terminali delle fibre peduncolari (cerebrali). Egli ritiene probabile che un contingente delle disgenesie cerebellari riconosca una genesi vascolare. Difatti sebbene la circolazione arteriosa del cervelletto sia poco conosciuta, tuttavia, secondo gli studî di Krasa (citato da Marburg), è lecito affermare che il cervelletto non possiede arterie terminali; e che la rispettiva circolazione arteriosa va soggetta a molte variazioni. Secondo Krasa, anzi, vi sono regioni nelle quali le tre arterie cerebellari confluiscono e forniscono in comune la circolazione, e due di queste regioni sono appunto il dentatus e il flocculus. E poichè delle tre arterie che irrorano il cervelletto, l'art. cerebellaris superior, l'art. cerebellaris inferior-posterior e l'art. cerebellaris inferior-anterior, solo la prima è costante, così è chiaro come non sia sempre possibile poter sempre, considerando le porzioni aplasiche del cervelletto, giudicare se la loro mancanza corrisponda o no all'occlusione di una determinata arteria (cerebellare). Ora riflettendo che nel caso nostro il corpus dentatum non presentava segni di una vera distruzione, e che in genere i lobuli (e rispettivamente le lamelle) della metà prossimale dell'emisfero cerebellare sinistro erano relativamente meglio conservati, mentre scomparsi prevalentemente erano i lobuli costituenti la metà distale della faccia ventrale e di una parte considerevole della faccia dorsale del medesimo, è a ritenere che le zone distrutte appartenevano al campo d'irrorazione dell'art. cerebellaris superior e all'art. cerebellaris inferior-posterior. È quindi molto verosimile che, in armonia con le vedute del Marburg, anche qui si sia trattato di un'encephalitis cerebellaris foetalis — se di origine tossica (alcool) o infettiva (lues) è difficile decidere — forma analoga alla paralisi cerebrale infantile (Oppenheim). Il che è confortato dall'esame di molte sezioni del cervello, in alcune dei quali, i vasi arteriosi erano trombizzati, ed eranvi parziali ispessimenti leptomeningitici.

Detto così della patogenesi dell'alterazione cerebellare riscontrata nel caso nostro, è opportuno brevemente paragonare i risultati delle alterazioni che gli elementi della corteccia cerebellare del lato malato aveano subìto, con quelli che altri osservatori hanno descritto.

Nel 1° caso di Cassirer-Strauss (atrofia olivo pontocerebellaris) si riscontrò nella corteccia e nella sostanza midollare degli emisferi del cervelletto (nonchè nelle olive inferiori) enorme proliferazione della glia. Più di frequente i reperti parlano della povertà degli elementi nervosi cellulari della sostanza grigia, e specialmente delle cellule di Purkinje. Nel caso di Sommer era ridotto lo strato dei granuli, assenti le cellule di Purkinje, sclerosato lo strato molecolare. Anche nel caso di Anglade-Iaquin, poco riconoscibile era lo strato molecolare, rari i granuli; rarefatte le cellule di Purkinje e tanto più a misura che aumentava la sclerosi. Nel caso di atrofia cerebellare del Mingazzini, gli elementi dello strato molecolare erano piccoli, ridotti lo strato dei granuli e le cellule di Purkinje; queste anzi, in alcuni punti assenti. Presso a poco lo stesso reperto si osservò nel caso di atrofia cerebellare del Rossi.

In altri casi simili, la povertà degli elementi era anche più grave. Così, erano scomparsi i granuli e le cellule di Purkinje nel caso di Preysig e in quello di Pierret; qui era pure assottigliato lo strato molecolare. Nel caso di Spiller erano scomparsi tutti gli strati della corteccia cerebellare.

A volte poi le cellule del Purkinje presentano un'abnormità di posizione, perchè poste nella profondità dello strato dei granuli, e circondate da uno strato di piccole cellule rotonde, il significato delle quali è stato oggetto di vive controversie. Kirckhoff, nel 1882, più tardi Deganello-Spongaro (1898) e Paviot (nel 1902), ammisero infatti che nella corteccia degli emisferi cerebellari affetti da atrofia vi fosse uno strato « nuovo », situato fra lo strato molecolare e quello dei granuli, formato di cellule rotonde, e caratteristico di tali atrofie. Mott e Tredgold, che lo riscontrarono in un caso di emiatrofia cerebellare secondaria, interpretarono tali cellule come appartenenti allo strato esterno dei granuli, e perciò come un sistema di associazione cerebellare. Altri dettero un'interpretazione diversa dello strato in questione. Così Holmes (in casi di atrofia cerebellare) lo descrisse come una piccola striscia di nuclei, distinti dallo strato dei granuli per mezzo di una zona chiara, e la considerò formata di cellule di glia in aumento. Anche Obersteiner lo concepisce come uno strato normale di cellule di glia, che risalti nei processi atrofici, in quanto sono appunto le cellule nervose della corteccia cerebellare, e più specialmente i granuli e le cellule di Purkinje, che vengono specialmente colpite in questa malattia. Il concetto di Obersteiner trova appoggio nel caso di Brouwer, in cui eravi aumento di glia nella corteccia dell'emisfero cerebellare sinistro atrofico: questi, infatti, riscontrò nelle lamelle rimpicciolimento della zona molecularis quasi del tutto scomparsi lo strato delle cellule del Purkinje e le fibre nervose.

Kirckhoff notò che, in un caso di atrofia cerebellare i granuli erano disposti in modo da sembrare divisi in due, l'uno interno e l'altro esterno, il quale ultimo sembrava molto netto. Poichè questo aggruppamento dei granuli avea una gran simiglianza coll'aggrupparsi degli strati nel 7° mese embrionale, così sostenne che nel suo caso si dovea essere sviluppato nel cervelletto, durante questo periodo di tempo, un pro-

cesso sclerotico, il quale avea fin d'allora disturbato l'ulteriore sviluppo dello strato in quistione. Contro questa ipotesi si è obiettato che in altri arresti di sviluppo del cervelletto non si trova mai questo strato superficiale dei granuli, mentre lo si trova descritto nel caso di Cramer, ove la causa morbosa certamente non avea agito tanto presto. Ciò nonostante, l'opinione di Kirckhoff è stata sostenuta recentemente con poderosi argomenti da Vogt-Astwazaturow, ricavati da ricerche praticate sull'istiogenesi del cervelletto. Infatti, secondo gli studî di questi autori, le cellule di Purkinje, nel 7° mese fetale (dell'uomo) si dispongono in forma di grandi nuclei, fra gli strati più esterni dei granuli: più tardi si cominciano a rivestire di protoplasma ed alla fine della vita embrionale si arricchiscono dei prolungamenti, disponendosi prima a gruppi, poi in una serie di palizzate sulla superficie dei granuli interni. È chiaro, quindi, che una causa, la quale impedisca un ulteriore sviluppo del cervelletto, debba contribuire a far sì che le cellule di Purkinje persistano fra gli strati più esterni dei granuli.

Nel caso nostro, appunto, nelle lamelle dell'emisfero cerebellare sinistro (fig. 5) le cellule di Purkinje erano disposte non sopra i granuli (come nelle lamelle dell'emisfero cerebellare destro, fig. 6), ma sotto o fra elementi che in nulla si differenziavano per struttura e forma dei granuli, e che formavano una striscia, limitata dal resto dei medesimi per mezzo di una zona lineare più chiara. Inoltre, le cellule di Purkinje erano scarse e provvedute di scarso protoplasma. Ora, poichè, da altri argomenti risulta che il processo morboso (probabilmente encefalitico) dovea essersi iniziato verso il 7° mese fetale, così è razionale ammettere con Kirckhoff, che lo strato in quistione non sia di nuova formazione, ma rappresenti gli elementi più esterni dello strato dei granuli entro i quali si è arrestato.

A questo proposito è opportuno ricordare come nel caso nostro non solo le cellule di Purkinje, ma anche i granuli erano di numero inferiore alla norma; il che potrebbe deporre in favore della dottrina di Jelgersma; cioè, che, dai granuli viene esercitata un'influenza trofica sulle cellule di Purkinje, in quanto, secondo lo stesso autore, queste ultime, nello stato normale riceverebbero gli stimoli dai granuli, e subirebbero una degenerazione, quando, per la agenesia di questi, gli stimoli venissero a mancare. Peraltro non bisogna dimenticare che qui la causa patogenetica avea fatto sentire la sua azione su tutti gli strati delle lamelle cerebellari: e non sarebbe quindi logico ammettere un necessario rapporto di dipendenza dell'uno dall'altro strato.

Cominciamo ora a ragionare intorno alle alterazioni riferentesi alle varie formazioni dell'asse cerebrospinale, incominciando da quelle del midollo spinale.

Innanzi tutto, lungo una parte del midollo si notava una rarefazione dei fasci cerebellari. A questo proposito ricorderemo che nel caso di Anton e Zingerle mancavano le fibre più spesse del fascio spino-cerebellaris dorsualis, e ciò si vedea meglio lungo i segmenti cervicali superiori e a livello dell'inizio dell'incrociamento delle piramidi. Assai povero, nel loro caso era il numero delle cellule della colonna di Clarke: tuttavia l'area midollare era abbastanza fitta, in conseguenza del processo atrofico. La riduzione delle colonne di Clarke è stata segnalata anche da Amaldi (caso di ipoplasia dell'emisfero cerebellare sinistro); da Brun (nel suo 2° caso di hypoplasia neocerebellaris); da Anton (mancanza quasi completa del cervelletto), e da Thomas

nelle sue osservazioni IV (atrofia sistematica del cervelletto) e V (atrofia olivoponto-cerebellare).

Noi pure osservammo nella parte alta del midollo dorsale e nel midollo cervicale (figg. 8 e 9) una rarefazione, a sinistra, del fascio spino-cerebellaris dorsualis; a partire dall'estremo distale del bulbo, essa colpiva anche quella di destra. Inoltre. a sinistra, parecchie cellule nervose della colonna di Clarke, erano mancanti e tutta la nebbia di fibre interposte fra le medesime era assai rarefatta. Ciò ribadisce il concetto (in armonia con Anton-Zingerle, Bechterew e Cayal) che una parte del fasciculus spino-cerebellaris dorsualis (fascio di Flechsig), derivi dal verme ventrale omo- e controlaterale (aplasico in parte nel nostro caso) e forse anche dell'emisfero (cerebellare) per terminare intorno alle cellule di Clarke; e che perciò un contingente delle cellule nervose della colonna stia sotto l'influenza trofica esclusiva del cervelletto. Del nostro caso ad ogni modo, si può dedurre che siano piuttosto i lobuli della faccia ventrale del verme, e non quelli della dorsale, in rapporto col fascio in parola. Esso non concorda perciò con le idee di Horsley e Mac Halty, secondo i quali, detto fascio finirebbe nel lobulus centralis e nella pyramis (relativamente integri nel nostro caso) a meno che non si voglia ammettere che qui terminino a preferenza le fibre ascendenti.

Quanto al fasciculus spinocerebellaris ventralis (di Gowers), non mancano i reperti, i quali dimostrano una riduzione delle sue fibre nei casi di atrofia cerebellare. Brun, ad es., trovò, nel 1° suo caso di atrofia neocerebellare, mielinizzazione incompleta del detto fascio. Nel nostro caso, lungo il midollo cervicale, il fascio di Gowers, a sinistra, presentava una lieve sì ma manifesta rarefazione delle fibre costituenti il margine ventrale; più evidente era lungo il bulbo, la diminuzione dell'area corrispondente, e cioè, in corrispondenza della fossa paraolivaris, al di sopra della via centralis tegmenti, e poi (più prossimalmente), lateralmente al nucleus lateralis ventralis, e nell'estremità prossimale del bulbo. A destra, invece, era apprezzabile solo a partire dall'estremo distale del bulbo in su una lievissima rarefazione delle sue fibre. Se, adunque, in seguito al difetto dell'emisfero cerebellare sin. era rimasta, nel nostro caso, intatta una parte considerevole dell'area di Gowers, è lecito concludere che, per lo meno, il segmento qui aplasico del cervelletto (cioè la porzione laterale e distale dell'emisfero e la porzione ventrale del verme), possiede un contingente (dal lato omolaterale più che in quello controlaterale) assai modesto di fibre discendenti del fascio del Gowers. Per altro, non è dato qui giungere ad una conclusione troppo attendibile, quando si pensi che il complesso dei fasci spinotectalis e spinothalamicus si mescola, specialmente nel bulbo, al fascio del Gowers, e che, nel caso nostro, anche questi due fasci non erano indenni a sinistra da un'apprezzabile aplasia.

Un altro punto ancora assai controverso si riferisce ai rapporti del cervelletto con il fascio che lungo il midollo spinale, percorre il margine ventrolaterale del cordone anteriore all'esterno delle radici anteriori. Alcuni fanno derivare detto fascio dal cervelletto (emisfero); e infatti Marchi avea osservato lungo il midollo cervicale delle scimie emiscerebellate, degenerazione di fibre (f. cerebellare discendente) percorrenti la metà ventrale della periferia del cordone laterale corrispondente. Pellizzi osservò, dopo

l'asportazione del verme nei cani, degenerazione (discendente) di un campo semilunare del cordone laterale che non raggiungea del tutto la periferia. Il concetto di una via cerebellospinale fu confermato da Bechterew nell'uomo, da Thomas (anche nei carnivori), da Mingazzini, da v. Gehuchten e da Déjérine-Thomas. Luna osservò nei cani, dopo la distruzione isolata della corteccia sia degli emisferi cerebellari sia del verme, degenerazione di fibre nel midollo spinale. Langelaan trovò in un gatto atassico e privo di corteccia cerebellare scomparsa di fibre sul margine antero-ventrale nel mid. spinale, quantunque i nuclei del cervelletto e i nuclei di Deiters e di Bechterew fossero normali. Bisogna pure rammentare l'opinione di Biedl che fa derivare la via cerebello-spinale dal dentatus. Nei gatti scerebellati egli trovò che (a differenza dei cani) la degenerazione era pure molto più spiccata nel midollo dorsale medio e limitata al solo cordone anteriore. Nel caso di Brouwer (hemiatrophia cerebellaris sinistra) la metà sinistra (il cordone anterolaterale e la substantia reticularis) del midollo spinale, era più piccola della destra; dal lato sinistro il cornu anterius era anche più piccolo (le cellule nervose e gli intrecci nervosi erano però uguali). Ciò dipendea, secondo l'autore, dall'impiccolimento dell'area in quistione (compresa pure quella del fascio rubrospinale); e si riscontrava dal lato dell'hemiatrophia anche a livello del bulbo.

Tuttavia contro la dipendenza dal cerebellum del fascio in quistione sono state sollevate parecchie obiezioni. Così Ferrier e Turner non trovarono una costante degenerazione del fascio in parola, dopo avere leso il cerebellum nelle scimie, ed ascrissero la degenerazione, osservata in due dei loro casi, al cointeressamento del nucleo del Deiters. Però, avendo essi adoperato (pare) soltanto il metodo di Weigert, non si può dar molto peso al loro reperto. Questa obiezione non si può fare a R. Russel, che avendo fatto uso del metodo di Marchi, dopo avere estirpato (a mammiferi) o un emisfero cerebellare o il verme, accertò la presenza di fibre degenerate sparse nel (solo) cordone anteriore, lungo il midollo cervicale. Al pari di Ferrier e Turner, egli spiega questo reperto, ammettendo di aver prodotto lesioni simultanee nel nucleo del Deiters. Anche Probst, Kohnstamm e Lewandowski ammettono che le fibre in quistione, originando dal cervelletto, passino nel nucleo del Deiters e, dopo avere quivi subita un'interruzione, giungano nei cordoni anterolaterali, e rispettivamente parte in quello omolaterale e parte nel controlaterale (Orestano). Ecco perchè i più parlano di un fascio vestibulo- (Deitersii) e non cerebellospinalis. Tuttavia, anche contro questo concetto parla il fatto che nel caso di emiatrofia cerebellare sin. studiata da Brouwer, il cordone anterolaterale del medesimo lato era rimpiccolito, malgrado fosse integro il nucleo del Deiters.

Mentre le vedute testè illustrate differiscono fra loro soltanto intorno al punto di origine della via cerebellare discendente, taluni, come ad es. Fuse, dubitano perfino dell'esistenza della via stessa. Alcuni argomenti hanno certamente un indubbio valore. Così si è detto, che la diminuzione di area di una metà del midollo spinale, esistente nel caso di emiatrofia cerebellare di Mott e Tredgold, potea dipendere dal fatto che coesisteva emiatrofia cerebrale. Anche, circa il reperto del cervelletto del gatto atassico e privo di corteccia cerebellare di Langelaan, Brouwer ritiene molto dubbia l'alterazione delle cellule di Purkinje; quanto al caso di Déjérine-Thomas, crede che

l'area di degenerazione da loro trovata corrispondesse piuttosto al fascio triangolare di Helweg. A ciò si aggiunga che Martinotti e Mercadini come pure Hoestermann in uomini affetti da tumore cerebellare non trovarono degenerazione di fibre cerebellari discendenti. Infine Münzer e Wiener, negli animali operati di estirpazione cerebellari, non osservarono alcuna degenerazione nel midollo spinale; e sembra che anche Vejas non abbia trovato alcun arresto di sviluppo nel cordone antero-laterale dei conigli, ai quali avea estirpato il cerebellum.

Il reperto del nostro caso non ci autorizza a prendere una posizione netta per quanto concerne l'origine del fascio in parola, sulla cui esistenza peraltro non possiamo sollevare alcun dubbio. Abbiamo infatti veduto, nell'analisi del reperto, che lungo il segmento cervicale e dorsale, l'area della metà sinistra del cordone anteriore e della metà ventrale del cordone laterale del mid. spinale (dal lato cioè ove era aplasico il crevelletto), era più piccola della destra. Oltre ciò, esaminando i tagli rappresentati nelle figg. 9 e 10, è facile convincersi che il difetto è a carico del fascio di fibre, che ne forma il margine corrispondente: cioè, là dove, decorre il fascio che alcuni chiamano cerebello- o vestibulospinale. Ora, poichè nel caso nostro, mancavano a sinistra i festoni ventromediali del dentatus e parte delle cellule del nucleo del Deiters, siamo autorizzati ad ammettere l'esistenza di una via discendente lungo il margine ventrale del cordone anteriore, il cui punto di origine deve verosimilmente essere ricercato tanto nel cervelletto quanto nel nucleo del Deiters, senza poter decidere se attribuirne l'aplasia alla scomparsa della corteccia cerebellare, o del dentatus, o del nucleo del Deiters. Tuttavia, è d'uopo ricordare che Clarke ed Horsley, in animali nei quali avevano irritato zone determinate del cerebello, ottenevano spasmi tonici della musculatura omolaterale, solo quando lo stimolo elettrico colpiva i nuclei centrali (non quando erano stimolate le masse midollari degli emisferi cerebellari). Ora, poichè al nucleo del Deiters arrivano appunto fibre dai nuclei centrali, è per lo meno verosimile che dai medesimi originino fibre, che prima di discendere nel midollo spinale, subiscano un'interruzione del nucleo del Deiters. E che questa via cerebello-vestibulospinale conduca stimoli motori alle cellule nervose delle corna anteriori omolaterali del midollo, è reso verosimile dal fatto che, nel nostro caso, a sinistra le corna anteriori del midollo cervicale erano più piccole, diminuiti di numero specialmente i gruppi mediali delle rispettive cellule nervose e assottigliato l'intreccio nervoso endocornuale (figg. 9 e 10).

Altro punto degno di attenzione si è, che i fasci piramidolaterali del midollo erano d'ambo i lati in parte rarefatti, specie lateralmente, e più a sinistra; dal qual lato, l'estensione areale del fascio piramidale laterale era anche minore. La rarefazione delle fibre di detto fascio si seguiva in basso fino al terzo segmento sacrale, quantunque fosse tanto meno evidente quanto più si procedea distalmente (figg. 7 e 8). Ora abbiamo veduto che la piramide destra era più estesa della sinistra, il che era tanto meno evidente, quanto più distalmente si procedea e così, anche più numerosi i fasci piramidali incrociantisi da destra a sinistra; viceversa, nella metà sinistra del midollo spinale fino al segmento sacrale era evidente una rarefazione del fascio piramidolaterale, mentre ci si sarebbe dovuto aspettare un'estensione areale del fascio piramidolaterale sinistro maggiore di quella del destro. La spiegazione di questo fatto deve

ricercarsi nel difetto di fibre restiformopyramidales provenienti dal cervelletto sinistro. Infatti, Mingazzini ha sostenuto che fibrae restiformales, per mezzo delle circumpyramidales in parte dello stesso lato, in parte del lato opposto, mandano rispettivamente fibre (endopyramidales) nell'area della piramide omo- e controlaterale; queste ultime quindi incrociandosi con la piramide devono condurre seco nel fascio piramidolaterale omolaterale rispetto alla metà del cervelletto da cui provengono, un certo numero di fibre (cerebellari) (fig. 26). Appunto nel nostro caso, eravi una lieve rarefazione del segmento ventromediale delle peripyramidales di destra; perciò la rarefazione del fascio piramidolaterale sinistro si deve logicamente attribuire alla scomparsa delle medesime piuttosto che all'ipoplasia del fasciculus rubrospinalis.

Quanto mai interessanti sono le alterazioni riscontrate e descritte in varie formazioni del Bulbo. Innanzi tutto conviene ragionare di quelle offerteci dalle olive inferiori. Che l'oliva inferior abbia rapporti con il cervelletto del lato opposto anche a causa della sua struttura ricordante il corpus dentatum cerebelli (Bechterew), è ormai un fatto indiscutibile. Tuttavia rimangono aperte ancora due quistioni, essendo dubbio: 1) se i rapporti delle olive inferiori siano col nucleus dentatus o con l'emisfero cerebellare del lato opposto; 2) se, indipendentemente da sì fatta quistione, le connessioni fra cervelletto e oliva inferior sieno formate dai neuroni che dalle cellule di quest'ultima si portino al cerebellum, o viceversa; in altri termini, se si abbia a fare con neuroni olivocerebellari, piuttosto che con neuroni cerebelloolivari.

Quanto alla prima quistione, è necessario ricordare che, secondo alcuni, i rapporti dell'oliva inf. esisterebbero solo con la corteccia cerebellare del lato opposto. Per altro, il modo di terminazione non è per tutti lo stesso. Per qualche autore, le fibre dell'oliva abbracciano, come *tractus olivo-cerebellares*, il nucleus dentatus per portarsi poi, dopo aver formato parte dell'incrociamento dorsale del verme, alla corteccia vermiana: Keller, infatti, dopo aver distrutto in un gatto l'oliva inf. vide degenerare la porzione dorsale del verme. Le sue esperienze però non sono del tutto probative, poichè è impossibile ledere l'oliva bulbare, senza interrompere le fibrae arcif. externae (periolivares, amiculum) che la circondano; perciò vengono offese anche le fibre nucleo-cerebellari (provenienti dal nucleo laterale controlaterale del bulbo). Comunque sia, in favore del concetto, che le fibre in quistione abbiano un'origine dalla corteccia cerebellare, depongono le osservazioni di Holmes-Stewart, che notarono, in 6 su 10 casi di lesioni interessanti solo la corteccia cerebellare, le olive inferiori degenerate. Essi hanno anzi sostenuto che a distinti segmenti dell'oliva inferior corrispondano determinate parti dell'emisfero cerebellare controlaterale, e cioè: 1) al segmento dorsale (prossimale) della faccia superiore dell'emisfero cerebellare, i festoni dorsomediali dell'oliva; 2) al segmento ventrale (distale) della faccia stessa i festoni dorso laterali dell'oliva; 3) al segmento dorsale della faccia inferiore dell'emisfero cerebellare il polo o i festoni ventrolaterali dell'oliva; 4) al segmento ventrale della faccia inferiore i festoni ventro mediali dell'oliva. Anche Preysig notò che nel suo caso di atrofia cerebellare, la lamella dorsale dell'oliva inferiore sembrava proporzionatamente più colpita della lamella ventrale, e ciò mette in rapporto col fatto che la faccia superiore del cervelletto era più malata di quella inferiore. Nei suoi due casi di

hypoplasia neocerebellaris, Brun riscontrò nei suoi casi un arresto di sviluppo dei festoni laterali dell'oliva inf., normali le olive accessorie. Il concetto degli autori inglesi riceve, in parte almeno, appoggio anche dalle osservazioni di Mashuda, il quale, trovò che la metà ventrale dell'oliva inferiore nell'uomo, degenera in seguito alla lesione della parte basale caudale del cerebellum. Egli sostiene che la metà dorsale dell'oliva inferior è rappresentata dalla parte anteriore del cerebellum e specialmente del verme superiore. Anche Henschen dedusse dai suoi casi che la parte supero-anteriore e laterale del cerebellum è in rapporto con la parte superiore e dorsomediale dell'oliva controlaterale.

Contro le vedute restrittive testè esposte parlano tuttavia alcune osservazioni. Così, nel caso di atrofia cerebellare diffusa descritta da Anton-Zingerle, le olive erano in tutta la loro lunghezza assai raccorciate, e rimpicciolite in tutte le loro dimensioni, e non presentavano più la caratteristica disposizione a festoni; per altro, mentre in alcuni punti, il tessuto dell'oliva inferior era costituita solo da cellule di glia con cellule gangliari rattrappite (trattavasi di una vera degenerazione), in altri punti, cioè nel peduncolo dorsale dell'oliva (lungo le sezioni caudali) e nel peduncolo ventrale (lungo quelle prossimali), eranvi invece cellule gangliari ben formate. Ciò dimostrerebbe che un rapporto determinato di determinati pezzi dell'oliva inferior rispetto a segmenti cerebellari, nel senso di Holmes-Stewart, non si può ammettere.

Ma, perfino contro il concetto generale di un rapporto dell'oliva inferiore con la corteccia cerebellare, depongono vari fatti; così, nel caso I di Vogt-Astwazaturow in cui trattavasi di ipoplasia di alcune parti del verme, le olive inferiori erano del tutto normali. Integrità delle olive inferiori notavasi pure nel II caso di atrofia della corteccia cerebellare (in un cane) di Deganello e Spongaro e in quello di Fusari (mancanza quasi completa del cervelletto). Come argomento in favore delle connessioni dell'oliva inferior con la corteccia cerebellare alcuni adducono, è vero, i reperti delle così dette atrofie olivo-ponto-cerebellari: e qui cercavasi la ragione dell'atrofia delle olive nella lesione della corteccia cerebellare. Ma qualcuno ha dubitato che ciò possa dipendere dalla lesione del dentatus. Ed infatti altri recisamente ammettono che le olive inferiori abbiano rapporto col dentatus; così Bechterew, Obersteiner, Bruce, Russel, Babinsky e Nageotte; questi ultimi anzi proposero di sostituire alla denominazione di « fibre olivo-cerebellari », quella di « olivociliari ». Poggiano la loro tesi sui casi nei quali l'oliva era alterata, ed esisteva, oltre l'atrofia della corteccia cerebellare, anche alterazione dei nuclei dentati (caso IV di Vogt-Astwazaturow, caso di Deganello-Spongaro, atrofia cerebellare; di Fusari, in cui eravi mancanza quasi completa del verme). Vogt-Astwazaturow sono fra quelli che più di ogni altro hanno combattuto l'origine corticale (cerebellare) delle fibre cerebelloolivari; dappoichè, l'esame della bibliografia rivela che nei casi di atrofie cerebellari nei quali esisteva un'enorme atrofia della corteccia cerebellare, ma inalterati figuravano i dentati, integre erano anche le olive. In favore di questa tesi depongono pure i casi di atrofia cerebro-cerebellare incrociata, nei quali alle alterazioni dei nuclei dentati si associava quella delle olive inferiori. I detti autori osservarono infine che quanto più gravi erano le alterazioni dei dentati, tanto maggiore era il grado delle alterazioni delle olive (casi di Schultze, di Leyonne e Lhermitte); e che in genere non si conosce

alcun caso, in cui, essendo alterato il dentatus, sia rimasta normale l'oliva inferiore dell'altro lato.

Tuttavia alcuni (Brouwer) sono contrari al rapporto olivo-dentatus, dappoichè i casi di atrofia delle olive con affezione del dentatus presentano anche lesioni della corteccia cerebellare. Del pari se Langelaan trovò nel cervello di un gatto affetto da atrofia della corteccia cerebellare, scarse alterazioni delle olive inferiori; Brouwer fa notare che questo gatto presentava gravi alterazioni anche nel midollo spinale; qui, inoltre, le alterazioni nella corteccia cerebellare erano poco intense, e ben poco diminuite di numero le cellule del Purkinje.

Fra le due dottrine testè illustrate ne esiste, come intermedia, una terza, alla quale ha accennato più di un autore. Vogt e Astwazaturow fanno riflettere come alcuni reperti non sembrano parlare del tutto in favore dei rapporti esclusivi fra oliva e dentatus; dappoichè, nei casi di atrofia olivopontocerebellare, e in quelli sovrariferiti di Holmes-Stewart, i nuclei dentati erano normali e le olive atrofiche; mentre viceversa, nei casi di atrofia olivopontocerebellare, la lesione dell'oliva inf. non può dipendere dal dentatus, che è sano. Essi perciò ammettono che vi deve essere, oltre al dentatus, un'altra formazione non ancora nota, la lesione della quale produce l'atrofia dell'oliva. Anche Marburg, con una veduta conciliativa, si accosta in parte ai concetti dei due autori sopraddetti. Nel 1° caso di hydrocephalus descritto da questi infatti eravi una grave atrofia della corteccia cerebellare, oppure le olive inferiori erano integre: ciò parebbe avvalorare la tesi di Vogt-Astwazaturow che cioè, solo con dentatus intatto rimangono intatte le olive (però Brouwer obietta che qui si possa esser trattato di disturbi dello sviluppo). Nel 2° caso di Marburg, eravi una parziale lesione dell'oliva inferior e d'ambo i lati ne erano simultaneamente conservate le parti dorsomediali, a sinistra, anzi lo era l'intero festone dorsale; le olive accessorie dorsali erano intatte, e dell'oliva accessoria ventrale era conservato il segmento orizzontale e parte del segmento verticale. Anche qui però, la atrofia dell'oliva inferior non andava di pari passo con le alterazioni del dentatus. Quindi Marburg ritiene che nel 2° suo caso la causa principale dell'atrofia della oliva dipendeva dalla degenerazione della corteccia cerebellare, tanto più che, secondo Stewart-Holmes, le porzioni dorsomediali dell'oliva sono in connessione con il verme e il verme in questo caso era appunto meglio conservato. Ecco perchè Marburg opina che, a produrre l'atrofia o la degenerazione dell'oliva inferior deve concorrere una lesione non solo del dentatus, ma anche della corteccia e dei nuclei centrali del cervelletto del lato opposto; secondo lui, anzi, la parte dorsomediale dell'oliva inferior avrebbe più stretti rapporti col verme.

Nel caso nostro è impossibile dare un giudizio che tenda a confermare in modo apodittico l'una piuttosto che l'altra delle precedenti dottrine, poichè tanto la corteccia di buona parte dell'emisfero cerebellare sinistro quanto un contingente di festoni del nucleus dentatus erano mancanti ed eteroplasici erano anche alcuni dei nuclei centrali del verme. Tuttavia bisogna considerare che il dentatus sinistro era relativamente meno colpito (apparivano mancanti i festoni ventromediali). Ora, se si tiene conto dell'enorme degenerazione che avea colpito l'oliva inferior destra, è logico inferirne che, non solo l'aplasia del dentatus ma anche della corteccia cerebellare (sinistra) e

forse l'eteroplasia dei nuclei vermiani devono mettersi in rapporto con la degenerazione dell'oliva inferior destra. Ad ogni modo, ammesso un rapporto fra l'oliva inferior e il dentatus, esso non potrebbe aver luogo che fra i festoni laterali e dorsomediali del dentatus e quelli mediali del braccio dorsale dell'oliva inf., dappoichè, appunto queste porzioni dell'una e dell'altra formazione erano rispettivamente conservati nel nostro caso. Ciò sarebbe in armonia con quanto sostiene Frey, il quale constatò, in un caso, la scomparsa di parte delle fibrae arcif. int. (olivo-cerebellares) in seguito ad un processo tubercolare che aveva leso anche i festoni dorsali dell'oliva infer. Che se poi si ammettesse che l'oliva inferiore fosse degenerata anche in conseguenza della aplasia della corteccia cerebellare, bisogna tener conto che nel nostro caso i festoni mediali del braccio dorsale dell'oliva conservavano una struttura normale, e quindi concludere che essi sono in rapporto con la porzione prossimo-mediale (integra) dell'emisfero cerebellare. Ci preme ad ogni modo di respingere un'ipotesi che qui si potrebbe affacciare: cioè che l'aplasia dell'oliva inferior destra, possa essere stata la conseguenza di quella secondaria dei festoni ventromediali del dentatus, e trattarsi perciò di una atrofia di 2° ordine (transneurale). Ora questa supposizione male si concilierebbe col fatto che nei festoni ventrali (e nei dorsolaterali) dell'oliva inferior destra esisteva non atrofia, ma una vera e propria mancanza di tutti gli elementi nervosi.

La seconda quistione, alla quale accennavamo, verte sul quesito, se le fibre che connettono l'oliva inferior col cerebellum del lato opposto, procedano in direzione cerebellopetale o in direzione cerebellofugale. Non è il caso di esporre per extensum gli argomenti pro e contra l'uno o l'altro modo di vedere. La concomitanza dell'atrofia crociata dell'oliva inferior e del cervelletto, come pure l'arresto di sviluppo dell'oliva infer. dopo l'estirpazione del cervelletto del lato opposto negli animali neonati (v. Gudden) non permettono trarre alcuna conseguenza per orientarsi sulla direzione in cui decorrono le fibre in questione. Secondo osservazioni tratte da reperti umani, alcuni — come Lewandowsky, v. Gehuchten, Keller, Probst, R. Russel, Babinski, Nageotte, Holmes-Stewart, Bechterew, Ziehen — ammettono solo fibre cerebello-petali (olivocerebellari), che poi come fibrae intra- e retrotrigeminales, si portino al cervelletto per la via del restiforme. Essi respingono il concetto di fibre decorrenti in direzione cerebellofugale, anche per il fatto che dopo lesioni sperimentali del cervelletto, non si è ottenuto, col metodo del Marchi, alcuna degenerazione delle arciformes internae (interreticulares) del bulbo. Detti autori però non sono d'accordo su quale zona del cervelletto terminino. Keller e Probst le fanno terminare nel verme superiore; Lewandowsky nel lobo laterale e nel flocculus; Holmes-Stewart nel lobo laterale e forse nel verme; R. Russel, Babinski e Nageotte nel dentatus (fibre olivociliari), Edinger nei soli emisferi cerebellari.

Altri autori però, come Kölliker e Mingazzini, Keller, Luciani, Kohnstamm, Williams, Biedl, Orestano, Monro-Findlay e Anton-Zingerle basandosi su reperti anatomopatologici, hanno sostenuto che i neuroni colleganti l'oliva inferiore col cervelletto controlaterale sieno costituiti quasi esclusivamente da fibre cerebello-fugali (cerebello-olivares). Anche Taft e Morse, studiando di recente un caso di distruzione della parte media del lobulus semilunaris inferior e del lobulus gracilis di

destra, trovarono, oltre ad una riduzione del nucleus dentatus destro, quella dell'oliva inferiore sinistra; onde ne concludono che debbano esistere neuroni cerebelloolivari controlaterali (oltre a fibre cerebellodentate omolaterali). Nel caso di atrofia cerebellare di Anton-Zingerle le fibrae arcif. internae erano quasi tutte degenerate, conservate quelle che decorrono sul dorso della oliva, e quelle che passano attraverso l'oliva access. mediale: le fibrae arcif. int. ancora rimaste erano perciò probabilmente irradiazioni del flocculus, le quali provenivano dal rudimento del nucleus dentatus. Ora questi autori deducono dalla struttura istiologica delle olive (alterate) nel loro caso, che esistono fibre cerebelloolivari procedenti in senso cerebellifugo; Obersteiner ammette anzi che nelle olive infer. si irradino fibre flocculari. Del pari Monro e Findlay, in un caso di tubercolo dell'oliva principale, non trovando alcuna degenerazione nel restiforme del lato opposto, si accostarono logicamente al concetto del Kölliker; lo stesso Ziehen (che non è dell'opinione di Kölliker) riconosce che il caso di questi autori è importante, perchè a giudicare dalla figura, la distruzione dell'oliva era molto considerevole. Sauer in un caso di tumore che avea leso parte dell'emisfero cerebellare destro (non però i nuclei centrali), trovò, col metodo del Marchi, zolle degenerate nel restiforme, nelle fibrae arciformes internae e nella porzione dorsale dell'oliva inferiore controlaterale. Erroneamente però ne trae la conclusione che qui si abbia a fare con degenerazione retrograda (e quindi non di una via afferente all'oliva).

Recentemente la quistione è stata ripresa da Schaffer. Egli notò, in un caso di emorragia che avea colpito l'emisfero cerebellare sinistro, compresa parte del dentatus, mancanza, da questo lato, delle praetrigeminales e delle periolivares; a destra degenerazione dell' oliva inferior, delle olive accessorie, mancanza delle fimbriatae ext. atque internae e delle periamiculares. Essendo scomparse le fibre nervose e degenerate le cellule olivari, mancavano i segni di una atrofia o degenerazione retrograda, e quindi, egli ha sostenuto l'esistenza di una via cerebelloolivare, a direzione cerebellofugale; pure concedendo che un contingente delle fibrae arcif. interreticulares, rimasto intatto nel suo caso, deve considerarsi come formato di fibre cerebellopetali (olivo-restiformali). Schaffer ne trae quindi la conclusione che esistono due vie crociate, la cerebelloolivare e l'olivocerebellare, decorrenti in direzione opposta, e che rappresentano un sistema. La prima nasce, secondo questo autore, dal cervelletto (non si può stabilire se dalla regione corticale o dalla regione nucleocerebellare), e poi decorrendo nel restiforme e nelle fibre praetrigeminales e periolivari, passa, con queste ultime, attraverso l'oliva e lo strato interolivare; quindi incrociandosi nel Raphe, giunge all'oliva inferior e alle olive access. controlaterali. Costituisce così il midollo dell'hilus olivae, le periamiculares e le fimbriatae corrispondenti, terminando intorno alle stesse cellule gangliari, dalle quali nasce la via olivocerebellare. Si comprende quindi che, ove esista una lesione di tutto il sistema cerebelloolivare, le cellule gangliari dell'oliva inferior controlaterale debbano subire una doppia lesione, e cioè: *a*) una transneurale, a causa della lesione della via cerebelloolivare; *b*) una retrograda, a causa della lesione della via olivocerebellare. I risultati delle ricerche di Holmes-Stewart possono, secondo Schaffer, interpretarsi nel senso che la degenerazione della via cerebelloolivare abbia prodotto anche la cromolisi delle cellule del neurone

di contatto, cioè delle vie olivocerebellari, il cui centro risiede nelle cellule gangliari dell'oliva inferiore.

Anche Tintemann constatò nel suo caso (agenesia bilaterale del cerebellum) che l'oliva inferior era grossolanamente aplasica, così da essere rappresentata da un nastro di sostanza grigia.

Nel caso nostro, alla scomparsa della porzione laterale e distale dell'emisfero cerebellare sinistro e di parte (ventrale) del verme, avea tenuto dietro da questo lato la scomparsa di buona parte delle prae- ed intra-trigeminales, delle periolivares e delle fibre trasverse dello strato interolivare; a destra (lato opposto) delle più ventrali delle arcif. internae, di quasi tutto il pedunculus olivae inferioris, delle fimbriatae ext. atque, internae (amiculum) e di parte delle periamiculares. Nei piani prossimali i festoni dell'oliva inf. destra degenerati o scomparsi erano in numero minore di quelli posti caudalmente: in genere era scomparsa la massima parte delle cellule gangliari, fatta eccezione delle cellule e delle fimbriatae appartenenti ai festoni mediali del braccio dorsale (figg. 15-17 *bis* e tavv. III-V). Il contingente delle fibre e delle cellule nervose dell'oliva inferior in preda ad alterazione non presentava però i caratteri dell'atrofia retrorada, come sarebbe accaduto, se si fosse trattato di fibre olivocerebellari; dappoichè in questo caso l'oliva inf. si sarebbe dovuta sviluppare come normalmente, solo sarebbero rimasti più sottili i cilindrassi del pedunculus, atrofiche le cellule nervose e alquanto più flessuosi i singoli festoni. Invece il braccio ventrale, il polo e i festoni laterali del braccio dorsale dell'oliva destra erano ridotti ad un tessuto uniforme, in cui cellule nervose, fimbriatae internae ed externae erano del tutto mancanti. Quindi, rimanendo impregiudicata la quistione, se una parte (mediale) dei festoni dorsali sia costituita da cellule invianti fibre a direzione cerebellipeta (olivocerebellares), a noi pare giustificato ribadire l'antico concetto sostenuto dal Kölliker e dal Mingazzini, ed ora così potentemente confermato da Schaffer, cioè che il contingente cospicuo delle fibre colleganti il restiforme con l'oliva inferior del lato opposto sia costituito da fibre (cerebello-olivares) a direzione cerebellofugale.

Alcuni suppongono che l'oliva inferior contragga col cervelletto non solo connessioni crociate, ovvero ne abbia anche « dirette », ciò che è stato sostenuto dal Bruns. Egli crede che esista un rapporto di fibre (olivocerebellari) fra la lamina dorsale dell'oliva inf. e il corpus restiforme omolaterale, dappoichè nel caso suo, l'oliva omolaterale era degenerata lungo qualche taglio prossimale. Anche Bouwer ha visto, nel suo caso di atrofia hemicerebellaris sin., che l'oliva inferior dello stesso lato, era, nei tagli più distali, assai atrofica (cellule e fibre nervose). Nel caso nostro, per quanta attenzione abbiamo portato ai singoli tagli in serie del bulbo, non ci è riuscito di scoprire negli elementi nervosi dell'oliva inferior sinistra (lato della lesione) alcuna alterazione (cfr. le figg. 14-17 *bis* e le tavv. III-V).

Infine ricorderemo che l'oliva inferior, secondo Bechterew, sarebbe in rapporto anche con le corna anteriori del midollo cervicale per mezzo del fascio di Helweg. Il caso nostro non convalida questa opinione, dappoichè, mentre a destra l'oliva inferiore era degenerata, invece soltanto a sinistra il fascio in parola era molto più degenerato e alcuni gruppi di cellule nervose delle corna anteriori del midollo cervicale erano, da questo lato, visibilmente aplasiche. D'altra parte, abbiamo già veduto

che l'alterazione di queste cellule deve verosimilmente spiegarsi con l'aplasia del fascio cerebellovestibulospinale.

Discordi del pari sono ancora le opinioni intorno ai rapporti delle olive accessorie col cervelletto, sia nell'uomo che negli animali. Bruns ha sostenuto che esiste una certa indipendenza del cervelletto dalle olive accessorie, specialmente delle olive ventromediali; considera anzi queste ultime come apparati associativi interposti fra le fibre commessurali che tengono collegate le olive principali. Tale opinione sembrerebbe avvalorata dal fatto che Spiller trovò in un caso di atrofia cerebellare le olive accessorie inalterate, mentre le olive inferiori erano atrofiche. Ma i più sostengono che un rapporto esiste anche fra olive accessorie e cervelletto. Mingazzini infatti aveva trovato che le olive accessorie erano fortemente colpite in seguito ad ablazioni (sperimentali) del cervelletto. Anton-Zingerle, nel loro caso di atrofia cerebellare, rinvennero le olive accessorie (mediale e laterale) degenerate incompletamente; nel loro caso rimanea integro un piccolo resto di cellule da cui partirebbero fibre destinate al restiforme. Nel caso di Tintemann (agenesia bilaterale col cervelletto) da ambo i lati mancava l'oliva accessoria (dorso) lateralis, e l'oliva access. medialis era assai ridotta. Nei casi di atrofia olivo-ponto-cerebellare di Déjérine-Thomas le paraolive furono riscontrate atrofiche.

Poca uniformità si trova però fra gli autori per quanto concerne la parte del cervelletto più specialmente collegata con dette olive. Brouwer opina che le cellule delle medesime mandino fibre incrociate alla corteccia vermiana (al paleocerebellum) e ad alcuni dei nuclei centrali cerebellari (embolus e globosus); ciò spiegherebbe perchè in alcuni mammiferi (scimie, cani, gatti, conigli), nei quali domina lo sviluppo del verme, le olive accessorie sono relativamente molto più grandi rispetto alla oliva principale. A sostegno della sua tesi, Brouwer esaminando i protocolli anatomici redatti da Holmes e Stewart (i quali non dànno ragguagli sulle olive accessorie) trovò che nei casi nei quali eravi una lesione solo degli emisferi cerebellari, le olive accessorie si presentavano intatte; mentre, quando era leso il verme, erano alterate. Ciò armonizza col fatto che nel caso di atrofia cerebellare (verme compreso), descritta da Edinger-Neuburger, l'oliva accessoria medialis era rimpicciolita, e la parte laterale dell'oliva accessoria dorsalis era degenerata. Secondo Marburg, l'oliva accessoria dorsalis, il segmento dorsale del braccio verticale e parte del segmento orizzontale dell'oliva accessoria ventromedialis hanno più specialmente rapporti col verme. A giudicare dalle osservazioni di Masuda, l'oliva accessoria medialis dipende principalmente dalla porzione del verme posta profondamente e caudalmente. Nel caso nostro, l'oliva accessoria dorsalis controlaterale (destra), era solo prossimalmente alquanto assottigliata; del pari la metà dorsale del braccio verticale dell'oliva access. medialis destra (controlaterale) presentava una discreta aplasia sopratutto a livello della sua parte prossimale (figg. 17, 17 *bis*). E poichè la porzione ventrale del verme era prevalentemente aplasica, così il nostro reperto viene a sostegno di coloro che ammettono un rapporto fra questa porzione del verme e la parte prossimale dell'oliva access. medialis (e propriamente con la metà dorsale del suo braccio verticale). Stride con le osservazioni di tutti gli autori sopracitati quella di Brun, il quale, nei suoi casi di hypoplasia neocerebelli, trovò normali le olive accessorie.

Se poi sarà confermato che dalla faccia superiore ed inferiore degli emisferi cerebellari, compreso il dentatus (cioè dal c. d. neocerebellum) dipendono rispettivamente i festoni dorsali e ventrali dell'oliva inferior, si avrebbe diritto di affermare, anche con Brun, che le olive accessorie hanno rapporto piuttosto col palaeocerebellum e l'oliva inferior col (così detto) neocerebellum; ciò spiegherebbe perchè questa è relativamente più sviluppata nell'uomo, in cui il neocerebellum è tanto esteso. Le stesse ragioni poi, le quali militano in favore dell'esistenza di fibre cerebelloolivari (a direzione cerebellifuga), reggono anche per sostenere l'esistenza di fibre cerebello-paraolivari, poichè, nelle parti atrofiche delle paraolive di destra del nostro caso eravi una vera e propria mancanza di cellule nervose.

Quanto si è esposto autorizza a concludere che esiste un rapporto indubbio fra le due olive accessorie di un lato col cervelletto del lato opposto, e verosimilmente col verme; è dubbio però se questi legami sieno identici ovvero sieno diversi per l'una e per l'altra oliva. Noi tendiamo ad accettare questa seconda ipotesi, perchè in tutti i reperti le parti atrofiche delle due paraolive sono per estensione sempre diverse.

I risultati delle osservazioni precedenti ci permettono di accennare anche al significato fisiologico delle olive. Il concetto di Bechterew — cioè di un rapporto fra le olive inferiori e le cellule delle corna anteriori — esce certamente rafforzato dalle osservazioni anatomo-comparate praticate da Williams, secondo le quali lo sviluppo (filogenetico) delle olive inferiori è in rapporto con la statica e con la locomozione che ha luogo su una base ben fissa. Risulta infatti, da esse, che ad es.: nell'orso che talvolta cerca di sollevarsi, l'oliva inferiore è meglio sviluppata che nel gatto: mentre, la fringilla e la columba presentano uno svìluppo modesto della oliva. L'esame della grandezza e della morfologia nei varî animali mostra, infatti, che a misura che va progredendo lo sviluppo delle estremità e si fa più apprezzabile la differenziazione delle estremità anteriore e posteriore, anche l'oliva inferiore progredisce nello sviluppo; e questo diventa massimo nell'uomo, in cui tale differenziazione raggiunge il più alto grado. E poichè la conservazione dell'equilibrio, quando ci si muova su una base fissa, è quanto mai difficile se il corpo deve sostenersi verticalmente, così si comprende anche meglio, perchè l'oliva principale nell'uomo sia rigogliosamente sviluppata e sieno così intimi i suoi rapporti col cervelletto. Ciò spiegherebbe perchè la distruzione bilaterale delle olive inferiori produce principalmente un disturbo generale della coordinazione statica, il quale consiste in uno spiccato movimento a pendolo del tronco; e, nell'oscillare qua e là della testa, talvolta con perdita della capacità di stare in piedi e di camminare (senza paralisi). Contro questa opinione si è sollevato Keller, che nei gatti non riuscì a notare disturbi motori rilevanti, in seguito a lesione dell'oliva inferiore, ma solo una certa lentezza dell'andatura ed una goffaggine nel salto. Però Bechterew fa osservare che questi animali poco si prestano per tali ricerche, essendo in essi l'oliva inferior poco sviluppata. Ad ogni modo, anche i disturbi, sia pur lievi, della motilità segnalati da Keller, indicano che questo organo ha qualche rapporto con la medesima.

Diverso sarebbe l'ufficio delle olive accessorie. Esse forse servirono secondo Williams, a conservare l'equilibrio nei mezzi liquidi. Lo sviluppo cospicuo dell'oliva accessoria nei natanti e nei Cetacei si spiegherebbe appunto coll'ipotesi, che la di-

mora degl'animali nell'acqua, rende a questi più facile di mantenere qui l'equilibrio che nell'aria. Opinione questa non condivisa dallo Ziehen, il quale, invece, ritiene che, per lo meno, l'oliva accessoria mediale sia in rapporto con l'ufficio, cui sono deputati gli arti anteriori nella conservazione dell'equilibrio. Così si comprenderebbe perchè nell'uomo le olive accessorie siano di uno sviluppo piuttosto modesto. Certo è, che, i rapporti delle medesime col cervelletto indicano uno stretto concorso a qualcuna delle molteplici, e non semplici funzioni, devolute a questo organo.

Detto così delle olive bulbari, procediamo allo stadio di altre formazioni della Oblongata. Primieramente è opportuno ricordare che, nel caso di Brouwer, l'area del fascicul. longit. posterior e del fasciculus praedorsalis erano più ristrette dal lato dell'aplasia hemicerebellaris: e che tale diminuzione di queste scompariva, non appena (distalmente) le olive diventavano più grandi. Nel caso nostro, invece, il fascicul. longit. posterior e il fascic. praedorsalis erano integri, da ambo i lati (figg. 15-17 *bis*).

Speciale considerazione merita il modo con cui si comportavano le fibrae arciformes del bulbo, e i nuclei aventi con essi rapporti più o meno diretti. Non è qui il luogo di affrontare tutte le quistioni che si riferiscono al decorso delle fibrae arciformes ext. et internae. Ziehen ha cercato di dare un paradigma, sia pure in parte provvisorio, di questo sistema complicato di fasci, che a noi è parso opportuno di riprodurre in parte (fig. 26), esponendo cioè, solo quella frazione, sulla quale il reperto attuale ci dà licenza di discutere.

Cominciando dai nuclei dei cordoni laterali, ricorderemo che essi negli animali, degenerano dopo l'estirpazione del cerebellum (Gudden, Vejas, v. Monakow), o dopo il taglio del restiforme. Nell'uomo ciò non accade sempre: nel caso di atrofia cerebellare di Uemura, infatti, era conservata buona parte di questo nucleo dal lato della lesione, e degenerata una porzione del nucleo controlaterale: nei casi di atrofia cerebellare descritti da Preisig, da Brouwer e da Anton-Zingerle, essi invece erano conservati. Questi ultimi autori ritengono che, l'esser rimasti indenni dalla degenerazione i nuclei laterali nel loro caso, sia dipeso dal fatto che questi, nel periodo embrionale, abbiano altri rapporti trofici, ed in seguito soltanto diventino dipendenti esclusivamente dal cervelletto. A questo proposito, è opportuno ricordare come Ziehen distingua il nucleus lateralis in internus ed externus, e in quest'ultimo discrimini, a sua volta, due porzioni, l'una dorsale (nucleus lateralis ext. dorsalis), l'altra ventrale (nucleus lateralis ext. ventralis). A noi è parso che questa distinzione sia alquanto artificiosa: non vi è dubbio che il nucleus lateralis si possa, in qualche sezione, discriminare in tre segmenti, ma sì fatta divisione manca di costanza; in una sezione in cui spicca il nucleus internus, subentra ad es. un'altra in cui è il dorsalis e il ventralis che dominano. Lo stesso Ziehen del resto, ammette che, a seconda il piano delle sezioni, o l'uno o l'altro sono fusi insieme, e talvolta tutti e tre insieme. Ecco perchè a noi è sembrato più opportuno dividere il nucleus lateralis in tre (porzioni) gruppi: dorsale, ventrale (posti all'esterno) e interno.

Ora, nei tagli distali del bulbo del caso nostro (figg. 14-15), il nucleo in quistione presentava a destra (lato opposto alla lesione), o mancanti, o rimpicciolite le cellule soprattutto del gruppo ventrale. Invece, a misura che si andava prossimalmente

svolgendo il restiforme, molte cellule nervose dei tre diversi gruppi del nucleo laterale sinistro (lato della lesione) presentavano una evidente aplasia o mancavano affatto. Siccome distalmente, le fibrae arcif. int. dorsales di sinistra di origine lemniscale e le periolivares di destra erano in modo spiccato mancanti, così rimane meglio assodato il concetto, che nascendo dal nucleus funic. gracilis, dette fibre si incrocino come arciformes internae (lemniscales) per portarsi (prevalentemente) ad alcune cellule (ventrali) distali del nucleo controlaterale del cordone laterale (fig. 26). È incerto (Ziehen) però, quale sia l'intero decorso di dette fibre; se esse cioè, dopo aver oltrepassato il raphe, decorrano dorsalmente (come retropyramidales) o ventralmente all'area piramidale, dell'opposto lato (circumpyramidales), o anche entro la piramide (fibrae intra(endo)pyramidales) per poi portarsi circondando l'oliva (circumolivares) al nucleo del cord. laterale del lato opposto; certo, a destra (lato opposto a quello della lesione), le retropyramidales e parte delle intrapyramidales erano assottigliate, e così pure una frazione delle periolivares (distalmente). A sinistra poi, le arciformes externae ventrales, e gruppi di cellule del nucleo del cord. lat. (omolaterale) nella porzione prossimale erano aplasiche ; e ciò cominciava quando diventava apprezzabile l'aplasia parziale del restiforme sinistro. Il che dà licenza a ritenere che parte delle cellule del segmento prossimale del nucleus lateralis sia in rapporto a preferenza col restiforme omolaterale per mezzo di dette fibrae arciformes. È pure da avvertire che, nel caso nostro, il nucleo rosso controlaterale (destro) alla lesione, il nucleo di Deiters ed il fascio del Gowers dello stesso lato (sinistra), aveano subìto una notevole aplasia. Il nostro reperto, quindi, è per lo meno in armonia con l'ipotesi di una connessione (sostenuta da alcuni) fra queste formazioni ed una parte delle cellule del nucleus lateralis.

Merita molta considerazione lo studio delle alterazioni del nucleus arciformis. Nessuno accetta più il concetto (R. y Cajal) di una proporzionalità fra vie piramidali e nucleus arcuatus. Parrebbero, è vero, deporre in questo senso la mancanza degli arcuati segnalata nei cervelli d'idioti; come pure il reperto di Jelgersma, il quale, in un paziente affetto da hemiatrophia cerebri, trovò atrofia dei nuclei pontis e dei nuclei arcuati sul lato dell'emiatrofia. Sì fatto concetto urta però contro numerosi fatti. Così nel caso di atrofia bilaterale del cervelletto di Anton-Zingerle era sì conservata parte della peripyramidales, ma la sostanza grigia dei nuclei arciformes completamente scomparsa d'ambo i lati. Nel caso di Brouwer (atrophia hemicerebelli sinistri), le fibrae arcuatae ventrales (periolivares, peripyramidales), mancavano a sinistra fino al nucleus arcif. omolaterale, che era normale; mentre il nucleus arcif. dexter (controlaterale rispetto alla lesione) avea perduto qualche fibra e cellula nervosa. Anche nei casi di atrofia cerebellare di Déjérine-Thomas, di Arndt e di Amaldi, i nuclei arciformes o mancavano o erano notevolmente atrofici. Nel suo 2° caso (Hypoplasia neocerebelli) Brun trovò, scomparsi i nuclei arcuati e nei due terzi caudali le fibrae peripiramidales: però si vedeano fibre discendenti dal raphe al margine ventromediale della piramide. Nel primo suo caso (aplasia neocerebelli), lo stesso autore osservò la mancanza dei nuclei arcuati e delle arciformes ventrales (peripramyidales). Nei loro rispettivi casi di atrofia cerebellare, Spiller e Anton notarono assenza completa dell'arcuatus e delle fibraea rciformes ext. ventrales. Nel caso di Preisig, i nuclei ar-

cuati erano manifestamente atrofici, e le circumpyramidales esistevano appena; le fibrae arcif. externae situate più dorsalmente (fibrae arciformes superficiales laterales di Kölliker), e specie quelle che sembrano continuarsi direttamente nel restiforme, erano proporzionatamente meno ridotte. Nel caso di atrofia cerebellare di Tintemann, il nucleus arciformis si potea differenziare solo a sinistra, come un nastrino povero di cellule sulla base della piramide; anche qui, le fibrae arcuatae superfic. laterales et ventrales erano diminuite di numero. Uemura infine, in base al suo reperto, ammette che il restiforme contragga rapporti con la porzione laterale del nucleus arciformis omolaterale e con la porzione mediale del nucleus arcif. controlaterale. Questi casi dimostrano ormai luminosamente come lo sviluppo del nucleus arciformis dipenda essenzialmente dal cervelletto, e propriamente, in massima parte almeno, dal restiforme, del lato opposto. Inoltre, nei casi nei quali, gli autori vi fecero attenzione, le circumpyramidales erano più o meno mancanti.

Nel nostro caso, distalmente, l'area del nucleus arciformis di destra (lato opposto al difetto cerebellare) era alquanto ridotta, minori di numero le cellule nervose, specie le mediali, e molto distanti le une dalle altre: tuttavia, anche a sinistra, il numero delle cellule nervose era un po' inferiore alla norma. Invece, a partire dalle sezioni prossimali, la ricchezza delle cellule di detto nucleo si andava sempre più ravvicinando alla norma. Qui è necessario ricordare che secondo le osservazioni del Mingazzini, dal nucleo del cordone posteriore (porzione lemniscale) distalmente, e dal restiforme (contingente restiformale) prossimalmente partono due fasci di fibre: l'uno, sottile che, percorrendo il margine laterale del bulbo, si porta come contingente delle praetrigeminales e delle periolivares e del segmento ventro laterale delle peripyramidales omolaterali al nucleus arciformis dello stesso lato; l'altro fascio, dopo avere formato un considerevole contingente delle intra- e retrotrigeminales, e delle fibrae arciformes internae, s'incrocia nel raphe, e si porta come segmento ventromediale delle peripyramidales, al nucleus arcif. del lato opposto (fig. 26). Ciò trova conferma nel nostro caso, dappoichè, a sinistra, erano scomparse parte delle praetrigeminales, e per molte sezioni, lo erano da questo lato molte delle periolivares, come pure il segmento ventrolaterale delle peripyramidales. Il fatto che un certo numero di fascetti di periolivares erano a sinistra conservati in parte, e con esse anche un sottile fascetto delle peripyramidales, non ci permette di stabilire se, del segmento ventrolaterale di queste ultime fosse scomparso di più quell'ordine di monoperipyramidales omolaterale provenienti dal restiforme (omolaterale) sin. o quello che (secondo Mingazzini e Pitzorno), origina dal nucleus lateralis sin. aplasico nel nostro caso. Il fatto che le f. intra- e retrotrigeminales e le f. arcif. interretic. erano in parte a sinistra conservate spiega perchè il segmento ventromediale delle peripiramidales di destra, da quelle originanti, era appena un po' assottigliato.

Il modo di comportarsi delle fibre dello stratum ventrale e del dorsale, come pure del loro modo di continuarsi con le circumpiramidales ci obbliga ad entrare nella quistione dei rapporti fra le cellule del nucleus arciformis e le arciformes.

Ziehen suppone che le rispettive cellule (del nucleus arciformis) diano luogo ad assoni, che come fibrae arcuatae externae, decorrano lateralmente o medialmente sulla piramide. Questa veduta secondo cui il nucleus arciformis darebbe origine, in

parte almeno, a fibre che si recano al restiforme, non è confermata, almeno in toto, dal caso presente; dappoichè, l'aplasia di parte (mediale) delle cellule costituenti la porzione distale del nucleus arcif. di destra parla piuttosto per l'ipotesi opposta. A questo proposito osserviamo come Mingazzini abbia distinto intorno al nucleus arciformis fibre che lò rivestono dorsalmente (stratum dorsale) da fibre che lo coprono ventralmente (stratum ventrale). Ora, nel nostro caso, parallelamente al modo di comportarsi delle arciformes internae di sinistra era quello, a destra del segmento ventromediale della peripyramidales e dello stratum ventrale; dappoichè le rispettive fibre, alquanto scarse a destra nella porzione distale, andavano raggiungendo lo spessore normale a misura (figg. 17 e 17 *bis*) che l'arciformis di questo lato diventava prossimamente uguale al sinistro. Non sarebbe perciò da ripudiare la supposizione che a ciascuno dei due detti strati corrispondano due ordini di fibre, afferenti ed efferenti; le prime (afferenti), dal restiforme al nucleus arcuatus controlaterale (cerebellofugale), andrebbero a formare il segmento ventromediale delle circumpyramidales e lo stratum ventrale del lato opposto; le altre, efferenti, procederebbero, come vuole Ziehen, da parte delle cellule del nucleus arcuatus, e costituendo lo stratum dorsale, si recherebbero, come parte delle arciformes ext. anteriores (peripyramidales e in parte periamiculares e periolivares) al restiforme (omolaterale) (fig. 26). Se così fosse, la scomparsa parziale delle fibre del segmento ventrolaterale delle peripyramidales dovrebbe mettersi sul conto di quelle provenienti dal nucleus lateralis.

Qui però abbiamo da considerare un modo anomalo di comportarsi delle fibre circumpyramidales. Abbiamo espressamente notato che buona parte delle fibre dello stratum ventrale di sinistra, invece di continuarsi col segmento ventromediale delle circumpyramidales corrispondenti, passava a ponte sull'estremità ventrale della fissura anterior (figg. 14-16), e circondando ventralmente il nucleus arcif. destro, si continua con le periolivares (e quindi col resto delle arcif. externae) di questo lato. Ora, è noto come, secondo Pitzorno, a far parte del segmento ventromediale delle peripyramidales non solo concorrono fibre crociate che dal restiforme di un lato si portano all'arciformis del lato opposto (Mingazzini), ma anche un secondo ordine di fibre (bicircumpyramidales di Ziehen). Circondando la piramide dello stesso lato e poi ripiegandosi, a mo' di ansa sul fondo della Fiss. mediana anterior, queste ultime costeggiano la faccia ventromediale della piramide del lato opposto, per portarsi al rispettivo nucleus arcuatus. Ora, volendo considerare il fascio delle circumpyramidales testè descritto nel nostro caso, come facente parte del sistema delle bicircumpyramidales, deve riconoscersi che il suo modo di comportarsi è alquanto anomalo, perchè il fascio di queste fibre provenienti da destra non si spinge sul fondo della fissura mediana ant., ma passava a ponte sull'estremo ventrale della medesima, per portarsi poi intorno e verso il margine ventrale del nucleus arciformis sin. Si potrebbe supporre che qui si abbia a fare una ripetizione filogenetica di quanto accade in qualche animale, come ad es. nello *Hapale Jacchus*, in cui, dal corpus restiforme originano fibrae arciformes ext. laterales che si portano prima sulla periferia del bulbo, poi sulla piramide, e si congiungono sull'estremità ventrale della fiss. mediana anterior, con quella dell'altro lato. Ma questa analogia, grossolanamente morfologica non regge, perchè in questa scimia manca il nucleus arciformis, formazione esclusiva dell'Homo. È quindi vero-

simile, piuttosto che esse sieno formate da fibre bicircumpyramidales ipertrofiche, che, originando dal restiforme destro, passando come parte delle periolivares e peripiramidales omolaterali, si portano a cavallo della fissura, al nucleus arcuatus sinistro; e che l'ipertrofia loro servisse a mettere in rapporto, viè meglio, il cervelletto di destra con l'arcuatus di sinistra, quale compenso dell'indebolito rapporto del cervelletto sinistro con il nucleus arcuatus destro. Ipertrofia compensativa da parte delle peripyramidales non è nuova nella patologia nervosa. Così, ad es., Oekonomakis, in un caso di microgiria della superficie del mantello cerebrale, di un lato, e consecutiva aplasia della piramide, trovò dallo stesso lato ipertrofia del nucleus lateralis, delle praetrigeminales e delle peripyramidales, la quale egli, a ragione, interpreta come effetto di un conato compensativo per la deficienza delle vie piramidali. Queste vedute armonizzano col concetto di Ziehen che, considerando la posizione eccezionale dell'uomo, rispetto al nucleus arciformis e il suo incastramento nel sistema delle fibre, che dai nuclei del cordone posteriore vanno al cerebello, vagheggia l'ipotesi che il nucleus arcuatus, al pari del dispiegamento del nucleus dentatus e dell'oliva inferior, sia in rapporto con la stazione eretta. Essa è preferibile alle vedute di Edinger, secondo la cui opinione, non chiaramente illustrata da concetti anatomici, i nuclei arciformes riceverebbero fibre dalla corteccia cerebrale, e per mezzo delle peripyramidales le invierebbero al cervelletto.

Anche alterazioni dei nuclei dei cordoni posteriori e delle fibrae arcif. ext. dorsales che li circondano in parte sono state segnalate assai spesso nei casi di distrofie cerebellari. Amaldi (nei suoi due casi), Langelaan, Thomas (osservaz. III), Fusari (caso di assenza quasi totale del cervelletto), videro atrofizzati i due nuclei dei cordoni posteriori. Nel 1° suo caso, Brun trovò ipoplasia della porzione laterale del nucleo di Burdach (specialmente nel terzo caudale) e della porzione orale della porzione mediale, come pure del segmento laterale della porzione orale del nucleo di Goll. Nel 2° suo caso di hypoplasia neocerebelli Brun accertò che nel terzo orale del nucleus funic. gracilis mancavano parte delle cellule nervose. Invece, van Gehuchten e Uagita (sperimentalmente), trovarono la integrità dei nuclei suddetti, in seguito al taglio del restiforme, e, nell'uomo, alcuni videro intatti questi nuclei, nei casi di atrofia cerebellare. Le fibrae arcif. externae posteriores (dorsales) erano nel caso di atrofia cerebellare di Anton-Zingerle, quasi completamente mancanti; e in quello di Brouwer mancavano a sinistra (lato dell'atrofia cerebellare) e poco sviluppate erano anche a destra. Ora, essendo le fibrae arcif. externae posteriores (dorsales) specie a sin. in buona parte mancanti nel nostro caso, è razionale supporre che esse mettano in rapporto il cerebellum, rispettivamente il restiforme, col nucleus funiculi gracilis, le cellule nervose del quale (ed anche l'intreccio nervoso) a sinistra erano, sopratutto nella metà orale, assai ridotte.

Prima di abbandonare il tema delle fibrae arciformes bulbi, è necessario accennare al modo di comportarsi dello strato interolivare. Nel caso di Brouwer, questo era ridotto a sinistra (lato dell'aplasia hemicerebellaris). Nel caso nostro, era a destra (lato sano) diminuito di area e solo nei piani distali; ma questa diminuzione andava scomparendo a misura che si procedea verso i piani prossimali del bulbo (cfr. fig. 13 con le figg. 14-17); anzi, nei piani del ponte, la porzione mediale e sopratutto la laterale del lemniscus principalis destro erano più estese che a sinistra. Ciò è ben spie-

gabile, se si riflette che nei piani distali il nucleus funiculis gracilis sin. avea subìto un'evidente degenerazione, e ridotte di molto le fibrae arcif. intimae; d'onde la diminuzione di area dello strato interolivare destro. Laddove, più prossimalmente all'ingrossamento del nucleus funiculi cuneati di sinistra e rispettivamente all'ipertrofia dei nidi delle cellule nervose, specialmente della porzione laterale avea fatto seguito un ingrandimento, sempre crescente, a destra (lato opposto), dello strato interolivare e del lemniscus principalis (continuazione in parte del medesimo).

È quindi razionale (v. schema, fig. 26) affermare: 1) che le retro- ed intratrigeminales concorrono in parte a formare il contingente delle cerebelloolivares e quindi, per mezzo delle retropyramidales, il pedunculus olivae inferioris e le periamiculares del lato opposto per terminare come fimbriatae, nelle cellule dell'oliva stessa; 2) che un contingente delle intra- e retrotrigeminales si porta, incrociandosi nel raphe, a costituire il segmento ventromediale delle peripyramidales, e quindi, concedendo anche fibre alla piramide (f. endopyramidales) all'arciformis controlaterale (stratum ventrale); 3) che fibre procedenti dal nucl. arcuatus (stratum dorsale) dopo avere formato un contingente delle periolivares e periamiculares, si portano al restiforme omolaterale; del pari dal nucleus arcuatus di un lato si originano fibre che passando ad arco o a ponte entro la fiss. long. ant. si portano come bicircumpyramidales e periolivares lungo il margine dorsolaterale del bulbo al restiforme del lato opposto; se queste ultime decorrano in direzione inversa è difficile giudicare; 4) che un contingente delle f. intratrigeminales, provenienti dai nucleic del cordone posteriore decorrano come fibrae arcif. int. e poi, come retropyramidales e periolivares, si portano alle cellule del nucleo del cordone laterale del lato opposto (segmento distale); mentre un altro contingente, originando dal corpus restiforme, si porta a detetermiuati gruppi cellulari del nucleo del cordone laterale omolaterale (al segmento prossimale).

Quanto alle periamiculares, deve essere ricordato come fossero alquanto assottigliate a sinistra (lato della lesione), nella metà distale, e quasi mancanti a destra, specie distalmente, ove l'oliva era atrofica (figg. 14, 15). In armonia con quanto è stato detto intorno alle fibre in quistione, esse devono essere formate quindi in gran parte dalle cerebelloolivares del lato opposto e in parte dalle praetrigeminales omolaterali.

Fra le formazioni del bulbo le quali a sinistra aveano subìto un'alterazione manifesta, eravi il nucleo del Deiters. Nessuno ormai dubita dei rapporti di questo nucleo col cerebellum, il che emerge dai reperti finora praticati. Così nel caso di atrofia cerebellare di Anton-Zingerle, le cellule (apicali) della metà posteriore del nucleo del Deiters, erano piuttosto scarse. Alterazioni del medesimo furono trovate da Thomas e da Edinger nei rispettivi casi di atrofie cerebellari. Nel caso nostro, parte delle cellule del nucleo in parola di sinistra (lato della lesione cerebellare), erano completamente riassorbite o assai rimpiccolite, e i gruppi dorsali assai più degli altri. Lo studio dei varî (e forse artificiosi) gruppi, che Fuse ha discriminato nel nucl. Deitersii, non è possibile nei preparati allestiti con Pal-fucsina.

Anton-Zingerle ammettono pure che il corpus trapezoides origini dal nucleus Deitersii. Il caso presente ne è una conferma, dappoichè il trapezoides di sinistra era in parte scomparso, come pure lo era un contingente delle cellule di questo nucleo.

Dallo studio del quale nucleo non può staccarsi quello del nucleus angularis, le cui cellule erano in parte mancanti lungo tutto il loro decorso. Orestano crede

che fibre provenienti dal medesimo passino nel nucleus embologlobosus. Secondo Kohnstamm, esso emetterebbe pure fibre che si porterebbero centralmente nel fasciculus longitud. posticus fino ai nuclei dei muscoli oculari; e sarebbe, quindi, un nucleo riflesso e di coordinazione sovraordinato ai nuclei dei muscoli oculari. Nel caso nostro, non è possibile pronunciarsi sopra questo secondo punto, poichè il globosus e l'embolus aveano subìto una displasia. Possiamo però affermare che il fascic. longitud. posticus era integro; il che non parla in favore di un rapporto fra questa formazione ed il nucleus angularis. Con ciò non escludiamo che il nistagmo oculare possa dipendere dalla lesione del nucleus Deitersii.

Ad integrare lo studio delle formazioni del bulbo lese nel nostro caso, è necessario parlare del restiforme e del corpus juxtarestiforme il quale ultimo indicheremo brevitatis ergo con JAK (Monakow).

Quanto al restiforme, è noto come nelle eterotopie o nelle aplasie cerebellari, esso sia or più or meno diminuito di volume. Nel caso di atrofia cerebellare di Anton-Zingerle mancava nei tagli distali una parte considerevole del restiforme; ne era scomparsa appunto la sporgenza sul margine laterale del IV ventricolo (specialmente in corrispondenza del nucleus triangularis acustici). Nel caso di atrofia cerebellare di Edinger, malgrado il difetto cospicuo della metà destra del cervelletto, era rimasta intatta una parte considerevole del restiforme, più che nel caso dei due primi autori. In quello di Brouwer (hemiatrophia cerebelli sinistri), il restiforme era solo prossimalmente atrofico da questo lato. Nel nostro caso, lungo i tagli distali, non era constatabile una aplasia cospicua del restiforme a sin.; ma a misura che si procedea prossimalmente, si notava un rimpicciolimento sempre più evidente del medesimo. Come si vede, in nessuno dei casi precedenti era scomparso completamente questo fascio, nè anche quando mancava una metà assai estesa di un emisfero cerebellare. Gli scarsi reperti finora analizzati, non ci permettono intanto di giudicare quali parti del restiforme sieno in rapporto con le diverse zone cerebellari. Secondo Mashuda, è probabile che le formazioni le quali servono principalmente all'innervazione del tronco cerebrale (sostanza del cervelletto; alcuni nuclei dell'Oblongata, fra i quali l'JAK, ed il nucleo del cordone laterale) e che compartecipano alla fibratura del C. restiforme, abbiano il loro rappresentante nella porzione caudomediale del vermis inferior. Altri reperti, invece, tendono a dimostrare che il restiforme dipende solo dal contingente emisferico; così si dovrebbe concludere, giudicando dal caso di Schweiger (sclerosi bilaterale degli emisferi cerebellari), in cui, quantunque verme e nuclei centrali fossero intatti, tuttavia il restiforme era assai atrofico. Il cervelletto mancante di verme, descritto recentemente dall'Obersteiner, ed in cui il corpus restiforme era bene sviluppato, depone nello stesso senso. Dal caso nostro, in cui erano mancanti in parte la porzione laterodistale dell'emisfero cerellare sin. come pure un cospicuo contingente ventrale del verme, si può dedurre soltanto che queste due zone del cervelletto erano in rapporto con i due terzi prossimali (aplasici) del restiforme, senza poter escludere quanto sostiene Mashuda. A questo proposito, è opportuno anche discriminare il restiforme in due porzioni, una interna ed una externa [divisione da non confondersi con l'antica, secondo cui, per porzione *mediale* (o *interna*), si intendea la « formatio fasciculata = corpus juxtarestiforme], divise, in modo abba-

stanza netto, da una striscia di glia. Ora, secondo Ziehen, è probabile che molte fibre del fascio spinocerebellare dorsale rivestano dapprima la parte laterale del cordone di Burdach, e poi vadano a poco a poco a contribuire (distalmente) alla formazione del corpus restiforme. Questa ipotesi può trovare una conferma nel caso

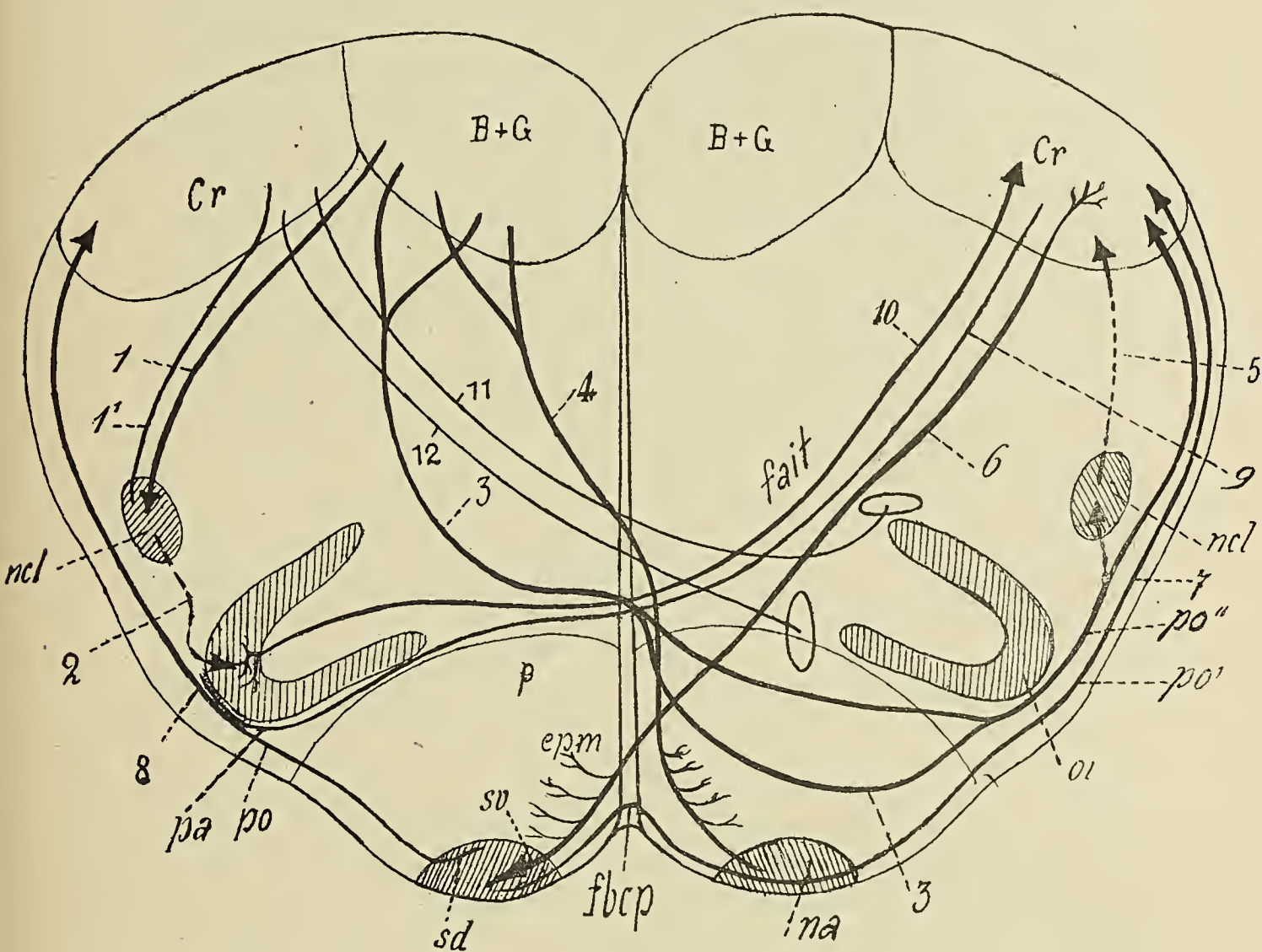



Fig. 26.

nostro, in cui il fascio spinocerebell. dorsualis sin. avea subìto una lieve aplasia, ed in cui la porzione laterale del restiforme distalmente avea presentato un'apprezzabile rarefazione delle sue fibre (figg. 14-15).

È difficile giudicare se alla mancanza dell'emisfero cerebellare sinistro piuttosto che a quella del verme ventrale debba attribuirsi la riduzione del corpus juxtarestiforme (JAK). Nel caso di Anton-Zingerle questo presentava una scarsa degenerazione, ed era soltanto impallidito, in antitesi al vero corpus restiforme assai atrofizzato: il che detti autori attribuiscono ai rapporti diversi di queste due formazioni

coi nuclei centrali del cervelletto. Del pari, nel caso nostro, l'area della JAK di sinistra era ridotta notevolmente dalle sezioni prossimali alle distali (figg. 17, 17 *bis*; tav. III, fig. *d*); il numero delle cellule nervose era inferiore a quello di destra e il volume di quelle rimaste era più piccolo, come pure i fascetti nervosi interposti fra esse erano in parte mancanti.

Fuse distingue nell' JAK (piani caudali) dell'uomo, due aree, una laterale ed una mediale, e sostiene che i fasci (tractus nucleo-cerebellares) che si sprigionano dalle cellule del nucleo del Deiters, penetrano dapprima riuniti nel cerebellum per dividersi poi in due direzioni. Quelli appartenenti al campo mediale penetrando nelle vicinanze delle pareti del IV ventricolo, in parte concorrono all' incrociamento dorsale dei nuclei fastigii e in parte fluiscono nei nuclei stessi, mettendosi in contatto diretto con queste formazioni. Quelli che originano dal campo laterale, portandosi più dorsalmente, si congiungono in parte col dentatus (entro il cui hilus penetrano), in parte con la commissura dorsalis e rispettivamente col nucleus fastigii. Nel caso nostro, i tractus nucleocerebellares erano a sinistra (lato della lesione) evidentemente ridotti (tavv. III, IV e V, rispett., figg. *d*, *e*, *f*): però non siamo riusciti ad accertare se lo fossero a prevalenza i mediali o i laterali. Ad ogni modo è certo che la loro parziale scomparsa può spiegare la parziale aplasia (nel nostro caso) dei nuclei fastigii e dell' incrociamento suprafastigiale dei medesimi. Secondo Fuse, peraltro, non si ha alcun diritto di chiamare il complesso di tali fibre col nome (Edinger) di Tractus nucleo cerebellares (via cerebellare sensoriale diretta). Edinger infatti sostiene che detta via conterrebbe fibre che dal cervelletto si portano ai nuclei dei nervi sensitivi (V, VIII, X), ovvero nelle fibre corrispondenti: ciò che Fuse non è riuscito a dimostrare. Questa conclusione non ci sembra del tutto accettabile, ed in verità nel caso nostro alcuni nuclei dell'apparato dell'acusticus (come il ganglion ventrale ed ramus cochlearis) non aveano subito una riduzione apprezzabile; invece spiccavano l'impiccolimento dei nuclei del Deiters ed angularis, la rarefazione dell'area del vestibularis e la parziale scomparsa dei rispettivi gruppi cellulari (tavv. IV e V, figg. *e*, *f*): ciò analogamente ai reperti di Anton-Zingerle. Non trovammo però alcun impiccolimento dell'area e delle cellule del vago e delle fibre che lo attorniano, delle radici e dei nuclei del trigeminus: chè anzi, a sin. questi ultimi erano un po' più sviluppati del normale. Quanto alla via centrale dell'acusticus, è opportuno ricordare che, nel caso di Anton-Zingerle eravi una lievissima e non certa degenerazione del ramus cochlearis: ciò che noi non riuscimmo a osservare. Il ganglion ventrale acustici era nel caso (di atrofia cerebellare) di questi autori, come nel nostro (tavv. III, IV, figg. *d*, *e*), bene conservato; ciò, che per essi è un nuovo argomento per ammettere che questo abbia connessioni extracerebellari. Quindi, senza negare tali connessioni, è logico dedurre che, per lo meno, debbano essere scarse.

Merita, discorrendo del bulbo, fare qualche accenno sul modo di comportarsi delle striae acusticae. Ormai sono tutti concordi nel discriminare le striae che percorrono il pavimento del IV ventricolo (striae (med.) superficiales), da quelle che si affondano nella parte laterale della Form. reticularis bulbi (striae (med.) profundae). Secondo Fuse, le prime rappresentano una formazione filogeneticamente giovane, che procede, nello sviluppo, parallelamente al ponte e al grigio pontino. Derivano, se-

condo i più, dalla sostanza midollare cerebellare, tanto è vero che degenerano secondariamente in seguito ai profondi difetti cerebellari (massime del brachium pontis e del flocculus), fino a scomparire in molti casi del tutto (Brouwer, v. Monakow, Edinger-Neuburger, Anton-Zingerle, Mashuda, Bruns, 1° e 2° caso). Nel caso nostro (tav. III, fig. *d*), le striae superficiales e profundae erano a sinistra, se pure, leggermente assottigliate (la variabilità di tali formazioni non ci permette di giudicarne con certezza). Questo reperto ad ogni modo non contradice l'ipotesi, testè accennata, delle loro origini, poichè parte del brachium pontis e del pedunculus flocculi erano conservati a sinistra. Ciò spiegherebbe anche perchè non vi fosse alcun'alterazione nelle fibrae rectae del raphe e nei nuclei (praecursorii pontis), ove alcuni (Flechsig e Bechterew) sostengono che esse terminino.

Quanto al fasciculus centralis tegmenti, esso di raro, come nel caso di Anton-Zingerle, rimane integro nelle atrofie cerebellari; i più, come Arndt, Thomas, Neuburger-Edinger e Warrington-Monsarrat, lo riscontrarono ridotto dal lato della lesione; e Theohari e Spiller lo trovarono degenerato. Nel nostro caso, detto fascio era discretamente aplasico, per tutto il suo decorso, fino alla sua porzione prossimale, là dove si divide nelle sue porzioni, dorsolaterale e ventrale (tavv. II e VI, risp., figg. *g*, *h*, *l*). E poichè Thalamus e regione del III ventricolo erano qui integri, è difficile ammettere un rapporto fra queste formazioni e la via centrale del tegmento (come vogliono Edinger, Obersteiner, Williger, Herzog). È più consono al nostro reperto ritenere che la degenerazione della via centrale del tegmento dipenda dall'oliva inferior (Jelgersma, R. y Cajal, Ziehen), dappoichè l'alterazione di quella era soltanto a destra dal lato cioè in cui l'oliva inferior era in massima parte aplasica. Difficile è potere affermare se la porzione rimasta integra dipendesse dall'essere rimasti inalterati i festoni dorso mediali di questa ultima. Sì fatta possibilità sembra tuttavia poco verosimile, data la mancanza di proporzione fra l'estensione dell'aplasia delle due formazioni (enorme dell'oliva inferior, assai circoscritta della via centrale del tegmento), ed è perciò più razionale ammettere, con Anton-Zingerle, che questo fascio sia in rapporto anche con formazioni extraolivari. Ad ogni modo non sarebbe lecito escludere che l'aplasia del fascio in parola dipendesse (Probst) da quella del nucleo rosso (destro), quantunque tale ipotesi appaia poco razionale, poichè si dovrebbe ammettere un'aplasia di terzo ordine. Il nostro reperto dimostra pure che una parte almeno del fascic. centr. tegmenti non è una via discendente, come vorrebbe Frey.

Alle formazioni del bulbo appartiene infine il tractus olivo-spinalis (fascio di Helweg). Nel caso di Anton-Zingerle (atrophia bilateralis cerebelli), era in parte degenerato e rimpiccolito di area. Considerando la coesistenza del grave rimpiccolimento delle olive inferiori, questi Aa. tendono ad ammettere (con loro anche Ziehen e R. y Cayal) uno stretto rapporto delle cellule nervose di questa formazione con una parte considerevole delle fibre del fascio. Il caso nostro non conferma tali vedute, poichè, a sinistra (lato della lesione cerebellare), l'area del fascio di Helweg (figg. 11, 12 e 13), in tutta la sua altezza, era quasi totalmente mancante di fibre, mentre l'oliva inferior era dal medesimo lato ben conservata. Più accettabile sembra l'opinione di coloro i quali, come Williger, Kattwinckel e Goldstein ritengono che parte delle fibre del tractus olivospinalis ascenda per terminare nella form. reticularis. Ed invero, meno

ricca di fibre trovarono quest'ultima nel loro caso di atrofia cerebellare, Neuburger ed Edinger; anche nel caso nostro, noi la trovammo specie lungo il pons, alquanto ridotta dal lato sano (a destra) (tavv. II e VI, figg. *g*, *e*, *h*); bisognerebbe quindi supporre che le terminazioni del fascio fossero nella Form. reticularis del lato opposto.

Il capitolo delle formazioni anomale della Oblongata, non si può chiudere senza richiamare l'attenzione sopra la presenza delle masse grigie entro il mantello del funic. cuneatus, e che sopra abbiamo descritto (figg. 13 e 14); queste masse che, come Karplus ha dimostrato, sono essenzialmente variabili, sarebbero, secondo lui, pezzi staccati della subst. gelatinosa Rolandi, hanno forma diversa, ora rotonda, ora di uovo, ora piatta, e talvolta sono unite, per mezzo di un peduncolo, con la subst. gelatinosa Rolandi.

Terminata così l'analisi delle alterazioni riscontrate nella Oblongata, è necessario ragionare di quelle che ci ha offerto il cervelletto predetto.

E innanzi tutto, poichè il flocculus sinistro era sviluppato soltanto in parte, si può ritenere che esso abbia, come contingente del paleocerebellum, inteso le conseguenze della lesione del neocerebellum sinistro; il che depone, come sopra abbiamo notato, per l'esistenza di rapporti embriologici fra paleo- e neocerebello. Ora, Thomas suppone che i flocculi contengano non solo vie centrifugali, ma anche vie centripetali, dappoichè, notò, in seguito alla distruzione di un emisfero cerebellare, una lieve degenerazione di ambedue i flocculi (destro e sinistro). Thièle ed Horsley videro del pari collaterali provenienti dal fascio di Gowers portarsi al pedunculus flocc. controlaterale. Questa veduta non è condivisa dalla maggior parte dei neurologi. Mingazzini sostiene, infatti, l'esistenza di sole vie centrifugali (flocculofugali), perchè, dopo l'estirpazione degli emisferi cerebellari (negli animali) non trovò alcuna degenerazione del flocculus. Anche Anton e Zingerle (in perfetta armonia con i risultati sperimentali del medesimo) non trovarono alcun'alterazione secondaria della parte conservata del flocculus in seguito al difetto del resto del cervelletto, fatta eccezione (si intende) della porzione limitrofa al tessuto sclerotico. I risultati del presente studio non autorizzano a ribadire, senza restrizione, il concetto sostenuto da Mingazzini; cioè che il flocculus contenga esclusivamente fibre corticofugali, dappoichè, se è vero che nella parte conservata di questo lobulo a sinistra le fibre nervose degli strati corticali e della sostanza midollare delle lamelle erano completamente conservate (il flocculus di destra era del tutto integro), tuttavia, un contingente delle lamelle di questa formazione era, da quel lato, ridotto. Bisogna, per altro osservare, che Mingazzini ha parlato di fibre esclusivamente flocculofugali negli animali, mentre qui abbiamo a fare con un cervelletto umano.

Anche le formazioni con cui il flocculus sarebbe in rapporto, sono lungi dall'essere determinate. Secondo Edinger, i pedunculi flocculi prendono parte all'incrociamento ventrale del cervelletto; Mingazzini, Edinger e Fuse osservarono una connessione del flocculus col nucleus abducentis del medesimo lato, e Wallenberg accenna a reperti del flocculus col nucleus ventralis del Nervus VIII. Secondo Anton-Zingerle, il flocculus contrae rapporti col nucleus ventr. acustici (per mezzo di irradiazioni di fibre nervose) e con il dentatus. Mingazzini ha attirato l'attenzione più specialmente sulle connessioni col nucleus dorsalis (triangularis) e col ventralis

acustici. Muskens, avendo studiato le degenerazioni (cerebello fugali) consecutive alla estirpazione del flocculus, sostenne che i fasci del flocculus si portano, per la via brachio-pontina, alla formatio reticularis; ove si riunirebbero col brachium conjunctivum, per portarsi alla regione del nucleus ruber controlaterale. Secondo Monakow, infine, è possibile che parte delle striae acusticae, appartengano alle fibrae centrifugali del flocculus. Ora, nel caso nostro, parte delle sopraddette formazioni (nucleus ruber di destra, nucleus triangularis acustici sin., commissura ventralis vermis), con cui il flocculus sarebbe in connessione, aveano subìto un'alterazione più o meno evidente. Peraltro, non sarebbe corretto dedurne che il flocculus abbia rapporti esclusivamente con le medesime, perchè un segmento assai considerevole anche dell'emisfero cerebellare era distrutto dal medesimo lato. Viceversa, il nucleus abducentis e il nucleus ventr. acustici erano normali d'ambo i lati, ma anche ciò potrebbe essere in rapporto con la porzione del flocculus rimasta integra.

Fra il dentatus e i nuclei centrali del verme non sembrerebbe esistano connessioni, poichè, nel caso di atrofia hemicerebellaris di Brouwer, le cellule nervose del dentatus corrispondente erano rattrapite, l'una accanto all'altra, eppure erano intatti i nuclei centrali del verme. Dal caso nostro non si può trarre in proposito alcuna conclusione, perchè il globosus ed embolus avevano subìto una grossolana eterotopia. Le stesse ragioni ci impediscono di discutere quanto Clarke-Horsley ammettono: cioè, se vie cerebellofugali dalla corteccia vermiana (non da quella degli emisferi cerebellari e del flocculus), arrivino al globosus.

Speciale importanza meritano le alterazioni di alcuni dei nuclei centrali del cervelletto e propriamente le eterotopie dei medesimi. Negli ultimi anni, Vogt-Astwazaturow hanno richiamato l'attenzione sul fatto, che la sostanza grigia del cervelletto, nei casi di malformazione di questo organo, va soggetta spesso ad eterotopie. Nei loro casi (di aplasie neocerebellari) ne discriminarono tre sorta, e cioè:

1°) masse grigie non smembrate, gli elementi delle quali non erano giunti a maturità, senza però subire alcuno spostamento;

2°) elementi sviluppati in un luogo diverso dal normale; di essi, alcuni non aveano raggiunto la maturità, altri rappresentavano lo smembramento primitivo, tutti erano disposti senza ordine topografico e confusamente;

3°) masse grigie, che aveano subìto uno sviluppo abnorme, o perchè eccessivo, o perchè insieme a questi aveano raggiunto una forma paradossa. A queste appartiene (come formazione neoplastiforme), anche il raddoppiamento della corteccia cerebellare.

Nel caso di Tintemann, si trovarono nella sostanza del cervelletto corpi rotondi, costituiti da strati della corteccia cerebellare, e situati dove questa non vi dovea essere. Nel caso di Anton-Zingerle si trovò nelle lamelle basali del verme un corpo di sostanza grigia, grande come un fagiuolo, che mostrava una connessione assai spiccata con l'embolus e col nucleus fastigii; era formato da pezzi irregolari, come nidi, nei quali le cellule nervose, piuttosto grandi, ricordavano quelle del dentatus. Nel primo suo caso (aplasia del neocerebellum), Brun rinvenne segmentazioni, a forma di isola, della sostanza grigia dei dentati, sotto forma cioè, di nidi rotondi con gomitoli di fibre midollate nel centro: inoltre, medialmente al nucleus dentatus,

osservò un gomitolo assai robusto di grandi cellule con un ricco sviluppo di sostanza midollare: infine mancanza della porzione mediale del nucleus fastigii e dell'incrociamento interfastigiale. Lo stesso autore trovò nel secondo caso (di aplasia neocerebellaris), al posto dell'embolus un nucleo a forma di palla, assai sviluppato, ricco di sostanza midollare, e contenente grosse cellule a pera (il che, secondo Brun, sarebbe un carattere fetale).

Anche nel caso nostro, una manifesta displasia colpiva il globosus e l'embolus, nè era possibile, sia pure approssimativamente, distinguerli. Preferimmo quindi indicare, col nome di embologlobosus, le masse grigie occupanti il loro posto. Infatti qui, procedendo nelle sezioni frontali del cervelletto dai piani distali verso i prossimali (tavv. I e II, risp. figg. *a*, *b*, *c*), il conglomerato embologlobosus assumevá le forme più bizzarre e si poteva dividere talvolta, d'ambo i lati, in due porzioni, l'una dorsale e l'altra ventrale. A destra, la prima presentavasi come un piccolo ammasso unico di cellule gangliari, che poi si divideva in due, o si trasformava in un triangolo con la base disposta orizzontalmente. La porzione ventrale e quella ventrolaterale erano costituite distalmente da molti gruppi di fibre nervose, ciascuno di forma circolare, che circondavano a mo' di cerchio, un ammasso di cellule nervose situato nel centro; essi a poco a poco si impiccolivano, finchè prossimalmente ne rimaneva uno solo. Anche a sinistra, l'embologlobosus, almeno la sua parte principale, potea paragonarsi ora ad un biscotto ora ad un quadrato, od assumeva una forma del tutto irregolare. Come si vede, embolus e globosus aveano subìto una vera e própria displasia, che solo per evitare confusione, continueremo a chiamare eterotopia; essa non appartiene alle due prime categorie di Anton-Zingerle, perchè non è costituita da una massa grigia non giunta a maturità, nè da elementi sviluppati in luogo diverso dal normale. Qui l'eterotopia appartiene piuttosto alla 3ª categoria di questi autori, dappoichè ambedue i detti nuclei, pur rimanendo nel loro luogo normale, non solo aveano subìto un aumento del loro volume, ma assunto pure una forma irregolarissima e paradossa: e questa dismorfia, notisi bene, avea colpito anche i nuclei del lato sano.

Quanto al nucleus fastigii, il suo studio è collegato con gl'incrociamenti (commissurae cerebellares), che il cerebellum contrae lungo il verme. Sebbene non tutti gli autori siano unanimi nel discriminare, gli uni dagli altri, possiamo, tuttavia, distinguerne i seguenti gruppi:

1°) l'incrociamento dorsale, formato da decussazioni di fibre, le quali hanno luogo dentro la corteccia del verme e decorrono in ciascuno dei suoi lobuletti; esse originano dai fasci cerebellari del midollo spinale e dall'octavus (Edinger);

2°) l'incrociamento medio, formato da fibre decorrenti sopra e fra i nuclei fastigii (incrociamento supra- ed interfastigiale); e che, secondo Edinger, si portano al nucleus mot. tegmenti (ruber e nucleus Deitersii);

3°) l'incrociamento ventrale (infrafastigiale di De Sanctis).

Nel caso nostro ambedue i nuclei fastigii, il destro più del sinistro, presentavano un'estensione areale, minore del normale: le fibrae supra- inter- ed infrafastigiales (cioè quelle costituenti l'incrociamento medio e ventrale) erano pure assottigliate da quest'ultimo lato. Siffatto reperto ci vieta di concludere, con Clarke-Horsley, che al nucleus fastigii arrivino fibre non solo dal nucleus Deitersii, ma anche dal

paleocerebellum (flocculus e verme), perchè l'aplasia del nucleus fastigii potea dipendere o solo da quella dell'uno od a quella dell'altro, o anche del solo emisfero. Ad ogni modo, poichè il nucleus fastigii destro era più aplasico del sinistro (lato della lesione), così è logico ritenere che ambedue (destro e sinistro) sono (in parte) in rapporto con la metà laterodistale, e più specialmente con quella controlaterale del cerebellum; ciò che spiega perchè le supra- e le intrafastigiales fossero più ridotte a destra.

Osserveremo inoltre, che cellule o fibre nervose degenerate non esistevano nella metà destra delle lamelle del verme, il che però non ci autorizza a negare un incrociamento dorsale (cerebellare), poichè parte dei fasci dell'emisfero cerebellare sinistro era ben conservata. Inoltre è da avvertire, che, nel nostro caso, oltre ad essere scomparsi completamente quasi tutti i lobi della faccia inferiore dell'emisfero cerebellare sinistro e parte di quelli della faccia dorsale, lo erano anche alcuni lobuli del verme ventrale. Ora del nucleus dentatus corrispondente erano mancanti soltanto i festoni ventromediali: ciò prova che i rapporti fra il dentatus e la corteccia (cerebellare) sono assai scarsi, a meno non si voglia ammettere che essi esistano a preferenza con il verme dorsale.

Clarke ed Horsley infine ritengono che fibrae semicirculares ext. provengano dal verme e si portino alla corteccia di parti quanto mai vicine degli emisferi cerebellari. Il nostro reperto è poco in armonia con sì fatta ipotesi: poichè, nonostante la distruzione assai estesa dell'emisfero cerebellare sinistro e della scomparsa di buona porzione delle lamelle del verme, tuttavia un numero cospicuo di fibrae semicirculares era ancora conservato, e potrebbe, perciò, supporsi che un contingente delle medesime connetta le lamelle prossimali degli emisferi cerebellari con quelle del verme dorsale (meno lese nel nostro caso).

Il nostro reperto ci mette in grado di discutere separatamente le questioni relative al decorso delle fibre dei peduncoli medio e superiore del cervelletto. E innanzi tutto incominciamo coi *Brachia pontis* (peduncolo medio).

Brachia pontis. — Una vexata quaestio è quella che si riferisce alle connessioni del cervelletto col ponte, attraverso il brachium pontis e, per mezzo di questo intermedio, cogli emisferi cerebrali. È nostra intenzione non di esporre in modo minuzioso la storia delle numerose quistioni che ancora si agitano intorno a sì fatto argomento, ma riassumere lo stato attuale delle controversie, affinchè la nostra opinione sia meglio chiarita.

A questo proposito ricorderemo come, secondo qualche raro scrittore, le fibre del brachium pontis avrebbero un decorso esclusivamente cerebellopetale. Così Maximow sostiene che la lesione del cervelletto non dà luogo ad alcuna degenerazione valleriana del brachium pontis: e che questa si svolge soltanto per la distruzione dei nuclei del pons, attribuendo così ai gangli pontini una dipendenza dal solo cervello. Anche secondo Borowiecki lo sviluppo del grigio pontino dipenderebbe esclusivamente dal cervello e dalle sue connessioni; le cellule pontine si comporterebbero nelle lesioni del cervello, come i nuclei del Thalamus, e quindi sarebbero contingenti del cervello.

Ma queste vedute non sono condivise dai più, i quali credono che i gangli pontini dipendano, in parte almeno, dal cervelletto; ciò è ormai provato da numerose ricerche

praticate sia su animali che sull' uomo. Besta, infatti, ha osservato che negli animali neonati, anche dopo lesione del pons, rimangono conservati alcuni gruppi di cellule e di fibre nervose le quali non possono provenire che dal cervelletto. In un caso di v. Monakow, in cui eravi difetto originario del neocerebellum, la sostanza grigia pontina era atrofica d'ambo i lati. Del pari i bracci e i nuclei del ponte mancavano nel primo caso di Vogt-Aswazaturow, in cui (soltanto) la corteccia degli emisferi del cervelletto non si era sviluppata. Viceversa nel caso di Edinger, in cui eravi un difetto quasi totale del cervello, e perciò delle vie cerebropontine, erano mantenuti i gangli pontini (la subst. grisea) e i bracci pontini erano quasi normali. Lo stesso reperto trovò Zingerle, in un caso di isolamento del ponte dal cervello (Hydrocephalocele). Questi dati dimostrano, in modo sicuro, non solo che gruppi di fibre provenienti dal cervelletto discendono nel brachium pontis, ma anche che contraggono rapporti con le cellule del grigio pontino. Sarebbe peraltro errore dedurne che fibre nervose provenienti dal cervello non scendano nel ponte. Basta ricordare con Brouwer che, dopo l'estirpazione cerebrocerebellare crociata negli animali neonati (ablazione di un emisfero cerebrale e della metà opposta del cervelletto) la scomparsa delle cellule nervose del ponte è più estesa che dopo il taglio del solo pedunculus cerebri o del solo braccio pontino. Altrettanto fu osservato da Mingazzini e Polimanti, prima di Brouwer. Paragonando infatti i risultati delle ablazioni di determinate zone cerebrali e cerebellari, praticate sopra animali adulti (cani), questi autori notarono che l'entità e la topografia dei gruppi di cellule e di fibre degenerate sono diverse, a seconda che la demolizione abbia interessato la zona corticale motrice (regio sigmoidea) o il cerebellum: gli uni non corrispondono agli altri, e per ottenere la scomparsa completa delle cellule ganglionari del Pons, bisogna ricorrere alla demolizione delle due formazioni.

È opportuno peraltro rammentare che i risultati istiologici non sono gli stessi, operando su animali adulti e su neonati. Besta infatti ottenne, negli stessi animali (adulti), dopo lesione degli emisferi cerebellari, necrosi cellulare, ma nessuna diminuzione apprezzabile degli intrecci nervosi: invece negli animali giovani la necrosi era grave, ma non totale, ed eravi un enorme arresto di sviluppo degli intrecci nervosi e delle cellule nervose del piano ventrale del Pons. Anche i bracci pontini mostravano, a seconda l'età, una differenza riguardo al modo di comportarsi: nel periodo postembrionale (e nei neonati anche), essi non degenerarono completamente, come accade nell'embrione, sia asportando il cervelletto, sia distruggendo il pes pedunculi.

Mentre adunque è ormai dimostrato che nell' uomo e negli animali il brachium pontis contiene fibre cerebellofugali e cerebellopetali, ricerche relativamente recenti tendono a stabilire, in parte almeno, anche quali sono i gruppi di cellule nervose del grigio pontino in rapporto con le une e con le altre. Noi ci occuperemo soltanto di questo secondo ordine di neuroni (cerebellofugali). Monakow (e anche Langley e Grünbaum) trovarono che, mentre in seguito ad ablazione del cervello, nei gatti e nei cani, si era svolta atrofia della metà opposta del cervelletto, nel ponte erano rimasti (relativamente) indenni i gruppi mediale e ventrale delle cellule gangliari. Bettoni dimostrò che, dopo l'estirpazione del cerebellum, atrofizzano la pars corticalis dello stratum superficiale omolaterale e i gangli pontini del lato opposto. Orestano trovò nei gatti e cani, dopo una lesione del cerebellum, degenerazione dello

stratum superfic. pontis: onde ritiene che fibre cerebellofugali costituiscono questo strato e che, viceversa, fibre cerebellopetali penetrino nel cervelletto, per mezzo dello stratum complexum e profundum. Egli trovò, però, fibre sparse cerebellofugali nello strato profondo e nel tegmento. Infine Besta riscontrò pure, in seguito ad emiscerebellazione dei cani, degenerazione di fibre (cerebellifughe), che in massima parte costituivano la pars corticalis dello stratum superficiale ed in parte minore gli strati complexum e profundum: essi si seguivano fino al piano ventrale ed al tegmentum del lato opposto.

Anche nell'uomo, ricerche praticate molti anni fa, in casi di atrofia, aplasia e sclerosi cerebellare (casi di Edinger-Neuburger, Mingazzini, Déjérine-Thomas), aveano segnalato che più spiccatamente atrofici erano, in seguito a sì fatte lesioni, lo stratum ventrale (superficiale) delle fibrae transversae del ponte, e le cellule gangliari corrispondenti. Recenti investigazioni hanno però messo in sodo che, nell'uomo anche altri gruppi gangliari della subst. grisea pontis sono in rapporto con le fibre provenienti dal cervelletto. Mingazzini, esaminando sezioni di cervelli umani affetti da atrofia cerebrocerebellare incrociata, stabilì che nell'uomo esistono due catene di neuroni, provenienti dal cervelletto, e che, discendendo al brachium pontis si portano al ponte. La prima catena è formata da neuroni che, come fibrae transversae, si mettono in rapporto con le cellule omo- e controlaterali della subst. grisea pontis; da queste origina un secondo ordine di neuroni, che, trapassata la linea mediana, decorre insieme ai fasci piramidali mediali del ponte, e quindi si porta all'emisfero cerebrale del lato opposto. La seconda catena è costituita da neuroni (fibrae transversae), che salgono nel rafe, e si portano al nucleus reticul. tegm. pontis. Brouwer trovò, in seguito ad hemiatrophia cerebelli sin. congenita nell'uomo, degenerazione delle cellule dei gruppi ventrali e laterali (in quest'ultimo scarsa) del medesimo lato; e dei gruppi paramediale e dorsale di ambedue i lati, più evidente nei due terzi distali di quello che nel terzo prossimale. Parallelamente egli constatò atrofia dello stratum superficiale nei due terzi distali dello stesso lato (sin.) — dello stratum complexum controlaterale lungo il terzo medio — e dello stratum profundum omolaterale lungo il terzo prossimale.

Brun, nel 1° caso (aplasia neocerebellare), rinvenne aplasia totale della sostanza grigia ventrale e laterale, parziale del grigio dorsale (nel terzo distale). Nel 2° caso di Brun (Hypoplasia neocerebellare), era normale la subst. grisea pontis peri- ed intrapeduncolare, ridotte assai le fibre dello stratum profundum e ventrale, scarsa riduzione aveano subìto il grigio dorsale e ventrale, grave invece il grigio paramediale e laterale.

Mashuda, dall'esame di tagli seriali di ponte appartenenti a malati affetti da lesioni cerebellari, ha potuto concludere che le fibre cerebellofugali, decorrenti come fibrae transversae, si possono dividere nei loro rapporti con la subst. grisea pontis, come segue:

1) Alcuni fasci, decorrendo nella parte marginale (pars corticalis) dello stratum superficiale del medesimo lato, si portano alla metà opposta del ponte, ove si mettono in istretto rapporto in parte con il grigio ventrale, in parte col grigio laterale e dorsale.

2) Altri fasci, e soprattutto quelli che corrono sui piani più orali (del ponte), decorrendo nello stratum profundum e complexum, si portano orizzontalmente agli stessi strati del lato opposto, e si connettono col grigio paramediano e peduncolare (in minima parte col grigio dorsale e laterale).

3) Altri fasci, decorrendo nello stratum superficiale, salgono sulla linea mediana e trapassando nello stratum complex. e profundum del lato opposto, si mettono in rapporto prevalentemente col grigio dorsale. Questa porzione corre esclusivamente nei piani caudali del pons, e fornisce un contingente alla formatio reticularis del lato opposto.

Analizzando ora i nostri reperti (tav. II, fig. *g*; tav. VI, figg. *h*, *i*), risalta il fatto che nella estremità distale del pons, quando cioè l'area della portio piramidalis contiene soltanto le vie (piramidali e corticobulbari) procedenti dalle zone pararolandiche, la differenza fra i due fasci piramidali (destro e sinistro) era appena apprezzabile. Ma a misura che si procede con le sezioni prossimali del ponte, mancavano, a sinistra, per tutta la sua lunghezza, i gruppi dorsolaterali e ventromediali dei fasci piramidali; solo nell'estremità prossimale si invertiva il fatto: cioè a destra mancavano fascetti dei gruppi mediali e laterali. Ciò vuol dire che fibre trasversae provenienti, per mezzo del brachium pontis, dal cervelletto (cerebellofugali), si mettono in rapporto nel ponte con gruppi ben determinati di gruppi di cellule della sostanza grigia prima e di fasci piramidali poi i quali prossimalmente s'incrociano. Infatti, a sinistra (lato della lesione), sopratutto distalmente, i due contingenti delle fibre dello stratum superficiale (pars corticalis et subpyramidalis), come pure le fibre dello stratum profundum presentavano una scomparsa ragguardevole di fibre nello stesso lato; le cellule gangliari (e l'intreccio nervoso) della pars subpyramidalis (gruppo ventrale) e dell'area paralateralis erano in parte mancanti, nei piani distali più spiccatamente che in quelli prossimali. Le fibre che da sinistra a destra prendono parte alla decussatio ventralis raphes erano pure diminuite di numero. A destra invece (lato opposto alla lesione) l'area paramediana era assai ridotta, le cellule nervose (gruppo paramediano) e le fibre dell'intreccio nervoso erano in parte mancanti, le cellule dello stratum dorsale erano in piccola parte diminuite, e mancavano pure le fibre laterali del raphe tegmentale, lungo il suo terzo distale. Abbiamo infine, nell'analisi dei reperti, dimostrato come a destra le fibre del quinto mediale del pes erano in parte aplasiche, in parte degenerate, e ridotte anche quelle del quinto laterale del medesimo. È quindi logico dedurre che esistono nel brachium pontis fibre cerebellofugali formate da 4 categorie (catene) di neuroni (schema della fig. 27).

1ª Categoria). Neuroni costituenti fibre che si mettono in rapporto colle cellule del gruppo paralaterale omolaterale; da esse originano parte delle fibre dello stratum profundum continuantesi con fibre del gruppo dorsolaterale dei fasci piramidali; e queste alla loro volta incrociandosi si portano al quinto mediale del pes controlaterale.

2ª Categoria). Neuroni costituenti fibre dello stratum superficiale (pars corticalis e subpyramidalis) che si sfioccano intorno alle cellule nervose del gruppo ventrale omolaterale; da queste originano neuroni che dànno origine ai gruppi ventromediali dei fasci piramidali, i quali incrociandosi nella linea mediana, si portano come fibre dello stratum superficiale del lato opposto e poi al quinto laterale del pes pedunculi.

3ª Categoria). Neuroni costituenti fibre della pars corticalis, che, dopo aver preso parte alla costituzione del gruppo ventromediale dei fasci piramidali, passano traverso l'estremità ventrale del raphe (decussatio ventralis), per sfioccarsi intorno alle cellule dell'area pramediana del lato opposto: da questo originano fibre che con decorso obbliquo dal basso all'alto si portano alle fibre dello stratum profundum controlaterale prima e poi al quinto laterale del pes.

4ª Categoria). Fibre che terminano intorno alle cellule nervose (contingente tegmentale) dell'area paramediana del lato opposto: dalle quali originano fibre che si portano, ascendendo nel raphe (controlaterale), al nucleus reticul. e alla form. reticul.

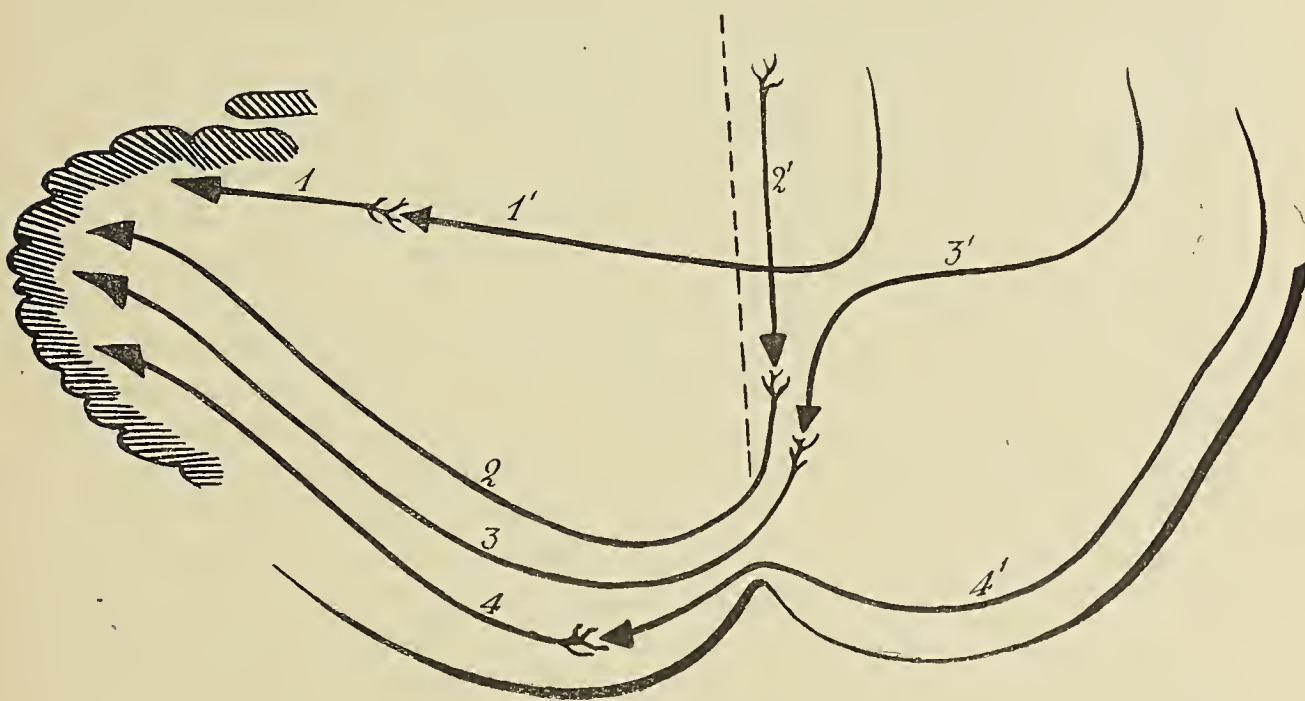



Fig. 27.

Il nostro reperto coincide quindi, in parte almeno, più con quello di Brouwer che con quello di Mashuda; ed è in perfetta antitesi col reperto di Uemura, secondo il quale il grigio ventrale del ponte sarebbe in rapporto nell'uomo, soltanto con la metà opposta del cervelletto. Quanto all'ulteriore decorso delle fibre ascendenti nel raphe, è opportuno ricordare come Anton-Zingerle, Mingazzini e Brouwer videro le cellule del nucleus reticul. tegmenti pontis scomparire e degenerare nei difetti unilaterali cerebellari, dal lato opposto, alla lesione; Brouwer anzi trovò che questa scomparsa era limitata alla porzione ventrale. Nel 2° caso di Brun (Hypoplasia neocerebellaris), il nucleus reticul. tegm. pontis era integro, salvo nelle cellule più ventrali e lungo il terzo frontale. Anche il reperto del caso presente, in cui era evidente la scomparsa (distalmente) di parte delle fibrae rectae del raphe e delle cellule del nucleus retic. tegmenti pontis di destra (solo della parte ventrale), fa ritenere che esse fibre terminino, come alcuni opinano, nel nucleo in parola (propriamente in quello controlaterale). Anche

Besta, nei cervelli dei cani emiscerebellati trovò che le cellule ventrali del nucleus reticularis tegmenti si atrofizzano e scompaiono, se la lesione cerebellare è stata praticata in neonati. Mashuda sembra disposto ad ammettere perfino che alcune delle fibre cerebellofugali decorrenti attraverso le fibrae rectae del raphe, giungono anche nel Thalamus; concetto che il nostro reperto non ci mette in grado di confermare.

Qui non si può passare sotto silenzio quanto sostiene quest' ultimo autore: cioè che, in seguito a focolai morbosi delle porzioni caudali del cervelletto degenerano porzioni dei segmenti frontali del grigio pontino mentre nelle offese della porzione frontale del cervelletto degenera il grigio della porzione caudale. Sì fatta dottrina non istà in armonia coi risultati da noi ottenuti: qui, la mancanza colpiva a preferenza la metà caudale dell'emisfero cerebellare di sinistra; eppure la scomparsa di una parte delle cellule della subst. grisea pontis era ugualmente intensa, specialmente nel gruppo paramediano sinistro, tanto lungo la porzione caudale quanto lungo quella frontale.

Tali risultati concordano in generale con quelli, ai quali sono giunti Mingazzini e Polimanti, in seguito ad ablazioni (sperimentali) crociate del cervello e del cervelletto nei cani. Da questi emerge che in siffatti animali, il sistema delle fibre cerebellocerebrali è formato da diverse catene di fibre, che decorrono nei due terzi mediali del braccio pontino. Una catena consta di fibre che si sfioccano intorno alle cellule nervose dell'area paralateralis, dalle quali originano fibre che come stratum profundum salgono nel raphe tegmentale. Due altre catene constano di fibre che, come contingenti dello stratum complexum e superficiale, si portano alle cellule del gruppo paramediano del lato opposto, ed alle cellule dello stratum superficiale dello stesso lato. Secondo gli AA. dalle cellule del primo gruppo originano fibre che si portano al tegmento del lato opposto; e dal secondo si sprigionano fibre che decorrono lungo determinate aree del pes, fino all'emisfero cerebrale controlaterale.

Mentre adunque non rimane più alcun dubbio intorno alla esistenza di vie cerebellofugali (nell'uomo e in alcuni animali) le quali si mettono in rapporto con determinati gruppi cellulari della subs. grisea pontis e del tegmento, altrettanto non si può ripetere per la esistenza dei fasci, che originando dai detti gruppi, salgano incrociandosi, lungo circoscritti fasci del pes, fino al talamo o all'emisfero cerebrale del lato opposto. Mingazzini ha sostenuto, già da molti anni, che esistono anche nell'uomo vie cerebellocerebrali (tractus cerebello-pontini e ponto-cerebrali), le quali dopo aver subìto un interruzione nelle cellule del grigio pontino, decorrono in gruppi di fibre del sistema piramidale del ponte e poi nel pes pedunculi del lato opposto. Questi reperti sono stati anche segnalati da altri autori. Brun, nel 1° suo caso di aplasia neocerebellaris, trovò scarsezza di mielinizzazione della via frontale e temporale del pes. Mashuda rimase perplesso nell'ammettere che vie cerebellofugali dal pons si portino lungo il pes alla corteccia cerebrale: tuttavia finì per ritenere che ciò sia possibile. Trovò infatti in un caso di lesione di un' intera metà del ponte che la scomparsa delle fibre si continuava, oltre la lesione, non solo nel brachium pontis ma anche nel peduncolo cerebrale. E Besta afferma che gli ulteriori rapporti delle cellule del grigio ventrale del ponte, alle quali arrivano le fibre cerebellifughe (nei cani) sono un po' oscuri: però non osa decidere se esse rappresentino il punto di partenza di fibre risalenti al cervello o abbiano altra destinazione ignota. Brouwer peraltro obbietta, che col

metodo di Marchi, non si sono osservate, in seguito ad ablazioni cerebellari, alterazioni di sorta nel pes. Disgraziatamente queste indagini sono state praticate sugli animali ed è pericoloso tanto nel campo fisiologico, quanto in quello morfologico ed anatomico, applicare ad una specie di animali i risultati ottenuti da ricerche fatte sull'altro (specialmente per quanto concerne il sistema nervoso). D'altra parte il fatto, che degenerazioni ascendenti nel pes dipendenti da lesioni cerebellari sono rare in confronto delle degenerazioni discendenti, si può spiegare, considerando che verosimilmente nelle aree estreme del pes, il numero delle fibre cerebellofugali è più limitato delle cerebellopetali; onde la facilità che, coi metodi ordinari e con un'osservazione un po' fugace, la scomparsa di fibre passi inosservata. Inoltre, è noto che, data una lesione cerebellare, gli effetti siano diversi, a seconda il periodo di vita: più embrionale è il periodo della lesione, più ne risentiranno le vie cerebellofugali. E poichè, nel caso attuale, alla scomparsa dei gruppi ventromediali e dorsolaterali dei fasci piramidali del pons a sinistra avea tenuto dietro una riduzione abbastanza spiccata, a destra, e prossimalmente, dei fascetti mediali e laterali dei fasci stessi come pure delle fibre del quinto mediale e (lieve) del quinto laterale del pes di destra, è ovvio concludere che in corrispondenza dell'estremità prossimale del pons, i due gruppi di fibre del ponte testè nominati si incrocino per continuarsi rispettivamente nelle aree estreme (laterale e mediale) del pes del lato opposto. Infine, abbiamo notato come i due quarti ventrali delle fibre del segmento anteriore della capsula int. destra avessero subìto un'evidente aplasia. È perciò razionale ammettere che per lo meno fibre decorrenti nell'area mediale del pes si portino lungo detta porzione della capsula, fino alla corteccia del lobo frontale. L'obiezione di Mashuda, cioè che il segmento anteriore della capsula interna nei casi di lesione dell'emisfero cerebellare del lato opposto sia sempre integro non regge perciò dinanzi al caso nostro. Per altro non vogliamo tacere come, secondo alcuni, fibre del fascio rubrocorticale entrerebbero a far parte del detto segmento della capsula int. E noi non abbiamo argomenti per negare che ciò possa essere accaduto nel caso nostro, in cui il nucleus ruber destro avea subìto un'evidente riduzione; Monakow per altro fa osservare come queste supposte fibre rubrocorticali non possono essere in ogni caso che assai scarse.

Facciamo inoltre delle riserve circa le fibre decorrenti nel quinto laterale del pes, poichè è verosimile che la loro aplasia sia dipesa da quella del segmento retrolenticolare della capsula interna; come abbiamo già veduto, proprio al posto di questo segmento (tav. VIII, fig. *n*) eranvi manifesti segni di pregressi processi flogistici (frammenti di fibre nervose, di vasi neoformati ecc.). È evidente che a ciò deve aver contribuito esclusivamente il fattore meccanico, in quanto la formazione ammonica destra, spostata in avanti e lateralmente dalla ipertrofia del cerebellum destro ha dovuto evolversi in senso verticale, in modo che, giungendo in alto, al di fuori del pulvinar, fra questo e la parete del ventricolo laterale, ha impedito parzialmente la formazione di detta parte (retrolenticulare) della capsula interna.

I precedenti risultati sono integrati anche da ricerche anatomocomparate. Secondo gli studî dello Hatschek, infatti, lo sviluppo dello stratum superficiale (delle fibrae transv. pontis), procede pari gradu non con quello del cervello ma piuttosto con quello del cervelletto. Nel Delphinus, p. es., in cui il cervelletto è di grandezza considerevole, lo

stratum complexum è assai sottile e lo stratum superficiale quanto mai robusto; e ciò è in armonia, secondo questo autore, con l'ipotesi, che in questo mammifero deve essere assai sviluppato il sistema cerebellofugale, filogeneticamente più antico e rappresentato appunto dallo stratum superficiale. Il quale, portandosi esclusivamente alla regione del tegmento, agirebbe e pei suoi rapporti con le vie motorie discendenti, come centro regolatore dell'equilibrio e del movimento. Invece nella Foca, mammifero acquatico più giovane, sono sviluppati non solo lo stratum superficiale ma anche il profundum e il complexum, elementi cioè del sistema filogeneticamente più recente (cerebropontino). Nei mammiferi elevati, in genere, con la relativa riduzione dello stratum superficiale va indietreggiando il numero delle fibre cerebellofugali del braccio del ponte, rispetto alle fibre cerebellopetali. Tuttavia anche nelle scimmie, nelle quali esistono tutti e tre gli strati [per lo meno nelle specie da me esaminate (Macacus, Cercopitecus, Cynocephalus)], lo stratum superficiale è quello relativamente meglio sviluppato; laddove gli altri due (strati) sono rappresentati da deboli e sottili fascetti di fibre. Solo nell'uomo, nel quale le connesioni crociate fra cervello e cervelletto assumono un'estensione quanto mai considerevole, si trova uno sviluppo cospicuo di tutti e tre gli strati (superficiale, complexum e profundum). Dagli studî di Hatschek si deduce pure che il sistema dei gangli pontini è più recente e va sempre più crescendo nella scala (ascendente) della filogenesi, a misura che si evolvono gli strati complexum e profundum, e con loro. il volume dei brachia pontis. Queste considerazioni ci mettono in grado di confermare sempre più il concetto, che alcuni strati (parte del superficiale e del profundum) delle fibrae transversae sieno a preferenza di origine cerebellare; mentre altri (il complexum e un contingente degli altri due strati) con i rispettivi gruppi gangliari, abbiano prevalentemente un'origine cerebrale.

Ma avendoci gli studî di Hatschek insegnato il modo di comportarsi dei tre strati delle fibre transversae nei principali mammiferi, possiamo meglio comprendere, alla luce della legge di Müller-Häckel, la ragione della cronologia con cui si mielinizzano gli strati suddetti. Difatti da ricerche praticate da Mingazzini risulta che la mielinizzazione delle fibrae transversae pontis nell'uomo non è uniforme. In un primo periodo assumono la mielina quasi tutte le fibre dello stratum superficiale, specie distalmente, come pure alcune (sottili) fibre del profundum (comprese le fibrae rectae del raphe) e del complexum (le più antiche nella filogenesi); mentre il resto, cioè la massima parte del complexum e del profundum, le più recenti nella filogenesi, si rivestono di mielina più tardi. Queste vedute delucidano quanto fu osservato da Anton-Zingerle nel pes pedunculi nel loro caso di atrofia del cervelletto. Essi hanno qui notato che, in tutto il loro decorso, i brachia pontis erano completamente degenerati fino ai più piccoli fascetti: ma lo erano anche le fibre del quinto mediale e laerale (del pes). Era naturale quindi che si facessero la dimanda, perchè la fibratura che, secondo questi autori, decorre esclusivamente in senso cerebellopetale (discendente), non fosse invece tutta mielinizzata. Per rispondere a sì fatto quesito, essi hanno dovuto ricorrere ad un postulato, supponendo cioè che il cervelletto eserciti un'influenza sullo sviluppo delle vie provenienti dal cervello (dall'emisfero cerebrale); e che la mancanza di tale influsso abbia avuto per effetto la non avvenuta mielinizzazione di sì fatte vie. Peraltro, ciò si risolve in fondo in un secondo postulato, che aspetta ancora

una conferma anatomica: sapere cioè per quale via conosciuta sì fatta influenza venga esercitata. In verità gli stessi autori riconoscono che per la degenerazione del sistema dei gangli pontini e delle vie cortico-pontine le cose si comportano nel feto in modo diverso che nell'adulto. In quest'ultimo (adulto), come già sopra abbiamo avvertito, in seguito alle lesioni cerebellari, si ottengono alterazioni parziali nel grigio pontino controlaterale, senza che ne soffrano le vie cerebropontine. Invece, nei difetti del cervello di origine fetale (Edinger) e con conservazione del cervelletto, l'offesa colpisce solo le vie corticopontine, ma il grigio pontino e i bracci pontini rimangono illesi. Per spiegare questa antitesi dei risultati fra gli effetti dipendenti dai difetti cerebrali e dai difetti cerebellari Anton e Zingerle suppongono che nel periodo fetale, il cervelletto sia l'organo terminale dominante di una catena di neuroni, i membri della quale degenerano, se viene a mancare l'influenza trofica; invece negli adulti, l'influenza cerebellare non sarebbe così efficace, poichè si formano nuovi rapporti sotto i quali l'influenza del cervello acquista un significato speciale. Ciò spiegherebbe pure perchè le ablazioni embrionali e quelle postembrionali del cervelletto non producono le stesse conseguenze sulla substantia grisea pontis. Secondo Anton e Zingerle cioè, avrebbe luogo, nella vita extrauterina, uno spostamento dei rapporti trofici dal cervelletto al cervello, lo che sta in rapporto con l'accrescimento delle potenti vie corticopontine, in quanto che un contingente del grigio pontino, in origine esclusivamente cerebellare, si trasforma col progredire del cervello, in contingente cerebrale. Come si vede, questi autori sono obbligati a passare da ipotesi ad ipotesi, per ispiegare un fatto che sotto la luce delle nostre vedute riesce subito chiaro. Ammettendo cioè che esistano nel brachium pontis vie cerebello-fugali (cerebello-pontine e ponto-cerebrali), può ritenersi che esse terminino nella corteccia cerebrale, e che quivi, le loro estremità si mettano in rapporto (diretto o indiretto) coi neuroni cerebellopetali, decorrenti nei due quinti estremi del pes, e dei quali sarebbero gli stimolatori: onde alla mancanza dei primi seguirebbe anche quella dei secondi.

Come appendice alla sintesi dei reperti del ponte, sarà conveniente rammentare il modo di comportarsi dei nuclei laqueares. Mashuda ammette che la metà orale (prossimale) delle cellule e dell'intreccio nervoso del lemnisco mediale (nucleus laquearis medialis) rimane intatta nei difetti del cervelletto dal lato opposto; ma degenera invece nelle lesioni (della metà caudale) del lemnisco mediale. Ciò non è esatto, perchè riduzione del nucleus laquearis medialis et lateralis fu trovata dal Brun nel (2°) caso (Hypopl. neocerebellaris). Nel nostro caso, invece, questi nuclei erano integri; ciò che parla piuttosto per un rapporto dei medesimi col lemniscus principalis, e non con il cervelletto, come vuole Uemura, nel caso del quale (atrofia hemicerebellaris) essi erano in parte degenerati dal lato opposto alla lesione.

Aggiungeremo infine che nel loro terzo mediale le cellule della substantia nigra erano notevolmente ridotte e scarse di pigmento: in corrispondenza cioè della porzione prevalentemente aplasica (mediale) del pes. Non è qui il caso d'insistere sui rapporti della subst. nigra con le fibre del pes, sui quali quasi tutti sono d'accordo; peraltro, ci preme di rilevare come qui l'aplasia della medesima non si possa mettere in rapporto con lesioni o deficienze della corticalità cerebrale, integra nel nostro caso, e dalla quale alcuni sostengono che la substantia nigra abbia esclusiva dipendenza,

Pedunculus cerebelli supremus. Non meno importanti dei precedenti sono le alterazioni subìte dal pedunculus cerebelli supremus. Sulle origini e sui rapporti delle fibre di questo fascio le discussioni sono tutt'altro che chiuse; uno dei punti più controversi concerne la direzione delle medesime. Alcuni, infatti, opinano che nel br. conjunctivum decorrono fibre cerebellopetali provenienti (Dejerine-Mahaim) o dal nucleo rosso, o (Mingazzini) dal thalamus. Esse però sono negate, sebbene da pochi, come ad es. da Thomas, e da Komonova, i quali sostengono che nelle atrofie crociate cerebrocerebellari, la riduzione del thalamus, come pure del dentatus e dell'embolus (del lato opposto) sono da interpretarsi come dipendenti da atrofia retrograda. Quanto alle fibre cerebellofugali, delle quali nessuno dubita, esse proverebbero, secondo alcuni, dal dentatus e dagli altri nuclei del cervelletto (Edinger, Probst, Köstermann, Anton-Zingerle) e secondo altri dalla corteccia cerebellare (Besta). Contro quest'ultimo concetto parlano i reperti anatomo-patologici: così in un caso (Déjérine-Thomas) di atrofia dell'intera corteccia cerebellare (e non del dentatus), il brachium conjunctivum si trovò intatto, mentre pons e restiforme erano assai atrofizzati.

Il nostro reperto non ci fornisce elementi per decidere se le fibre cerebello fugali del brachium conjunctivum provengano dalla corteccia cerebellare piuttosto che dal dentatus. Però, se si riflette che a sinistra la prima era in gran parte scomparsa e che notevolmente aplasico era il brachium conjunctivum, mentre il dentatus lo era relativamente meno, si deve ritenere che il fascio in parola abbia un'origine prevalentemente corticale (cerebellare). Lo stesso reperto dimostra pure come una parte considerevole del brachium conjunctivum abbia una direzione cerebellofugale, dappoichè nei tagli in serie si segnalava una vera e propria mancanza assai considerevole di fibre nervose.

Ora, è noto, come le fibre del pedunc. cereb. supr. si possano distinguere (Anton-Zingerle; in una parte principale ed' in parti accessorie.

Queste ultime, sono, secondo alcuni, formate:

a) dalla commissura di Bechterew, le cui fibre decorrendo nella parte ventrale del fascio, congiungerebbero i nuclei posti nell'angolo (laterale) della fossa romboidale. In sostegno di questa tesi, Anton-Zingerle trovarono nel loro caso (di atrofia cerebellare) un piccolo rudimento del brachium conjuntivum il quale originava a sua volta dei piccoli resti del nucleus dentatus e forse anche del nucleus angularis. Ciò concorda pienamente con le degenerazioni postembrionali del brachium conjunctivum ottenute da v. Monakow. Il nostro reperto non contradice al concetto che anche il nucleus angularis rappresenti un punto di origine del brachium conjunctivum, poichè l'una e l'altra formazione erano parzialmente aplasiche;

b) dal fascio uncinato, il quale principalmente origina dal nucleus fastigii, per poi portarsi al tegmentum pontis et Oblongatae. Nel caso nostro questo fascio era a sinistra alquanto ridotto e tali erano pure i nuclei fastigii;

c) da un piccolo fascetto che si porta nel mesencefalo, fino al nucleo del III pajo (Edinger): nel quale però non abbiamo trovato alcun'alterazione;

d) infine fibre del brachium si porterebbero indietro attraverso il tegmento pontino, per scomparire nei nuclei reticulares tegmenti pontis (Edinger). Nel nostro caso, eravi sì una lieve riduzione di questo nucleo a destra (controlaterale rispetto alla

lesione): per altro, è più verosimile che ciò dipendesse dall'aplasia delle fibre ascendenti del brachium pontis (vedi sopra).

Ma la parte principale dei peduncoli cerebellari superiori è formata, per unanime consenso, dai bracci congiuntivi in sensu strictiori. Che un contingente considerevole di questi ultimi termini nel nucleo rosso è ormai accettato come indiscutibile. Tuttavia rimane ancora insoluta qualche quistione, che si riferisce a più particolari rapporti. Ricorderemo qui che Anton e Zingerle, nel loro caso di atrofia cerebellare, trovarono conservata solo una porzione dei nuclei rossi. Questi erano raccorciati in senso antero posteriore; le fibre nervose e le cellule gangliari erano in numero minore che nei normali; la capsula midollare più sottile e più povera di fibre che normalmente, specialmente nella porzione laterale e caudale. Molto evidente era l'irradiazione tegmentale, normale l'incrociamento (ventrale) di Forel; ed in tutti i punti corrispondenti al decorso del fasc. rubrospinalis fino al midollo spinale, non era riconoscibile una degenerazione. Nel 2° caso di Brun (Hypoplasia neocerebelli) eravi nel ruber riduzione generale di volume e povertà di fibre, specie nelle porzioni caudali.

Più particolarmente si sono occupati dei rapporti del nucleo rosso Monakow e Lassalle-Archambault. Secondo gli studî di quest'ultimo autore, il nucleo rosso riceve irradiazioni corticali (corticorubrali) dalle più diverse regioni (frontale, opercolare e temporale) dell'emisfero cerebrale. Le fibre che traggono la loro origine dal lobo frontale, passano per il braccio anteriore della capsula interna e per la regio subthalamica e terminano nel segmento anteriore del nucleus ruber, prendendo rapporto sopratutto con le zone marginali dorsomediali e dorsolaterale. Le fibre che procedono dalla regione operculo-centrale, si portano al nucleo rosso, traversando il braccio posteriore della capsula interna e il campo occupato dalle radiazioni della calotta; esse si irradiano nel segmento medio del nucleo rosso ed entrano in relazione soprattutto con le porzioni dorsolaterale e ventrolaterale della capsula int. Le fibre che provengono dalla faccia mediale del lobo temporale, passano per il segmento sublenticulare della capsula int. e per il campo triangol. di Wernicke, si esauriscono nel segmento posteriore del nucleus ruber, prendendo rapporto sopratutto con le zone marginali dorsomediale e dorsolaterale. Si deduce adunque dalle ricerche testè accennate che le irradiazioni rubrali, frontali, operculocentrali e temporali (cioè le corticali), terminano in quasi tutta la zona dorsale della capsula midollare, in buona parte della zona laterale ed un poco anche in quella mediale del nucleo rosso.

Nel nostro caso, rimanevano intatte della capsula midollare del nucleo rosso di destra la porzione dorsale e quasi tutta la laterale (tav. IX, fig. *p*) appartenenti secondo i due citati autori, al contingente corticale e talamico. Mancavano invece in parte, alcuni gruppi di cellule nervose del nucleo stesso, e propriamente quelli situati in vicinanza della periferia dorsale e laterale e prossimalmente anche gruppi centrali: mancavano, quasi in toto, le fibre della zona ventrale della capsula midollare, in parte quelle della zona mediale ed in parte minima quelle della laterale (sopratutto nella metà caudale) della medesima. La riduzione delle prime due zone della capsula è spiegata dal fatto che, secondo Monakow, il contingente delle medesime è costituito da fibre romboidali, delle quali fa parte il fascio rubrospinale, ridotto a sinistra nel nostro caso. Infine, i reticoli nervosi e le fibrille formanti

l'impalcatura grigia e il midollo centrale erano, soprattutto distalmente, in parte mancanti nel nucleo rosso di destra. Ciò conferma che le fibre del contingente cerebellare del brachium conjunctivum si sparpagliano nella impalcatura grigia del nucleo rosso non solo lungo la metà caudale del nucleo principale (Monakow), ma (in armonia con il reperto di Brun e di Uemura) anche nella metà prossimale. La mancanza di cellule nervose in determinate zone del nucleo rosso di destra (distalmente sopratutto le dorsali, prossimalmente anche le centrali), concorda con il fatto che (Monakow), cellule grandi e piccole del ruber sono in rapporto stretto con le fibre del conjunctivum (atrofizzano in seguito a lesione del medesimo). In genere, sembra non vi sia un rapporto parallelo fra l'aplasia dei varî segmenti della capsula midollare e quelli delle cellule nervose corrispondenti. Ad ogni modo, si può concludere che nel ruber le cellule nervose periferiche, specie distalmente, e quelle centrali prossimalmente sono a preferenza in rapporto con il contingente cerebellare.

Questa parte del nostro reperto concorda solo in parte con quello di Anton-Zingerle. Nel loro caso (di atrofia cerebellare) essi videro i nuclei rossi rimpiccioliti in direzione antero-posteriore; e la capsula midollare più assottigliata e contenente un numero di fibre minore del normale, specie in corrispondenza del segmento laterale della medesima (nelle sezioni caudali), il quale invece, era, nel nostro caso, quasi in toto conservato. Dai nostri risultati si inferisce del pari, che l'irradiazione tegmentale del ruber non può ascriversi a fibre di origine cerebellare, poichè essa era anche a destra del tutto integra: tale la riscontravano pure nel loro caso di atrofia cerebellare Anton-Zingerle.

Quanto noi abbiamo segnalato ci permette di dare una base anatomica al concetto vagheggiato da Lewandowski, e che noi abbiamo pure discusso; cioè come possa esservi una via riflessa formata dal brachium conjunctivum, dal nucleo rosso controlaterale; dall'incrociamento di Forel, e dalla via rubrospinale omolaterale al brachium conjunctivum. Difatti qui, all'aplasia parziale del nucleo rosso destro facea seguito la scomparsa di buona parte di fibre dell'incrociamento di Forel, che da destra si portano a sinistra (fig. 28), di alcune fibre del fasciculus rubrospinalis di sinistra, l'area del quale da questo lato, era diminuita, sebbene lievemente, anche lungo il ponte e il bulbo.

Se anche nel midollo spinale fosse assottigliato quest'ultimo fascio, è difficile giudicare, perchè qui vi era una sensibile diminuzione dell'area (insieme a rarefazione, del fascio piramidolaterale destro, da cui non è facile topograficamente discriminare quella del fascio in questione, sopratutto adoperando le colorazioni con l'ematossilina.

Le ricerche sul modo di comportarsi del brachium conjunctivum, non possono disgiungersi da quelle della commessura di Werneckink. Ora, già da tempo, lo studio dei preparati di sezioni di encefali di uomini mancanti di una parte del cervelletto, o di cani e di macachi emiscerebellati, ha permesso al Mingazzini di stabilire che il modo di incrociarsi delle fibre del braccio congiuntivo, lungo la commissura (ipposideriforme) di Werneckink, ha luogo in due diversi modi, a seconda si tratta del segmento dorsale e del medio, oppure del ventrale; dappoichè le fibre dorsali e medie, costituenti la porzione massima, s'incrociano in direzione obliqua dall'alto al basso (dorsoventrale), mentre quelle ventrali si decussano, in direzione pressochè trasversale,

Ora, nel caso presente, erano conservate tutte le fibre della commessura decorrenti da destra verso sinistra; invece, quelle decorrenti da sinistra a destra mancavano, eccetto quelle del segmento ventrale (tav. VII, fig. *k*). È quindi logico concludere che il contingente delle fibre cerebellofugali decorre nel segmento dorsale e medio della commessura di Werneckink; e che le (supposte) fibre cerebellopetali discendono quasi tutte nella porzione ventrale. Tuttavia questa conclusione dev'essere accettata sotto riserva, poichè si potrebbe anche supporre che la porzione ventrale della commessura dovesse la sua integrità ai fasci del brachium conjunctivum rimasti integri lungo tutto il loro decorso. Conviene ricordare che alcuni autori come Uemura, sostengono che le fibre del brachium conjunct. giungono, oltre il nucleus ruber, fino nei nuclei (del talamo) medialis *a* e *b*, nel ventralis *a*, e nelle laminae med. interna atque externa. Appunto nel caso nostro, a destra tutte queste formazioni erano bene sviluppate.

In seguito all'aplasia del braccio congiuntivo sinistro, si è quindi avuto: a *sinistra* (lato della lesione), riduzione del nucleus albus e della massima parte delle fibre della commessura di Werneckink; a *destra*, riduzione o mancanza di alcuni gruppi cellulari del ruber, di determinate parti della rispettiva capsula midollare da destra a sinistra, dell'incrociamento ventrale di Forel e a sinistra del tractus rubrospinalis.

Quanto poc'anzi abbiamo esposto ci permette di discutere la questione dei così detti contingenti cerebellari. Con siffatta denominazione si devono intendere formazioni, lo sviluppo delle quali dipende dal cervelletto. Anton e Zingerle hanno notato che, nell'epoca embrionale, esse possono discriminarsi in due categorie:

a) Formazioni grigie, che sono soltanto *in parte* sotto l'influenza trofica del cervelletto, e cioè: le colonne di Clarke, i nuclei rossi, la porzione mediale (interna) dei nuclei del cordone laterale, e i nuclei vestibolari.

b) Formazioni grigie che dipendono *esclusivamente* dal cerebellum; vi apparterrebbero (totalmente) i nuclei grigi del pons (e loro omologhi); i nuclei arciformes e le olivae inferiores.

Ora, Anton e Zingerle fanno osservare che dette porzioni (o contingenti) cerebellari dell'epoca embrionale non corrispondono a quelle del periodo extrauterino. Infatti, secondo Monakow, distruggendo i peduncoli cerebellari medii nell'adulto, si trova, in seguito a lesione del brachium pontis, degenerazione sì, ma incompleta del grigio pontino del lato opposto; viceversa, alla degenerazione del restiforme tiene dietro quella delle olive inferiori e della sostanza grigia dell'JAK e del nucleo del cordone laterale omolaterale. Secondo Anton-Zingerle, questo diverso modo di comportarsi è suscettibile solo parzialmente di spiegazione. Opinano essi che se cioè nell'adulto le alterazioni del grigio pontino non sono complete, ciò dipende dal fatto che una parte viene a mettersi sotto l'influenza del cervello. Se invece il nucleo del cordone laterale rimane ben conservato, la causa deve ricercarsene nel fatto che esso, isolato prima quasi totalmente, si mette più tardi in rapporto con altre parti cerebrali: Anton-Zingerle non si permettono dare alcun giudizio sull'integrità, nel loro caso, delle colonne di Clarke.

Del pari questi autori notarono delle differenze nel modo di comportarsi delle degenerazioni secondarie delle fibre cerebellari, a seconda trattisi di una lesione embrionale o postembrionale. Osservarono essi che, nel loro caso di atrofia cerebellare

(embrionale), erasi svolta una degenerazione del pedunculus cerebelli superior proporzionale al difetto, ed era rimasto solo un piccolo rudimento del brachium conjuntivum, che originava dai piccoli resti del dentatus e forse anche dal nucleus angularis; ciò corrisponde alle degenerazioni postembrionali (in seguito a lesione del dentatus). Anche i peduncoli cerebellari medî, nel loro caso, erano degenerati completamente: e in ciò differivano da quanto si osserva nella degenerazione consecutiva all'ablazione del cervelletto nell'adulto, la quale, secondo Edinger, non è completa. Inoltre, eravi una degenerazione completa delle vie cortico-pontine; il che nell'adulto non si verifica mai. Per ispiegare quest'ultimo reperto, essi ammettono che nella vita extrauterina abbia luogo uno spostamento di rapporti trofici dal cervelletto al cervello: lo che starebbe in rapporto con l'accrescimento delle vie cortico-pontine: una porzione esclusivamente cerebellare delle fibre del braccio pontino, cioè, si trasformerebbe con l'accrescersi del cervello, in una porzione cerebrale. Nelle pagine precedenti abbiamo sottoposto ad una lunga critica sì fatta opinione, che non ci sembra possa essere sostenuta. Quanto al restiforme, Anton-Zingerle non trovarono differenze fra adulto ed embrione, per quanto concerne gli effetti dell'alterazione di questa formazione.

I nostri reperti ci mettono in grado di confermare in buona parte i risultati a cui sono giunti i due autori testè ricordati. Circa le formazioni cerebellari grigie (embrionali) « parzialmente » dipendenti (secondo questi autori) dal cerebellum, abbiamo veduto come a sinistra le cellule della colonna di Clarke ed i nuclei vestibolari a destra, il nucleo rosso e i nuclei dei cordoni laterali d'ambo i lati, fossero in parte aplasici; tali risultati armonizzano quindi anche con quelli dei detti autori. In quanto alle formazioni grigie dipendenti « esclusivamente » dal cervelletto, parrebbe che dai nostri reperti si possa dedurre che i nuclei arciformes e le olivae inferiores non ne sieno completamente dipendenti; perchè nè l'una nè l'altra di queste due formazioni erano degenerate o scomparse completamente (dal lato opposto). Ciò peraltro trova spiegazione nel fatto che il restiforme, distalmente più che prossimalmente era in buona parte conservato. Circa la subst. grisea pontis, la quale nel nostro caso era in parte conservata, si può ritenere che dipendesse dalla integrità degli emisferi cerebrali e non dalla porzione del cervelletto sinistro rimasto immune.

Quanto ai peduncoli cerebellari, ricordiamo che nel nostro caso il restiforme sinistro era per due terzi circa integro, specialmente prossimalmente; è quindi logico dedurne che esso provenga, in massima parte, dalla porzione mediale e prossimale (integra) dell'emisfero cerebellare. Si è, inoltre, rinvenuto che i peduncoli cerebellari superiore e medio di sin. aveano subìto un'enorme aplasia; perciò devesi ritenere che provengano in massima parte dalla porzione laterale e distale dell'emisfero cerebellare e da parte del verme (ventrale). Inoltre, l'aplasia dei pedunculi cerebellari superiori ed inferiori, essendo proporzionali al difetto (cerebellare), in nulla diversifica, in armonia col caso di Anton-Zingerle, da quanto si verifica nell'adulto. Non può dirsi altrettanto del pedunculo cerebellare medio, del quale era conservato un contingente troppo modesto. Perchè l'alterazione delle fibre del brachium pontis in seguito a lesioni nel cerebellum, non sia uguale nei due periodi (embrionale e postembrionale), è stato oggetto di considerazione nelle pagine precedenti.

Il nostro reperto fornisce anche qualche elemento per trattare del significato da dare all'ipertrofia di alcune formazioni dell'encefalo, segnalata nel corso della descrizione dei tagli. A questo proposito è bene rammentare come i processi compensativi del sistema nervoso (i quali si rendono evidenti con l'ingrossamento [aumento numerico] di gruppi di cellule o di fasci di fibre), diventano sempre più evidenti secondo Bickel, a misura che si ascende nella serie zoologica, e sono perciò nell'uomo più estesi che negli altri animali. Esempî di tal fatta, abbastanza convincenti, sono acquisiti alla scienza. Così è stato osservato, in seguito a distruzione sperimentale del thalamus, l'ingrossamento del caudatus (D'Abundo). Del pari in un caso di emiplegia infantile destra, consecutiva ad una enorme atrofia della via piramidale destra nel tronco dell'encefalo, Marie e Guillain trovarono ipertrofia delle fibre del pes pedunculi e del ponte di sinistra. E molteplici reperti ci hanno insegnato che talvolta nella malattia di Little, il fascio piramidale dell'altro lato può ipertrofizzarsi per compenso (Déjérine, Marie-Guillain, Oekonomakis, Catola).

Ma sono principalmente le disgenesie cerebellari quelle che dànno luogo a molteplici compensi da parte di altre formazioni encefaliche. Anton-Zingerle riflettono che forse non tutte le formazioni sono capaci di compenso, ma soltanto quelle che hanno stretti rapporti con la parte lesa; perciò, nel caso di una lesione cerebellare, tale funzione sarà assunta da quelle che non sono estranee al regolamento statico e dinamico dei movimenti. A ciò normalmente partecipano le fibre dei cordoni posteriori; se perciò gli stimoli normali dell'equilibrio, provenienti dal cervelletto, vengono a mancare, si comprende come essi debbano ipertrofizzarsi. A compensare i disturbi provenienti dalla estirpazione del cervelletto coagiscono (probabilmente), secondo Bechterew, anche connessioni extracerebellari degli organi periferici che servono alla coordinazione statica, come, ad esempio, il vestibularis. Ciò non manca di analogie. È noto infatti (Bechterew), che la scomparsa dei disturbi della motilità, dopo il taglio di uno dei nervi uditivi o degli archi labirintici (canali semicircolari), non si fa a spese degli archi labirintici dell'altro lato, ma in seguito dell'intervento della funzione vicariante di altri organi dell'equilibrio.

Altro organo compensatore della lesione cerebellare è il cervello. Togliendo il cervelletto intero, si possono infatti avere in seguito a compensi da parte del cervello (Bechterew, Bickel, v. Monakow, Luciani) e rispettivamente per mezzo delle vie piramidali, la fissazione dei movimenti e le coordinazioni necessarie per le funzioni statiche. Invero nelle lesioni cerebellari il cervello può sopratutto per mezzo delle vie piramidali (compresi anche i fasci laterali pontini e il fascio dal lemniscus al pes), influenzare i nuclei dei nervi che vengono in azione nelle combinazioni statiche dei movimenti. E poichè nel caso di atrofia cerebellare di Anton-Zingerle, le vie cortico-pontine (le vie fronto- e temporocerebellari) erano mancanti, così si comprende perchè fossero molto sviluppate non solo le vie piramidali, inclusa la corteccia cerebrale, ma anche il pes lemniscus profundus. Ciò spiega perchè i disturbi motorî dipendenti da lesioni cerebellari, una volta migliorati, divengano di nuovo manifesti dopo una lesione dei centri motorî degli emisferi cerebrali; e perchè soffrano i compensi dei disturbi cerebellari se al tempo stesso esistono malattie siste-

matiche o lesioni del resto dell'encefalo. Thomas peraltro va troppo oltre, quando sostiene che, dopo la lesione del cervelletto, il ripristinarsi della funzione regolare della motilità dipende esclusivamente dalla funzione vicariante del cervello. Bechterew fa riflettere che se così fosse, una volta scomparsi (per il compenso) i movimenti di rotazione consecutivi alla lesione unilaterale del cerebellum, asportando poi gli emisferi cerebrali (o almeno i centri motorî corticali) dovrebbero ritornare i movimenti (abnormi) di rotazione, negli animali, nella direzione di prima; questo peraltro non accade. Infine, come si vede nei difetti parziali del cervelletto, alcune parti del cervelletto si possono compensare l'un l'altra (Bechterew, Bickel). Tuttavia pare — il che risulta dalle osservazioni microscopiche dei difetti estesi e bilaterali del cervelletto — che sì fatta via di compenso abbia un limite; Vogt e Astwazaturow sostengono appunto che un completo compenso non ha luogo, se non rimane integro da un lato qualche resto del cervelletto. Secondo alcuni è proprio il verme che può contribuire molto al compenso. Ecco perchè, secondo Anton-Zingerle, il compenso è tanto più facile quanto più la lesione si limita agli emisferi cerebellari e lascia libero il verme. Oppenheim per altro ha veduto dopo attacchi operativi, eseguiti da Krause e da Borchardt, che possono essere distrutte non solo grosse porzioni di un emisfero cerebellare, ma anche del verme, senza ottenere manifestazioni durature di deficit.

Fin ora intanto sono rarissimi i reperti di lesioni cerebellari, nei quali si sia portata l'attenzione sull'ipertrofia (compensativa) delle singole formazioni anatomiche. Il caso in cui sono stati messi con esattezza in luce sì fatti compensi è quello descritto da Anton-Zingerle. Qui erano ipertrofizzati: 1) i nuclei dei funic. gracilis e cuneati e l'area del lemnisco; 2) il contingente della via del trigeminus (grandezza insolita della radix spinalis trigemini; sviluppo della parte distale della subst. gelatinosa, delle fibrae comitantes trigem., dei nuclei sensitivi e motorî del medesimo; ricchezza delle cellule della subst. ferruginosa); 3) l'area della piramide e la subst. nigra Sömmeringii; 4) le aree dei Tractus spinothalamicus e spinotectalis; 5) la corteccia cerebrale (molto ricca di cellule nervose). Le iperplasie interessavano perciò nel caso di Anton-Zingerle le vie sensitive del tronco è della faccia e le vie corticomotorie (e la corteccia cerebrale); di quei sistemi cioè ai quali, in seguito ad osservazioni cliniche e sperimentali, si è attribuito il compenso del deficit cerebellare (Bechterew, Ewald, Luciani). Anton e Zingerle ritengono infatti che gli stimoli, i quali corrono a traverso i cordoni posteriori, il nervus vestibularis ed il trigeminus, non potendo più essere elaborati nel cervelletto, conducono a nuovi processi regolatori di movimenti, i quali suppliscano così la funzione già esercitata dal cervelletto.

Nel nostro caso eravi ipertrofia non solo di alcune delle formazioni segnalate nel loro caso da Anton-Zingerle, ma eziandio di altre. Invero a sinistra il mantello midollare del nucleus funic. cuneati nei suoi due terzi orali, avea subìto prossimalmente un'evidente ipertrofia (era di un terzo superiore a quello del lato opposto) altrettanto notavasi nel rispettivo nucleo mediale (cioè nei gruppi cellulari e nel reticolo interposto fra i medesimi). A sinistra erano pure ipertrofici in tutto il loro decorso il nucleo sensitivo e motorio del trigemino. Per un'altezza abbastanza

considerevole del bulbo esisteva pure un fascio (anomalo) assai fitto di fibrae bicircumpyramidales.

Nel thalamus di sinistra poi eravi un'ipertrofia spiccata dei nuclei disseminati e specialmente di quelli situati lateralmente, i quali erano talmente grossi e rivestiti di uno stratum zonale così potente, da rassomigliare al nucleus anterior; i nuclei ventrales erano anche più estesi del normale e parallelamente e dorsomedialmente al semilunaris *b*, gruppi cellulari del nucleus lateralis erano fitti ed ingrossati, sì da formare un nuovo complesso gangliare separato dal resto; il ganglion habenulae avea raggiunto un'estensione considerevole. Il nucleus caudatus di sinistra era prossimalmente quanto mai ingrossato; la sua area rivestita di un robusto stratum zonale (figg. 21, 22 e 23), era due o tre volte più estesa di quella destra e mandava un prolungamento a mo' di zaffo entro il segmento dorsale della capsula interna.

Anche a destra alcune formazioni aveano subìto un evidente ingrossamento. A queste appartengono, oltre il lemniscus medialis e principalis un fascio, che abbiamo interpretato come per lemniscus profundus; esso ricordava un vero e proprio manicotto di fibre, che, procedendo dall'estremità laterale del campo della substantia nigra, avvolgea a mo' di falce e per tutta la sua lunghezza il margine laterale del pes pedunculi, pur rimanendone diviso (fig. 20). Da questo lato lo strato interolivare era più esteso, l'oliva inferiore era in parte ipertrofica, dappoichè, lungo i piani prossimali, eransi sviluppati nel polo festoni soprannumerari (tav. I e II, risp. fig. *a* e *c*): altrettanto era accaduto dei festoni polari del dentatus. Il nucleus medialis *a* e *b* (thalami) ed i nuclei ventrali ed aveano subìto uno sviluppo maggiore del normale, specie nelle sezioni prossimali.

Ora se l'ipertrofia della piramide destra e dei nuclei pontini del trigemino sin. sono bene spiegabili, facendo appello agli stessi criterî adottati da Anton-Zingerle, il comprendere perchè altre formazioni nel nostro caso erano ipertrofiche, non riesce agevole. L'ingrossamento dei nuclei ventrali e laterale del thalamus destro deve certo addebitarsi allo sviluppo delle fibre del lemniscus medialis e principalis, e queste, a sua volta, alla ipertrofia compensativa delle fibre procedenti lungo lo strato interolivare, dal nucleus funic. cuneati di sinistra, buona parte delle quali trova la loro stazione terminale in essi. Quanto al pes lemniscus profundus destro notevolmente ipertrofico, bisogna ricordare come esso appartenga ai tractus corticonucleares, i quali, secondo alcuni, emettono, lungo il pons e la Oblongata, fibre collaterali che, incrociandosi nel raphe, si portano ai nuclei bulbo-pontini del lato opposto. Più difficile è capire lo sviluppo considerevole dei nuclei disseminati (thal.) le connessioni dei quali fin'ora, forse per la loro variabilità, non sono state prese in considerazione dai neurologi.

Lo sviluppo di alcuni festoni soprannumerarî dell'oliva inferiore sinistra è forse da ritenersi come conseguenza dell'aumento delle fibre olivo-cerebellari, per concorrere all'aumento (compensativo) del restiforme destro.

L'esistenza di fibre caudato-talamiche, colleganti il talamo col caudatus e verosimilmente costituenti fra loro un unico sistema, ci rende edotti intorno alle cause dell'ipertrofia di questo ultimo ganglio a sinistra. Qui però dev'essere preso in considerazione anche il concetto di Jelgersma, secondo il quale il caudatus prenderebbe

parte alla funzione coordinatrice dei movimenti: il che spiegherebbe perchè, nei cetacei, i quali presentano nella coordinazione dei movimenti comportamenti tanto peculiari, il caudatus si estende di molto sulla base del cervello, e propriamente sul così detto « desert olfactif » di Broca. Secondo quell'autore, lo sviluppo del ganglio in quistione sarebbe anzi in rapporto con quello della paraoliva medialis. Potrebbe, quindi, ammettersi che, nel caso nostro, a compensare l'aplasia di una parte dello stesso sistema di destra (oliva accessoria medialis), si fosse ipertrofizzato il caput caudati di sinistra. Crede a questo proposito Jelgersma che le olive inferiori, come centri omologhi ai nuclei del ponte, sieno masse gangliari intercalate fra i gangli del tronco (putamen) e cervelletto (vermis). Ciò armonizza con le vedute di Flechsig, il quale avea descritto una connessione cerebrale delle olive coi gangli del tronco, sostenendo che la via centralis tegmenti, originando dal nucleus lentiformis, avrebbe il suo punto terminale nelle olive inferiori. Questi ricordi ci possono dare forse spiegazione del rigoglioso sviluppo a sinistra del caudatus, del putamen e della parte prossimale della paraoliva medialis.

Meno facile a spiegare è l'ipertrofia del nucl. semilunaris e dei nuclei ventrali *a* e *b* del thalamus di sinistra; probabilmente ciò era dovuto ad un aumento delle connessioni compensative esplicantesi con l'ipertrofia delle rispettive fibre caudato- e lenticulotalamiche.

Non sarebbe lecito, alla luce delle conoscenze di morfologia comparata del cervello, ritenere un ricordo filogenetico l'ingrandimento e (in parte) l'eterotopia subìta dal g. hippocampi e dal girus dentatus, di destra. Qui, il fattore meccanico deve essere certamente preso in considerazione: dappoichè, i due giri non si sono rotolati l'un l'altro, ma sembra come si sieno distesi. Basta confrontare la figura *n* della tav. VII con le figg. *m*, *n* della tav. VIII per convincersi che nella formazione ippocampica di destra, il ganglio (segmento) mediale corrisponde al g. dentatus e il ganglio (segmento) laterale al g. hippocampi. Tutti e due, hanno conservato, in parte almeno la loro struttura fondamentale, soltanto si differenziano in quanto alla loro forma, poichè invece di avvolgersi a spirale, hanno assunto una direzione verticale, ponendosi l'uno daccanto all'altro. Perciò, la lamina midollare da noi indicata come *l m c* si può omologare alla lamina medull. involuta, e l'altra, indicata con *f*, alla lamina medull. media. Certo, l'equivalenza dei due gangli (mediale e laterale) ai due giri testè indicati può essere accettata non dal punto di vista topografico, ma da quello morfologico, perchè la suddivisione in tante dentature (abbozzi di circonvoluzioni (tav. VIII, fig. *m*) non trova riscontro nel normale. Questa ipertrofia della formazione ammonica di destra dà verosimilmente spiegazione dell'ipertrofia della sostanza midollare della lamina destra del septum, la pertinenza del quale al sistema olfattorio (ammonico) è, in parte, assodato.

Si potrebbe ora dimandare perchè nell'aplasia delle formazioni dell'encefalo non sempre i compensi da parte di altre sieno uniformi, o manchino: anzi perchè talvolta si abbiano degenerazioni delle stesse vie che in circostanze simili si ipertrofizzano. La causa di ciò è riposta, secondo Anton-Zingerle, innanzi tutto nel fatto che la coazione compensativa di interi sistemi destinati a sostenere una permanente iperfunzione, è impresa non facile e presuppone un potere considerevole di resistenza. Basta considerare che le condizioni non sempre sono molto favorevoli ad una relativa-

mente grande capacità di resistenza, ove specialmente il difetto esercitato dal processo morboso produca non solo un'offesa locale, ma alteri la circolazione di condizioni di vita anche in regioni lontane. Quindi si comprende come la capacità di assumere nuove funzioni, soprattutto se ciò accade nel periodo di accrescimento del corpo, debba incontrare gravissime difficoltà. Onde è da aspettarsi, in armonia con la dottrina di Edinger, che molti dei neuroni divenuti dapprima iperplasici non saranno più capaci di coprire il consumo, e la fine sarà una degenerazione secondaria per esaurimento cronico. Appunto nei difetti del cervelletto può svolgersi una degenerazione dei sistemi che troficamente sono indipendenti dal cervelletto, e che pure entrano in azione per ragioni di compensi. Anton-Zingerle credono che le associazioni di lesioni cerebellari con quelle di altre formazioni extracerebellari, e che Mingazzini ha descritto come forme cerebellospinali e cerebrocerebellospinali, si debbono (sebbene non tutte) a questo fatto. Qui è necessario avvertire come spesso in queste degenerazioni combinate si trovano a preferenza alterazioni dei cordoni posteriori, del fascio di Gowers e dei fasci piramidali; cioè dei sistemi, che a prevalenza presentano ipertrofia compensativa. È quindi verosimile che questi sistemi chiamati ad un maggior lavoro sieno talvolta colpiti più tardi da degenerazioni per esaurimento. E difatti le atrofie cerebellari che si producono fino dalla prima infanzia sono compensabili più facilmente, se il cervello non è affetto da processo morboso. Così si spiega perchè generalmente manchino disturbi di coordinazione nei casi, nei quali non vi erano disordini intellettuali (il cervello era integro), e perchè si trovino quasi sempre dove erano grossolane alterazioni nelle regioni del cervello. Ecco perchè processi atrofici del cervelletto insignificanti producono manifestazioni cliniche imponenti, quando ciò accade nell'età avanzata, in cui i processi di compenso per la scossa vitalità dei tessuti non sono più possibili.

Un altro fattore che esercita un'influenza considerevole sulla capacità di compensare o no difetti encefalici in genere, e cerebellari in ispecie, si è l'età dello svolgersi del difetto, a seconda cioè ciò accada nel periodo fetale o in quello adulto. A questo propoposito è opportuno ricordare come (v. Monakow) si intendono per « contingenti del gran cervello » quegli accumuli di sostanza grigia, che nella loro funzione e nella loro nutrizione dipendono in parte od in toto dal medesimo e perciò sono filogeneticamente giovani; o rappresentano formazioni supplementari, lo sviluppo delle quali è proporzionato direttamente col cervello. Rapporti simili esistono pure nel cervelletto, e quindi si può parlare di contingenti cerebellari diretti.

Ora non sono uguali le condizioni di sviluppo di detti contingenti a seconda si tratti della vita embrionale o postembrionale. Difatti prima possono rimanere conservate parti, le quali quando il cervello è maturo, vanno soggette ad un disturbo secondario di sviluppo. Appunto secondo Vogt-Astwazaturow, l'atrofizzarsi del cervelletto in seguito a lesioni del cervello, ha luogo soltanto, nella vita extrauterina, e non durante il periodo fetale. Ciò dipende dal fatto che la dipendenza delle formazioni — compreso il cervelletto — dal cervello non è così stretta nell'embrione come lo è dopo; verosimilmente perchè nel periodo embrionale una formazione può trovarsi sotto molteplici influenze che ne determinano l'accrescimento, mentre nell'adulto vi è una dipendenza trofica, determinata dall'influenza dei rapporti reciproci funzionali. Vice-

versa vi possono essere, nel periodo embrionale, formazioni, che contraggono fra loro rapporti molto più stretti che nell'organo maturo; perciò, ove insorga un processo morboso, avvengono nelle formazioni stesse disturbi di accrescimento più spiccati che nell'epoca della maturità. Valgano ad esempio i reperti di Besta, il quale accertò che dopo la estirpazione di un emisfero cerebellare negli animali adulti, ha luogo soltanto una degenerazione di un certo numero, sia pure cospicuo, di fibre del Brachium pontis: mentre negli animali neonati si ha una scomparsa completa delle fibre del br. pontis e della rispettiva sostanza grigia. Del pari Borowiecki osservò che le distruzioni del pedunculus cerebri hanno conseguenze diverse sulla substantia grisea pontis, a seconda trattisi di neonati o di animali adulti operati; le stesse cellule nervose, che negli animali neonati vengono riassorbite, rimangono invece. in quelli più vecchi, solo atrofizzate. Monakow pure avea stabilito che nelle lesioni cerebrali svoltesi nei neonati i disturbi secondari di accrescimento si possono trapiantare facilmente al secondo neurone. Edinger avea osservato, che nel suo caso di mancanza del cervelletto, le vie di 2° o 3° ordine erano poco sviluppate; e Zingerle trovò, in un caso di emicefalia, aplasia o mancanza di sviluppo di molteplici complessi di neuroni facenti parte di sistemi, che più tardi entrano in rapporti funzionali con le parti che, nel detto caso, difettavano. Fra i risultati di una lesione che colpisce il cervello già sviluppato e di una che colpisce il cervello fetale (non maturo), esistono adunque differenze fondamentali; dappoichè le dipendenze anatomiche e i rapporti che valgono per l'organo già sviluppato non sono gli stessi durante l'epoca di accrescimento.

Tuttavia di un terzo elemento è necessario ragionare, per darsi conto della variabilità dei compensi. Rimane cioè a domandare la ragione per la quale, dato lo stesso periodo di vita in cui comincia il processo aplasico o atrofico, e, data una uguale resistenza del resto del sistema nervoso (cioè, ceteris paribus), pur tuttavia, l'estirpazione di questo o di quel segmento del cerebellum (la sede) non sia sempre ed in modo uniforme capace di essere compensata. Ora, Bechterew sostiene, in seguito a risultati sperimentali, che nei disurbi dei movimenti determinati da lesioni cerebellari, la capacità di compensare il disturbo deve dipendere non solo dal cervello (emisferi) ma anche dalla regione del cervelletto offesa. Ciò è integrato da quanto si vede, studiando le conseguenze delle atrofie del cerebellum. Un compenso completo dei disturbi di coordinazione qui appunto può avere luogo, quando del medesimo rimanga qualche resto; laddove nei casi di assenza completa di questo organo, si tratta sempre di mancanza relativa dei sintomi. Anche Mingazzini, in seguito a minuta analisi dei casi di agenesia e di atrofia sclerotica unilaterale del cervelletto, venne alla conclusione che il compenso della lesa funzione era qui possibile, non solo con l'aiuto di organi extracerebellari, ma anche con la metà del cervelletto rimasta sana. Qui, sia ricordato come una determinata zona del cervelletto abbia un valore diverso per le diverse specie di animali; non esiste, in altri termini, un'anatomia fisiologica od una patologia del cervelletto in generale. Perciò, anche il compenso deve essere, ed è diverso, da una specie di animali all'altra, a seconda della struttura, non solo del cervelletto, ma eziandio di tutto il resto dell'encefalo. Basta, a questo scopo, paragonare il poderoso centro midollare degli emisferi cerebellari dell'uomo con quello assai misero

degli altri mammiferi, comprese le scimie. Ad es., è noto come il nucleus dentatus, coi suoi numerosi festoni tanto caratteristici della specie Homo, è di gran lunga più ragguardevole per forma e per espansione a quello di altri animali. E dagli studî di Hatschek emerge, come già sopra accennammo, quanto sia variabile lo sviluppo dei varî strati delle fibrae transversae pontis fra specie e specie di mammiferi. Ora nell'uomo stesso, già vecchi autori aveano notato che il grado delle lesioni cerebellari (pure mantenendosi identiche l'epoca delle lesioni e lo stato di nutrizione) non è sempre proporzionale al numero ed all'intensità dei sintomi clinici. Nothnagel credè che una grande importanza fosse dovuta al verme. Parimenti, secondo Bechterew, non si può negare al lobo medio (del cervelletto) una preponderanza funzionale rispetto alle altre parti del cervelletto, almeno per quanto concerne la coordinazione statica; dappoichè lesioni assai deboli di questo lobo provocano sempre disturbi più profondi e più stabili, di quello che lesioni ugualmente estese nel campo degli emisferi del cervelletto. Il che sta in armonia col fatto che nel verme penetra un gran numero di sistemi, che mettono in rapporto il cervelletto col midollo spinale (fasciculus spinocerebellaris dorsalis e spinocerebellaris ventralis), col cervello (fasci temporo-occipitocerebellari aventi rapporti col nucleus fastigii) e coi sistemi dell'octavus. Peraltro l'esperienza clinica ha pure dimostrato che l'integrità del verme non è condizione per la mancanza dei sintomi; e che viceversa la distruzione del medesimo non produce sempre sintomi cerebellari. Infatti nei casi di aplasia cerebellare descritti da Fusari e da Obersteiner (ipoplasia generale del cervelletto con mancanza del verme) non si segnalarono disturbi, quali invece sono considerevoli nelle atrofie olivopontocerebellari, nelle quali il verme è per lo più indenne. Ciò dimostra che il verme non è completamente indispensabile e che la sua mancanza è compensabile. D'altra parte il vecchio concetto che le lesioni degli emisferi cerebellari sieno del tutto compensabili, non regge dinanzi alla esperienza anatomo-patologica. Per ispiegare quando ciò accada, è d'uopo ricordare come, secondo esperienze fisiologiche recenti, negli emisferi cerebellari esistano aree (centri) distinte, destinate alle rappresentazioni motorie dell'articolazione degli arti, e situate in determinati gruppi di lamelle degli emisferi stessi, e dalle quali partono probabilmente (in parte) le fibre del fascio cerebellovestibulospinale destinate ad innervare le corna anteriori del midollo. Essi contengono, cioè, l'immagine dei movimenti del segmento di un arto o di un arto stesso in una direzione determinata (estensione, flessione, abduzione etc.). Ora è verosimile supporre che in questi movimenti alla ipotonia di alcuni muscoli corrisponda l'iperstenia di altri (antagonistici): e che la reazione in ciascun arto venga provocata non solo da sensazioni propriopercettive, ma anche da eccitazioni partite dalla periferia dell'apparato labirintico. Questi centri esercitano anche una funzione statotonica, perchè capaci di intervenire alla stabilità delle parti alle quali comandano e quando le condizioni della medesima sono modificate, concorrono al mantenimento e al ristabilimento dell'equilibrio. La loro distruzione di questi centri negli animali o nell'uomo, dà luogo perciò non ad una paralisi, ma ad una perturbazione nell'equilibrio dei muscoli antagonistici, cioè, ad anisostenia (Thomas). Invero, il centro, stimolato in una direzione determinata è normalmente controbilanciato dal centro stimolato in una direzione inversa; ora, se il primo viene a scomparire, il secondo sarà rinforzato subito, per l'iperstenia dei

muscoli proposti a questa direzione; di qui, la ripercussione che può avere un tale disturbo (dismetrie, adiadococinesi, asinergia cerebellare ecc.) sugli atti esigenti movimenti un po' delicati.

La precedente dottrina, che ora va acquistando sempre più terreno, non è, a mio parere, completa; ma tale diventa, ove la si conciliî con altre dottrine, sostenute negli ultimi tempi, con varia fortuna, sulla funzione del cervelletto, e ognuna delle quali ha la sua ragione di essere. Infatti, la funzione conservatrice e regolatrice della stenia e del tono (e quindi della stasia), attribuita al cervelletto da Luciani, non contradice alla dottrina che localizza le rappresentazioni della direzione dei movimenti articolari degli arti nelle varie zone del cervelletto, chè anzi la integra, rendendone il meccanismo e lo scopo più comprensibili.

La dottrina delle localizzazioni cerebellari, è conciliabile, del pari, con le vedute di Munk, secondo il quale, il cerebellum sarebbe un organo deputato ad eseguire i movimenti associati e coordinati (incoscienti) della colonna vertebrale e delle estremità posteriori dell'animale; così si spiegherebbe, perchè le lesioni del cervelletto si smascherino più facilmente nei movimenti sinergici di queste due parti destinate (uomo e scimie) a conservare l'equilibrio più delicato (funzione specifica del cervelletto). Ora, nulla impedisce di ritenere che all'esplicazione di sì fatta funzione, la quale, probabilmente ha sede nel verme, concorrano anche le immagini della direzione dei movimenti segmentari dei singoli arti (specie dei posteriori) e del tronco come pure la capacità di conservarne il tono; di qui la facilità a cadere in avanti o indietro, segnalata dai clinici nelle lesioni del verme (dell'uomo).

Infine, è chiaro, come, per conservare la direttiva dei movimenti articolari, non solo sia necessario l'equilibrio reciproco dell'attività dei rispettivi muscoli e dei loro antagonistici, ma eziandio la sensazione della posizione degli arti. Appunto, secondo il concetto, soverchiamente restrittivo, sostenuto da Lewandowski, i fasci spinocerebellari dorsale e ventrale sarebbero destinati, come trasmettitori di stimoli propriocettivi, penetrando attraverso il cervelletto, a rendere continuamente avvertita la corticalità cerebrale, in parte almeno, della posizione delle membra. Egli sostiene che questo avvertimento è reso ulteriormente possibile da quella (in parte ipotetica) parte del brachium conjunctivum (il fasciculus rubrocorticalis) che, attraversando il ruber, il thalamus e la capsula interna giunge alla corteccia cerebrale; d'onde partirebbero le vie frontorubrospinali che si portano al cervelletto del lato opposto (vedi schema, fig. 28). Secondo questo modo di vedere il cervelletto viene considerato un regolatore sensomotorio (subcorticale o no) della posizione e degli arti. Lewandowski ritiene che, nei casi di movimenti automatici e abituali, esso regolerebbe per mezzo di influssi innervatori, i movimenti voluti. È verosimile quindi che, per l'educazione di questa via, le diverse serie di movimenti abituali si compiano senza l'intervento attivo della zona corticale motoria (predetta); onde in quest'ultima si abbia solo uno stato di subcoscienza, mantenuta dalla eccitazione, che il cervelletto le invia lungo la via del brachium conjunctivum, per informarla delle nuove attitudini che il tronco e gli arti eventualmente prendono.

Per altro, a noi sembra logico ritenere che nell'esecuzione dei movimenti semiautomatici, gli stimoli centripeti vengono trasmessi al cervello frontale, dal cervel-

letto, attraverso non solo la detta via, ma anche lungo la via cerebello-ponto-cerebrale. Gl' impulsi che ritornano dal cervello, devono, del pari, raggiungere la periferia, dopo aver attraversato in parte almeno il cervelletto, diramandosi, cioè, per mezzo dei fasci fronto-ponto-cerebellari, alla corteccia cerebellare; di qui, lo stimolo si porterebbe alle corna anteriori del midollo, servendosi della via cerebello-vestibulospinale, rinforzata dalle vie restiformopiramidali. La via fronto-ponto-cerebellare sarebbe così capace di produrre una specie di correzione, tendente a migliorare ciò che manca agli impulsi condotti lungo le vie piramidali. Probabilmente lo stesso ufficio è devoluto alle fibre corticorubrocerebellari. In genere, quanto più fini e delicate sono le concezioni dei movimenti, che la volontà per mezzo della zona rolandica si propone di eseguire, tanto maggiore e più complicato dev'essere il lavoro, cui sono chiamati i fasci cerebellocerebrali e cerebrocerebellali del peduncolo cerebellare superiore, e più specialmente del medio. Ciò spiega, perchè, nell'uomo sia sopratutto questo ultimo peduncolo che relativamente agli altri due (superiore ed inferiore), ha subìto lo sviluppo più cospicuo.

Quale sia la funzione specifica di dette due vie è per ora impossibile decidere; è ad ogni modo da presumere che esse possano supplirsi l'una l'altra, considerando che la via frontopontina prende origine presso a poco nello stesso distretto frontale della corteccia, dal quale procede la via frontorubrale; e che ambo le vie si uniscono insieme (quantunque ciò ancora non sia completamente dimostrato) nella capsula interna. Di qui si vede che il concetto di H. Jackson, il quale affermava essere il cerebellum centro dei movimenti continui, in antitesi al cervello centro dei movimenti che subiscono cambiamenti, deve essere accettato nel senso, che il concetto della direttiva procede da questo, e la fine esecuzione da quello. Solo, cioè, quando la zona pararolandica, o per la via del brachium conjunctivum, o per quella dei fasci del peduncolo cerebellare medio, o anche per mezzo delle vie sensitive centrali è avvertita del cambiamento che il ritmo normale dell'attività cerebellare sta per subire, si deve ritenere che essa concorra prontamente per mezzo della via cortico-spinale ai bisogni della nuova attività. Qui, un certo compenso da parte della zona rolandica, è più che probabile. Lewandowski invoca, a questo proposito, le ricerche di Luciani, il quale vide come i disturbi del movimento consecutivi alle ablazioni del cervelletto vengono aumentati, ledendo la zona rolandica (o il g. sigmoideus). Altrettanto si nota ledendo la regio praesigmoidea, come fu provato da esperienze numerose fatte sul cervello dei cani, da me e da Polimanti. Invece i meccanismi riflessi, poc'anzi accennati, hanno bisogno dell'integrità di archi diastaltici più semplici; a ciò, è verosimile sieno sufficienti gli stimoli centripeti trasportati centralmente, attraverso il solo arco cerebellorubrospinale. Lewandowski insiste appunto sul fatto che il brachium conjunctivum può trasportare pure impulsi motori dal cervelletto al nucleus ruber e da questo (per mezzo dell'incrociamento di Forel), lungo il fasciculus rubrospinalis, al cordone laterale dello stesso lato dal quale origina detto brachium. Avremmo così un'altra via (2, 2', fig. 28) per mezzo della quale, il cerebellum può influire sul lato omolaterale del corpo (via che chiameremo corta). Ciò spiegherebbe perchè negli animali inferiori il fascio rubrospinale ha uno sviluppo, che nella specie umana tende a retrocedere. Non è anzi escluso, che a misura che i movimenti si fanno

automatici, diventa sempre più sufficiente al loro svolgimento l'arco riflesso breve testè accennato, senza necessità che gl' impulsi giungano alla corteccia cerebrale.

S' intende che l'armonia della flessione delle gambe con i movimenti sincroni di estensione all' indietro della colonna vertebrale, necessita una perfetta integrità della trasmissione delle sensazioni propriopercettive al cervelletto, affinchè, il fine equilibrio, così facile a perdersi, in questa circostanza, sia mantenuto. E quindi, anche da questo punto di vista, è chiaro come tanto i concetti di Levandowsky quanto quelli di Munk quantunque gli uni e gli altri soverchiamente esclusivisti, debbono essere nel loro insieme completamente accettati. È anzi verosimile che i disturbi asinergetici degli arti e del tronco (tanto nella stazione orizzontale, quanto nella verticale) e forse anche la caduta in avanti o all' indietro siano dovuti principalmente a lesioni del verme; mentre i disordini dismetrici degli arti richiedenti l' integrità delle immagini dei movimenti articolari corrispondenti sarebbero piuttosto da riferirsi a lesione degli emisferi cerebellari.

In una parola, nel cervelletto umano dobbiamo riconoscere un organo assai complesso, che ricevendo gli stimoli propriopercettivi degli arti per mezzo dei fasci spinocerebellari e del vestibularis, ora determina automaticamente i movimenti corrispondenti dei medesimi, ora trasporta alla corteccia cerebrale le impressioni in sè elaborate. Questa, per mezzo di speciali sistemi di fasci, trasmette, a traverso il cervelletto, gl' impulsi corrispondenti alle cellule delle corna anterieri del midollo atti a regolare e conservare il tono delle articolazioni (o isolate o fra loro funzionalmente associate) degli arti e della colonna vertebrale. Il cervelletto deve concepirsi, quindi, (in alcuni animali) come un organo complicato di senso e di moto, la cui integrità è necessaria per regolare i movimenti deputati al mantenimento dell'equilibrio.

Le considerazioni precedenti erano necessarie per comprendere quanto poc'anzi avevamo affermato: cioè, come talvolta manchi un'equipollenza fra disturbi clinici ed estensione delle lesioni cerebellari, e come perciò un elemento importante per la possibilità di compenso debba riporsi nella sede della lesione. È infatti verosimile che l'una o l'altra delle due vie (via peduncolocerebellare superiore; via peduncolare media) possano sostituirsi a vicenda, ma forse non in modo completo: ed è ancora incerto se la mancanza parziale dell' uno o dell'altro dei due sistemi sia compensabile dal resto del medesimo; e se alla loro volta alcuni di essi siano sostituibili dall'aumentata attività dei fasci cortico-spinali. Ed invero, poichè la massima parte del meditullum degli emisferi cerebellari rappresenta l' irradiazione del poderoso sistema dei peduncoli cerebellari medi, è probabile che una demolizione di una porzione anche cospicua dei medesimi sia compensabile dal resto delle fibre di detto sistema rimaste immuni. Viceversa a nessuno può sfuggire l' importanza di una lesione che colpisca la regione ventromediale dell'emisfero cerebellare (9, fig. 28), dappoichè essa qui coinvolge non solo l' irradiazione del restiforme, ed impedisce così l'affluire degli stimoli afferenti (la continuazione dei due fasci spinocerebellari) al cervelletto, ma distrugge simultaneamente le fibre del fascio vestibulo-cerebello-spinale, del fascio restiformo-piramidale e parte del fascio rubrospinale. In questo caso è chiaro che compensi da parte di altre vie potranno difficilmente essere ottenuti. Del pari, se in seguito ad un'estesa lesione degli emisferi cerebellari sieno

distrutte, ma solo parzialmente, più zone (centri) che presiedono alla direttiva dei

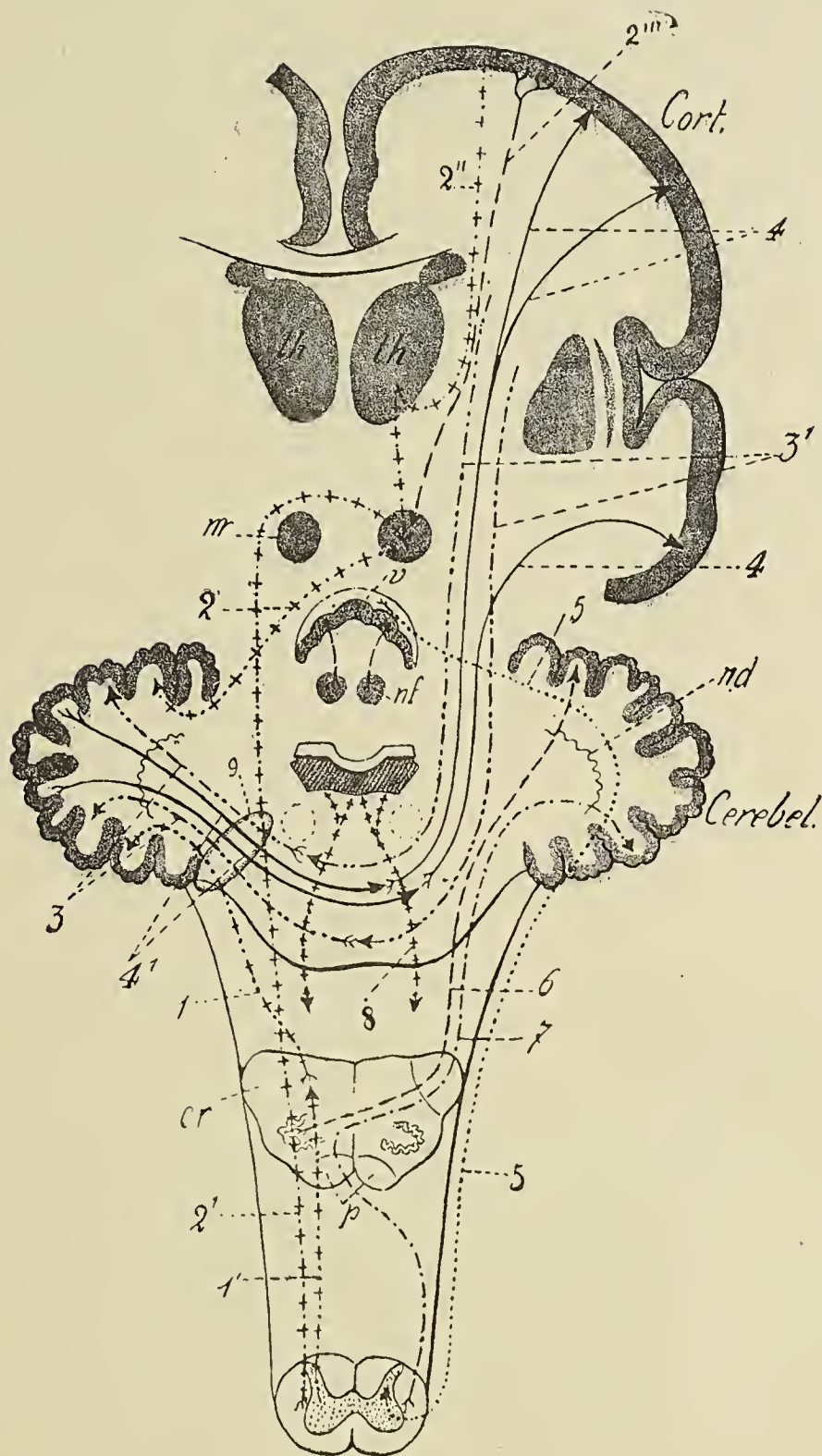



Fig. 28.

movimenti delle varie articolazioni degli arti, è a supporre che le rispettive porzioni

rimaste integre possano a poco a poco compensare la parte distrutta; laddove, se la lesione, sebbene ristretta, abbia completamente distrutta una sola di tali zone (supponga si, per esempio, la sola parte laterale del lobulus semilunaris inferior, o la sola parte mediale del medesimo, deputate, secondo alcuni, la prima a regolare l'abduzione dell'articolazione del braccio, la seconda il sollevamento del medesimo), allora il compenso per conservare la direttiva del movimento della corrispondente articolazione (di un arto) sarà assai difficile.

Quanto poc'anzi abbiamo esposto, rischiara le cause delle differenze della estensione del quadro clinico a seconda trattasi di agenesia bilaterale o monolaterale del cervelletto. Mingazzini ha cercato appunto di determinare gli effetti clinici consecutivi alle agenesie, e rispettivamente alle atrofie, di ambedue le metà del cervelletto e di una sola. Non è qui il caso di parlarne a lungo, tanto più che Vogt e Astwazaturow hanno avuto occasione di confermarne ampiamente i risultati. Ci permettiamo soltanto fare cenno del caso di Tintemann e del nostro. Nel primo (agenesia congenita bilaterale assai estesa degli emisferi cerebellari) trattavasi di un ragazzo imbecille, che rivelò fin da bambino andatura non sicura ed oscillante, a tipo atassico-cerebellare: la parola era male articolata e strascicante: Romberg positivo, nessuna atassia negli arti superiori. La sintomatologia di questi casi dimostra sempre più quanto Mingazzini avea sostenuto, e Vogt-Astwazaturow hanno confermato; cioè che nelle pure agenesie, rispettivamente nelle atrofie bilaterali del cerebello, anche svoltesi nella prima età e non progredienti, i segni clinici, quando non vengano compensati, si rendono manifesti esclusivamente per mezzo di disturbi della stazione e dell'andatura. Mingazzini ha fatto d'altra parte osservare che nei casi di agenesia o di atrofia sclerotica unilaterale, il compenso era possibile non solo con l'aiuto di organi extracerebellari, ma anche per mezzo della metà del cervelletto rimasta libera; onde è relativamente assai frequente (più che nelle agenesie bilaterali) una mancanza di sintomi. Infatti, un'agenesia unilaterale del cervelletto — anche se manca quasi un intero emisfero del cervelletto — può decorrere senza sintomi (casi di Neubürger-Edinger), onde si può concludere che per il compenso della mancanza di una metà del cervelletto, l'altro lato ha una indubbia importanza.

Nel caso presente invece (quantunque si fosse trattato di aplasia hemicerebellaris sinistra) il paziente avea presentato tremore intenzionale degli arti superiori, astenia ed atassia statica degli arti inferiori, andatura atassica a tipo cerebellare, con tendenza a cadere a sinistra, Romberg, rigidità fotoriflessa dell'iride sinistra, ed esagerazione dei rotulei. Questa sindrome era stata notata, in parte almeno, secondo la catamamnesi, fin dall'infanzia, e non avea progredito. Ora si potrebbe dimandare, perchè, quantunque l'emisfero cerebellare destro fosse integro, e parecchie formazioni cerebrali ipertrofiche, ciò non ostante un complesso di sintomi cerebellari fosse tuttavia ancora presente.

Per rispondere a sì fatto quesito, ricordiamo che secondo il risultato del nostro reperto, parte dei fasci spino-cerebellari ventrale e dorsale d'ambo i lati (più specialmente a sinistra), e a sinistra le cellule di Clarke, le fibre restiformopiramidali, il fascio cerebellovestibulospinale, il tractus rubrospinalis, il dentato, i peduncoli cerebellari superiori ed i fasci frontopontocerebellari, presentavano un'agenesia o par-

ziale o totale. È quindi da ritenere che il (consecutivo) disturbo delle rispettive loro funzioni non sia stato suscettibile di compenso, inquantochè le vie motorie cerebellari discendenti sopratutto a sinistra erano tutte interessate. Probabilmente, senza l'ipertrofia compensativa delle altre formazioni del tronco cerebrale (putamen, thalamus, caudatus ed oliva inferior a sinistra; nucleus funiculi cuneati, pes lemniscus profundus, nucleo dentato, fibrae bicircum pyramidales, piramide, strato del lemnisco a destra), il complesso sintomatico cerebellare sarebbe stato anche più ricco ed esteso. Le conoscenze anatomiche ci dànno gli elementi per rischiarare anche meglio questo punto. Bisogna, infatti, ricordare come la zona ventromediale degli emisferi cerebellari è quella in cui decorrono una parte del contingente del brachium conjunctivum (che fuoriesce dall'hylus del dentatus), le fibre, che dai nuclei centrali del verme si portano (lungo l'angolo mediale) al nucleo del Deiters (da cui il fasciculus cerebello-vestibulo-spinalis) e il restiforme, da cui si sprigionano fibre (discendenti) destinate al fascio spinocerebellodorsualis e alla piramide (fig. 28). In altri termini, la porzione distale della zona ventromediale di ciascun emisfero cerebellare, compresa l'area del dentatus e dei nuclei centrali del verme, sembra che in grazia del passaggio di tante vie sensomotorie più di ogni altra abbia grande importanza funzionale. Onde si comprende che la lesione, più o meno diretta o delle formazioni testè ricordate o dei fasci da esse provenienti, come nel nostro caso, debba sfuggire a qualsiasi compenso (data la mancanza di incrocio dei fasci). Se, quindi, nell'agenesia o nell'atrofia di un emisfero cerebellare, la regione testè accennata viene risparmiata, è verosimile che anche il corrispondente quadro sintomatologico manchi del tutto o quasi: e ciò può accadere molto più facilmente quando la lesione sia unilaterale, di quello che quando questa abbia luogo d'ambo i lati.

Merita uno speciale studio l'interpretazione delle eterotopie riscontrate in alcuni dei nuclei centrali del verme (nell'embolus e nel globosus): tanto più che essa presenta qualche punto di contatto con la quistione dei compensi funzionali. Secondo Brun, nelle così dette formazioni patologiche secondarie di arresto, bisogna ammettere non solo un disturbo secondario del meccanismo di sviluppo, dipendente dalla lesione del tessuto embrionale, ma anche un (secondo) fattore endogeno (e propriamente teratogeno), fin'ora sconosciuto. Questo autore infatti, crede che il momento primario patologico di Vogt non sia identico alle proprietà interne dinamiche alle quali si deve l'origine delle malformazioni. Bisogna infatti ricordare che il cervello malformato non rappresenta, nel più dei casi, semplicemente un cervello fetale che si è arrestato nello sviluppo. Il prodotto finale morfologico, che chiamasi malformazione, verrebbe, secondo Brun, determinato per lo meno tanto da quei processi meravigliosi che si stabiliscono in seguito (regolatori, regenerativi o postgenerativi), quanto dal semplice arresto dell'organo in una fase dello sviluppo; ora, questa reazione regolatrice, senza dubbio endogena, acquista, secondo Brun, un valore non in conseguenza della offesa patologica del germe, ma invece nonostante questa. A me pare che questo ultimo concetto non sia troppo chiaro, per lo meno, fino che non sia dato qualche esempio di sì fatte reazioni regolatrici. Se per esse si intendono i compensi dei quali abbiamo già lungamente discorso, è certo che il concetto di Brun è esatto. Difatti abbiamo veduto quanta copia di compensi si sia svolta durante lo sviluppo

dell'encefalo da noi illustrato, nonostante l'offesa d'una parte così importante subìta dal medesimo.

Ma a noi preme d'insistere sopra un terzo punto, sul quale ha sorvolato il Brun: dappoichè, secondo il nostro parere, il prodotto morfopatologico terminale dell'encefalo non solo dipende dal fattore arresto di sviluppo, e dai processi rigeneratori (di compenso), ma da un altro di cui manca esempio nel nostro caso e che pure si rivela in parecchie delle malformazioni cerebrali, sopratutto nei microcefali. Alludiamo alle vere e proprie formazioni ataviche, le quali non isfuggirono alla sagacia dei grandi morfologi e anatomici del secolo decorso, fra i quali è doveroso ricordare il zoologo C. Vogt. Qui è necessario evocare la nota legge di Müller Häckel, la quale annuncia che la ontogonia è una corta e rapida ricapitolazione della filogonia. Questa legge non significa che tutte le singole fasi di sviluppo, le quali hanno preceduto una data forma organica, o un dato organo, debbano essere singolarmente rappresentate entro un dato periodo dell'evoluzione dell'essere o dell'organo; molte di esse o sono soppresse o, per adattamento, modificate. Ciò accade anche per la superficie del mantello cerebrale umano; alcune disposizioni cioè, normali nel mantello dei primati, non compaiono più durante lo sviluppo dell'encefalo umano. Se adunque esse si osservano con abnorme frequenza principalmente negli esseri nei quali il cervello ha subìto una sosta, ragione vuole si ammetta che tali formazioni ataviche siano latenti; e che, data una disposizione favorevole, possano, in perfetta armonia con le leggi del Mendelismo, ritornare a svilupparsi e permanentemente rimanere sulla superficie del mantello cerebrale. Per ricercare, ed, ove sia possibile sotto una forma più concreta, enunciare quali siano i motivi che turbano l'attuarsi della surriferita legge biologica, è d'uopo riflettere come, durante l'ontogonia, i ricordi filogenetici in tanto scompaiono, in quanto sono sostituiti da formazioni definitive appartenenti ad una data forma animale e che si fissano per legge di eredità. Se un disturbo, come ad es. un processo morboso, interviene, nella lotta fra l'ontogonia e la filogonia, durante lo sviluppo, non solo i ricordi atavici aventi una vita transitoria vi rimarranno vittoriosi, ma potranno riprodursi di nuovo quelli latenti, e rimanervi definitivamente stabili. Le precedenti considerazioni ci insegnano adunque che un prodotto morfopatologico terminale dell'encefalo dovuto a disturbo dell'ontogenesi del cervello, può essere il risultato di tre fattori: l'arresto di sviluppo prodotto dalla offesa del tessuto embrionale, i processi compensativi (nei quali probabilmente rientrano i processi ri- o postgenerativi) e la comparsa di ricordi atavici (filogenetici).

Dall'interferenza di questi tre elementi originano naturalmente formazioni strane, l'interpretazione delle quali, molte volte, appunto per ciò, offre difficoltà quasi insormontabili. Se Brun insiste a ragione sul fatto che fra le categorie 1 e 2 delle malformazioni (arresti primitivi e secondarî) vi sono forme di passaggio, in quanto il tessuto embrionale rimasto integro reagisce con modificazioni più o meno gravi nella sua ulteriore capacità di sviluppo, ora con un semplice arresto di sviluppo, ora con un così detto « pervertimento architettonico », o con spostamenti errati, è pur vero che alla morfologia spetta il dovere di ricercare le cause di questo diverso modo di reagire. Pervertimento architettonico o spostamenti errati sono, a nostro parere, il risultato finale dell'interferenza dell'uno o dell'altro dei tre elementi sopraccennati.

Di ciò non mancano esempî nelle storia della teratologia umana: in molti cervelli di microcefali, la cui patogenesi deve riferirsi ai disturbi del periodo fetale, lo spostamenti dei giri e la disposizione anomala di solchi sono interpretabili nella loro giusta misura, se si tiene conto di quanto poc'anzi abbiamo svolto; solchi proprî del tipo dei primati e perfino dei carnivori si vedono o in toto o in parte sviluppati d'accanto a formazioni squisitamente patologiche (porencefalia), mentre, in altre zone più distanti dal focolaio morboso, solchi e giri o hanno raggiunto lo sviluppo completo, o si sono arrestati in una fase corrispondente ad un periodo determinato della vita intrauterina, mentre il resto presenta una disposizione pitecoide. Non di rado poi, i giri stessi, o parte dei medesimi, si presentano ingrossati (ipertrofici) e contribuiscono così sempre più a dare il quadro di spostamenti (sbagliati) o di pervertita architettura, ai quali si riferisce Brun.

Prima di porre termine a questo lavoro, vogliamo accennare ancora a due punti che si riferiscono alle funzioni del cervelletto. L'uno si riferisce al fatto notato da alcuni nelle atrofie cerebellari, cioè la coesistenza di un arresto di sviluppo intellettuale (Kirchhoff, Amaldi, Thomas, Langelaan). Questa dottrina, a parere di Preisig, è insostenibile; dappoichè, quando l'atrofia del solo cervelletto si sviluppa lentamente in un adulto, non si nota indebolimento psichico. D'altra parte, nei casi in cui eravi questo disturbo, si trovò qualche alterazione, o grossolana (casi di Zingerle, di Combette, di Andral, di Shuttleworth, di Anton) o fine (caso di Mingazzini) a carico degli emisferi cerebrali. Nel caso presente non fu possibile un esame psichico un po' delicato, causa lo stato maniacale in cui versava il paziente. Tuttavia e dall'anamnesi e dalle risposte e dal modo con cui egli avea esercitato il suo mestiere, non risultarono elementi sicuri per caratterizzare il soggetto un vero deficiente.

L'altro punto, al quale poc'anzi accennavamo, si riferisce ai rapporti fra il cervelletto e le funzioni verboarticolari. Secondo Jelgersma, anche la coordinazione dei movimenti della parola sarebbe una funzione completamente cerebellare: così, spiega egli il fatto, che i casi di atrofia generale del cerebellum si esplicano talvolta con disturbi (disartrici) della parola; aggiungendo però, che l'atrofia deve essere assai spiccata e bilaterale, poichè altrimenti i sintomi disartrici vengono eliminati dai compensi portati dal cervello. Sì fatte condizioni potrebbero spiegare, perchè, nel nostro caso, mancasse qualsiasi disturbo della parola; noi, per altro, riteniamo che queste vedute siano troppo ipotetiche. Vero è che alcuni hanno segnalato disturbi disartrici nei tumori del cerebellum; e che nella malattia di Friedreich, in cui il cerebellum è così spesso colpito, bradiartria e talvolta disartrie molto più gravi sono state notate tanto di frequente. Per altro, è anche vero che, in questa malattia, non solo il cervelletto ma anche il bulbo è stato trovato (istologicamente) leso. D'altra parte è noto che i neoplasmi cerebellari, specialmente quelli tendenti a svolgersi in basso e all'interno, determinano facilmente compressione del ponte e del bulbo, e per conseguenza del nucleo dell'hypoglossus e delle vie corticobulbari. Nell'illustrazione di casi gravi di atrofia cerebrocerebellospinale, fatta da Mingazzini prima e da Vogt-Astvazaturow poi, i disturbi disartrici spesso coesistenti trovano la loro spiegazione nella simultanea lesione degli emisferi cerebrali o degli elementi nervosi del nucleo bulbare del XII°.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

1. — Spiegazione delle figure inserite nel testo.

Fig. 1. — Faccia ventrale dell'encefalo del soggetto di questa Memoria.

Fig. 2. — Veduta della faccia interna della base del cranio del soggetto medesimo.

Fig. 3. — Veduta della faccia interna dell'osso occipitale, per mostrarne alcune particolarità di struttura.

Std = sulcus transversus dexter; *cii* = crista occip. int.; *focd* = fovea cerebellaris dextera *focs* = fovea cerebell. sin.

A *sinistra*, manca completamente il sinus transversus; e l'apice ventrale della metà superiore (*mi*) della crista occipit. interna si sposta verso sinistra, e giunta verso la metà del suo decorso (*G*) si divide in due rami. L'uno, laterale, ben presto si perde sulla superficie dell'osso; l'altro, mediale, robusto, si porta verso la linea mediana, e nel punto in cui si avvicina al foramen occipit. magnum presenta una piccola fossetta (*fv*) omologa alla vermiana Notisi l'enorme estensione della fovea cerebellaris dextera rispetto alla ristrettezza della corrispondente sinistra; il che è reso possibile dal modo di comportarsi della metà ventrale della crista occipit. interna (veggasi il testo).

Fig. 4. — Veduta della faccia esterna della porzione occipitale del cranio del soggetto.

La crista occipit. ext. si porta verso sinistra, da questo lato le sporgenze ossee del planum nucale sono più spiccate; la fossa jugularis sinistra è più ristretta che a destra.

Fig. 5. — Sezione di sostanza grigia di corteccia di una lamella dell'emisfero cerebellare sinistro. (Colorazione col metodo di Nissl-bleu di metilene).

Sg = strato dei granuli, più scarsi che a destra; *sm* = strato molecolare; *Pur* = cellule di Purkinje, piccole, assai scarse, con citoplasma pallido, e sormontate da uno strato (*Sge*) di elementi simili del tutto a quelli dello strato dei granuli, salvo alcuni di essi che sono un poco più grandi.

Fig. 6. — Sezione di sostanza grigia di corteccia di una lamella dell'emisfero cerebellare destro. (Metodo come sopra).

Lo strato dei granuli, quello delle cellule di Purkinje e il molecolare presentano normale la loro struttura.

Fig. 7.ª — Taglio trasverso del midollo spinale, in corrispondenza del III segmento sacrale. D'ambo i lati a sinistra un po' meno che a destra, spicca una lieve rarefazione delle fibre marginali del fascio piramido-laterale.

Fig. 8. — Taglio trasverso del midollo spinale, in corrispondenza del I segmento sacrale.

Rarefatto, e quasi ugualmente d'ambo i lati, il terzo laterale dei fasci piramido-laterali; a destra, scomparsi completamente tutto il gruppo dorso-laterale delle cellule delle corna anteriori e l'intreccio endocornuale delle fibre nervose. Assottigliate, e in parte scomparse, le fibre radicolari anteriori; *t* = taglio artificiale (fatto a sin. per riconoscere, nei preparati, il lato del midollo).

Fig. 9. — Taglio trasverso del midollo spinale, praticato in corrispondenza del segmento dorsale.

D'ambo i lati, a destra meno che a sinistra, evidente rarefazione del terzo laterale dei fasci piramido-laterali: a sin. diminuzione dell'area del cordone anteriore, in causa della scomparsa delle fibre periferiche del medesimo.

Fig. 10. — Taglio trasverso del midollo spinale, praticato in corrispondenza dell'8° segmento cervicale,

A *sinistra*: lieve diminuzione dell'area del cordone anteriore; in causa della scomparsa delle fibre della periferia ventrolaterale del cordone stesso (fascio cerebellovestibulo spinale), ed anche della metà ventrale della periferia del cordone laterale (fascio di Gowers); il fascio piramidale laterale è al quanto ridotto, come pure l'intreccio nervoso del cornu anterius: le cellule (nervose) delle colonne di Clarke in parte scomparse, rarefatto l'intreccio nervoso corrispondente, e del pari la metà ventrale del tractus spino-cerebellaris ventralis.

Fig. 11. — Taglio trasverso del midollo allungato, a livello della sua estremità distale.

A *sinistra*: scomparsa delle fibre costituenti la periferia del cordone anteriore; quelle della periferia del cordone laterale sono assai assottigliate ventralmeute (fascio spinocerebellare ventrale) e dorsalmente (regione del fascio spinocerebell. dors.). Le cellule nervose del cornu anterius di sinistra sono diminuite di numero e le fibre dell'intreccio endocornuale alquanto assottigliate.

Fig. 12. — Taglio trasverso della Oblongata (a livello del quinto distale).

L'area del cordone laterale di sinistra è più estesa che a destra: il fascio triangolare di Helweg è quasi completamente mancante di fibre a sinistra, sebbene spicchi per un colorito un poco più chiaro, contiene un numero assai rilevante di fibre midollari normali. Il fascic. spinocerebellaris dorsalis è leggermente rarefatto d'ambo i lati, nel fascic. spinocerebellaris ventralis sin., la rarefazione è più appariscente che nei tagli sopradescritti. I fasci, i quali dalla piramide sinistra si decussano verso destra sono più numerosi di quelli corrispondenti da destra a sinistra.

Fig. 13. — Taglio trasverso del Bulbo, a livello dei piani nei quali la piramide è già formata.

A *sinistra*: Poco visibili le cellule del nucleus lateralis. Rarefatti il fascic. spinocerebellaris dorsalis et ventralis come pure il fasciculus rubrospinalis. Le fibrae arcuatae ext. lateroventrales, più sviluppate che a destra, si continuano con le circumpyramidales e contornano il nucleus arciformis, che è bene sviluppato. Lo fibrae arcif. int. ventrales bene sviluppate e robuste; mancano le dorsales. Il mantello midollare del nucleus funic. cuneati contiene assai numerosi gruppi e nidi cellulari. Le fibrae arcif. ext. dorsales formano un fascetto nella figura appena rilevabile. Il reticolo nervoso del nucleus funic. gracilis è notevolmente rarefatto scomparse parecchie cellule nervose.

A *destra*; il nucleus funic. cuneati formato da pezzi numerosi ben circoscritti di sostanza grigia, ma il reticolo dei quali, è meno fitto che a sinistra. Le fibrae arcif. int.-dorsales sono assai robuste; meno sviluppate che a sinistra sono le fibrae arcif. int. ventrales (lemniscales). Le fibrae arcif. externae laterales, che cominciano dal margine esterno del nucleus funic. cuneati sono poco robuste. Il fasciculus cerebellaris dorsualis è leggermente rarefatto.; altrettanto è l'area del triangolo di Helweg. La pyramis è più estesa della sinistra. Lo strato interolivare è alquanto meno esteso che a sinistra.

Fig. 14. — Taglio frontale del Bulbo, praticato pochi tagli dopo che si è aperto il canale centrale.

A *sinistra*: L'area del fascic. rubrospinalis è leggermente ristretta; i fasciculi cerebello-spinodorsalis et ventralis presentano un'evidente degenerazione; i fascic. spinotect. + spinothalamicus sono alquanto rarefatti. Le arciformes externae (laterales) sono assai robuste: percorrendo il margine laterale del bulbo, circondano la piramide, come peripyramidales e contornano il nucleus arcif., come stratum dorsale e ventrale; le fibre di questo ultimo (strato), si continuano parte sul margine mediale della rispettiva piramide, e parte passano a ponte attraverso la fiss. mediana anterior e per terminarsi intorno al nucleus arcif. destro (bicircumpyramidales). Bene sviluppate le porzioni orizzontale e verticale dell'oliva access. medialis. Le porzioni ventrale ed interna del nucleus lateralis, fuse fra loro, bene sviluppate e ricche di cellule. Le più dorsali delle fibrae arcif. interreticulares sono alquanto ridotte. Rarefatta l'area del nucleus funic. gracilis.

A *destra*, lievemente rarefatti i fascic. spinocerebellaris ventralis e dorsalis. Le cellule nervose della parte ventrale del nucleus lateralis appaiono rimpicciolite, minori di numero e poco colorate. Le cellule del nucleus arcif. sono molto più scarse che a sinistra, massime medialmente. La pyramis è più estesa della sinistra altrettanto si osserva nello strato interolivare. Le altre formazioni sono normali.

Fig. 15. — Taglio frontale della Oblongata, praticato a livello del terzo distale del nucleo dell'ipoglosso.

A *sinistra*: Le fibrae arcif. interreticulares (restiformales) sono leggermente ridotte ventralmente. Il fasciculus spinocerebellaris dorsalis, il fasciculus spinotect. + spinothalamicus, il fasciculus rubrospinalis, lo sono altrettanto; il fasciculus spinocerebell. ventralis presenta anche una parziale degenerazione. Le periolivares sono ridotte a sottilissimi fascetti, mancano in parte le periamiculares; non del tutto sviluppate le fimbriatae externae; l'oliva inferior è bene espansa; dal festone polare si vede staccare un altro sopranumerario, che si porta in alto a mo' di sperone. Rarefatta l'area del nucl. funic. gracilis.

A *destra*, si vedono l'apice dorsale della porzione verticale dell'oliva access. medialis e i primi accenni del festone polare dell'oliva inf. Il nucleus tractus spin. trigemini e le rispettive fibrae comitantes, sviluppati presso che come a sinistra. Lo strato interolivare è più esteso che a sinistra.

Le fibrae arcif. ext. laterales si continuano come fascio robusto di periolivares fino sul margine ventrale della piramide. Parte delle peripyramidales abbracciano il nucleus arciformis, e si continuano apparentemente coi due strati dorsale e ventrale, il quale ultimo è più sottile che a sinistra; indi, a livello della fiss. mediana anterior, si comportano come nei tagli descritti nella figura precedente.

L'area del nucleus arciformis è più piccola che a sinistra, e contiene uno scarso numero di cellule nervose; molti gruppi di cellule gangliari si trovano entro il mantello midollare del nucleus funic. cuneati.

Fig. 16. — Porzione ventrale (ingrandita) della figura precedente, allo scopo di mostrare meglio nei loro particolari il comportamento dei varii sistemi delle fibrae arciformes ext. atque internae, dei nuclei arcuati e laterali, illustrato nella figura precedente.

Fig. 17. — Taglio frontale del Bulbo a livello della parte media del nucleo dell'ipoglosso.

A *sinistra*: L'area del restiforme + fascio cerebellare dorsale, è alquanto assottigliata e traversata da un fascio assai robusto di fibrae arcif. ext. laterales, che, a misura si giunge in basso, si assottigliano sempre più. Fascetti di praetrigeminales assai ridotti, si continuano insieme ai precedenti come sottilissime periolivares fino al sulcus paraolivaris medialis, e si dividono in due sottilissimi fascetti; l'uno si continua con le retropyramidales, l'altro si perde fra i fasci della piramide. Le bicircumpyramidales e gli strati che circondano il nucleus arciformis si comportano come nei tagli precedenti. Il fascio rubrospinalis ed il fasciculus spinocerebell. ventralis (di Gowers) presentano una lieve riduzione di volume. L'oliva inferior è costituita di grossi e flessuosi festoni, i più mediali dei festoni dorsali sono assai sviluppati; uno di essi, in corrispondenza del polo, ha forma di sperone. Le fimbriatae externae sono abbastanza sviluppate; l'area dell'amiculum contiene scarse periamiculares. Bene sviluppate le due perolive.

A *destra*: le massima parte dei festoni dell'oliva inf. è scomparsa, o sostituita (anche in corrispondenza del polo) da un tessuto gliale; solo i festoni dorsomediali si presentano integri, le rispettive cellule nervose e le fimbriatae internae sono bene conservate; scomparse in parte le fimbriatae externae e le periamiculares. Il pedunculus olivae è ridotto ad un fascetto sottile di fibre. L'oliva access. medialis è dorsalmente ridotta; l'ol. acc. dorsalis è alquanto ridotta. Le ff. arciformes externae anteriores ventrales, fino a livello del polo olivare, sono, al pari delle periolivares, leggermente ridotte; parte delle peripyramidales, formate da un sottile fascetto, si dividono intorno al nucleus arciformis, nei due strati, dorsale (assai robusto) e ventrale; i quali, assottigliandosi passano a ponte, come bicircum pyramidales, sulla base della fiss. anterior, e si continuano con lo stratum dorsale del nucl. arcif. del lato opposto. Il nucleus tractus spin. trigemini è molto più esteso e ricco di cellule nervose che a sinistra. Lo stratum interolivare è di area di poco superiore a quello di sinistra. Degenerata la porzione ventrolaterale del fascic. centrali. tegmenti. Piramide più estesa che a sinistra. Ridotte le fibre e le cellule nervose della IAK.

Fig. 17 *bis*. — Taglio frontale del Bulbo, a livello dell'estremo prossimale del nucleus hypoglossi.

A *sinistra*: il restiforme leggermente ridotto; la metà laterale è alquanto pallida, più ancora le è la formatio fasciculata (*JAK*); scomparsa una parte considerevole delle rispettive cellule nervose,

le fibre nervose (i fascetti) si presentano alquanto pallide. Le fibrae arc. intimae sono diminuite di numero; alquanto ridotte le prae- intra- e retrotrigeminales; le periamiculares scarsissime, però l'area dell'amiculum è estesa come normalmente. Le periolivares ridotte ad un fascetto assai sottile, penetrano nella piramide, si avvolgono intorno al nucleus arciformis, che qui è incastrato dentro la piramide; molto robuste le anse dei festoni dell'oliva inferior. Abnormemente grossa l'oliva access. medialis. Scarsi di fibre il fasciculus spinocerebell. ventralis e il rubrospinalis.

A *destra*: il restiforme è un po' più sviluppato che a sinistra, e maggiore che a sinistra il numero delle fibrae arciformes interreticulares che da esso si irragiano. L'area dell'amiculum è poco estesa, scarse le periamiculares, però in grado meno spiccato che nei tagli precedenti. Le arcif. ext. laterales e le periolivares sono abbastanza fitte; le peripyramidales terminano verso l'estremo laterale del margine della pyramis. L'oliva inferior presenta le stesse alterazioni notate nella fig. precedente. La metà dorsale del braccio verticale dell'oliva access. medialis è notevolmente ridotta. Lo strato interolivare è più esteso che a sinistra. Il nucleus lateralis int. e il gruppo dorsale del nucleus later. ext. sono bene sviluppati. Le bicircumpyramidales si comportano come nei tagli precedenti.

Fig. 18. — Schema del taglio rappresentato nella fig. *h* della Tav. VI, destinato a dare una vista sintetica dei gruppi di cellule nervose (*gpal* = gruppo paralaterale (dorsale); *gsp* = gruppo ventrale; *gpm* = gruppo paramediano) della subst. grisea pontis, i quali aveano subìto aplasia: i primi due a sinistra, il terzo a destra.

Fig. 19. — Schema del taglio rappresentato dalla fig. *i* della Tav. VI e destinato a dare una vista sintetica dei gruppi di cellule della subst. grisea pontis, i quali aveano subìto aplasia. Le indicazioni sono uguali a quelle della fig. precedente.

Fig. 20. — Porzione ventrolaterale della metà destra della fig. *n*, Tav. VIII, notevolmente ingrandita, allo scopo di dimostrare lo sviluppo enorme del pes lemniscus profundus, mentre penetra a ridosso delle fibre del quinto laterale del pes pedunculi.

Fig. 21. — Taglio frontale a traverso gli emisferi cerebrali, praticato a livello dell'estremità anteriore dell'infundibulum.

A *sinistra*: il nucleus medialis thal. e il nucleus anterior thal. sono ricchissimi di fibre nervose. Evidente il nucleus ventralis anterior. I nuclei disseminati sono rivestiti da un robusto stratum zonale; si presentano assai sviluppati, specialmente il più laterale, che sporge molto al di sopra della faccia dorsale del talamo. La stria cornea è più sviluppata che a destra. Il caudatus ha un'area circa 2 ½ più estesa di quella del destro; dal suo rivestimento midollare partono fasci robusti che penetrano nelle masse del ganglio. Il membro esterno del pallidus e il putamen hanno una estensione alquanto maggiore della norma, specie lateralmente e in basso.

A *destra*: alquanto più sviluppata che normalmente l'area dei due nuclei mediali *a* e *b* del thalamus.

Fig. 22. — Taglio frontale praticato a traverso gli emisferi cerebrali, a livello alquante più prossimale del precedente.

Ambedue le sezioni (destra e sinistra) sono spostate verso destra; l'asimmetria delle due metà diventa sempre più manifesta.

A *sinistra*: la capsula interna è assai sviluppata, massime nella parte di mezzo; il caudatus lo è del pari; esso è traversato da grossi fascetti midollari (lenticulo caudati) a direzione verticale e trasversale. Il nucleus anterior thal. (dorsalis magnus) è ricoperto da un robustissimo stratum zonale di fibre nervose.

La metà sinistra del calloso è alquanto obliqua verso l'alto, la destra ha una direzione quasi orizzontale; le due columnae fornicis sembrano originare dalla metà destra della Trave.

A *destra*: sviluppato più dell'ordinario il nucleus anterior thalami (sino a raggiungere il doppio dell'area); i nuclei disseminati ed il nucleus lateralis di estensione normale; nell'estremo ventrale di questo ultimo si vedono numerosi gruppi irregolari di cellule nervose, circondati da fascetti di fibre. La metà ventrale della capsula int. è notevolmente assottigliata. Il lenticularis (putamen e membro esterno del globus pallidus) ha un'estensione areale maggiore dell'ordinario.

Fig. 23. — Taglio frontale a traverso gli emisferi cerebrali, praticato a livello della parte media del septum pellucidum.

A *sinistra*: Assai sviluppato il caudatus. Nella corrispondente lamina septi pellucidi le fibre nervose formano uno strato più sottile che a destra.

A *destra*: assai sviluppato il putamen; nel nucleo lateralis thal. si trovano enormi fasci di fibre nervose, che ne occupano quasi tutta l'area e che ne suddividono la sostanza in tanti piccoli sottogruppi. Leggermente ridotto il terzo medio della caps. interna.

Fig. 24. — Taglio frontale a traverso gli emisferi cerebrali, praticato a livello dell'estremità anteriore del Cavum septi.

A *destra*: la capsula int. si presenta meno estesa che nei tagli normali, e ciò si rileva bene anche paragonando questa con la caps. interna sinistra (taglio precedente).

Il taglio dell'emisfero cerebrale apparisce sempre più inclinato lateralmente (verso destra); e i giri olfactorii sono spostati lateralmente verso sinistra.

La metà destra del callosum è assai ricurvata in alto; il setto lucido apparisce come ritorto, e disposto obliquamente, la metà dorsale è spostata verso destra, mentre la metà ventrale è piegata verso sinistra. Il ventriculus lateralis (cornu ant.) ha a destra un aspetto quasi quadrilatero ed è relativamente ristretto; quello di sinistra è più ampio.

Fig. 25. — Taglio frontale attraverso gli emisferi cerebrali, praticato a livello dell'estremità anteriore del genu. corp. callosi.

A *destra*: il forceps frontalis della Trave penetra esclusivamente nel lobo frontale destro.

Fig. 26. — Schema del decorso di una parte dei sistemi delle fibre arciformi della Oblongata (modificata dallo Ziehen).

Le linee punteggiate indicano fasci di fibre, la esistenza delle quali non è ancora bene accertata.

$B + G$, complesso dei fasci di Burdach e di Goll; Cr = corpus restiforme; *ncl* = nucleus funic. lateralis; *na* = nucleus arciformis; *fait* = fibrae arcif. internae (interreticulares); *epm* = fibrae endopyramidales.

1, fibre che collegano i nuclei funiculi grac. et cuneati con il nucleus funic. later. omolaterale (porzione distale); 1′, fibre che collegano il restiforme con la porzione prossimale di quest'ultimo nucleo; 2, fibre colleganti il nucleus funiculi lateralis con l'oliva infer. omolaterale, e costituenti parte delle periamiculares; 3, fibre che originando dal nucleus funic. grac. et cuneati, trapassano il raphe, e decorrendo entro, e forse sopra, la piramide del lato opposto, si avvolgono come periolivares (*po″*) intorno all'oliva inferior per terminare in parte nel nucleus funic. lateralis (porzione distale) ed in parte nel restiforme del lato opposto; 4, fibre (arcif. int.) procedenti dai nuclei del cordone posteriore (porzione lemniscale, Mingazzini) e che si portano intorno alla piramide fino al nucleus arciformis del lato opposto (distale); 5, fibre (incerte) colleganti col restiforme il nucleus funic. lateralis omolaterale; 6, fibrae arciformes int. (restiformales) che, originando dal restiforme di un lato, formano parte delle arcif. internae, e poi, decussandosi nell'estremo ventrale del raphe, si portano come contingente ventromediale delle peripyramidales, alla piramide (*cpm*) e (per mezzo dello stratum ventrale) al nucleus arciformis del lato opposto; 7, fibre che, originandosi dall'arcuatus, trapassano, come bicircumpyramidales, sul margine opposto della piramide, e come periolivares (*po′*) e fibrae arcif. ext. laterales, si portano al restiforme controlaterale; 8, fibre che originando dall'arcuatus, si portano prima come stratum dorsale- e poi come segmento ventrolaterale delle circumpyramidales e come contingente delle periolivares, al restif. omolaterale; 9, fibre cerebello-olivares, che incrociandosi nel raphe mediano, e proseguendo, come periamiculares (*pa*), si portano alle cellule dell'oliva inf. del lato opposto di cui formano le fimbriatae; 10, fibre olivocerebellari dall'oliva inferior al cervelletto del lato opposto. 11, fibre colleganti il cervelletto, rispettivamente il restiforme di un lato con l'oliva infer. accessoria paralateralis del lato opposto (f. cerebello paralateralolivares). 12, fibre colleganti il cervelletto, rispettivamente il restiforme di un lato con l'oliva access. paramedialis del lato opposto (fibrae cerebelloparamedialolivares).

Fig. 27. — Schema del decorso delle vie (efferenti), che, originando dal cerebellum si portano lungo il brachium pontis, al ponte e al pes del lato opposto.

1 e 1′, catena di neuroni dal cervelletto al gruppo paralaterale delle cellule della subst. grisea pontis; e da queste, lungo i fasci dorsolaterali della via piramidale e lo stratum profundum (omo- e

controlaterale) al quinto mediale del pes pedunculi controlaterale; 2 e 2′, catena di neuroni che dal cerebellum si portano lungo lo stratum superficiale, delle fibrae transversae alle cellule nervose del gruppo paramediano controlaterale; e da queste (ascendendo) al nucleus retic. tegmenti pontis; 3 e 3′, catena di neuroni che originando dal cerebellum, decorrono lungo le fibre della pars subpyramidalis e i gruppi ventromediali della pyramide, alle cellule nervose del gruppo paramediano controlaterale; da queste si originan fibre che si portano lungo il quinto laterale del pes; 4 e 4′, catena di neuroni che nascendo dal cerebellum, si portano lungo la pars corticalis strati superficialis e i fasci ventromediali della via piramidale, alle cellule del gruppo ventrale della subst. grisea pontis; e da queste, lungo le fibre della pars corticalis dello strato superficiale controlaterale, al quinto laterale del pes.

Fig. 28. — Schema del decorso delle principali vie afferenti ed efferenti del cervelletto.

1 e 1′, fasci cerebello vestibulospinali, rispettivamente dal cerebellum al nucleus Deitersii, e da questo al margine anteriore del cordone anterolaterale; 2 e 2′, neuroni della via cerebellorubrospinalis; 2″, via rubrocorticalis; 2‴, via corticorubralis; 3 e 3′, vie cerebellopontina e pontocerebrale (nel complesso via cerebellocerebrale media), decorrenti negli estremi (mediale e laterale) del pes prima, nella capsula interna poi e probabilmente fino al lobo frontale; 4 e 4′, fibre cerebropontine, provenienti rispettivamente dai lobi frontale e temporale (decorrenti negli estremi del pes) e continuantisi come fibre pontocerebellari (nel complesso parte delle vie cerebrocerebellari); 5, fascio spinocerebellare dorsale; 6, via cerebelloolivare; 7, via restiformopiramidale; 8, abducens; 9, focoajo ideale nella zona ventromediale dell'emisfero cerebellare, e che colpisce un contingente considerevole di vie cerebellari afferenti ed efferenti inf. nucleus fastigii.

2. — Spiegazione delle figure inserite nelle Tavole

Tav. I, fig. *a*. — Taglio frontale praticato attraverso il cervelletto, lungo un piano (prossimale), nel quale il verme e gli emisferi (cerebellari) non hanno rapporto con alcuna formazione.

A *sinistra*: l'emisfero cerebellare è ridotto ad una sola lamella diretta, col suo asse maggiore, in senso trasversale, costituita da un campo midollare entro cui è contenuto il dentatus. Questo è formato da festoni non flessuosi, come a destra e un po' più sottili; mancano i ventromediali. Il complesso dei nuclei emboliformis e globosus (conglomerato embologlobosus) è rappresentato dorsomedialmente, da un nucleo tozzo obliquo irregolare assai esteso, di sostanza grigia; ventrolateralmente, da piccoli conglomerati grigi, di figura assai varia.

L'area del nucleus fastigii destro è più estesa di quella del sinistro; ambedue, sono più ridotti del normale; il raphe interfastigiale è spostato verso destra; le suprafastigiales meno assottigliate che a sinistra; scarse le infrafastigiales.

A *destra*: l'emisfero cerebellare si presenta alquanto più espanso del normale, costituito da lamelle principali e secondarie. Alcuni dei festoni del dentatus penetrano, facendo qualche voluta, nel centro del pedunculus dentati; altri, in corrispondenza del polo, penetrano entro la sostanza del centro midollare dell'emisfero. Il conglomerato embologlobosus si presenta abbastanza distinta in due parti: l'una, più dorsale, ha forma di triangolo irregolare; l'altra, ventrale, è costituita da piccoli ammassi di cellule nervose di forma irregolare.

Tav. I, fig. *b*. — Taglio frontale (parte mediale) praticato attraverso il cervelletto, alquanto più distalmente del precedente.

A *sinistra*: i festoni ventromediali del dentatus mancano, come nel taglio precedente. Vello e fibrae semicirculares ext., costituite da grossi fasci, sono intensamente colorati con ematossilina. Il conglomerato embologlobosus è formato di due masse grigie irregolari: l'una, dorsale, di forma quasi circolare; quelle ventrali si risolvono in numerosi ammassi di cellule nervose, aventi forma di mazzapicchio, tutti, o quasi, fusi fra loro.

A *destra*: festone soprannumerario del dentatus, che penetra entro il pedunculus, al di sopra dei festoni ventromediali. Vicino all'estremità mediale dei festoni del dentatus, l'emboglobosus è costituito da un grosso ganglio di sostanza grigia, avente una forma di anello (*gl*), circondato, medialmente e dorsalmente, da costellazioni di piccoli nuclei di sostanza grigia aventi forma irregolare.

Tav. II, fig. *c*. — Taglio frontale attraverso il cervelletto, condotto a livello dell'estremità distale del verme.

A *sinistra*: l'embologlobosus è formato lateralmente da un ganglio fusiforme, a contorni irregolari, a direzione leggermente obliqua; medialmente, da quattro piccoli conglomerati rotondi di sostanza grigia, disposti l'uno vicino all'altro. Il dentatus si comporta come nei tagli precedenti.

A *destra*: il nucleus dentatus è costituito come nei tagli precedenti. Il conglomerato embologlobosus è costituito principalmente da una massa unica circolare di cellule: contiene, nel centro, un fascio di fibre assai sviluppato, il quale invia una quantità di raggi fra le cellule del conglomerato; medialmente, è fiancheggiato da due piccoli ammassi (dorsale e ventrale) di cellule gangliari.

Ne le sezioni rappresentate dalla fig. *a* alla fig. *c* (Tavv. I e II) le lamelle del verme sono spostate verso sinistra; e da questo lato si continuano come normalmente con le lamelle corrispondenti dell'emisfero. Gli assi trasversi delle lamelle sono più ricchi di fibre a sinistra: ma le fine diramazioni fibrillari entro lo strato dei granuli sono più scarse e più grossolane che non a destra. L'amigdala sinistra si vede costituita da scarse lamelle secondarie, ben distinte le une dalle altre.

Tav. III, fig. *d*. — Taglio frontale del Bulbo, a livello del nucleus praepositus hypoglossi.

A *sinistra*: l'area del midollo dell'emisfero cerebellare raggiunge appena $^1/_5$ di quella destra; si vedono distintamente le fibrae semicirculares. L'emisfero cerebellare è ridotto a poche lamelle, le quali, fatta eccezione della più dorsale, si continuano con quelle del verme. L'area del brachium conjunctivum è ridotta a $^3/_5$ rispetto a quella destra. Alquanto ridotto il complesso del pedunculus flocculi e del nucleus angularis: in parte soltanto riconoscibili i varî frammenti nei quali è diviso il nucleus triangularis acust. Le striae acusticae superficiales et profundae sono discretamente sviluppate, ridotti i fasci della *JAK* e dei tractus nucleocerebellares e quelli che dalla *JAK* si portano, ad arco, nella Form. reticularis omolaterale e al fascio post. longitudinale. Evidente la riduzione delle fibrae prae- e retro-trigeminales, e la loro continuazione attraverso la Form. reticularis. L'area dello strato interolivare è un po' meno estesa di quella destra. Le periolivares e le periamicularcs leggermente ridotte; alquanto ristretta l'area dell'amiculum olivae. Il restiforme è ridotto di circa $^1/_3$ dell'area. Il fascio di Gowers, il fasciculus rubrospinalis ed il complesso dei fasci spinotectalis e spinothalamicus sono rarefatti e ridotti di area.

A *destra*: le periolivares leggermente ridotte e terminano insensibilmente verso la metà laterale della piramide. Le periamiculares e le fimbriatae externae sono aumentate di spessore rispetto a quelle dei tagli più distali. L'oliva inferior si comporta come nel taglio rappresentato dalla fig. 17 *bis*. Il braccio verticale dell'oliva accessoria medialis è assottigliato. Ridotto e in parte degenerato il fasciculus centralis tegmenti.

Tav. IV, fig. *e*. — Taglio frontale del Bulbo, in corrispondenza del quarto prossimale dell'oliva inferior.

A *sinistra*: le lamelle dell'emisfero cerebellare sono ridotte ad un paio, ed i rispettivi prolungamenti mediali si continuano ciascuno con una coppia di lamelle del verme: la sostanza midollare dell'emisfero (cerebellare) ha un'estensione areale che raggiunge appena $^1/_4$ di quella di destra, ed ha forma di bisaccia, che dorsalmente si continua con la base (ventrale) del brachium conjunctivum. Il pedunculus flocculi è povero di fibre, la sua area leggermente ridotta. Ridotta alquanto l'area dell'*JAK*; scomparse o rimpiccolite le cellule dorsali del nucleo di Deiters; scarsi i gruppi ventrali. I tractus nucleocerebellares alquanto assottigliati, specie i fasci laterali. Le praetrigeminales sono notevolmente ridotte, sottili le periolivares. Le fine fibre, che dalla *JAK* passano (trasversalmente) nel nucleus di Deiters, sono quasi tutte scomparse: rarefatto il tractus rubrospinalis il tr. spinocerebell. ventr. e il complesso dei fasci spinotectalis + spinothalamicus. Bene sviluppato il nervus acusticus (pars anterior) e il ganglion ventr. acust. L'area dello strato interolivare meno estesa che a d.

A *destra*: ridotte le fibre delle porzioni dorsale e ventrale del fasciculus tegmenti centralis. Le periamiculares leggermente assottigliate. L'oliva inferior si comporta come nei tagli precedenti; i fasci delle fimbriatae internae atque externae sono assai ridotti; conservato in buona parte il pedunculus (olivae). La piramide è più estesa della sinistra. Sottile il segmento ventrolaterale delle peripyramidales, ben conservato il segmento ventromediale. Alquanto assottigliato il braccio verticale dell'oliva access. medialis, specialmente la porzione dorsale.

Tav. V, fig. *f*. — Taglio frontale del Bulbo, praticato a livello dell'estremità prossimale di quest'ultimo:

A *sinistra*: il brachium conjunctivum è ridotto alla metà. Il pedunculus flocculi è ridotto a scarsissime fibre. Sono comparsi già i primi accenni del nucleus motorius trigemini, costituiti da grossi ammassi gangliari entro cui penetra la radix motoria trigemini. La *JAK* è rappresentata dal suo apice terminale. Scomparse le fibre che uniscono il nucleus abducentis con la porzione triangolare del nucleus Deitersii. Le fibre che traversano la Form. reticularis alba (medialis) sono scomparse. Ridotta alquanto l'area della Form. reticularis lateralis e in parte qualche fascetto del fasc. rubrospinalis. Rarefatte e degenerate le fibre del tractus spinocerebell. ventr.

A *destra*: i festoni dorsomediali e dorsolaterali dell'oliva inferior sono discretamente sviluppati; invece il convoluto dei festoni ventrali è ridotto ad una semplice lamella. L'estremità ventrale e dorsale del fasciculus centralis tegmenti è assai povero di fibre. Ridotta leggermente l'area del fasciculus spinocerebellaris ventralis.

Tav. II fig. *g*. — Taglio frontale del Pons, praticato a livello dei suoi piani distali.

A *sinistra*: il brachium pontis è ridotto ad un fascio ovalare, la cui area raggiunge appena $^1/_6$ di quella di destra. Il brachium conjunctivum si comporta come nei tagli precedenti. Le fibre dello stratum profundum meno numerose che a destra. La fibre della pars subpyramidalis in parte scomparse, come pure in piccola quantità le cellule nervose del gruppo corrispondente (gruppo ventrale) e del relativo intreccio nervoso; le fibre facenti parte del contingente della decussatio ventralis raphes (che si portano dalla pars corticalis allo stratum prof. di destra) sono in parte scomparse; l'omologo contingente di fibre dalla pars cortic. di destra allo stratum profundum di sinistra è ben conservato. L'area della pyramis come pure della Formatio reticularis è alquanto più ristretta della destra.

A *destra*: l'area paramediana alquanto ristretta di circa $^1/_3$, e manca di un numero ragguardevole di cellule e di fibre nervose. Le fibre della metà destra del raphe del tegmento sono di numero inferiore a quelle di sinistra, e così anche le fibre che percorrono trasversalmente la formatio retic. medialis. Le fibre del fascic. centralis tegmenti diminuite di numero, e rimpiccolita l'area corrispondente.

Tav VI., fig. *h*. — Taglio frontale del Pons, praticato a livello della sua parte media.

A *sinistra*: a carico del brachium conjunctivum le stesse alterazioni notate nel taglio precedente; esso è circondato, oltre che dal lemniscus lateralis, da sottili fascetti di fibre, continuazione del fasciculus tectospinalis + spinothalamicus e del fascio spinocerebellaris ventralis. I fasci di fibre dello stratum profundum sono diminuiti di numero, e, fra essi, trovansi accumuli di cellule nervose, le quali lateralmente (stratum paralaterale) sono pallide e piccole. Le fibre della pars corticalis (dello stratum superficiale) ridotte a circa la metà; scarsi i fascetti di fibre che costituiscono la pars subpyramidalis. I gruppi dorsolaterale e ventromediale dei fasci piramidali mancano quasi completamente.

A *destra*: alquanto pallide le fibre più ventrali della pars corticalis. La porzione ventrale dell'area paramediana è ridotta alla metà; vi manca un numero cospicuo di intrecci nervosi e di cellule nervose (gruppo paramediano). Ridotte la porzione ventrale e dorsale del fascic. centralis tegmenti. È diminuita in estensione l'area della formatio reticularis lateralis, le cui cellule nervose sono diminuite di numero. Il nucleus centralis supér., i nuclei laqueares medialis et lateralis d'ambo i lati ben conservati. Il lemnisco principale è in tutte le direzioni molto più esteso che a sinistra.

Tav. VI, fig. *i*. — Taglio frontale del pons, a livello del suo terzo prossimale.

A *sinistra*: scomparsa ogni traccia del brachium pontis. Il brachium conjunctivum è ridotto a $^2/_5$ appena della sua area. Mancano molti fascetti dello stratum profundum: le cellule del gruppo ventrale sono alquanto minori di numero che a destra. I gruppi dorsolaterale e ventromediale della via piramidale mancano completamente. L'area parabigemina è bene conservata.

A *destra*: l'area paramediana è ridotta come nei tagli precedenti. Le fibre ventrali della pars corticalis dello stratum superficiale sono alquanto pallide e leggermente ridotte. Alquanto ridotte le aree della portio ventralis e dorsolateralis del fascic. centralis tegmenti e della Formatio reticularis,

Tav. VII, fig. *k*. — Taglio frontale condotto a traverso gli emisferi cerebrali, a livello del punto di passaggio del ponte al pes.

A *sinistra*: il pes si continua con le fibre del ponte. Le fibre dello stratum superficiale — tanto della pars subpyramidalis quanto della corticalis — notevolmente assottigliate. L'area del nucleo bianco è di poco minore di quella corrispondente del lato destro.

A *destra*: l'area paramediana del ponte ristretta notevolmente in tutta la sua estensione dorso-ventrale; scarse le cellule nervose e assai diradato l'intreccio delle fibre nervose. I fasci (gruppi mediali e dorsolaterali della via piramidale sono ridotti di volume e alquanto pallidi. L'area del nucleo bianco, più estesa che a sinistra, è percorsa da tre gruppi di fibre, che si portano nella linea mediana, per prender parte alla commissura (del Werneckink). Le dorsali e le medie, passano in direzione alquanto obliqua da destra a sinistra e dall'alto al basso; assai scarse sono le corrispondenti che si portano da sinistra a destra: le fibre ventrali, a direzione orizzontale, si vedono bene sviluppate a destra e a sinistra; queste ultime sono la continuazione di quelle di destra, perchè le anse, che formano quelle provenienti da destra, si intrecciano sopra e sotto con quelle di sinistra. Le cellule nervose della subst. nigra sono scarse: anche l'intreccio nervoso interposto fra le medesime è assai rarefatto.

Tav. VII, fig. *l*. — Taglio frontale praticato a traverso gli emisferi cerebrali, a livello del terzo prossimale delle bigemine anteriori.

A *sinistra*: bene sviluppate tutte le diverse formazioni.

A *destra*: il nucleus ruber presenta un'area più ristretta dell'ordinario: la sua capsula midollare è ridotta, specie nella porzione ventrale e mediale; i fascetti fibrillari, che percorrono (midollo centrale) trasversalmente il centro del ruber sono minori che a sinistra: i gruppi dorsali delle cellule nervose sono ridotti. L'area della subst. nigra è assai ridotta nel terzo mediale, e non molto ricco di fibre è lo stratum intermedium. L'area del quinto mediale del pes è alquanto ristretta; le fibre più mediali sono assai pallide e rarefatte; il pes emniscus profundus è costituito da un grosso fascio (anomalo), che ripiegandosi in basso, a forma di uncino, termina nell'area del quinto laterale del pes.

Il cornu inferius è lateralmente e in alto circoscritto dal tapetum, medialmente dalla fimbria (prolungamento del crus posterius fornicis) e dall'alveus. La porzione dorsale del corno non solo è assai dilatata, ma trovasi in una posizione del tutto anomala. L'asse midollare del g. fusiformis giunto in corrispondenza della parte ventrale del g. hyppocampi si unisce mediante due ponti di sostanza bianca con l'asse midollare di questo ultimo, solo nel centro i due assi sono divisi fra loro da un nucleo di sostanza grigia.

La form. hyppocampi è costituita da due aree formate da sostanza grigia, ventrale l'una ed uniforme, dorsale l'altra, separata in due metà — mediale e laterale — da un fascio di fibre midollate: il quale cominciando dalla fiss. hyppocampi, e decorrendo dall'alto al basso (e parallelamente al margine laterale del ventricolo later.) termina in basso ad uncino. L'area laterale (*gl*) è formata da sostanza grigia uniforme; l'area mediale (*gm*) in vicinanza della detta lamina midollare è divisa in tre o quattro segmenti, separati fra di loro da fascetti di fibre aventi forma di archi convessi.

Tav. VIII, fig. *m*. — Taglio frontale praticato a traverso gli emisferi cerebrali, in corrispondenza dell'estremità prossimale delle bigemine anteriori.

A *sinistra*: il nucleus ruber e la capsula midollare, il pes pedunculi, il pes lemniscus profundus, la subst. nigra presentano le stesse alterazioni segnalate nella figura precedente.

Il gyrus fusiformis apparisce notevolmente allungato in direzione verticale, e con esso anche il rispettivo asse midollare, il quale in mezzo del suo decorso si unisce con l'asse corrispondente del girus del subiculum cornu Ammonis. In alto si congiunge con le estremità ventrali dell'alveus e del tapetum. La formazione ammonica è costituita da tre segmenti di sostanza bianca e grigia, per la descrizione minuta dei quali veggasi il testo.

Tav. VIII, fig. *n*. — Taglio frontale praticato a traverso gli emisferi cerebrali, a livello della commiss. posterior.

A *sinistra*: uno dei nuclei disseminati thalami e propriamente il più laterale, enormemente sviluppato. I nuclei ventrales *a* e *b* sono più sviluppati del normale. Il nucleus lateralis thalami è

diviso in 3 o 4 sotto nuclei, i più ventrali più grandi dei dorsali, ognuno dei quali è separato dall'altro, per mezzo di una ricca corona di fibre midollate. Delle fibre dell'incrociamento ventrale del tegmento trovasi solo il contingente di fibre che decorre obliquamente (da destra) verso sinistra; mancano le corrispondenti da sinistra verso destra.

A *destra*: l'area del pes pedunculi è alquanto ridotta nel quinto mediale; il pes lemniscus prof., costituito da un grosso accumulo (anomalo) di fasci di fibre, partendo dall'estremo ventrale del campo della subst. nigra, si ricurva ad arco intorno all'estremità laterale del pes, e a ridosso del medesimo.

Nella capsula midollare e nelle cellule nervose del nucleo rosso le stesse alterazioni notate nei tagli precedenti. Dalla parte ventrale dal robusto stratum zonale del pulvinar partono fasci di fibre che medialmente entrano nella cappa della bigemina ant. Il pulvinar è più basso dell'ordinario e sulla faccia ventrolaterale si vede la porzione occipitale del corpus genicul. laterale; la sua faccia dorsolaterale, schiacciata, è circondata dal margine ventrale della columna posterior. Questa è notevolmente spostata e origina assai più lateralmente (a destra) dell'ordinario, dalla faccia ventrale della Trabs. Manca la regione retrolenticolare della capsula int.; al suo posto si trovano dorsalmente il crus posterius, sui lati i plexus chorioidei, e ventralmente l'apice del Cornu Ammonis.

Il cornu sphenoidale è alquanto dilatato, la sua parete dorsale è respinta molto più in alto dell'ordinario; è limitato dorsalmente e lateralmente dal tapetum, che si continua in basso fino all'apice ventrale del cornu; medialmente dal crus posterius fornicis e dalla fimbria, la quale in basso si continua con l'alveus assai robusto.

La formazione ammonica si presenta più semplice che nei tagli precedenti. Nell'incisura hippoc. comincia un fascio midollare robusto che formando un arco convesso all'esterno, si porta in basso, sfioccandosi con tanti pennelli circoscriventi isolotti di sostanza grigia: di qui partono due lamelle midollari che decorrendo lungo la parte di mezzo, risalgono in alto parallelamente, si portano fino all'impianto del crus posterius. Le due lamine, dividono così tutta la sostanza grigia della formazione ammonica, in due porzioni, l'una laterale, l'altra mediale (per i particolari veggasi il testo). Il margine mediale della formazione ammonica è rivestito dall'alveus.

Tav. IX, fig. *o*. — Taglio frontale praticato a traverso gli emisferi cerebrali, a livello della metà prossimale dei corpora mamillaria.

A *sinistra*: il nucleus ventralis *a* enormemente sviluppato: il semilunaris è assai robusto e percorso nell'interno da numerose fibre obliquamente disposte e parallele fra loro: al di sopra e medialmente al medesimo, assai esteso il nucleus lateralis. La porzione dorsomediale del medesimo è separata in gruppetti circolari, o (elissoidali, o quadrilateri) di cellule nervose, limitati da corone di fibre. Il nucleus medialis *b* è ricco di grosse e fine fibre nervose, sopratutto assai robusta è la capsula midollare. I nuclei dorsales disseminati (thalami) assai sviluppati e circondati da robusti strati zonali. Il ganglion habenulae raggiunge un'estensione considerevole.

A *destra*: si vede la continuazione del fascio anomalo del pes lemniscus prof. La lamina medullaris ext. lateralis thal., si confonde col prolungamento del campo triangolare di Wernicke, il quale, invece di portarsi all'esterno si prolunga in un affilato apice che si identifica con detta lamina. Bene sviluppati il ganglion habenulae ed il ganglion geniculatum laterale (pars hili).

Nel nucleo rosso scarseggiano le fibre costituenti le zone ventrale e mediale della capsula midollare; le cellule nervose, specie quelle più dorsali, sono notevolmente ridotte: gli intrecci fibrillari che percorrono l'interno del nucleo sono assai meno numerosi che a sinistra. Robusta l'irradiazione tegmentale.

Tav. IX, fig. *p*. — Dettaglio di una parte (mediale) di un taglio frontale rappresentato in fig. *m* (Tav. VIII).

Spicca lo sviluppo enorme del pes lemniscus profundus di destra, che trapassa sul margine laterale del pes. A sin. la porzione ventrale del nucleus lateralis thal. è frazionata in numerosi sotto nuclei: molto sviluppati i nuclei mediali *a* e *b*, i nuclei ventralis *a* e *b* e i nuclei disseminati dorsales. Degenerate e ridotte le fibre del quinto mediale del pes destro.

Tav. X, fig. *q*. — Porzione mediale ingrandita della fig. *o* (Tav. IX) *allo scopo di dimostrare lo sviluppo dei vari nuclei del talamo sinistro e la riduzione del nucleo rosso destro.*

A *sinistra*: sviluppo considerevole del nucl. semilunaris e del nucleus medialis *b* (thal.), quale ultimo è diviso in parecchi sottonuclei; si nota pure la grande estensione areale dei nuclei disseminati massime del laterale e del nucl. caudatus.

A *destra*: assai ridotta la porzione ventrale e laterale della capsula midollare del nucleo ruber. Evidente l'aplasia e la parziale degenerazione delle fibre del quinto mediale come pure la riduzione dell'area del quinto laterale del pes pedunculi (*d*).

Tav. X, fig. *r*. — Taglio frontale a traverso gli emisferi cerebrali, a livello della metà posteriore dell'infundibulum.

A *sinistra*: bene sviluppati i nuclei medialis e lateralis thalami. I nuclei disseminati, 2-3, raggiungono, specialmente quello laterale, uno sviluppo assai considerevole, talchè la sporgenza di questo ultimo è divisa dalla stria cornea, per mezzo di un solco verticale. Bene visibile il nucleus ventralis ant. Il nucleus medialis thal. è percorso da numerosi fascetti di fibre, continuazione di quelli che percorrono il nucleus laterale. Considerevole è lo sviluppo del caudatus: una specie di prolungamento (anomalo) del medesimo, si estende lateralmente entro le fibre dell'estremità dorsale della capsula interna.

A *destra*: si notano molteplici nuclei disseminati dorsales thalami. La taenia, molto robusta, decorre sul margine mediale del talamo assai più in basso che normalmente. Assai sviluppati il nucleus ventralis *a* ed il nucleus semilunaris (*b*). Il nucleus medialis *b* è diviso in una serie di sottogruppi di forma irregolare, separati da laminae medullares di vario spessore e aventi direzione alquanto obliqua.

LETTERATURA

ABRISOKOW « Zur pathol. Anat. der primären atroph. Proz. der Kleinhirnrinde » Korsakowsche Z. f. Neur. Moskau. 1910, Russisch.

AMALDI « Due casi di atrofia parziale del cervelletto ». Riv. speriment. di Freniatria, 1895.

ANGLADE et CALLMETTE « Syndr. cérébell. ». Rev. de Méd., 1908.

ANTON « Ueber einen Fall von beiders. Kleinhirnmangel », W. K. W, 1903, n. 49, pag. 1349.

ID. « Demonstration eines Mädchens mit Apl. des Kleinhirns ». Verein der Aerzte in Halle. Sitzig., v. 20, juli 1910, M. Med. Woch., 1910, n. 46.

ANTON-ZINGERLE « Genauere Beschr. eines Falles etc. ». A. f. Psych., Bd. LIV, 1914.

BAGINSKY B. « Ueber den Ursprung und den zentralen Verlauf des Acusticus ». Virchows Arch., 1886, Bd. 105, S. 28.

BÀRÀNY R. « Spez. Path. der Erkrankungen des Cochlear-und Vestibular-apparates » Lewandowsky's Handbuch der Neurol., Bd. III, 1912.

BATTEN « Proceed. of the R. Soc. of med », 1908, Neurolog Sect.

BECHTEREW « Die Leitungsbahnen ». Leipzig, 1899.

ID. « Die Funktionen der Nervenzentra ». II Heft. Leipzig, 1909.

ID. « Ueber die innere Abt. des Strickkörpers etc. ». Ebenda, S. 145.

ID. « Ueber die Langsfaserzüge der Formatio reticul. etc. ». Ebenda, 1885, S. 337.

ID. « Ueber eine bisher unbek. Verbindung etc. ». Ebenda, S. 194.

ID. « Zur Frage über den Ursprung des Hörnerven etc. ». Ebenda, 1887, N. 9, S. 193.

BESTA « Ueber die cerebrocerebell. Bahnen ». A. f. Psych, 1913, Bd. I, pag. 323.

BIACH « Zur norm. und pathol. Anat. der aüss. etc ». Arb. aus dem Wiener neur. Inst., Bd. 18.

BIEDL « Absteig Kleinhirnbahnen ». Neurol. Cblatt., 1895.

BIELSCHOWSKY und BRODMANN « Zur feiner Histol. und Histopathol. des Grosshirns ». J. f. Psych., 1905.

BING « Die Bedeutung der spinocerebell. Syst. », 1907.

BLUMENAU « Ueber den äusseren Kern etc. ». N. Clbl., 1891.

BOLK « Das Cerebellum des Saügethiere ». Jenà, 1906, Fischer.

BOROWIECKI « Vergl. anat. u. exper. Untersuch. ñber das Brückengrau etc. ». Arb. a. d. Hirn. anat. Inst. Zünch, H. 5, 1911.

BOTKIN « Ein Fall von Friedreichscher Krankheit ». (russ.) Mediz. Oboz., 1885.

BOURSOUT « Note sur quelques cas d'atrophie du cervelet ». Ann. méd. psych., 1891.

BREUER und MARBURG « Zur Klinik und Pathologie der apoplect. Bulbärparalyse ». Arbeiten aus dem Wiener neurol. Inst., Bd IX, S. 181.

BRISSAUD, E. « R. Neurol. », 1909, dec.

BRISSAUD et LONDE « R. Neurol. », 1894.

BRODMANN « Physiol. des Gehirns-Allgm. Chir. der Gehirnkrankheiten ». Enke Stuttgart 1 Teil. 1913.

BROUWER « Ueber Hemiatr, neocerebellaris ». A. f. Psych., 51, 1913, N. 2).

ID. « Zur Frage über die Striae medull. etc. ». Ebenda, 1892, N. 10, S. 297.

ID. « Ueber die Bestandteile des Kleinhirnschenkels ». Arch, f. Anat. und Entwickl-Anat. Abt., 1888, S. 195.

Brouwer. « Ueber Taubstummheit und die akust. Bahn, Inaug. Diss. ». Amsterdam, 1909 (Ref. in Zentralbl. für Ohrheilk., 1909, S. 552).

Id. « Anat. Unters. über das Kleinhirn ». Psych. en Neurolog. Bl. 1915, Nr. 1 und 2.

Bruce « Illustration of the Mid-and Hind. Brain ». Edinburg-London, 1892.

Brun « Ein Fall von doppelseitigen symmetrischen Erweich. etc. ». Arbeiten aus dem Hirnanatom. Instit.. Zürich, 1912, Heft, VI.

Brun » Z. Kenntniss der Bilduugsfehler d. Kleinhirus ». Schw. Arch. f. Neurol. Bd. I.

Cassirer « Die chronische diffuse Kleinhirnkrankeit ». Lewandousky's Handbuch der Neurol., Bd. III.

Catola « Ein Fall von Heterot. der Nuclei arcif. Neurol. ». Cblatt., 1907.

Clapton « Atrophy of the Cerebellum ». Trans. of the path. Soc., London, 1874.

Clarke and Horsley « On the intrinsic fibres of the cerebellum ». Brain, Spring, 1901.

Claude H. et Mlle Loyer « Un cas d'atrophie croisée du cervelet ». L'Encephale, 1912, pag. 345, parte I.

Combette « Absence complète du cervelet etc. ». Bull. de la Soc. Anat., 1831.

Comolli « Arch. di Anat. », 1910, Bd. IX.

Coonelius R. « Les atrophies croisées du cervelet, Thèse ». Paris, 1907.

Cramer « Eins. Kleinhirnatr. mit leichter Atrophie der gekr. Grosshirnhemisph ». Beitr. zur path. Anat., Bd. XI, 1892.

Id. « Beitr. f. zein. Anat. d. d. Med. etc. ». Jena, S. 94.

Deganello et Spangaro « Aplasie congénitale chez un chien ». Arch. It. di Biol. tomo XXXII, fasc. II, 1899.

Déjérine Rev. Neurol. 1902.

Déjérine et Thomas « L'atrophie olivo-ponto-cerebelleuse ». Nouv. Iconogr, de la Salp., 1900.

Duguet. C. R. de la Soc. anatomique, 1872.

Economo C. « Ueber die dissozierte Empfindungslähmung etc. ». Jahrb. für Psych., 1911, Bd. 32, S. 107.

Economo und Karplus « Zur Physiologie des Mittelhirns ». Arch. f. Psych., Bd. 46, 1909, S. 276.

Edinger « Ueber die Einteilung des Kleinhirns ». Anat. Anz., 1910, Bd. XXXV, pag. 319.

Id. « Vorlesungen über den Bau etc. », I Bd., VIII, 1911, Vogel.

Id. « Ueber Statotonus ». D. Z. f. Nervenh., Bd. 45.

Essik C. R. « The Corpus pontobulbare ». The Amer. Journ. of Anatomie, 1907, vol. VII, 119.

Fieandt « Ueber das Wurzelgebiet des N. hypogl. etc. ». Morphol. Jahrb., 48, 513. 1914.

Fischer « Eine interess. Hemmungsbild. des kleinen Gehirns ». A. f. Psych., Bd. V, 1875.

Fraser « Defect of Cerebellum etc. ». Glasgow Med. Journ., 1880.

Friedler und Bergmann « Fall von Verkümmerung des Zerebellums ». Zeitschr. f. ration, Med., IX Bd., 1861.

Fusari « Un caso di mancanza quasi totale del cervelletto ». Atti dell'Accademia delle Scienze, Bologna 1892.

Fuse. « Die inn. Abhteilung des Kleinhirnst ». Monakow's Arb., Bd. VI.

Id. « Ueber die Striae etc. ». Neurol. Cblatt., 1912.

B. v. Gudden « Gesammelte und hinterlassene Abhandlungen ». Wiesbaden, 1889.

Halban und Infeld « Zur Pathologie der Hirnschenkelhaube ». Arbeiten aus dem Wiener neurolog. Inst., 1902, Bd. IX, S. 327.

Hatschek « Bemerkungen über d. ventr. Haubenfeld ». Arb. aus den neurol. Inst. an d. W. Univ., XI Bd.

Henschen « Ser. Cyste etc ». Z. f. kl. M.. 1907, Bd. 63, pag. 114.

Holmes « A Form of familial Degeneration of the Cerebellum ». Brain, 1907.

Id. « An Attempt to classify cerebellar etc. ». Brain, 1907.

Holmes und Stewart « On the connection etc. ». Brain, 31, 1908.

Huypsert « Hochgr. Kleinheit des Zerebellum ». A. f. Psych., 1882.

Ingels « Arrêt du developpement du cervelet chez un aliéné ». Bull. de la Soc. de Med., 1884.

Jelgersma Z. f. Nervenh., 1889, S. 266 (cit. von Ziehen).
Id. « Drei Fälle etc. ». Z. f. Psychol., Bd. 23, 1917.
Id. « Die Funktion des Kleinhirns. » J. f. Psychol.. Bd. 23, H. 5 und 8.
Jacob « Ueber einen Fall v. Hemipl. etc. ». Z. f. Nervenh., Bd. V, S. 188.
Kirchhof « Ueber Atrophie und Sklerose des Kleinhirns ». A. f. Psych., 1882.
Kohnstamm O. « Ueber die Koordinationskerne des Hirnstammes etc. ». M. für Psych., 1900, Bd. 8, S. 261.
Id. « Anatomische Grundlegung der Kleinhirnphysiologie ». Pflüger's Archiv, 1902, Bd. 89, S. 240.
Karplus « Graue Massen im Funic. cun. etc. ». Arb. aus. d. neur. Inst. in Wien, Bd. XI.
Koestermann « Zur Kenntniss d. eff. Kleinhirnbahnen beim Menschen ». Neurol. Zblatt., 1911, pp. 4, 5.
Kölliker « Handb. d. Gewebelehre des Menschen ». 2 Bd., erste Hälfte, S. 317.
Kononowa E. « L'atrophie croisée du cervelet etc. ». Thèse de Paris, 1912.
Korbsch « A case of cerebellar hypoplasie ». M. f. Psych., Bd. 34, n. 3.
» « Ein Fall v. Kleinhirnypoplasie ». M. f. Psy., Bd. 34.
Lallement « Atrophie du lobe gauche du cervelet ». Soc. anatom., 1862.
Lannois et Paviot « Les lésions histologiques de l'écorce dans les atrophies du cervelet ». Nouv. Iconogr. de la Salpêt., 1902.
La Salle-Archambault « Le connex. cortic. du n. rouge ». Nouv. Icon. de la Salp., 1914, nn. 3-4.
Lejonne et Lhermitte « Atrophie rubro-cerebelleuse ». Nouv. Iconogr. de la Salp, 1909.
Lewy « Der Deiters'ske Kern u. s. w. ». Monakow's Arb., Bd. V.
Loew « L'atrophie olivo-ponto-cerebelleuse ». La semaine méd., 1913.
Luna « Contrib. sperim. alla conoscenza delle vie di projezione del cervelletto ». Ric. del lab. di Anat. di Roma, 1907, vol. 13, pag. 314.
Lewandowski M. « Untersuchungen über die Leitungsbahnen etc. ». Jena, 1904.
Marburg O. « Mikroskopisch-topogr.. Atlas des menschl. Zentralnervensystems, II, Aufl. 1910 ».
Id. « Ueber die neuere Fortschritte ». Archiv, für Naturheilk, 1911, Bd. 41, S. 41.
Id. « Das Kleinhirn bein angeb. Hydroceph. ». Arb. aus d. neurol. Inst. in Wien, Bd. XXI, 1914.
Marie P. et Guillain « Le faisceau pyramidal etc. » R. Neurol., 03, pag. 203.
Mashuda « Ueber das Brückengran des Menschen ». Arbeiten. aus d. Neur. Inst. in Zürich, Bd. IX.
Maximow « Die Leitungsbahnen des Kleinhirns ». Arch. f. Anat., Bd. 25.
Mayer « Atrophie and Scler. of the Cerebellum », J. of ment. Science, 1883.
Meschede « Ein Fall von Epilepsie mit. etc. ». Virch. Archiv., Bd. 81, 1880.
Meyer « Cerebellar Funktions », in Journ. of n. discases, 1916, n. 2.
Meynert « W. med. Jahrb. », 1864.
Mingazzini « Intorno al decorso delle fibre appart. al ped. med. cerebelli ». Arch. per le scienze med., 1890, Bd. XIX.
Id. « Sulle lesioni consec. etc. ». Ric. del labor. di Anat. norm. di Roma, 1894, Bd. IV.
Id. Ziegler's Beitr., 1896, Bd. XX.
Id. « Klin. und pathol.-anatom. Beitr. zum Studium der Kleinhirnatrophien ». M. f. Psych., 1906, XVIII, 76.
Id. « Pathog. und Symptom der Kleinhirnerkr. ». Ergebn. der Neurol., 1912, Bd. I, pag. 89.
Id. « Ueber den Verlauf einiger Hirnbahnen etc. ». A. f. Psych., 1913, Bd. 51.
Id. « Sul decorso delle vie cerebellari nell'uomo ». Riv. di Patol. nerv. ». A. XIII.
Id. « Ueber die Beteiligung etc. ». Folia neurobiol, Bd. VII, 1913.
Id. u. Polimanti « Anatom. physiol. Beitrag etc. ». M. f. Psych., Bd. 25.
Moeli « Demonstration eines Falles von Entwickelungshemmung einer Kleinhirnhemisph. ». N. Z. Cbl., 1889.
v. Monakow « Experimentelle und pathologisch-anatomische Untersuchungen etc. ». Arch. f. Psych., 1895.

v. MONAKOW « Gehirnpathologie ». II, Aufl., 1905, Wien.
ID. « Der rote Kerne, die Haube etc. ». Arb. aus dem hirnanat. Instit., Zürich, 1909-10, H. 3-4.
MOTT and TREDGOLD « Hemiatrophy of the Brain etc. ». Brain, 1900.
MONRO-FINDLAY Glascow Med. J., 1908.
NEUBUERGER und EDINGER « Ein. fast tot, Mangel des Zerebellums ». Berl. klin. W., 1898.
NONNE « Ein weit. Befund bei einen Fall von famil. Kleinhirnataxie ». A. f. Psych., 1905.
OBERSTEINER « Ein porenceph. Gehirn ». Arb. aus dem W. Neurol. Inst., 1902, Bd. 8, pag. 1.
ID. « Anleitung beim Studium etc. ». Wien, 1912, Deutiche.
ID. « Ein Kind mit fehl. Grosshirn ». n. Cbl., 1913, pag. 876.
ID. « Ein Kleinhirn ohne Wurm ». Arb. aus d. neur. Instit., Bd. XXI, 1914.
OEKONOMAKIS A. f. Psych., Bd. 39.
OPPENHEIM « Lehrbuch etc. », pag 1888, Berlin, Karger, 1024.
OTTO « Ein Fall von Verkümmerung des Kleinhirns ». A. f. Psych., 1874.
PITZORNO « Studî sassaresi », vol. 2°, 1903, sez. 2ª.
PREISIG « Étude anat. et pathol. etc. ». Journ. f. Psych. u. Neurol., Bd. 19.
PROBST « Z. Anat. u. Phys. d. Kleinhirnis ». A, f. Psych., 35.
R. Y CAJAL « Histolog. du sist. nerveux ». Paris, 1909.
RAYMOND et LHERMITTE « Sur un cas de mal. famil. de l'appareil cérébelleux ». R. neurol., 1909.
RAYMOND et ROSE « Un cas de maladie familiale etc. ». L'Encéphale, 1907.
RHEIN « Extrapyram. motor disturbances ». J. of. nerv. dis., 1915, pag. 802.
ROMANOW Neurol. Zentr., 1900 (Sitz.-Ber.).
RONDONI « Beitr. zum Studium der Entwicklungskrank. des Gehirns ». A. f. Psych., Bd. 45.
ROSSI J. « Atrophie prim. parenchym. du cervelet ». Nouv. Icon. de la Salpêtr., 1907.
REITSEMA « Die indir. Atrophie etc. ». Psychiatr. Bladen, 1904, S. 347.
ROSSI U. « Un caso di mancanza del lobo mediano del cervelletto ». Lo Sperimentale, anno 45.
» « Nuova osservazione di mancanza del verme cerebellare ». Lo Sperimentale, anno 45.
ROTHMANN « Functions of the middle lobe of the Cerebellum ». M. f. Psych., 1915, n. 5.
ROYET et COLLET « Sur une lésion system. du cervelet etc. ». Arch. de Neurol., 1893.
RUSSEL R. « Degenerations consequent on experimental lésions etc. ». Phil. trans., 1805, vol. 186.
ID. « Defective Development of the cerebellum ». Brain, vol. 18, 1895, pag. 523.
SAUER W. « Ein Beitr. z. Kenntniss d. Kleinhirnbahnen ». Folia neurologica, Bd...
SCHAFFER « Der Kleinhirnanteil der Pyramidenbahnen ». Z. f. d. g. Neurol., 27 Bd., H.
SCHLESINGER H. « Beiträge zur Kenntniss der Schleifendegeneration ». Arbeiten aus d. Wiener Neurolog. Inst., 1896, Bd. IV, S. 63.
SCHWEIGER « Z. Kenntniss der Kleinhirnsklerose ». Arb. aus d. Neurol. Inst. an d. W. Univ., XIII Bd.
SEPPILLI « Sopra un caso di atrofia del cervelletto ». Riv. sperim. di Gren., 1879.
SHERRES « On a case of congen. Porencephalus etc. ». Studies from the R. Victoria Hospital Montreal, vol. I, n. 2, 1902.
SHUTTLEWORTH « Defective Cerebellum ». Brit. Med. Journ., 1885.
SPILLER « Four cases of cerebell. etc. ». The Brain. 1896.
SPITZER u. KARPLUS « Ueber experim. Läsionen etc. ». Arb. aus d. W. neurol. Instit., 1907, Bd. 16, pag. 197.
STELZNER « Ueber einen Fall von Kleinhirnatrophie ». M. f. Psych., 1908.
ID. « Zur Kenntniss der angebor. Kleinhirnatrophie usw. ». Z. f. Heilk., 1906.
STREUSSLER « Ueber Entwicklungstörungen im Zentralnervensystem ». Z. f. d. ges. Neur., 1910, II.
STRONG « Prelim. Report upon a Case of unilat. Atrophie of the Cerebellum ». J. of comparat. Neurology, 1901.
TSUCHIDA U. « Ueber die Ursprungskerne etc. ». Arbeiten aus dem hirnanatom. Institut der Univers. Zürich, 1906, Heft. II.
TAFTE and MORSE J. of n. discases, 1914, n. 9.

TEDESCHI « Sistemi di craniologia ». Padova, 1906.
THOMAS A. « Atrophie du cervelet et Sclérose en plaques ». R. neurol., 1903.
ID. « Atrophie lamell. des cellules de Purkinje », R. neurol., 1905, XIII.
ID. C. Rendus de la Soc. de Neurologie. Janvier 1912.
ID. « Les localis. cérébelleuses ». Paris, 1914.
ID. et CORNELIUS « Un cas d'atrophie croisée du cervelet ». R. neurol., 1907, Bd. 15.
ID. et KONONOWA « L'atrophie croisée du cervelet etc. ». R. neurol., 1912, Bd. 93.
UEMURA « Pathol. anat. Untersuch. über die Verbindungsbahnen etc. ». Schw. Arch. f. Neurol., 1917.
VERDELLI « Su un'anomalia del cervelletto ». Rivista clin., 1874.
VIGNAL « Rech. Sur le dévelop. des éléments des couch. cort. etc. ». Arch. de Physiol., 1888.
VOGT « Fein. Anat. des Centralnervensystems ». Lewandowsky's Handbuch, Bd. I, 1913. Berlin.
VOGT-ASTWAZATUROW « Ueber angeborene Kleinhirnekrank. mit Beitr. etc. ». A. f. Psych., Bd. 51.
VOLPI-GHIRARDINI Neurol. Cblatt., 1904, Bd. 19.
WADSWORTH « Remarks on a case of Sclerosis of the left Cerebellar Hemisph. ». Univ. of Penns. Med. Bull., 1901, pag. 116.
WARRINGTON a. MONSARRAT. Brain, 1892, pag. 444 (Rif. in Ziehen, loc. cit.).
ID. « A case of arrested Developpement of the Cerebellum and its Peduncles etc. ». Brain, 1902.
WILLIAMS « Vergleich. Studium über den Bau etc. der Oliva inf. ». Arb. aus d. W. neur. Inst., Bd, 17, pag. 118.
WOSKRESSENSKY « Z. f. d. g. Neur. », Bd. VI.
ZIEHEN « Handbuch der Anat. des Menschen v. Bardeleben-Nervensystem ». (IV Bd., I-III Abt.), pag. 272, Jena, 1899.
ID. « Mikrosk. Anat. d. Gehirns ». Jena, Fischer, 1913, S. 333.
ZINGERLE « Ueber die Nuclei arcif. ». Neurol. Cblatt., 1908, n. 5, S. 194.

ILLUSTRAZIONE DELLE TAVOLE

NDICAZIONI COMUNI A TUTTE LE FIGURE

---

alv	= alveus.
apbg	= area parabigemina.
apm	= » paramediana (pontis).
bc	= brachium conjunctivum.
bp	= » pontis.
cA	= formazione Ammonica.
ca	= cornu anterius med. spinalis.
cdr	= pars dorsalis capsulae medull. nuclei rubri.
cgl	= corpus geniculat. laterale.
cgm	= » » mediale.
cHB	= fascic. centr. tegmenti (centrale Haubenbahn).
cHBd	= fascic. centralis tegmenti (pars dorsalis).
cHBv	= » » » (» ventralis).
ci	= caps. interna.
cL	= corpus Luysii.
cio	= crista occipit. externa (ossis occip.).
cm	= corpora mamillaria.
cmr	= pars medialis caps. medullaris nuclei rubri.
co	= condylus occipitalis.
cp	= crus post. fornicis.
cr	= corpus restiforme.
ctria	= campo triangolare di Wernicke.
cvr	= pars ventralis capsulae medull. nuclei rubri.
d	= nucleus dentatus.
doi	= pars degenerata olivae inferioris dexterae.
dp	= decussatio pyramidum.
dvr	= » ventralis raphes (pontis).
eg	= conglomerato corrispondente all'insieme dei due nuclei embolus e globosus.
fa	= cordone anteriore del midollo spinale.
fae	= fibrae arciformes ext. laterales.
fai	= » » interreticulares.
faid	= » » internae dorsales Oblongatae.
faiv	= » » » ventrales »
faldi	= » » ext. laterales dors. Oblongatae.
fbcp	= » bicircumpyramidales.
fc	= funic. cuneatus.
fco V	= fibrae comitantes trigemini.
fcvd	= fascio vestibulocerebellospinale.

fe = (fibrae) fimbriatae externae.
ff = forceps frontalis.
fH = fasciculus Helwegii.
fiug = fovea jugularis.
flo = tonsilla (cerebelli).
flp = fasciculus post. longitudinalis.
fp = fasci piramidali (rolandici) del ponte.
fpl = fascio piramidolaterale.
fR = formatio reticularis.
frs = fascic. respiratorius.
fu = g. (lobulus) fusiformis.
fv = fasci ventrali della via pyramidalis pontis.
ga = ganglion habenulae.
gh = g. hippocampi.
gc VII = genu cerebrale nervi facialis.
gl = segmento laterale corrispondente alla porzione godronnée della formazione ippoc. di sin.
gl (Tav. I, fig. 6) = porzione dell'embologlobosus disposta a mo' di anello.
gm = segmento mediale della formaz. ippocampica corrispondente al g. dentatus.
gol = g. olfactorius lateralis.
gom = „ „ medialis.
gv = gruppo ventrale della subst. grisea pontis.
= formatio hippocampi.
HB = fasciculus Helwegii.
= Insula.
ih = incis. hippocampi.
IAK = inn. Abteilung des Restiforme (corpus juxtarestiforme).
it = fibrae intratrigeminales.
ll = lemniscus lateralis.
lm = „ medialis.
lmc = lamina medull. involuta.
lmi = „ „ media.
lmp = pars lateralis lemnisci principalis.
lsd = lamina septi dextera.
lss = „ „ sinistra.
ma = nucleus medialis *a* (thal.).
mb = nucleus medialis *b* (thal.).
mç = meditullium hemisph. cerebellaris (sin.).
mfc = mantello del nucleus funic. cuneati.
n = nucleus lenticularis.
n VII = nucleus facialis.
n XII = „ hypoglossi.
na = „ angularis.
nac = „ arciformis.
nal = „ albus.
nam = „ amigdalae.
nat = „ anterior thalami.
nbp = „ bigeminae posterioris.
nB = „ Burdachii.
nBi = „ int. funiculi cuneati (Burdachii) = nucl. Monakovii.
nBe = „ ext. funiculi cuneati (Burdachii).
nc = „ caudatus.
nD = „ Deitersii.

ndd = nuclei disseminati (dorsales) marginales (Oblongatae).
ndd = » dorsales dissem. thalami.
nd = » idem.
ndp = nucleus disseminatus dorsalis posterior (thalami).
nc = » caudatus.
nfc = » funic. cuneati (Burdachii).
nfg = » » gracilis.
nl = » funiculi lateralis (in generale).
nle = » lateralis thalami.
nli = » funiculi lateralis (gruppo interno).
nma = » medialis *a* (thalami).
nmb = » » *b* (»).
nm V = » motorius trigemini.
np XII = » praepositus hypoglossi.
npal = » paraolivaris (access.) lateralis.
npm = » » » medialis.
npo = » praecursorii pontis.
ntac = » triangularis acustici.
nva = » ventr. *a* (thalami)
nvb = » » *b* (semil) »
nvc = » » *c* »
nvan = » » anter. »
nr = » ruber.
nrs V = » tractus spin. trigemini.
nta = » triangularis acustici.
n VIII l = pars medialis nuclei ventr. acustici.
n VIII m = » lateralis » » »
nv VIII = nucleus ventralis acustici.
oi = oliva inferior.
opl = » access. (paraoliva) dorsalis.
p = pyramis.
pa = periamiculares (fibrae).
pc = pars subcorticalis dello stratum superficiale delle fibrae transv. pontis.
pe = pes pedunculi.
pfl = pedunculus flocculi.
pgsd = fibre provenienti dal nucleus funic. cuneati di sinistra, e che prendono parte alla decuss. lemnisci.
pll e *plp* = pars lateralis lemnisci principalis e lemniscus principalis.
pln = planum nucale oss. occ.
pd = pars dorsalis commiss. Wernekinkii.
pm = » media » »
pmp = pars medialis lemnisci principalis.
pv = » ventr. » »
plp = pes lemniscus profundus,
po = pericircumolivares (fibrae).
poi = pedunculus olivae infer.
ppy = fibrae pericircumpyramidales.
psp = pars subpyramidalis dello stratum superfic. (delle fibrae transversae pontis).
pt = fibrae praetrigeminales.
pu = putamen.
pul = pulvinar.
qa = emin. bigemina anterior.

rlc	=	porzione retrolenticolare della capsula interna.
rt	=	fibrae retrotrigeminales.
sa	=	striae acusticae superficiales.
c	=	stratum complexum delle fibrae transv. pontis.
sd	=	stratum dorsale del nucleus arciformis.
sg	=	subst. gelatinosa Rolandi.
sn	=	subst. nigra.
sv	=	stratum profundum delle fibrae transv. pontis.
ss	=	» superficiale » » »
sv	=	» ventrale del nucleus arciformis.
tap	=	tapetum.
t_1	=	g. temporalis supremus.
t_2	=	g. » secundus (medius).
t_3	=	g. » tertius.
tnc	=	tractus nucle-ocerebellares.
th	=	thalamus.
to	=	tractus opticus.
tscd	=	fascic. spinocerebellaris dorsalis (Flechsigii).
tscv	=	» » ventralis (Gowersii).
tsv	=	tractus spinalis radic. trigemini.
trig	=	complesso delle fibrae prae-retro- ed intratrigeminales.
trs	=	tractus rubrospinalis.
trstsp	=	» spinothalamicus.
vd	=	verme dorsale.
vi	=	» inferiore (ventrale).
VA	=	fascio di Vicq-d'Azyr.
VIII ant.	=	pars anterior nervi octavi.

FIG. *a*.

FIG. *b*.

FIG. *c*.

nmV
bc
cHB
flp
cHB
bp
lm
ss
p
dvr
apm
fR
ss
sp

FIG. *g*.

nv VIII
trs
trig
tscv
CHB
po
pa
doi
m
p
oi
pd
pa
CHB
tscv
trig
nv VIII
cr
JAK
nta
npXII
JAK
ntac
na
pfl
bc

FIG. *d*.

nvVIIIm
nvVIIIf
trs
trig
tscv
cHBv
po
pa
oid
lm
npo
p
bc
pfl+na
DK
IAK
trtsp
gcVII
tnc
oi
nvVIII
VIIIant
fst
cHBd
mc

Fig. *e*.

Fig. 5.

cHBd
fR
cHBd
ll
trs
pll
cHBv
trs
pll
lmp
cHB
pmp
pmp
bp
pc
sp
psp
fv
gv
dvr
apm
psp
pc
sc

FIG. h.

nbg
apb
cHBd
bc
cHBv
cHBd
flp
ll
bc
trs
plp
plp
cHBv
pmp
sp
bp
fp
ss
psp
pc
psp
psp
apm
pc

FIG. i.

FIG. *k*.

FIG. *l*.

gi
lmc
cp
gl
f
V
na
gme
gm
gh
t1
t2
t3
fu
m

FIG. *m*.

nc
Pul
ndl
nle
nvb
nmb
nr
pe
ih
gl
lmi
lmc
alv
gm
cgm
cgl

FIG. *n*.

cpt
nc
nc
nle
ga
cgl
ma
h
n
cm
nr
to
cgm
pe
gl
nva
mb
alv
plp
gm

FIG. *o*.

nc
ndd
nva
pul
nvc
nle
nma
nmb
nvb
plp
cdr
cmr
sn
cvr
trs
cvr
nr
cL
pe

FIG. *p*.

ndd
nle
nle
ma
irt
nvb
mb
nr
cgm
sn
cgl
plp
d
cL
to
cm

FIG. *q*.

ndp
c-tria
nc
ma
nle
nm
VA
nvan
nam
ft
rlc
to
nva

FIG. *r*.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali storiche e filologiche.*
Vol. V. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI. Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali* Vol. I-XXVII. (1892-1918). Fasc. 5°-6°, Sem. 2°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XXVII. (1892-1918). **Fasc. 1°-2°.**
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XII. Fasc. 13.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-7.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

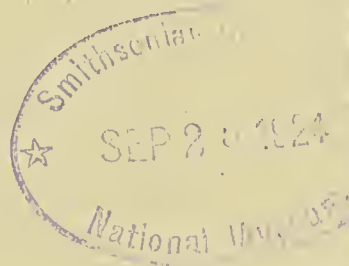
Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. 10; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

P. MAGLIONE & C. STRINI (successori di E. Loescher & C.) — *Roma.*

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
(ANNO CCCXVI 1919)
SERIE QUINTA — VOLUME XII — FASCICOLO XIV.

VENTURINO SABATINI

IL RILIEVO VULCANICO

GENERATO DA UNO O DA DUE PUNTI ESPLOSIVI

Smithsonian
SEP 2 1924
National

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI
1919

RELAZIONE

letta dai Soci De Stefani, relatore, e De Marchi, nella seduta del 2 giugno 1918, sulla Memoria dell'ing. prof. Sabatini, intitolata: *Il rilievo vulcanico generato da uno o due punti esplosivi.*

La Memoria presentata dall'ing. prof. Venturino Sabatini: *Il rilievo vulcanico generato da uno o due punti esplosivi* (e principalmente intende del rilievo vulcanico subaereo) è divisa in due parti. La prima tratta del *Rilievo generato da un punto esplosivo*: è interessante ed originale per l'applicazione delle formole di balistica allo studio delle traiettorie vulcaniche, della distribuzione dei materiali e della forma del rilievo. La parte seconda (*Rilievo generato da due punti esplosivi*) muovendo dal concetto delle *forme limiti* con generatrici rettilinee, a cui i coni vulcanici con generatrici curvilinee, e che non abbiano subìto azioni deformatrici, si accostano più o meno, ricerca le forme risultanti dalle loro reciproche azioni, e tende a dimostrare che le conseguenze che se ne possono trarre, se sono vere per le anzidette forme teoriche, lo debbono essere per le forme che si presentano in natura.

Nell'insieme, quantunque si tratti di materia la quale meglio si decide con l'osservazione che con l'analisi matematica, riteniamo che il lavoro, specialmente per la prima parte che potrebbe anche stare a sè, meriti considerazione e si possa pubblicare negli Atti accademici.

Il rilievo vulcanico generato da uno o da due punti esplosivi.

Memoria di VENTURINO SABATINI

presentata nella seduta del 2 giugno 1918.

INTRODUZIONE, DEFINIZIONI E DATI D'OSSERVAZIONE

Il problema della costruzione dei coni vulcanici di natura esplosiva a chi lo guardi superficialmente sembra di ovvia spiegazione, poichè il concetto del « mucchio » costituito di materiali solidi lanciati dalle bocche eruttive e ricaduti intorno ad esse è stato finora comunemente ammesso. Perciò non si è mai creduto fosse il caso di sottomettere all'analisi matematica un fenomeno che, con evidente contradizione, parve semplice a capire, e troppo complesso e sopratutto troppo disordinato per essere sottoposto al Calcolo [1]. Un problema difatti si può mettere in equazione quando dipende da leggi ben definite, ciò che significa la conoscenza precisa delle cause e quella delle condizioni che agiscono sugli effetti e li modificano, mentre chi si avventuri all'esame del modo come un cono esplosivo si è costruito si avvede che la sua forma e la sua costituzione sono funzioni di funzioni nel senso più esteso, cioè funzioni di molte variabili non indipendenti, tra le quali, oltre quelle che si conoscono abbastanza bene, ve ne sono altre che si conoscono poco, e altre che non si conoscono affatto. Ciò non ostante qualche tentativo di soluzione può essere proposto con la prudenza che si rende necessaria in sede di prima approssimazione, e notando che l'approssimazione ultima non occorre sia molto grande. Così ad esempio le direzioni rettilinee e le forme coniche sono intese in modo molto relativo.

Il tiro vulcanico si traduce in un vero problema di Balistica, e per quanto a differenza del tiro ordinario si manifesti in condizioni assai più complesse e poco note, e per le quali mancano quasi completamente le determinazioni sperimentali dei coefficienti più indispensabili, si può tuttavia cominciare col metterlo in equazione servendosi per ora dei coefficienti che si posseggono sopra fenomeni analoghi e tra limiti più modesti e sopratutto d'ipotesi che non conducano a risultati smentiti dall'osservazione.

Le leggi della caduta dei gravi nei mezzi resistenti sono dedotte analiticamente in Meccanica per casi molto semplici, allontanandosi dai quali le equazioni differen-

[1] R. D. M. Verbeek per l'eruzione del Krakatau del 1883 ha eseguito dei calcoli, ma supponendo che il tiro vulcanico avvenga nel vuoto (*Krakatau*, vol. II, pag. 514, Batavia, Impr. d. l'Etat, 1886).

ziali del movimento non sono più integrabili, meno che per poche forme speciali e verificate in pratica tra limiti molto ristretti. In Balistica il problema è studiato a fondo servendosi d'integrazioni approssimate, e la deduzione analitica vi cede spesso il posto a determinazioni sperimentali fatte caso per caso. Si può così dedurre la conseguenza che *le gettate d'una serie indefinita di proiettili con pesi decrescenti, lanciati nell'aria, a parità di angolo di proiezione e di pressione unitaria sulla sezione trasversale, quindi con velocità crescenti al diminuire del peso, e più precisamente crescenti in ragione inversa del raggio e della densità, cominciano col crescere rapidamente fino ad un certo limite, dopo del quale vanno decrescendo con differenze sempre più piccole.* Il limite anzidetto è variabile col rapporto tra uno dei proiettili e la relativa velocità iniziale, la quale una volta determinata dalla potenza d'una data esplosione e per un dato proiettile resta determinata per tutti gli altri proiettili della medesima esplosione, essendosi ammesso che la pressione unitaria sia costante. Invece nel vuoto non esiste questo limite di accrescimento e le gettate son sempre crescenti, cioè il proiettile più leggero va più lontano, in ragione diretta del quadrato della velocità iniziale o in ragione inversa del quadrato del raggio e della densità. È noto inoltre a quanti si occupano di vulcani che i materiali da essi proiettati seguono in generale quest'ultima legge ma senza l'anzidetta proporzionalità. Difatti la gettata cresce ordinariamente col crescere della velocità iniziale e col decrescere del peso, ma la ragione del quadrato rappresenta un massimo. Il carattere differenziale che ne deriva costituisce l'unico mezzo sicuro per riconoscere i punti esplosivi la cui attività si sia addormentata o spenta, mentre più frequentemente può mancare il carattere della natura scoriacea del materiale minuto, e le stesse forme dei coni — di cui è nota la instabilità — possono essere così mutate da non dare più nessun affidamento. La diversità tra le leggi delle gettate pei proiettili ordinarii e per quelli vulcanici dipende prima di tutto dalla diversità d'inclinazione del tiro [1] e dipende inoltre dalla diversità delle condizioni in cui esso generalmente avviene nei due casi, sebbene le cause del movimento (velocità iniziale, gravità, resistenza dei mezzi) restino le stesse.

Prima di andare avanti sarà bene definire le espressioni *pino*, *colonna di fumo* e *nube* che sono state adoperate finora in senso troppo indeterminato e ritenendo spesso le due prime come sinonimi. Inoltre ricorderò alcuni dati di osservazione.

Le emissioni vulcaniche dovute al fenomeno esplosivo costituiscono una doppia serie più o meno intimamente associate: emissioni gassose ed emissioni di materiale frammentario solido o pastoso costituenti i *prodotti di proiezioni* o semplicemente *proiezioni*, quantunque siano proiezioni anche le emissioni gassose. Quando le emissioni in genere avvengono dal cratere costituiscono la *colonna di fumo* in senso lato, e prendono forme diverse che possono raggrupparsi intorno a tre tipi: il *pino*, la *colonna di fumo* propriamente detta e la *nube*. Nei tre casi si ha un'emulsione di vapor d'acqua, d'altri gas, di ceneri e di lapilli minutissimi costituente una vera unità. È dessa l'atmosfera in cui viene lanciato il materiale solido e pastoso ad elementi più pesanti. La velocità di proiezione è quella che distingue i tre casi.

(1) Con l'artiglieria antiaerea tale diversità sparisce o tende a sparire.

Il pino è formato da un *fusto* in forma di tronco di cono rovescio molto allungato, quasi cilindrico, con *chioma* in forma di strato orizzontale. Un esempio classico di pino si ebbe nell'eruzione vesuviana dell'ottobre 1822, quale risulta da note incisioni [1] (fig. 1). La velocità delle masse gassose nel fusto del pino è conside-

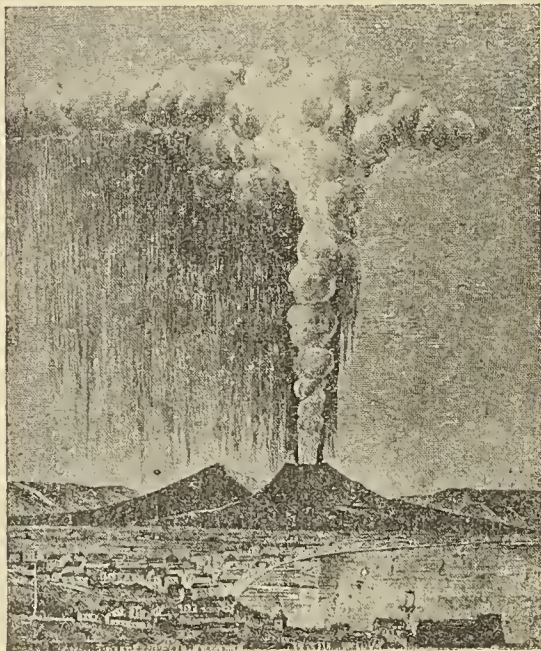



Fig. 1.

revole al punto che talvolta i più forti uragani non arrivano a turbarne la verticalità [2]. Ammetterò, ciò che sembra verosimile, che all'innesto tra fusto e chioma

(1) In questa eruzione il fenomeno si ripetette tre volte ne' giorni 22 e 23. Alle 13 del 22, in mezzo a grande fragore di boati e con forti tremiti del suolo, una colonna maestosa di fumo s'innalzò dal cratere in forma « quasi di ombrello ». Composta nel nascere da un grandioso cilindro « di fumo perpendicolare al piano del cratere, piegavasi nell'alto del cielo in forma di parabola, « innalzandosi sempre ed espandendosi con replicati vortici di varia grandezza; i quali, sempre « svolgendosi e sempre elevandosi, mescolavano insieme le loro onde circolari; e quelle onde e « quelli vortici in ampio nugolone men denso del pino andavano a terminare ». (T. Monticelli e N. Covelli, *Storia dei fenomeni del Vesuvio avvenuti negli anni 1821, 1822, e parte del 1823*. Napoli, Gabin. Bibliogr., 1823, pp. 68 a 70). Alle 20 dello stesso giorno 22 « A poco a poco il « piano del cratere antico... cominciò ad aprirsi in più luoghi e dar fuori piramidi candenti che, « distinte fra loro fino ad una cert'altezza, riunivano poi i rispettivi materiali nell'alto del cielo; ed « una nube di fuoco vi formavano, la quale spandendosi ed inclinandosi a seconda del vento, di « candenti sassi smaltava tutta la estensione e 'l perimetro dell'antico cratere, non che l'intera « superficie del cono massimo » (Id., pag. 74). « Come rappresentare l'effetto che tante piramidi « rovesciate, di ardenti roccie e di rovente sabbia composte, producevano nell'aria? Migliaia di sassi « infuocati si elevavano ad ogni istante a diverse altezze con sorprendente velocità e continuato « rumore; si urtavano fra loro con fragore, ed in una nube di fuoco andavano tutti a confondersi ». (pag. 75 e tav. II, in cui le piramidi mostrano angoli al vertice di 16°). Altri due pini si sollevarono dal cratere il giorno dopo alle ore 14.

(2) Le « spinte verticali » (*poussées verticales*) alla Pelata nel 1902 erano lanciate con tale velocità da attraversare le nubi a 10 chilometri d'altezza « comme à l'emporte pièce » e quindi si espandevano in forma di parasole. A. Lacroix, *La Montagne Pelée*, Paris, Masson, pp. 165 e 166.

tale velocità venga bruscamente ammortita da una raggiera di correnti orizzontali divergenti, a cui la chioma è dovuta e che sono la conseguenza del richiamo d'aria prodotto dal calore del cratere alla parte inferiore del fusto, dove si determinano delle correnti orizzontali convergenti.

La colonna di fumo propriamente detta ha un fusto a tronco di cono più pronunziato, poichè la base superiore è molto più larga dell'inferiore, essendo la velocità delle masse gassose assai minore che nel caso precedente. Anche la chioma è meno regolare.

Finalmente la nube corrisponde al minimo di velocità. Le emissioni si spandono intorno al vulcano fin dall'inizio circondandolo e nascondendolo tutto o in parte, e distendendosi più o meno nei dintorni. Rientrano in questo caso le chiome senza fusto che prendono infinite forme e che talvolta assumono una graziosa regolarità ([1]).

Tra queste principali vi sono poi tutte le forme intermedie ([2]). Ma altra ne va ricordata e che appare non di rado durante il declinare dell'eruzione, per cui fu osservata al Vesuvio dall'8 al 13 aprile del 1906. Essa esce dal gruppo delle precedenti, che si manifestano generalmente durante l'eruzione propriamente detta. Si tratta di un fusto tozzo con chioma poco estesa od appena accennata e costituito di globi sospinti talvolta con debolissima velocità, quasi a fatica ([3]). È una forma di passaggio alla nuvola ardente iniziale ([4]).

Sulle distanze in altezza e gettata a cui pervengono le proiezioni vulcaniche si hanno dati numerosi. Nell'eruzione vesuviana del 1822 il fusto del pino ebbe una altezza di 3000 m. Nel 1906 allo stesso Vesuvio la colonna di fumo e la nube si sollevarono di 5 ch. La colonna della Pelata posteriormente all'8 maggio 1902 raggiunse talvolta 10 ch. superando la regione degli Alisei superiori. Una delle maggiori altezze fu quella di 27 ch. nella colonna del 1883 al Krakatau. Nell'eruzione vesuviana del 1779 i grossi proiettili salirono nella colonna di fumo fino a 2 o 3 ch. dall'orlo del cratere.

I punti di caduta furono trovati a distanze variabilissime. Proiettili di un mc., cioè di 2 o 3 tonn. si trovarono talvolta a 100 o 200 m. dal cratere vesuviano, e un blocco di 15 m. di lunghezza fu lanciato a 250 m. dal cratere dell'Etna. Ma tali piccole distanze vanno corrette e talvolta raddoppiate coll'aggiunzione della distanza tra l'orlo del cratere e l'asse eruttivo che può trascurarsi solo per distanze dal cratere molto più forti di quelle ora indicate. I blocchi di 1 a 2 m. si trovano fino alla distanza di 5 ch. dal cratere estinto di Montefiascone. Blocchi di centi-

([1]) Vedi A. Lacroix, loc. cit., pag. 168.

([2]) Notevole la forma fotografata nel 1914 al Vesuvio, che mostra un cono con base in alto di diametro quasi uguale all'altezza del cono. G. Mercalli, *I Vulcani attivi*, Milano, Hoepli, 1907, tav. IV.

([3]) Vedi *Il Vesuvio e la grande eruzione dell'aprile 1906* (AA. diversi), Napoli, Colavecchia, 1906, pag. 15.

([4]) La differenza tra *nube vulcanica* propriamente detta e *nuvola ardente* non ha bisogno di troppe spiegazioni. La prima è un'emissione continua, a getti ripetuti con debole velocità e con direzione generalmente prossima alla verticale; la seconda è costituita invece da un getto unico, di brevissima durata, con velocità generalmente altissima e con direzione verticale od obliqua, potendo arrivare ad essere diretta sotto l'orizzonte del cratere.

naia di mc. possono giungere per opera delle ordinarie proiezioni a 2 ch. dai crateri attualmente attivi, mentre quelli di uguali volumi lanciati dalla Pelata l'8 maggio 1902 con tiro sotto l'orizzonte del cratere raggiunsero la distanza di 6 ch. Quest'ultima proiezione portò i lapilli di 2-3 cm. ad 8-10 ch. di distanza sulle parti basse di S. Pietro. Nel 1631 il Vesuvio lanciò « pietre » fino a Melfi: il grandinare dei sassi fece crollare alcune case ad Ariano e ad Avellino, se deve prestarsi fede ad uno degli scrittori del tempo che avrà scambiato con le pietre la cenere e il lapillo minuto [1]. Nei pressi della stazione superiore della funicolare vesuviana si vede una massa di lapilli di diametro inferiore a 2 cm. e di ceneri a cui passano gradatamente. A questo materiale è mescolata una certa quantità di altri lapilli il cui diametro massimo è di 3-4 cm., e una certa quantità con diametro massimo di 10-15 cm., oltre un certo numero di blocchi sparsi con diametro intorno ai 30-40 cm. Colpisce il fatto che tra una categoria e l'altra appare uno stacco, un certo salto di grandezza. I limiti anzidetti appariscono gli stessi scendendo lungo la funicolare, e solo in prossimità della stazione inferiore sembrano alquanto diminuiti. Ma a bene osservare si vede che sono le categorie superiori che si vanno diradando. Dal lato di Boscotrecase, come da quello di Ottaiano, i lapilli mostrano una costituzione abbastanza uniforme: gran parte della massa è costituita da grani di diametro variabile tra 1 mm. e 4-5 mm., a cui sono uniti in minor quantità quelli di 1-2 cm., e più scarsamente quelli di 5-6 cm. e anche maggiori. Tale uniformità giunge fin presso le stazioni di Ottaiano a 6 $^1/_2$ ch. dal cratere: appena in qualche punto si nota la diminuzione o sparizione dei lapilli maggiori col crescere della distanza. Ed è notevole il fatto che in questa massa spesso appariscono intercalazioni di banchi di soli lapilli, o di ceneri e di lapilli appartenenti alle categorie ad elementi più piccoli.

Per le velocità iniziali Heilprin valutò a 45-90 m. al 1″ la velocità della nuvola ardente del 30 agosto 1902 alla Pelata, mentre quella dell'8 maggio aveva avuto 150 m. al 1″ producendo una pressione di 2000 cg. per mq. a 10 ch. di distanza dal cratere [2].

Finalmente secondo Omori il lavoro prodotto dall'Azuma San al Giappone nel 1893 fu di 140 miliardi di cgm., senza tener conto dello sforzo fatto per vincere la coesione delle rocce abbattute nel primo irrompere dell'eruzione all'esterno.

[1] G. V. Carafa, *Epistola Isagogica in opusculum De Nouissima Vesuvii Conflagratione*. Napoli, 1632 (due edizioni).

[2] I calcoli della velocità fatti dal prof. Lacroix sul faro e sulla statua della Vergine a San Pietro furono basati sulla formola

$$F = 0,113\ Av^2$$

costruita pel vento meteorico, essendo F la pressione, A la superficie colpita dal vento, v la velocità di quest'ultimo. Ma il coefficiente 0,113 dovrebbe esser sostituito dall'altro 0,07 determinato posteriormente da Eifel (1903-10). Perciò, se la formola precedente si potesse applicare alle nuvole ardenti, la velocità di quella dell'8 maggio dovrebbe essere più elevata di quanto calcolò il Lacroix. Con le ipotesi che farò in seguito, essendo quel coefficiente superiore a 0,07 ed essendo la resistenza proporzionale alla prima potenza della velocità, la velocità della nuvola ardente anzidetta e la pressione che esercitò dovrebbero essere anche più alte.

PARTE PRIMA

Il rilievo generato da un punto esplosivo.

CAPITOLO I.

Proiezioni vulcaniche.

1. — Generalità.

Per la determinazione della traiettoria di qualunque proiettile occorre ricercare prima di tutto la direzione e il valore della velocità iniziale. Nelle proiezioni vulcaniche la direzione iniziale di grandi proiettili che l'occhio può seguire si determina con due misure simultanee prese da due punti diversi, o si deduce da due istantanee di data orientazione ottenute con scatto del pari simultaneo. La direzione media d'uno *sciame* di proiettili può considerarsi coincidente con la direzione dell'asse del fusto in cui sono contenuti, determinata nei modi anzidetti. Il valore della velocità si ottiene coi procedimenti della Meccanica e della Balistica, basandosi sull'altezza alla quale il proiettile perviene o sulla sua gettata, oltre che sulla sua forma, le sue dimensioni e la sua densità. Uno dei problemi elementari di Balistica consiste nel determinare la velocità iniziale dato l'angolo di proiezione, la gettata e il coefficiente balistico che è una funzione del peso e del raggio del proiettile.

In questo capitolo esaminerò il caso d'una sola esplosione [1] e quindi d'una sola proiezione, per la quale riterrò i proiettili sferici e lanciati sotto lo stesso angolo. Questa ipotesi risulta falsa dall'osservazione, ma in un gran numero di casi se non vi è sovrapposizione di diverse esplosioni, i proiettili seguono direzioni iniziali abbastanza vicine ad una direzione media che si può ritenere comune a tutte le altre, salvo nel caso di piccoli coni avventizii, terminali o no in cui i proiettili d'ogni esplosione hanno direzioni iniziali molto divergenti. Ammetterò inoltre che la pressione che imprime ai proiettili la velocità iniziale sia costante per ogni punto della sezione trasversale e che quindi sia proporzionale alla detta sezione o al quadrato del suo raggio, che è pure il raggio del proiettile. Questa seconda ipotesi è la stessa che si fa sulla pressione del vento e può ritenersi esatta anche tra i limiti d'approssimazione dell'attuale ricerca. Ne dedurrò, come si vedrà in seguito, che la velocità iniziale è inversamente proporzionale al prodotto della densità pel raggio del proiettile, o inversamente proporzionale ad uno di tali fattori se l'altro resta costante.

[1] Delle *Esplosioni vulcaniche* ho parlato in tre Note pubblicate nei Rend. Lincei ult. fasc. 1918 e 1° fasc. 1919.

2. — Proiezioni di proiettili isolati.

Esaminerò dapprima il caso di proiezioni di proiettili isolati accompagnati da scarso materiale minuto e da piccoli sbuffi gassosi per cui il movimento dei primi prodotto dalla velocità iniziale possa considerarsi senza influenze di sorta oltre quelle della gravità e della resistenza dell'aria. È il caso studiato dalla Balistica e potrò quindi dare alla funzione resistente la sua forma complessa. Applicherò a cinque proiettili i cui raggi in m. siano

$$r = 0{,}78 \qquad \frac{0{,}78}{2} \qquad \frac{0{,}78}{3} \qquad \frac{0{,}78}{4} \qquad \frac{0{,}78}{5}$$

e quindi, se il loro peso specifico è $\Delta = 2500$ cg., pesino cg.

$$p = 5000 \qquad \frac{5000}{8} \qquad \frac{5000}{27} \qquad \frac{5000}{64} \qquad \frac{5000}{125}$$

Ammetterò che l'angolo di proiezione sia $\varphi = 5^\circ$ e che la velocità iniziale del primo proiettile sia di 300 m. al 1″. Le velocità di tutt'e cinque saranno

$$V = 300 \qquad 600 \qquad 900 \qquad 1200 \qquad 1500$$

Ponendo il coefficiente di forma $i = 2$ calcolerò le gettate in m.

$$X = 6774 \qquad 8355 \qquad 9670 \qquad 7439 \qquad 6954$$

e le coordinate dei vertici

$$x_v = 715 \qquad 1291 \qquad 1465 \qquad 1514 \qquad 1520$$

$$y_v = 32 \qquad 70 \qquad 88 \qquad 96 \qquad 100$$

I dati di questo esempio sono scelti in modo da far rientrare l'intero problema nelle ordinarie tavole di tiro [1].

Prendo un secondo esempio che si avvicini di più ai casi che c'interessano e lo calcolerò sommariamente, non occorrendo la precisione necessaria al tiro delle artiglierie. Porrò

$$\Delta = 2500 \qquad \varphi = 45^\circ$$

$$r = 1{,}09 \qquad 0{,}54 \qquad 0{,}36 \qquad 0{,}27 \qquad 0{,}22$$

quindi

$$p = 13629 \qquad 1703 \qquad 504 \qquad 213 \qquad 109$$

Mantenendo le stesse velocità dell'esempio precedente e supponendo il *coefficiente balistico ridotto* uguale al coefficiente balistico propriamente detto, determinerò

$X =$	7100	9230	9785	8875	8725
$x_v =$	3734	5298	5959	5564	esce dalle tavole
$y_v =$	1988	3422	4109	3449	esce dalle tavole

[1] G. Bianchi, *Corso teorico-pratico di Balistica Esterna*, Torino, Pasta, 1910.

La legge di variazione delle gettate che prima crescono, poi decrescono, appare in questi esempii ed è generale, mentre le ascisse dei vertici sono crescenti con le relative ordinate. Si sa inoltre che la velocità minima si ottiene in un punto del ramo discendente delle traiettorie, e che quando φ tende a 90° tale minimo tende a 0 e si avvicina al vertice. Se quindi il tiro è vicino alla verticale, la velocità nel vertice è praticamente nulla e i proiettili ricadono secondo la verticale. Le gettate diventano uguali alle ascisse dei vertici e quindi sono crescenti al diminuire del raggio. Si conclude che i proiettili più piccoli salgono più in alto e ricadono più lontano.

3. — Condizioni del mezzo in cui avviene ordinariamente il tiro vulcanico.

La generalità dei tiri vulcanici avviene in condizioni più complesse di quelle in cui avviene il tiro ordinario, specialmente perchè due fattori nuovi ed importanti vengono a complicare il problema. Essi sono la velocità e la temperatura del mezzo in cui i proiettili sono lanciati, e in cui si mantengono durante la loro corsa, o durante la sola parte ascendente della medesima.

a) *Velocità*. — Ho già detto che due caratteri rivelano l'elevatissima velocità dell'emulsione in quella parte del suo percorso che costituisce il fusto del pino: la forma di cono rovescio allungatissimo, quasi cilindrico di questo fusto e la sua resistenza all'urto degli uragani, che talvolta non giungono a farlo deviare dalla verticalità. La nuvola ardente emessa dalla Pelata l'8 maggio 1902 può servire a renderci conto di tale velocità. Questa nuvola non fu un'emissione di lunga durata, ma un unico sbuffo lanciato obliquamente dal cratere. Lacroix sostenne contro i geologi americani che il materiale che strisciò sul suolo con velocità e pressione formidabili piallandolo per più chilometri e distruggendo la città di S. Pietro, ebbe una spinta iniziale come nei pini ordinarii, per cui la sua forza viva non fu dovuta alla sola gravità. Ma è indubitato che se la gravità favorì l'effetto utile della massa proiettata, il gomito brusco che la forzò a deviare dalla verticale al momento dell'uscita dal cratere dovette produrre un enorme assorbimento di forza viva e relativa diminuzione di velocità. Altra forte perdita si ebbe pel fatto che la massa dovette aprirsi un passaggio di molti chilometri in mezzo all'aria che non era stata disturbata da emissioni precedenti. Ciò non di meno a 10 ch. dal cratere ebbe ancora una velocità di 150 m. al 1″ con una pressione di 2000 cg. per mq., ciò che le permise di abbattere tutti i muri trasversali al percorso nella parte bassa di S. Pietro rispettando quelli paralleli. Nella parte alta della città invece la distruzione fu completa, e più a monte ancora il suolo fu denudato di ogni vegetazione e del terreno che lo ricopriva non rimase traccia. La velocità della nuvola quindi andò diminuendo verso il basso; e s'intende che se le masse gassose animate dalla stessa energia fossero state lanciate verticalmente, non già in un unico sbuffo ma con getto continuo, dopo brevissimo tempo, scacciata l'aria dal loro percorso, avrebbero raggiunta una fase di regime, muovendosi quasi nel vuoto con una velocità di molto più forte di quella che si ebbe sulla parte bassa di S. Pietro. E poichè su questa località la velocità fu di 150 m., al cratere dovette raggiungere e forse superare parecchie cen-

tinaia di metri. Noi non conosciamo la direzione che vi ebbe la spinta iniziale, ma dalla formola che racchiude le esperienze di Weisbach sappiamo che un gomito di 60° riduce la forza viva d'una corrente gassosa a due terzi del valore precedente, e un gomito di 90° la riduce a meno di due centesimi assorbendola così quasi interamente. Se quindi la velocità allo sbocco dopo il gomito fosse stata di 500 m., essa sarebbe stata prima del gomito, rispettivamente nei due casi, di 600 m. e di 1700 m. Basterebbe ancora una piccolissima deviazione oltre i 90° dalla verticale per salire a valori assai più alti ammettendo sempre 500 m. allo sbocco. Ove si ricordi che l'8 maggio l'obelisco non esisteva ancora, e secondo Lacroix non esisteva nemmeno la cupola nel cratere della Pelata, non si capisce una deviazione della corrente gassosa di oltre 90°, mentre nelle nuvole ardenti emesse dopo la formazione della cupola e dell'obelisco tale deviazione è agevolmente spiegata. Ma risulta chiaro che nei pini ordinarii la velocità iniziale possa raggiungere valori formidabili. Di fronte a tali valori l'azione della gravità divenuta ritardatrice, all'opposto del caso delle nuvole ardenti oblique, nei primi chilometri ha piccola influenza e la velocità subisce una perdita ugualmente piccola. Con una velocità iniziale di 1000 m. dopo 11″ si scenderebbe ad 890 m. con perdita di $\frac{1}{10}$ circa, mentre dopo 5″ si scenderebbe a 950 m. con perdita di $\frac{1}{20}$, in corrispondenza di un'ascensione di 10 ch. nel primo caso e di 5 nel secondo [1]. Se l'altezza del fusto non è dunque eccessiva potremo ritenere praticamente uniforme il moto delle sue masse, riuscendo poco sensibile l'azione ritardatrice della gravità.

b) *Temperatura.* — La nuvola ardente dell'8 maggio 1902 ebbe a S. Pietro, cioè tra 8 e 10 ch. dal cratere una temperatura compresa tra 450° e 1050° pur essendo costituita da uno sbuffo solo in mezzo all'aria a temperatura e pressione ordinarie. Invece nelle proiezioni verticali la corrente gassosa è continua, e dopo avere scacciata l'aria dallo spazio da essa occupato, e stabilita una fase di regime relativo, conserva una temperatura poco variabile nella maggior parte del rapidissimo percorso se non mutano le condizioni delle esplosioni successive a cui essa è dovuta. Possiamo farci un'idea di tale temperatura.

La massa gassosa parte da siti dove la temperatura non dovrebbe superare i 2000°, forse i 2500°, e dove la pressione non è considerevole, e sbocca nel cratere con una velocità che, come si è visto, è così grande da non permettere un importante disperdimento di calore. Ma nel passaggio subisce un forte aumento di volume che ne abbassa la temperatura. Considero perciò questa espansione come adiabatica applicandole la formola stabilita pe' gas perfetti, tali potendo considerare il vapor d'acqua e i gas che lo accompagnano all'alta temperatura a cui sono sottoposti. Ponendo

$$T = 2273° \text{ assoluti}, \quad P = 30 \text{ at. nel bagno}, \quad P' = 1 \text{ at. nell'aria},$$

[1] R. D. M. Verbeek suppone velocità iniziali di oltre 1000^m nell'eruzione del Krakatau del 1883 (loc. cit., vol. II, 513).

la

$$\frac{T}{T'} = \left(\frac{P}{P'}\right)^{0,29}$$

fornisce la temperatura assoluta allo sbocco nel cratere

$$T' = 848^\circ$$

o la temperatura ordinaria

$$t = 575^\circ \ (^1).$$

Tale temperatura si può abbassare al crescere nel bagno la profondità da cui proviene la massa gassosa, ma si eleva ad eruzione regolarizzata quando il camino si è bene aperto e quella profondità diviene piccolissima, essendo al limite zero di profondità compresa fra 2000° e 1200° ordinarii, e anche meno [2], a seconda che la superficie liquida è scoperta o comincia a coprirsi di scorie. Nel caso di esplosioni per combustione le anzidette temperature si elevano di molto e il fusto diviene incandescente dando di notte l'apparenza di fiamme uscenti dal cratere [3]. S'intende perciò che non solo la profondità, ma anche la forza dell'esplosione producono variazioni in tutti i fenomeni che costituiscono l'eruzione esplosiva, fino a quando il camino diviene bene aperto e l'eruzione si regolarizza raggiungendo la fase di regime che può durare diverse ore o diversi giorni, salvo oscillazioni di poco conto e variazioni saltuarie nell'intensità e nel ritmo. In questa fase le esplosioni, divenute meno forti ma continue, avvengono prevalentemente per combustione elevando fortemente la temperatura della parte superiore del bagno, in cui si produce abondantemente e da cui è espulsa la cenere coeva. Inoltre quando il fusto è abbastanza cilindrico la variazione di volume lungo il suo percorso è trascurabile, e non essendovi dispersione importante di calore per la grande velocità si capisce perchè anche la temperatura vi resti sensibilmente costante.

Se invece del pino si considera la nube — l'altro estremo — la velocità e la temperatura dell'emulsione saranno meno grandi e rapidamente attenuate, per cui si può ammettere che il moto dei proiettili avvenga nell'aria. Importa però di aggiungere che l'eruzione vesuviana del 1906 produsse una caduta di ceneri, le quali conservarono per diversi giorni sotto la copertura più superficiale una temperatura di qualche centinaio di gradi che le rese estremamente mobili. Verbeek parla di ceneri brucianti lanciate dal Krakatau su Ketimbang a 40 ch. di distanza [4] e

(1) Ne' generatori di vapore che forniscono 40 cg. di vapore per mq. alla base del camino si ha $t = 500^\circ$.

(2) V. quanto è detto sulle diverse fasi d'un'eruzione esplosiva nella mia Nota I sulle *Esplosioni vulcaniche*, loc. cit.

(3) Tre cause producono sul cratere le fiamme o le apparenze delle fiamme: la combustione dell'idrogeno e d'altri gas che non hanno potuto bruciare più in basso, l'alta temperatura della emulsione gassosa, il riverbero della lava in fondo al cratere.

(4) Loc. cit., vol. II, pag. 129.

sotto debole inclinazione, durante l'eruzione del 1883 [1]. Si può quindi ammettere che durante i grandi parosismi che formarono i coni attuali, sull'area da essi occupata la caduta prolungata di materiali anche più caldi dovette portare l'aria a temperature abbastanza elevate.

4. — Azione del mezzo in cui avviene il moto dei proiettili vulcanici.

L'azione che le masse gassose emesse dai crateri esercitano sui proiettili in esse lanciati si manifesta in due modi diversi, a seconda che si tratti del pino o della nube. Difatti nel primo caso il mezzo è *spingente* e nel secondo è *resistente*. Fermandoci per ora a questo secondo caso occorrerà determinare il valore della ritardazione della resistenza del mezzo, che si esprime con

$$f(v) = \frac{\delta' i}{C} F(v) \tag{1}$$

in cui v è la velocità in un punto qualunque della traiettoria, δ' la densità del mezzo (quoziente tra peso specifico in cg. per mq. e valore della gravità), i il coefficiente di forma dipendente dalla forma del proiettile, C il coefficiente balistico, $F(v)$ la funzione resistente. Il coefficiente C è dato da

$$C = \frac{P}{4000 r^2}$$

in cui P è il peso del proiettile supposto sferico, r il raggio. La funzione resistente è indipendente dalla forma, dalle dimensioni e dal peso del proiettile, e dipende dalla sua sola velocità. La forma di tale funzione è complicatissima e le equazioni generali del movimento che ne derivano non sono integrabili se non per approssimazione e co' metodi complicati richiesti in Balistica per arrivare a risultati di grande precisione. A noi invece tale precisione non occorre bastando un'approssimazione grossolana, ma occorre invece una forma definita e semplice per quanto è possibile dell'equazione della traiettoria al fine di dedurne qualche legge fondamentale del tiro vulcanico o almeno di tracciare il metodo per poterla dedurre con una ulteriore approssimazione. Perciò partirò da una forma approssimata della funzione resistente. La forma approssimata

$$F(v) = \alpha v - \alpha' \tag{2}$$

non è che l'assintoto alla curva che rappresenta la vera espressione di $F(v)$, ritenendo

$$\alpha = 0{,}365 \qquad \alpha' = 96$$

Questa seconda espressione può sostituirsi nella prima per valori di $v > 300^m$, quindi per angoli di proiezione che non siano molto grandi, cioè per casi frequenti nel tiro delle artiglierie ma rari nel tiro vulcanico. Invece pe' casi più frequenti di quest'ul-

[1] Supposto il movimento nel vuoto con direzione di 10° e con velocità iniziale di 1070 m. il vertice della traiettoria sarebbe alto 1763 m. e il percorso effettuato in 38″ (loc. cit., II, 513)

timo l'espressione precedente non è applicabile perchè l'angolo di proiezione è più o meno prossimo a 90° e la velocità minima scende a valori assai vicini a 0.

La forma più semplice di tutte per la funzione resistente è

$$F(v) = \gamma v \tag{3}$$

la quale in Balistica può essere applicata, ma a condizione che γ sia variabile, determinandosi caso per caso, e che si tratti di grandi proiettili con piccole velocità, o di proiettili qualunque con velocità non inferiori a 790 m. [1] Quest'ultima forma di $F(v)$ ha però il grande vantaggio di essere la sola relazione che conduca ad espressioni esplicite delle variabili. Se inoltre γ è supposta costante e minore di α, la (3) indicherà una retta che intersecherà l'assintoto (2) e la curva (1). Il punto d'intersezione con (2) potrà scegliersi caso per caso in modo che gli errori risultino i minori possibili, notando che essi vanno crescendo a partire dal detto punto e dai due lati di esso. Si avrà così il vantaggio di arrivare ad una forma unica e semplice dell'equazione delle traiettorie.

Sostituendo (3) in (1)

$$f(v) = \frac{\delta' i}{C} \gamma v = \frac{955\, \delta' i}{r\delta} \gamma v$$

se δ è la densità del proiettile. Ma

$$\delta' = \frac{1{,}29}{9{,}8} = 0{,}13$$

e inoltre pei proiettili sferici $i = 2$, quindi

$$f(v) = \frac{497}{2r\delta} \gamma v$$

Ponendo $\varrho = 497\gamma$

$$f(v) = \frac{\varrho}{2r\delta} v \tag{4}$$

Come ne' problemi di Balistica, in prima approssimazione non terrò conto delle variazioni della densità del mezzo in cui avviene il tiro. Tali variazioni però sono notevoli lungo le traiettorie vulcaniche, e perciò al crescere delle altezze gli errori derivanti dall'anzidetta omissione si fanno sempre maggiori. Supponendo uguale all'unità la densità dell'aria a livello del mare a 0°,760^{mm} e ad uno stato igrometrico medio, si può ritenere col Saint Robert [2] la densità dell'aria sia di

0,9   0,74   0,65   0,52   0,40   0,22

rispettivamente alle altezze di m.

1000   3000   4000   6000   8000   12000

[1] Siacci, *Sulla resistenza al moto dei proietti*. Riv. d'Art. e Genio, 1896.

[2] *Mémoires scientifiques, Hysométrie*, pag. 180. L'A. prende per unità la densità dell'aria a 130^{m} s. m. dove la pressione atmosferica è di 750^{mm}. Ma tale diversità non influisce ne' riportati valori della densità che sono approssimati nella seconda decimale.

Per grandi altezze come per quella di 27 ch. raggiunta dalla colonna di fumo del Krakatau nel 1883 la densità è assolutamente minima. Ma evidentemente le mie deduzioni, anche fatte con un'approssimazione grossolana, non saranno applicabili senza riserve per altezze superiori a 6000 m. (cono di 1000 m. e colonna di fumo di 5000 m., o cono di 3000 m. e colonna di 3000 m.). Anzi per ottenere risultati su cui si possa fare un certo assegnamento sarà bene fermarsi a 4000 m. (cono di 1000 m. e colonna di 3000 m). Considerando i due limiti anzidetti la densità media dell'aria lungo l'altezza della colonna sarà rispettivamente di 0,77 e 0,82. In una nube che si sollevi di 3000 m. o di 5000 m. sopra un cono di 1000 m. e che sia costituita essenzialmente di vapor d'acqua, la densità media riferita all'unità prescelta sarà rispettivamente di

$$0{,}77 \times 0{,}62 = 0{,}48 \qquad \text{e} \qquad 0{,}82 \times 0{,}62 = 0{,}51$$

essendo 0,62 la densità del vapore rispetto a quella dell'aria in pari condizioni.

E se la stessa nube invece che a 0° fosse a 300°, la sua densità sarebbe di

$$\frac{0.48}{1 + \frac{11}{3000} 300} = 0{,}23 \qquad \text{o} \qquad \frac{0{,}51}{1 + \frac{11}{3000} 300} = 0{,}24 \quad .$$

Invece pel pino di 3000 m. la densità media sarebbe di 0,1 o 0,07 se la temperatura fosse rispettivamente di 1000° o 1500°.

E poichè la densità dell'aria normale a livello del mare è in valore assoluto di 0,13, i numeri precedenti vanno moltiplicati per tale coefficiente. Così per la nube di 300° si avrà

$$\delta' = 0{,}03 \qquad \varrho = 114{,}6\,\gamma$$

pei due casi in cui arrivi a 4000 e 6000 m. d'altitudine. E pel pino che arrivi a 4000 m. d'altitudine (supponendo di 3000 m. la sua altezza assoluta col cono di 1000 m.) nei due casi in cui la temperatura sia di 1000° e di 1500° si avrà rispettivamente

$$\delta' = 0{,}013 \qquad \varrho = 49{,}7\,\gamma$$

$$\delta' = 0{,}009 \qquad \varrho = 34{,}8\,\gamma$$

Ho già detto che la colonna di fumo è una emulsione di ceneri e di vapor d'acqua i cui quantitativi sono in rapporto variabilissimo potendosi arrivare ad avere volute più pesanti dell'aria come nelle nuvole ardenti. Alcuni giorni dopo il grande parosismo vesuviano del 1906 la colonna di fumo era spinta fuori del cratere con piccolissima velocità, ciò che si deduceva dai suoi globi più esterni che si sollevavano *faticosamente* dondolandosi sui globi sottostanti, talvolta abbassandosi lentamente quando per un istante veniva meno il sostegno, o tentando di rovesciarsi sul davanti di esso. Potetti valutare che la densità di tali globi era poco diversa da quella dell'aria nello stesso sito, e quindi ritenendola ad esempio di circa 0,9 era

$$\varrho = 343{,}8\,\gamma$$

Ne' giorni precedenti queste volute erano state anche più pesanti e sarebbero rotolate giù per la china del monte se non si fossero disfatte per deficienza di vapor d'acqua e non si fossero risolute così in valanghe di ceneri. Quindi in generale

$$\varrho = 343\, k\gamma$$

in cui $k = 1$ se il quantitativo delle ceneri è trascurabile come nel caso precedente.

5. — Caso della nube.

Dopo quanto precede le equazioni generali del movimento dei proiettili vulcanici sono:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\chi \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\chi \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -g - \chi \frac{dz}{dt}$$

se l'origine è allo sbocco del camino nel cratere e se l'asse delle x è orizzontale e l'asse delle z è verticale col verso positivo in alto; se $x\,y\,z$ sono le coordinate del centro di massa del proiettile; se t è il tempo, g l'accelerazione della gravità e se

$$\chi = \frac{\varrho}{2\,r\,\delta} \tag{5}$$

è il coefficiente della ritardazione (4). Inoltre indico con $u\,w$ le componenti della velocità iniziale V, e ricordo che per

$$t = 0 \begin{cases} x = 0 & y = 0 & z = 0 \\ \dfrac{dx}{dt} = u & \dfrac{dy}{dt} = 0 & \dfrac{dz}{dt} = w \end{cases} \tag{6}$$

Integrando una prima volta le equazioni del movimento e determinando le costanti con le (6):

$$\frac{dx}{dt} = u - \chi x \qquad \frac{dy}{dt} = -\chi y \qquad \frac{dz}{dt} = w - gt - \chi z$$

Separando le variabili e integrando una seconda volta con le stesse condizioni (6):

$$\frac{1}{\chi}\,\frac{d(\chi x)}{u - \chi x} = dt \qquad \log_e \frac{u}{u - \chi x} = \chi t \qquad \chi x = u(1 - e^{-\chi t}) \tag{7}$$

$$\frac{dy}{y} = -\chi\, dt \qquad \log_e y = -\chi t - \infty \qquad e^{-\infty} = y \quad , \quad y = 0 \tag{8}$$

$$(9)\quad \frac{1}{\chi}\frac{d(\chi z+gt)}{dt}=\left(w+\frac{g}{\chi}\right)-(\chi z+gt)\qquad \log_e\frac{w+\frac{g}{\chi}}{\left(w+\frac{g}{\chi}\right)-(\chi z+gt)}=\chi t$$

$$\chi z=-gt+\left(w+\frac{g}{\chi}\right)(1-e^{-\chi t})$$

La (8) mostra, come era da aspettarsi, che la curva è nel piano xz. Tra (7) e (9) eliminando t:

$$(10)\qquad z=\left(\frac{w}{u}+\frac{g}{\chi u}\right)x-\frac{g}{\chi^2}\log_e\frac{1}{1-\frac{\chi x}{u}}$$

equazione della traiettoria.

Se r o δ si divide per n, $u\,w\,V\,\chi$ si moltiplicano per n. Per χ si vede dalla sua definizione (5). Quanto alle altre variabili, chiamando A Δ D la sezione trasversale del proiettile, il suo peso specifico, la sua densità trasversale; e chiamando S la pressione unitaria di scoppio si avrà

$$SA=PV$$

cioè

$$(11)\qquad \frac{S}{D}=V\quad o\quad \frac{3}{4}\frac{S}{r\Delta}=V$$

in altri termini la velocità iniziale è inversamente proporzionale alla densità trasversale, oppure al raggio e alla densità del proiettile. Quindi anche u e w saranno inversamente proporzionali ad r e a δ (o a Δ). Facendo in (7) $t=\infty$

$$(12)\qquad x_\alpha=\frac{u}{\chi}=\frac{2\delta r u}{\varrho}$$

cioè la traiettoria ha un assintoto verticale alla distanza x_a dall'origine. Avendo visto che $u\chi$ variano nello stesso rapporto, tale assintoto è comune a tutte le traiettorie d'una stessa esplosione. Inoltre determinata la traiettoria pel proiettile di raggio r si passa a quella pel proiettile di raggio $\frac{r}{n}$ dividendo per n^2 il termine logaritmico e la seconda parte della parentesi di (10). Questa osservazione è importante perchè rende facile e rapido il calcolo delle traiettorie successive. E si può dedurre che per ogni valore d'x la z del proiettile più piccolo è maggiore di quella del proiettile più grande. Difatti scriverò la (10) pei proiettili di raggio $\frac{r}{n+1}$ ed $\frac{r}{n}$:

$$z_{n+1}=\left(\frac{w}{u}+\frac{g}{\chi u(n+1)}\right)x-\frac{g}{\chi^2(n+1)^2}\log_e\frac{1}{1-\frac{\chi x}{u}}$$

$$z_n=\left(\frac{w}{u}+\frac{g}{\chi u n^2}\right)x-\frac{g}{\chi^2 n^2}\log_e\frac{1}{1-\frac{\chi x}{u}}.$$

Settraendo e riducendo:

$$\log_e \frac{1}{1-\frac{\chi x}{u}} \gtreqless \frac{\chi x}{u}$$

$$1-\frac{\chi x}{u} \lesseqgtr e^{-\frac{\chi x}{u}}$$

e sviluppando in serie il secondo membro si deduce che esso è maggiore del primo, quindi

$$z_{n+1} > z_n$$

ossia la traiettoria d'ogni proiettile è ricoperta da quelle dei proiettili più piccoli. Ma, al crescere di n, $\frac{g}{\chi u}$ e $\frac{g}{\chi^2}$ decrescono rapidamente, perciò il termine logaritmico di (10) tende a 0 e la parentesi tende a $\frac{w}{u}$, mentre z tende a

$$(13) \qquad z_{\lim} = \frac{w}{u} x$$

Conseguenza importante perchè mostra che le traiettorie successive per proiettili sempre più piccoli hanno per limiti la direzione della velocità iniziale e l'assintoto, ogni ordinata essendo data dal rapporto tra le componenti della velocità iniziale moltiplicato per l'ascissa corrispondente a quell'ordinata. Praticamente *gli elementi molto piccoli non solo cadono tutti alla stessa distanza o tra certi limiti di distanza, ma non si elevano più in alto d'una certa regione.*

Derivando la (10) si ha

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{u}\left[w + \frac{g}{\chi} - \frac{g}{\chi\left(1-\frac{\chi x}{u}\right)}\right]$$

che uguagliata a 0 e ricavandone x darà l'ascissa del vertice

$$(14) \qquad x_v = \frac{u}{\chi}\left(1-\frac{g}{g+w\chi}\right) = \frac{uw}{g+w\chi} = \frac{V^2 \operatorname{sen} 2\varphi}{2(g+V\chi \operatorname{sen}\varphi)}$$

Questa cresce al decrescere di r e decresce al crescere di ϱ. E poichè l'ascissa del vertice nel vuoto è

$$x'_v = \frac{V^2 \operatorname{sen} 2\varphi}{2g}$$

sarà $x_v < x'_v$ e tenderà a raggiungerlo quando ϱ tenderà a zero. Quando il tiro è regolato si ha sensibilmente

$$x_v = \frac{V \cos\varphi}{\chi}$$

cioè si può ritenere

$$x_v = x_a = \text{cost}$$

per tutte le esplosioni, divenendo V poco variabile al pari di φ che si mantiene prossimo a 90°, mentre r subisce variazioni tra limiti abbastanza ristretti. Praticamente il materiale minuto cade in una zona prossima all'asse eruttivo, che può ritenersi essere quella occupata dal cono se il vento non modifica le condizioni di caduta.

Sostituendo in (10) il valore di x_v dedotto da (14) si ottiene l'ordinata del vertice

$$z_v = \frac{w}{u} - \frac{g}{\chi^2} \log_e \left(1 + \frac{\chi w}{g}\right) \tag{15}$$

che è sempre positiva poichè i vertici delle traiettorie sono tutti al disopra dell'asse

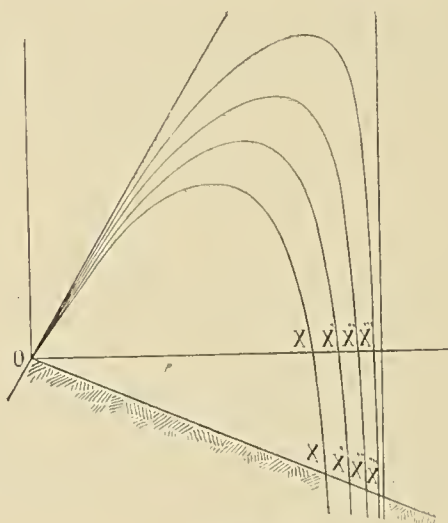



Fig. 2.

delle x, ed evidentemente cresce al crescere di χ e quindi al decrescere di r e di δ poichè il primo termine resta costante mentre il secondo decresce. Al limite

$$z_{v\,\lim} = \frac{w}{\chi} = \frac{w}{u} x_a = x_a \operatorname{tang} \varphi \tag{16}$$

cioè con proiettili sempre più piccoli o meno pesanti il vertice si va avvicinando all'assintoto col quale in ultimo si confonde il ramo discendente della traiettoria, d'accordo con (13) che aveva già determinato il limite dell'ascensione dei proiettili d'una stessa esplosione. Ad eruzione regolarizzata le proiezioni sono dirette sensibilmente secondo la verticale e l'intensità delle esplosioni subisce piccole oscillazioni e quindi tale limite al pari di quello di caduta diventa sensibilmente costante. Praticamente il limite d'altezza è uguale all'altezza della nube se essa avrà un contorno netto, quando cioè il vento non intervenga a renderlo incerto. A questa altezza, o più propriamente al valore di $z_{v\,\lim}$ darò il nome d'*intensità* o *grado dell'eruzione.*

Prima di proseguire occorrerà notare che l'assintoto verticale rende i rami discendenti delle traiettorie sensibilmente verticali a partire da punti sempre più alti

col diminuire del raggio dei proiettili. Perciò le proiezioni verticali dei *punti di caduta* XX'... si avvicineranno sempre più ai *punti di arrivo* (sul terreno) $X_1X'_1$..., e le gettate $\overline{OX}$, $\overline{OX'}$... si potranno ritenere proporzionali alle *linee di sito* $\overline{OX_1}$, $\overline{OX'_1}$... (fig. 2). Tale conclusione sensibilmente esatta pei piccoli proiettili è meno approssimata pei proiettili più grandi. Ne deriva che si possono scambiare gettate e linee di sito ai fini della presente ricerca. Con pendenza $< 20°$, poichè

$$\cos 20° = 0,94$$

la gettata può ritenersi uguale alla linea di sito con sufficiente approssimazione.

Finalmente determinerò il coefficiente γ di (3). Alla retta AA' (fig. 3) che è l'assintoto (2) alla curva della figura, la quale rappresenta la funzione resistente $F(v)$,

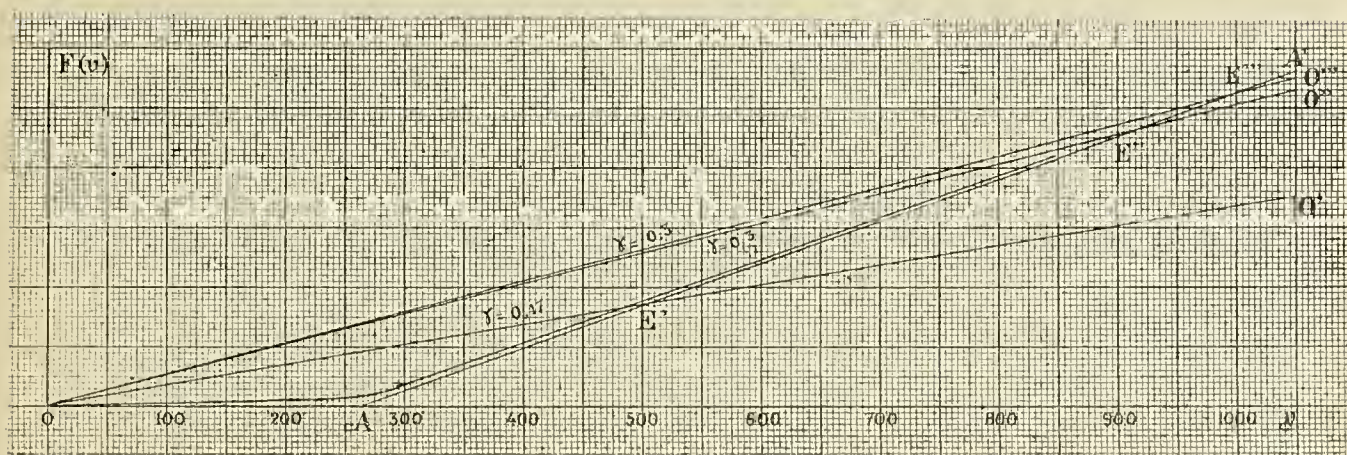



Fig. 3.

sostituisco la retta OO' la cui equazione è data (3) e della quale si deve determinare l'inclinazione essendo

$$\gamma = \operatorname{tang} \widehat{O'Ov}$$

Occorre tracciare la OO' in modo da dare per $F(v)$ i minori sbalzi possibili dai valori effettivi, e quindi si dovrà tener conto della velocità massima che i lapilli potranno praticamente raggiungere. In mancanza di tale dato, pel caso della nube nelle condizioni anzidette, si potrà far passare la OO' pel punto E' dell'assintoto, di ascissa $v = 500$, a cui corrisponde $\gamma = 0,17$. Pel pino si ottiene $\gamma = 0,3$ con le due rette OO'', OO''' passanti pei punti E'' E''' di ascisse $v = 900$ $v = 1000$. Gli errori sono massimi tra 200 e 300 m. e vanno diminuendo fino a sparire in vicinanza del punto d'intersezione delle rette partenti da O coll'assintoto AA'. Per le due ultime rette si vede che tra $v = 800$ e $v = 3500$ l'errore non supera $\frac{1}{10}$.
Inoltre dal diagramma stesso appare che nel solo caso in cui la velocità scende sotto certi limiti gli scarti raggiungono valori molto forti, cioè per una parte del percorso dei proiettili vulcanici le cui velocità variano tra valori altissimi e zero. Ma è noto che alla teoria di Newton sulla resistenza dell'aria, vera solo per piccole

velocità, nessun'altra è stata finora sostituita, per cui occorre servirsi di dati sperimentali per dedurre caso per caso il valore di tale resistenza. Quindi il dilemma: o rinunziare a deduzioni teoriche, sia pure di scarsa approssimazione, o accettarle in una forma analitica che permetta una discussione generale.

Nel caso raro di grandi proiettili o di proiettili molto pesanti lanciati con piccolo angolo di proiezione, quando la velocità minima non scende sotto i 300-400^m, essendo φ piccolo, δr grande, gli scarti rappresentano una frazione più o meno piccola del vero valore della funzione resistente [1]; ma co' lapilli in cui δr è piccolo, se anche φ è piccolo la velocità minima scende purtroppo a limiti bassissimi. Ne' casi normali di lapilli lanciati sotto grandi angoli φ, variabili fino a $\varphi = 90°$, quei limiti scendono a 0 e gli errori diventano massimi.

Passo ora ad un'applicazione pratica pel caso della nube a 300° che si sollevi di 3000 m. su di un cono di 1000 m. d'altezza. Si consideri un proiettile con $r = 1$ $\Delta = 2500$ e quindi $\delta = 250$, che sia lanciato con angolo $\varphi = 75°$ e ricada a 2000 m. dal cratere supposto ridotto ad un punto. Porrò in prima approssimazione $x_a = 2000$ e se $\gamma = 0{,}17$ sarà $\varrho = 19{,}5$ $\chi = 0{,}04$. Dalla (12) $u = 80$ e quindi $w = 298$, $V = 308$. La pressione di scoppio sarà $S = 103$ at. [2]. Calcolando le ordinate corrispondenti a diversi valori delle ascisse si otterranno le coppie seguenti:

$x =$	1	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500
$z =$	— 4	— 2325	— 2415	— 2470	— 2405	— 2279	— 2030	— 1567

$x =$	1600	1650	1700	1800
$z =$	— 859	— 498	+ 217	+ 2027

Si ricava approssimativamente

$$X = 1650 \text{ a } 1700 \qquad x_v = 1150 \qquad z_v = -2500 .$$

Un secondo esempio con r più piccolo si ha nelle condizioni seguenti:

$r = \frac{2}{3} = 0{,}66$ $\quad \delta = 250$ $\quad \varphi = 75°$ $\quad x_a = 2000$

$\chi = 0{,}06$ $\quad u = 120$ $\quad w = 447$ $\quad V = 463$ $\quad S = 154$ at.

Si calcola:

$x =$	1	100	500	1000	1500	1550	1600	1650
$z =$	— 3,22	— 385	— 1798	— 3220	— 3890	— 4237	— 3773	— 3637

$x =$	1700	1750	1900	1925	1940	1945	1947	1948	1950
$z =$	— 3520	— 2281	— 1543	— 852	— 367	— 136	— 38	+ 40	+ 83

[1] Cfr. G. Bianchi, *Balistica Esterna* cit., 65-68.

[2] Se si considera una bomba di materiale coevo, quindi più pesante del materiale solido, e si pone $\Delta = 3000$ la pressione di scoppio sarà di 123 at.

da cui approssimativamente

$$X = 1947 \qquad x_v = 1550 \qquad z_v = -4237 .$$

Si vede che non solo l'ordinata del vertice è maggiore nel caso del proiettile più piccolo, ma è maggiore anche il suo rapporto con la gettata.

Ne' due esempii calcolati si è assunta la gettata misurata come valore di x_a commettendo un errore che occorre correggere. Si può procedere in diversi modi:

a) Dal valore misurato di X assunto come prima approssimazione di x_a ho calcolato un suo secondo valore. Assunto questo per x_a si calcolerà un terzo valore di X e così via fino ad un valore abbastanza prossimo a quello misurato. Il precedente valore di x_a sarà quello esatto.

b) Si aumenti di una certa quantità l'X misurato e si assuma il valore ottenuto per x_a. Si deduca X, e se si ottiene un valore troppo diverso da quello misurato si correggerà x_a nel verso opportuno.

c) Pei piccoli proiettili X ed x_a sono abbastanza vicini. Si assuma per x_a di tutti i proiettili di una stessa esplosione quello di uno de' più piccoli. Questo metodo è il più semplice, ma in pratica non ha nessun valore. Difatti la caduta dei piccoli proiettili presenta grandi variazioni e bastano leggeri movimenti dell'aria a spostarla di molto.

d) Se la nube è ben delimitata in alto si può assumere la sua altezza come valore di $z_{v\,\mathrm{lim}}$ e si deduce x_a dalla (16). Anche questo metodo è incerto. Ordinariamente il migliore dei quattro è il secondo, sebbene anch'esso in pochi casi dia risultati soddisfacenti.

Si noti che oltrepassato il vertice delle traiettorie, aumentando x la variazione di z si fa sempre più grande. Così dal secondo esempio si scorge che variando x da 1945 a 1950 cioè di soli 5 m., z aumenta di 219 m.; mentre presso il vertice variando x da 1600 a 1650, z varia di 136 m. Dal primo esempio appare che variando x di 100 in 100 m., la z subito dopo la verticale del vertice varia di 65 m., mentre varia di 1076 nell'intervallo che comprende l'estremo della gettata e di 1810 nell'intervallo seguente.

6. — Caso del pino.

In questo caso occorre distinguere le due componenti del movimento. Quella secondo l'asse delle x resta la stessa del caso precedente ed è espressa tuttora dalla (7). Diversa è quella secondo l'asse delle z. Difatti in tale direzione l'azione del mezzo è modificata e mutata di segno poichè non si tratta più d'una resistenza ma d'una spinta. Se la velocità delle masse costituenti il fusto è ν, w la componente verticale della velocità del proiettile in un punto qualunque della traiettoria, la funzione spingente sarà

$$F(w) = \gamma(\nu - w)$$

in cui il valore di γ si determina come nel caso della nube. La (9) conserva quindi la sua forma anche nel caso attuale solo sostituendo a $-g$ il binomio

$$-g + \chi\nu = -G .$$

Si deduce che anche le conseguenze del caso precedente restano le stesse, cominciando dall'equazione della traiettoria in cui basta sostituire G e g. Rimane quindi l'assintoto verticale e il limite di caduta del materiale, e resterebbe anche il limite superiore di ascensione se esso non venisse abbassato dall'azione delle correnti superiori divergenti. Tale abbassamento in questa prima approssimazione si può ritenere proporzionale all'altezza a cui dovrebbe effettivamente pervenire il pino e perciò l'altezza di quest'ultimo può ancora rappresentare il grado dell'eruzione.

CAPITOLO II.

Azione del vento.

1. — Azione del vento ordinario.

Mentre con le fortissime pressioni d'uno scoppio dovuto alla espansione dei gas vulcanici un corpo da essi urtato può ricevere la spinta abbastanza uniformemente su tutti i punti della sezione trasversale, con la modesta velocità del vento, anche con quello più violento e qualunque ne sia l'origine, l'aria sfugge facilmente all'intorno, e la spinta finisce con essere tanto meno intensa per quanto il corpo è più piccolo, specialmente se di forma rotonda e se con superficie liscia. All'opposto se la massa è estesa, e specialmente se la superficie è concava, l'urto avrà un effetto più o meno completo perchè la massa gassosa vi si accumula dietro con aumento di densità e di tensione. Si spiega perchè il coefficiente di pressione nell'aria (nel caso delle piccole velocità e quindi della resistenza quadratica) sia pe' piccoli corpi di 0,017 se sono convessi, di 0,07 a 0,08 se oppongono al vento una superficie piana, e di 0,084 se tale superficie è concava (esperienze Eifel 1903-10), e s'intende perchè il paracadute scende più lentamente del pallone, e l'ombrello investito dal vento al rovescio viene demolito se non si fa in tempo a capovolgerlo. Se il vento poi investe corpi porosi come le scorie acquista una potenza anche maggiore, e se investe una cortina di ceneri quanto più essa è fitta ed estesa tanto meglio vi si accumula dietro aumentando di densità e di pressione, a differenza di quanto farebbe sui singoli elementi, e gli spazii tra i medesimi funzionano da piccoli accumulatori di tensione come le cavità de' corpi bollosi. Ove poi si consideri che la nube vulcanica non è solo un insieme di lapilli, ma un'emulsione di lapilli, cenere, vapor d'acqua e gas diversi, un vero velario, una *unità* come ho detto altrove, s'intende che l'azione del vento debba intensificarsi contro la continuità di questo insieme. Così mentre sopra ognuno dei lapilli lanciati durante il parosismo dell'eruzione vesuviana del 1906 un vento di 20 m. al 1″ avrebbe fatto poca presa, lo stesso vento sospinse per parecchi chilometri fin oltre Ottaiano e S. Giuseppe la nube formata da quei medesimi lapilli.

Quando la colonna di fumo non è animata da una velocità molto forte, anch'essa, al pari della nube, potrà essere mescolata all'aria che non riesce a scacciare completamente dallo spazio che occupa e perciò potrà essere deviata fortemente dal

vento. Questo caso può assumere una certa regolarità e si può far rientrare in quello studiato al paragrafo 5 del capitolo precedente, ammettendo una conveniente diminuzione dell'angolo φ, o sostituendo (se il tiro non è obliquo) al tiro verticale (tiro regolato) un tiro inclinato sulla verticale per una quantità uguale all'angolo di deviazione. In questa seconda ipotesi se lo spostamento del tiro verticale è piccolo tutto il materiale che non raggiungerà la chioma ricadrà nel cratere. Così se la bocca avesse una posizione centrale nel cratere, se il fusto fosse cilindrico e avesse 100 m. di diametro, 3 ch. di lunghezza e 5° di deviazione, il suo spostamento massimo sarebbe di

$$3000^{m} \times \text{tang}\, 5^{\circ} = 261^{m}$$

E poichè il vento agisce anche durante la caduta si può ritenere che tale spostamento sia raddoppiato, per cui se il cratere avesse poco più di 1000 m. di diametro tutto l'anzidetto materiale verrebbe *ripreso*. Invece ne sarebbe ripresa una parte sola se il cratere fosse più piccolo o il fusto fosse più alto. E naturalmente il materiale ripreso non entra nella costituzione del cono.

Non è il caso d'insistere su questo fenomeno poichè esso è compreso nelle cause deformatrici degli edifizii vulcanici, di cui mi occuperò in seguito. Va solamente notato che se la colonna di fumo fosse molto alta non si potrebbe più ritenere che il vento la investa con la stessa direzione su tutta l'altezza.

2. — Azione del vento vulcanico.

Ma, oltre il vento ordinario dovuto a causa meteorica esterna che per noi ha scarso interesse, occorre considerare il vento d'origine vulcanica dovuto al calore emesso dal cratere. Esso c'interessa perchè entra tra le cause costitutive dei coni ed è il completamento del caso considerato al paragrafo 5 del capitolo precedente. Mentre il primo vento agisce su tutta l'altezza della colonna di fumo influenzando il moto dei lapilli per tutto il tempo della loro corsa, il secondo vento costituisce una raggiera di correnti orizzontali divergenti e simmetriche, a partire dall'estremo del fusto, e si manifesta nei casi di grande velocità delle masse gassose influenzando i lapilli solo in quel tratto delle traiettorie che sono comprese entro la chioma. Difatti nelle eruzioni con emissioni di materiali a grandi velocità (pini), quindi in quantità più grandi di quelli che si hanno nelle emissioni con velocità minori (nube e colonna propriamente detta) è anche più elevata la quantità di calore emessa dal cratere, specialmente pel fatto che la superficie del bagno lavico è in questo caso interamente scoperta. Perciò intorno al cratere si produce una depressione fortissima con richiamo dell'aria circostante. Nascono così delle correnti inferiori convergenti che arrivate al cratere si sollevano lungo il fusto rivestendolo d'una guaina che contribuisce a conservarne il calore e la forma. Queste correnti giunte in alto si ripiegano dando luogo a controcorrenti in direzione opposta alla precedente. Mancano quasi completamente le osservazioni a tale proposito, ma il fenomeno deve manifestarsi ora più ora meno intensamente a seconda della quantità di calore emessa e delle condizioni dell'atmosfera. Hobbs paragona la colonna di fumo dei vulcani a

quella di vapore emessa da un gigantesco iniettore di piroscafo [1], che attira l'aria dal basso, ne è lambita su tutta l'altezza e ne è accompagnata nella chioma.

Quando nel pino si è stabilito un certo regime i materiali del fusto arrivano alla chioma nelle condizioni d'una forte corrente che entra in un mezzo relativamente tranquillo della stessa natura. La velocità primitiva si smorza improvvisamente e la massa è investita dal movimento del mezzo in cui è penetrata. Le correnti orizzontali dapprima lentamente poi con maggior forza spingono radialmente i lapilli lontano dall'asse eruttivo. Le condizioni del movimento sono le stesse che si presentano in quel caso di preparazione meccanica dei minerali che dicesi del *tino a corrente orizzontale*, e la separazione per densità o per diametro avverrà con le variazioni di uno di questi due elementi o del loro prodotto. I proiettili in cui r o δ o il loro prodotto sarà maggiore sotto l'azione della gravità e della spinta saranno attirati verso il basso con velocità verticali più forti e usciranno prima dalla corrente per continuare a cadere verticalmente appena la velocità orizzontale che loro rimane si sarà smorzata; gli altri pezzi saranno trasportati più avanti e usciranno più tardi dalla corrente. Le gettate saranno perciò più grandi pel materiale più minuto.

Quanto al materiale più grosso esso non entra che eccezionalmente nella costituzione dei coni, e o non arriva nella regione della chioma, o se ci arriva l'azione del vento influenza scarsamente le sue traiettorie.

Supposta v la velocità del vento, la spinta per unità di superficie sarà

$$S = kv^2$$

Sostituendo in (11) e chiamando U la velocità del proiettile di raggio r, che può ritenersi costante in un percorso non superiore al raggio del cono, sarà

$$U = \frac{3}{4}\frac{kv^2}{r\Delta} \tag{17}$$

Prendendo $k = 0{,}08$ $v = 30$ $\Delta = 2500$ $r = 0.01$ la velocità U risulta di poco superiore a 2 m. al 1″. Se si cerca il raggio dei grani che prendono la stessa velocità v del vento, con $v = 30$ e gli stessi valori precedenti di k e di Δ si ricava $r = 0{,}0007$ cioè circa un mm. e mezzo di diametro. I granelli più piccoli dovrebbero muoversi più velocemente, ma la resistenza opposta loro dall'aria che si muove più lentamente assorbe il dippiù di forza viva. Quindi le ceneri con elementi inferiori ad un mm. e mezzo, fino alle più impalpabili si muoveranno con la stessa velocità del vento. Noi non possiamo fare soverchio assegnamento sull'esattezza del coefficiente k per elementi così piccoli e perciò il limite anzidetto è poco sicuro, ma è certo che le ceneri più fine per lungo tempo fanno un corpo solo (costituiscono *una unità*) coll'aria, partecipando ai suoi movimenti più leggeri e rimanendo per lunghi mesi nelle alte regioni dell'atmosfera, come avvenne per una parte delle ceneri del Krakatau in seguito all'eruzione del 1883.

Supporrò per ora la chioma sia di piccolo spessore così da rendere trascurabile il tempo impiegato dai proiettili ad attraversarla secondo la componente verticale

[1] *The Grand Eruption of Vesuvius in 1906*, Journ. of Geol., Univ. Press., Chicago, oct.-nov. 1906.

del movimento. Quando il proiettile esce dalla chioma continua ad essere sospinto dalla componente orizzontale del movimento che va affievolendosi rapidamente perchè il vento non agisce più su di esso e il proiettile finisce col cadere verticalmente sotto l'azione della sola gravità. Trascurando il percorso orizzontale fuori della chioma può ritenersi che la gettata sia inversamente proporzionale al raggio del proiettile. Questa legge suppone costante la velocità v delle correnti divergenti superiori, che invece si affievoliscono rapidamente, e perciò è tanto più approssimata per quanto maggiore è il rapporto del diametro del cratere al diametro del cono, e per quanto minore è la velocità iniziale delle correnti medesime.

CAPITOLO III.

Forma del rilievo generato da un punto esplosivo.

1. — Limiti di pendenza.

Nella costituzione dei coni esplosivi, salvo per alcuni punti del rilievo e specialmente talvolta per le parti più elevate, non può introdursi il concetto del mucchio comunemente ammesso come pe' materiali clastici che sono lanciati dalla pala o anche meglio che cadono da una breve apertura praticata sul fondo d'un recipiente superiore, e che raggiungono generalmente il limite massimo di pendenza detto *scarpa naturale*. Tale concetto non è applicabile ai materiali lanciati dalle esplosioni vulcaniche, i quali invece formano ammassi la cui pendenza è dovuta ad agenti multipli e a condizioni speciali numerose del pari, che generalmente non le permettono di avere come massimo il limite anzidetto. Questa pendenza difatti può diminuire od aumentare se altre forze oltre la gravità la coesione e l'attrito intervengono ad accrescere o a diminuire la mobilità degli elementi del materiale eruttato.

In condizioni ordinarie il massimo di pendenza de' materiali di proiezione pare sia di circa 32°. Difatti la *Sciara del Fuoco* a Stromboli ha una pendenza media di 35°, ma che nella parte superiore è di 39° e nella inferiore di 32°, e mentre in alto i materiali caduti non si fermano, ma rotolando vanno a finire in mare o sulla parte inferiore della china, su questa invece restano in equilibrio instabile turbato dall'urto degli altri materiali che vanno ad investirli spazzando continuamente il terreno. E guardando le carte con curve orizzontali delle regioni vulcaniche attive od inattive ma con forme ben conservate si può verificare che il limite di pendenza della parte inferiore della Sciara del Fuoco non viene raggiunto nel maggier numero dei casi. Così per esempio il cono vesuviano subito sopo l'eruzione di lapilli del 1906 presentò nelle parti sopra i 950 o 1000 m. d'altitudine, e dal lato settentrionale dove le proiezioni furono di molto più abondanti, una pendenza variabile tra 27° e 29°. Fu di 29° a N.O., di 28° ad E.N.E. e di 27° a N. e a N.E., come risulta dalla carta rilevata pochi mesi dopo dall' Istituto Geografico Militare.

Ma questi limiti dovuti ai lapilli sciolti non sono ordinariamente raggiunti, e nei siti dove sono raggiunti appena cessato il cadere di altro materiale della stessa

eruzione cominciano a riabbassarsi per effetto delle piogge e, vanno sempre più diminuendo sotto l'azione degli agenti esterni. Difatti la degradazione meteorica non sempre è una causa deformatrice in senso stretto, cioè non sempre rende irregolari le forme originarie; ma talvolta, specialmente nei primi tempi, può mutarle regolarizzandole, rendendo cioè i pendii meno ripidi e più rettilinei, ciò che permette alle proiezioni seguenti d'una certa importanza di riprendere il cammino accentuatore del rilievo, mentre le proiezioni più deboli non lo modificano sensibilmente.

Ho detto che il limite di pendenza è variabile con le condizioni che accompagnano la caduta. Così, per esempio, le ceneri che si possono mischiare ai lapilli in quantità più o meno grandi spesso si cementano tra loro e cementano i lapilli e i frammenti che includono in un conglomerato solido. Basta la sola acqua che bagna queste ceneri, se è in quantità così scarsa da non produrre poltiglia, per agglomerarle e aumentarne la resistenza a scoscendere, accentuandone le scarpe. Se questa poca acqua scioglie una certa quantità di sali questi possono produrre una cementazione definitiva o durevole fino alla caduta di piogge abondanti come avvenne pe' prodotti di proiezione dell'eruzione vesuviana del 1906. L'alta temperatura che le ceneri possono avere è invece causa di grande mobilità come si verificò durante la stessa eruzione. Tale mobilità agisce in senso opposto a quello del caso precedente, rendendo minore la scarpa.

2. — Divisione dei lapilli in categorie secondo la grandezza e la densità.

Il peso, e quindi il raggio e la densità, divide i lapilli in diverse categorie. I rapporti tra i loro quantitativi sono difficili a precisare poichè non seguono alcuna legge. Però, escludendo il materiale allogeno, quello coevo che viene fuori ad eruzione regolarizzata deve avere grossezze che dipendono principalmente dalla forza e natura dell'esplosione, dalla profondità della medesima e dalla densità del bagno. Quest'ultima può ritenersi costante almeno per una stessa eruzione, e ordinariamente può ritenersi costante per una lunga serie di eruzioni o per tutta la vita di un vulcano. Però, a condizioni pari, si deve ritenere che esplosioni a diversa profondità e di diversa natura si sovrappongano dando luogo ad esplosioni composte, ciò che spiega anche meglio la diversità di grossezza e la grande prevalenza del materiale minuto. Naturalmente il fenomeno è meno semplice ne' casi in cui la parte superiore del bagno è più o meno consolidata poichè allora ci riavviciniamo alquanto alle condizioni della frantumazione del materiale allogeno che deve dare elementi di grossezze diverse in misure variabilissime.

È evidente che i quantitativi delle diverse categorie del materiale emesso debbano formare una serie decrescente, o almeno una serie crescente in un rapporto minore della serie delle aree anulari successive su cui tali quantitativi si depositano. Se difatti le due serie aumentassero nello stesso rapporto si costruirebbe un rilievo piano, e se la prima crescesse più rapidamente della seconda si costruirebbe un rilievo concavo.

3. — Generatrici dei coni esplosivi.

Potrò ammettere due casi quando l'eruzione è regolarizzata:

a) Esplosioni di forza molto uniforme,

b) Esplosioni di forza variabile tra limiti non troppo distanti,

escludendo le esplosioni eccezionali, che si allontanano molto per intensità dalla grande maggioranza.

Nel primo caso, difficile a verificarsi, le diverse categorie si disporranno in ordine decrescente sopra anelli successivi. Nel secondo caso, quello frequentissimo, le oscillazioni danno proiezioni che vanno più alto e sono poi trasportate più lontano, e viceversa. In questo secondo caso perciò in ogni punto cadono materiali di diverso peso, che vanno dai lapilli minutissimi quasi ceneri, ai lapilli maggiori di un paio di centimetri e più.

Primo caso. — Teoricamente non ci sarebbe ragione di ammettere che i materiali delle diverse categorie siano in quantità diverse. Ammettiamo che tali quantitativi siano uguali. Quindi sugli anelli successivi alle distanze che sono ne' rapporti

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ \ldots . \ n$$

cadranno quantità uguali di lapilli. Le superficie di tali anelli saranno nel rapporto dei numeri dispari

$$1 \ 3 \ 5 \ 7 \ldots . (2n-1)$$

perchè i settori corrispondenti sono nei rapporti dei quadrati dei numeri interi. Sulle unità di superficie dei diversi anelli cadranno quindi delle quantità proporzionali ai numeri

$$1 \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{5} \ \frac{1}{7} \ \ldots\ldots \frac{1}{2n-1}$$

e la curva del pendio del cono sarà data dall'iperbole

$$y = \frac{1}{2x-1}$$

che ha per assintoti l'asse delle x e la parallela all'asse delle y condotta pel punto $x = \frac{1}{2}$.

Il quantitativo riversato sopra ognuno degli anelli successivi è l'incognita che non permette di determinare il pendio effettivo. Si vede solo che al crescere di tale quantitativo il pendio si accentua con un solo limite, la scarpa naturale dei materiali emessi se sono sciolti, e che può variare per cause diverse come già si è visto.

Se poi gli anzidetti quantitativi variassero in ragione inversa dei raggi dei loro elementi, essendo proporzionali ai numeri

$$1 \ 2 \ 3 \ \ldots . \ n$$

sulle unità di superficie de' diversi anelli cadrebbero quantità proporzionali ai numeri

$$1 \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \cdots \frac{n}{2n-1}$$

e il profilo del cono sarebbe dato dall'iperbole

$$y = \frac{x}{2x-1} \qquad (18)$$

Se quei quantitativi fossero proporzionali ai quadrati del raggio dei loro elementi divisi per l'area dei diversi anelli, cioè nel rapporto dei numeri

$$1 \quad \frac{2^2}{3} \quad \frac{3^2}{5} \cdots\cdots \frac{n^2}{2n-1}$$

sulle unità degli anelli successivi cadrebbero quantità proporzionali ai numeri

$$1 \quad \frac{2^2}{3^2} \quad \frac{3^2}{5^2} \cdots\cdots \frac{n^2}{(2n-1)^2}$$

quindi la curva di terzo grado

$$y = \frac{x^2}{(2x-1)^2}$$

Secondo caso. — Le esplosioni di diversa forza dànno proiettili che arrivano a diversa altezza producendo strati diversi nella chioma. Supponendo uguali i diversi quantitativi, lo strato più basso viene selezionato in gruppi sempre più piccoli che escono subito dalla chioma sottraendosi all'azione del vento. Lo strato immediatamente superiore soggiace alla stessa selezione in gruppi che prima di uscire dalla chioma entrano nello strato sottostante dove il vento li spinge ancora più avanti, e così via. Dal primo anello alla distanza 1 vengono fuori i materiali più grossi di raggio r. Dal secondo anello alla distanza 2 i materiali di raggio r e quelli di raggio $\frac{r}{2}$ in quantità uguali ed uguali alle precedenti. Dal terzo anello alla distanza 3 i materiali di raggi r $\frac{r}{2}$ $\frac{r}{3}$ in quantità uguali ed uguali alle precedenti. Per ogni anello il totale dei materiali è proporzionale al raggio, quindi i diversi anelli danno totali proporzionali ai numeri

$$1 \; 2 \; 3 \ldots\ldots n$$

come pel secondo profilo del primo caso. Il profilo sarà quindi nel caso attuale espresso dalla stessa curva (18).

In generale dunque, e d'accordo con l'osservazione, si hanno sempre dei profili concavi verso l'alto, che cominciano ripidi e si vanno raddolcendo. Però se il primo termine delle serie su cui ho costruito tali profili è sempre ripidissimo esso in pra-

tica è illusorio essendo assorbito (ripreso) dalla cavità craterica, con o senza qualche altro dei termini seguenti. In pratica si può avere in casi eccezionali anche un profilo convesso *originario*, oltre quelli *derivati* per franamenti di parti superiori che possono anch'essi invertire la curvatura.

4. — Forme-limiti.

S'intende da quanto precede la possibilità di profili rettilinei, che in generale rappresentano un massimo, e che non sono necessariamente verificati sull'intero giro del cono. Quindi il cono più o meno dovuto alla rotazione dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo, non di rado realizzato su certe generatrici, e raramente sull'intero rilievo è esso stesso una forma-limite massima.

Resta così giustificata la denominazione di « cono » data agli edifizii vulcanici di natura esplosiva, dovendosi ritenere che *se cause perturbatrici non influiscono, l'edifizio che si costruisce per opera di un punto esplosivo generalmente tende a prendere la forma di un cono troncato di rotazione con generatrice curvilinea avente la concavità verso l'alto. Se le frecce si annullano la generatrice diventa rettilinea e il cono raggiunge la forma limite.* Il Vesuvio e lo Stromboli possono citarsi ad esempio tra' i coni attivi. Lo Stromboli a S.E. verso il Carmine mostra generatrici sensibilmente rettilinee; ne mostra qualcuna con leggera convessità verso l'alto tra la Punta del Malpasso e quella dell'Omo. Il Vesuvio a N.E. mostra un profilo ben ripristinato dall'eruzione del 1906: per 200 m. di dislivello e su 400 m. di distanza orizzontale mostra un'inclinazione costante di 27° su diverse generatrici, mentre altre appariscono leggermente concave verso l'alto.

Nè meno giustificata è l'applicazione dello stesso nome di « cono » agli edifizii di natura mista, dei quali il S. Salvatore e il Malaspina nelle Isole Eolie sono due buoni esempii, come dirò nel capitolo III della II parte di questa Memoria. La conservazione di questi due edifizii si deve in gran parte alle lave che ne ricoprirono i lapilli. E anche gli edifizii lavici, per quanto siano molto depressi, conservano talvolta buone forme coniche quando emissioni ripetute ne fecero sparire le precedenti irregolarità.

CAPITOLO IV.

Influenze perturbatrici.

Le influenze perturbatrici agiscono durante e dopo la costruzione dei coni, e concorrono non solo a deformarli, ma a diminuirne la pendenza a distanze sempre maggiori dall'asse eruttivo. Tali influenze, di cui non di rado si può tener conto con sufficiente approssimazione, si possono enumerare così:

1) Le ceneri che si mischiano o s'intercalano ai lapilli.
2) La direzione talvolta anormale delle proiezioni.
3) La direzione del vento.

4) Gli spostamenti dell'asse eruttivo.

5) Le eruzioni laviche per traboccamento o per frattura.

6) L'erosione.

Le prime cinque agiscono durante le eruzioni, la sesta durante e dopo.

Le ceneri cadute in prossimità dei crateri sono mescolate ai lapilli in diverse proporzioni e sono intercalate tra' medesimi formando strati di diverso spessore. Se cadono calde posseggono un'estrema mobilità, che non solo può limitarsi a modificare il pendio, ma producendo veri spostamenti di massa può dar luogo ad irregolarità di forma. E se sono bagnate, l'acqua, come ho già detto, ne scioglie i sali arrivando a consolidarle più o meno tenacemente con maggiore o minor rapidità, ciò che non solo può produrre modificazioni di pendio, ma dislivelli bruschi in seguito a franamenti nelle immediate adiacenze, nelle quali le masse sono più sciolte. Tale influenza però si può trascurare nell'economia generale del cono, ed ammettersi che, meno nelle vicinanze più prossime del cratere, il materiale resta dove cade, poichè la pendenza, che generalmente è in relazione co' quantitativi di quel materiale, si mantiene inferiore a quella della scarpa naturale. Le ceneri poi che cadono più lontano della base dei coni e che dirò *periferiche*, generalmente non contengono materiali ad elementi di maggiori dimensioni altro che disseminati. Il vento le deposita con grande regolarità e con pendenza così debole da farle spesso considerare orizzontali. Anzi è noto che non di rado la regolarità della stratificazione di questi materiali li fece attribuire erroneamente a depositi subaquei. Tra i materiali dei coni e le ceneri periferiche alle quali si collegano e che provengono dalle stesse proiezioni selezionate dalla distanza, vi è sempre ciò che si chiama una *rottura di pendenza*. Nel caso di un vento dominante le ceneri periferiche possono costruire cordoni fino a grandi distanze, ma è importante notare che tali cordoni debbono essere paralleli se sono dovuti a punti esplosivi vicini o non troppo lontani, e quindi assoggettati allo stesso vento dominante.

La direzione delle proiezioni non è sempre verticale, ma ordinariamente è molto prossima alla verticale. Non mancano però esempii di proiezioni oblique fino a quelle delle nuvole ardenti propriamente dette, che sono dirette al disotto dello orizzonte della bocca del vulcano, o che possono produrre depositi importanti per mole di materiali, e dissimmetrici per posizione rispetto all'asse eruttivo. Ma si tratta di fenomeni eccezionali e i depositi relativi, se sono talvolta notevoli, vanno a formarsi lontano dal cono anzi che sopra i suoi fianchi.

La direzione del vento, a meno non ve ne sia uno troppo dominante, finisce coll'essere neutralizzata abbastanza dal complesso delle eruzioni che costituiscono l'attività di una bocca esplosiva. Ma se le eruzioni hanno un'azione compensatrice rispetto alla mutevole direzione del vento hanno pure in sè stesse un'azione deformatrice quando l'asse eruttivo si sposta. Però in tal caso la deformazione ricade tra quelle forme composte di cui tratterò nella seconda parte di questo lavoro.

Un'azione sensibilmente deformatrice possono averla le colate di lava, ma nei soli casi in cui costruiscono ammassi importanti e tali da preparare piattaforme molto accidentate alle eruzioni seguenti di materiali frammentarii. Quando però le lave ricoprono un rilievo già costruito possono dar luogo ad un'azione protettrice del medesimo contro l'erosione.

Quest'ultima è l'influenza deformatrice più grave, che agisce fin dalle origini del cono, e durante e dopo le sue manifestazioni; e consiste nel trascinare a valle i materiali caduti più a monte, accentuando la pendenza in alto, raddolcendola maggiormente in basso. Il rilievo delle forme originarie si va così alterando. A poco per volta ne sono distrutte alcune parti e in ultimo ne spariscono le rimanenti. Ma noi possiamo ritrovare tutti gli stadii di quest'alterazione dalle « forme vergini » delle quali possono ancora sussistere quelle costituitesi sotto i nostri occhi o in tempo poco anteriore al nostro e per opera dei soli agenti interni, fino alle « forme violate » che furono più o meno lungamente sottoposte all'azione distruggitrice degli agenti esterni. Perciò ci è permesso non solo di poter ricostruire il cammino di tale distruzione, ma anche di risalire dalla forma derivata che oggi ci si presenta alla forma originaria poco comprensibile a prima vista.

PARTE SECONDA

Il rilievo generato da due punti esplosivi le cui forme s'influenzano reciprocamente sommandosi secondo la verticale

---

CAPITOLO I.

Soluzione analitica.

1. — Definizione e limitazione del problema.

In questa seconda parte della mia ricerca considererò due punti esplosivi la cui attività rispetto alla distanza a cui sono situati sia tale che i materiali proiettati da uno di essi possano sovrapporsi o mescolarsi a quelli proiettati dall'altro, rispettivamente nei due casi in cui le serie di eruzioni di uno di essi siano successive o contemporanee a quelle dell'altro. La forma del rilievo originato in tali condizioni sarà la stessa nei due casi anzidetti, che perciò non potranno sempre separarsi, e sarà interessante la sua determinazione.

Per mettere in equazione questo problema supporrò orizzontale la superficie del terreno anteriore alle eruzioni delle due bocche, e supporrò che ognuna di esse lanci i suoi materiali in modo da costituire forme coniche di rotazione con generatrici rettilinee, ossia ciò che ho chiamato forme-limiti massime, quando tali forme non s'influenzino reciprocamente. Questa seconda ipotesi ha per conseguenza che il materiale riversato da ognuna delle due bocche sopra ognuno dei punti del terreno che ne vengono coperti, e per unità di superficie, è rappresentato dal segmento verticale compreso fra tali punti e la corrispondente generatrice del cono prodotto dalla bocca considerata. Perciò il materiale della forma risultante sui punti che sono stati coperti, contemporaneamente od in epoche diverse, dalle due bocche sarà determinato dalla somma dei segmenti delle forme componenti relativi a questi stessi punti. Il rilievo totale avrà una parte intermedia fatta con *materiali di doppia provenienza* lungo tutte le verticali, e due parti laterali con *materiali di provenienza unica*. E poichè potrà esser costruito o si potrà supporre che sia stato costruito con la sovrapposizione de' materiali d'una bocca a quelli di un'altra, anzi che con la mescolanza dei due, potremo anche dire che il rilievo totale ha una parte intermedia *con ricoprimento* e due parti laterali *senza ricoprimento*. Inoltre

trascurerò il materiale *periferico* che cade più lontano dei piedi dei due coni, perchè costituito nella quasi totalità di ceneri fine che si depositano orizzontalmente o con debolissima pendenza sopra aree circostanti di grande estensione e con spessore che non diventa importante se non dopo una lunga serie di eruzioni.

2. — Equazione e forma del rilievo.

Siano B B′ (figg. 4 e 5) i due punti eruttivi, A A′ i vertici dei coni che sarebbero da essi generati se le forme di questi coni non si perturbassero reciprocamente o se una di esse non perturbasse l'altra, ciò che è lo stesso per quanto riguarda la forma

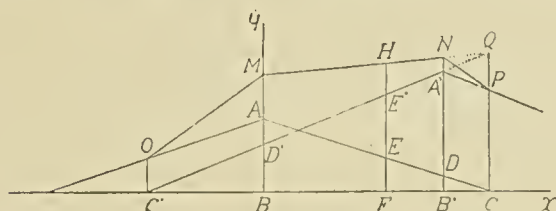
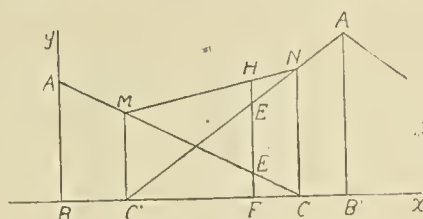



Fig. 4. Fig. 5.

risultante. Siano ABC, A′B′C′ i triangoli generatori dei due coni. Prenderò l'orizzontale BB′ come asse delle x, la verticale passante per B come asse delle y e porrò

$$BB' = D \qquad B'C = n \qquad C'B = n' \qquad BA = a \qquad B'A' = a'$$

con la convenzione di considerare positive le distanze prese nel verso BB′ e negative quelle nel verso contrario. Evidentemente n n', positive nella fig. 4, sono negative nella fig. 5. L'intersezione del piano verticale delle due bocche o del piano xy sulla superficie del rilievo di cui cerco la forma può ottenersi facilmente. Chiamando H E E′ tre punti sulla stessa verticale FH che sia compresa tra quelle dei due punti B B′ e quindi di comune ascissa $x = BF$ e di ordinate

$$y = FH \qquad Y = FE \qquad Y' = FE'$$

e che appartengono rispettivamente alla intersezione suddetta e alle due superficie coniche.

Si ricava

$$\frac{FE}{BA} = \frac{BB' + B'C - BF}{BB' + B'C} \qquad \frac{FE'}{B'A'} = \frac{BF + C'B}{BB' + C'B}$$

cioè

$$Y = a\left(1 - \frac{x}{D + n}\right) \qquad Y' = a'\,\frac{x + n'}{D + n'}\,.$$

Ma

$$y = Y + Y'$$

quindi

$$y = \left(\frac{a'}{D + n'} - \frac{a}{D + n}\right) x + \left(a + \frac{a'n'}{D + n'}\right) \tag{1}$$

equazione d'una retta che passa pe' punti M N individuati da

$$(2)\qquad \begin{cases} x=0 & y=a+\dfrac{a'n'}{D+n'} \\ x=D & y=a'+\dfrac{an}{D+n}\,. \end{cases}$$

Se il punto H si trova a sinistra della verticale di B o a destra di quella di B' l'equazione (1) diventerà rispettivamente:

$$(1')\qquad y=\left(\frac{a'}{D+n'}+\frac{a}{D+n}\right)x+\left(a+\frac{a'n'}{D+n'}\right)$$

$$(1'')\qquad y=\left(-\frac{a'}{D+n'}-\frac{a}{D+n}\right)x+\left(a+2a'-\frac{a'n'}{D+n'}\right)$$

di cui la prima passa pei punti O M dati da

$$\begin{cases} x=-n' \\ y=a\dfrac{D+n-n'}{D+n} \end{cases}\qquad\qquad \begin{cases} x=0 \\ y=a+\dfrac{a'n'}{D+n'} \end{cases}$$

e la seconda pe' punti N P dati da

$$\begin{cases} x=D \\ y=a'+\dfrac{an}{D+n} \end{cases}\qquad\qquad \begin{cases} x=D+n \\ y=a'\dfrac{D+n'-n}{D+n'} \end{cases}$$

Queste tre rette indicano la intersezione OMNP (fig. 4), e nel caso di

$$n \lesseqgtr 0 \qquad n' \lesseqgtr 0$$

si riducono alla sola MN (fig. 5). Mostrerò che le tre equazioni (1), (1'), (1'') che le rappresentano possono esprimersi sotto un'unica forma.

Passando alla relazione che lega le tre coordinate di un punto qualunque della superficie in discorso basterà aggiungere l'asse delle z perpendicolare ai due precedenti (fig. 6), chiamare r r' i raggi delle basi dei due coni onde

$$r=D+n \qquad r'=D+n'$$

ed A A' le tangenti degli angoli che le generatrici di questi coni fanno col piano orizzontale per cui

$$A=\frac{a}{r}=\frac{a}{D+n}\quad,\quad A'=\frac{a'}{r'}=\frac{a'}{D+n'}$$

e ricavare le tre ordinate come nel caso precedente, ricordando che

$$\frac{E'F'}{A'B'}=\frac{B'R'-\sqrt{(BX'\mp BB')^2+F'X'^2}}{B'R'}$$

Le quantità che entrano in questa uguaglianza vanno prese tutte positivamente, al pari del radicale. Ci sono tre casi da considerare:

1) punto della superficie a sinistra del piano yz;

2) » » tra i piani yz e $x = D$;

3) » » a destra del piano $x = D$.

La parentesi sotto il radicale risulta rispettivamente $(BX' + BB')$, $(BX' - BB')$, $(BB' - BX')$. Tenendo conto dei segni [1] nel sostituire i simboli alle dette lunghezze, si ottiene

$$\frac{Y'}{a'} = \frac{r' - \sqrt{(x - D)^2 + z^2}}{r'}$$

$$Y' = a' - A' \sqrt{(x - D)^2 + z^2}$$

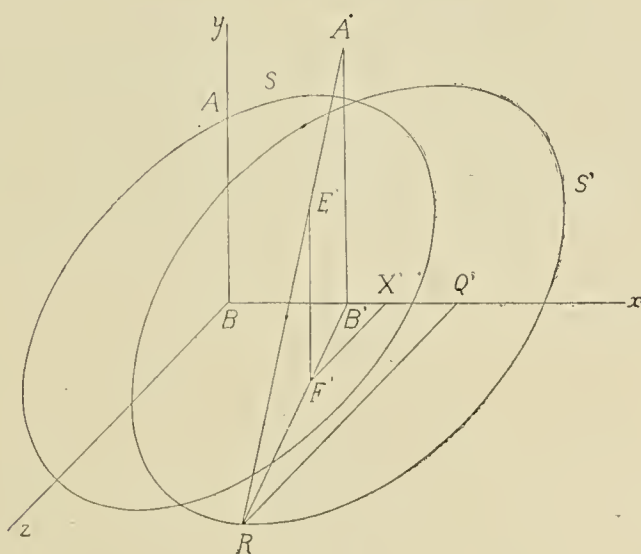



Fig. 6.

Similmente si otterrebbe

$$Y = a - A \sqrt{x^2 + z^2}$$

che può dedursi più semplicemente ponendo $D = 0$ nella precedente. Sommando

$$y = a + a' - A \sqrt{x^2 + z^2} - A' \sqrt{(x - D)^2 + z^2} \tag{3}$$

equazione di quarto grado che rappresenta la superficie cercata. Questa superficie chiamerò *didimoide* dal nome Didyma dato anticamente all'isola detta oggi Salina nel gruppo delle Eolie, e che mostra uno dei migliori esempii di tale superficie. Eufonicamente sarebbe stato preferibile il nome di *salinoide*, ma mentre quello da cui esso deriva presenta una certa ambiguità nella nomenclatura geografica e riesce privo di opportuna significazione, il vecchio Didyma indica la forma dell'isola di

[1] D è positiva nel caso delle figure in cui è rappresentata, con B' a destra di B, ma sarebbe negativa nel caso opposto. Il radicale sarebbe negativo pei punti sotto il piano xz, che non fanno parte del rilievo e quindi non si considerano.

due coni gemini e il suo derivato esprime benissimo la superficie dovuta ad una forma didima, ricordando al tempo stesso la località in cui si trova.

Potendo nell'equazione (3) di questa superficie scambiare $+z$ in $-z$ la superficie stessa è simmetrica rispetto al piano xy. Facendo $z=k$ si ottengono le equazioni delle curve d'intersezione del didimoide co' piani paralleli ad xy o *piani longitudinali*. Queste curve che dirò *curve longitudinali* sono quindi date da

$$(4) \qquad y = a + a' - A\sqrt{x^2 + k^2} - A'\sqrt{(x-D)^2 + k^2}$$

anche di quarto grado. Pel caso particolare $z = k = 0$

$$(4') \qquad y = a + a' \mp Ax \mp A'(x - D)$$

equazione che co' suoi doppii segni indica il complesso di tre rette, che per noi sono limitate ai segmenti OM, MN, NP della fig. 4, e che furono già rappresentate dalle equazioni (1), (1'), (1''). La ricerca diretta della funzione (4') fatta caso per caso nel piano longitudinale di simmetria elimina l'ambiguità dei segni.

Di queste tre rette la mediana esiste sempre e per essa occorre prendere i segni $-\ +$. Le rette laterali possono mancare o ridursi ad una sola. Per quella di sinistra occorre ritenere i segni $+\ +$, e per quella di destra $-\ -$. I casi da considerare sono quindi

				sinistra	media	destra
1.	$D \geqq r$	$D \geqq r'$	una retta		$-\ +$	
2.	$D < r$	$D < r'$	tre rette	$+\ +$	$-\ +$	$-\ -$
3.	$D \geqq r$	$D \leqq r'$	due rette	$+\ +$	$-\ +$	
4.	$D < r$	$D \geqq r'$	due rette		$-\ +$	$-\ -$

Facendo nella (3) $x = k$ si avranno le tracce dei piani verticali paralleli al piano yz o *piani trasversali* sul didimoide

$$(5) \qquad y = a + a' - A\sqrt{z^2 + k^2} - A'\sqrt{(k-D)^2 + z^2}$$

equazione di quarto grado, che però nel caso di $x = k = 0$ si riduce al secondo:

$$y^2 + (A^2 - A'^2)z^2 + 2Ayz - 2(a + a')y + 2AA'z + C = 0$$

che rappresenta un'iperbole.

Finalmente se $y = k$ si avranno le tracce dei *piani orizzontali* sul didimoide, cioè le *curve orizzontali* o *curve di livello*:

$$(6) \qquad k = a + a' - A\sqrt{x^2 + z^2} - A'\sqrt{(x-D)^2 + z^2}$$

anche di quarto grado.

Derivando la (4) ed uguagliando a 0:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{Ax}{\sqrt{x^2 + k^2}} - \frac{A'(x - D)}{\sqrt{(x - D)^2 + k^2}} = 0 \tag{6'}$$

che dà l'ascissa de' punti di massimo delle (4). Si ricava

$$\frac{A^2}{A'^2} = \frac{1 + \dfrac{k^2}{(x - D)^2}}{1 + \dfrac{k^2}{x^2}} \tag{7}$$

in cui a seconda che

$$A' \gtreqless A \qquad \text{si ha} \qquad x \gtreqless \frac{D}{2}$$

relazione importante perchè mostra che i punti di massimo delle (4) sono più vicini all'asse del cono con pendenza più ripida.

L'equazione (7) può essere risoluta rapidamente per tentativi se si è guidati in prima approssimazione dalla soluzione grafica del problema, che spiegherò in seguito. Così per esempio se

$$a = 60 \qquad a' = 30 \qquad D = 100 \qquad n = 40 \quad , \quad n' = 30$$

si trova con

$$k = 100 \qquad 31 < x < 32$$
$$k = 10 \qquad 5 < x < 7$$

La soluzione sarà anche più rapida esprimendo x e k in funzione di D. Se però si passa ai limiti

$$\left.\begin{matrix} x = 0 \\ k = 0 \end{matrix}\right\} \qquad \left.\begin{matrix} x = D \\ k = 0 \end{matrix}\right\}$$

la (6') prende la forma indeterminata, a togliere la quale basterà moltiplicarla per $x^2(x - D)^2$ prima di passare ai limiti. Si vedrà inoltre che passando ai limiti anzidetti non solo si annulla la prima derivata $\frac{dy}{dx}$, ma anche la seconda $\frac{d^2y}{dx^2}$. La linea longitudinale di simmetria ha quindi due punti singolari, che come vedremo sono *punti doppii*, e che sono le interserzioni della superficie (3) con le verticali dei punti esplosivi. È facile mostrare che questi punti sono due e due soli, e che mancano in tutte le altre curve (4) in cui $k \sim 0$. Noi del resto già sapevamo tale conclusione poichè la curva longitudinale di simmetria si riduce ad una spezzata di tre segmenti rettilinei.

Derivando la funzione implicita (6):

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{z} \frac{Ax\sqrt{(D - x)^2 + z^2} + A'(x - D)\sqrt{x^2 + z^2}}{A\sqrt{(x - D)^2 + z^2} + A'\sqrt{(x^2 + z^2}} \tag{8}$$

da cui

$$(8') \qquad \frac{A'^2}{A^2} = \frac{1 + \frac{z^2}{(D-x)^2}}{1 + \frac{z^2}{x^2}}$$

la quale differisce dalla (7) per la sola sostituzione di z a k, mostrando così che i massimi delle curve di livello e delle curve trasversali coincidono, o in altri termini che la curva de' massimi delle seconde è il luogo de' punti di contatto delle tangenti alle prime che sono in pari tempo parallele all'asse delle x. La (8) inoltre non prende mai la forma indeterminata e quindi le curve di livello non hanno punti singolari.

Derivando la (5)

$$\frac{dy}{dz} = -\frac{Az}{\sqrt{k^2+z^2}} - \frac{A'z}{\sqrt{(k-D)^2+z^2}}$$

che si annulla per $z = 0 \begin{cases} k \sim 0 \\ k \sim D \end{cases}$ e quindi le curve trasversali hanno le tangenti al vertice orizzontali. Ma se anche $k = 0$ o $k = D$ riappare la forma indeterminata, e si vede che le curve trasversali che intersecano le verticali dei punti esplosivi hanno ognuna un punto singolare coincidente con la propria intersezione.

Se dalle prime derivate passiamo alle seconde esse sono sempre negative, come

$$\frac{d^2y}{dz^2} = -\frac{Ak^2}{(z^2+k^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{A'(k-D)^2}{[z^2+(k-D)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

perciò le curve considerate volgono la concavità verso il basso, e i punti singolari anzidetti sono punti doppii.

Nelle applicazioni occorre badare all'errore che si può commettere se non si conosce la superficie del suolo anteriormente alle eruzioni dei due coni. Se difatti si pone questa superficie più alta o più bassa del vero diminuisce o cresce l'altezza dei coni, e diminuiscono o crescono l'amplitudine del ricoprimento e l'altezza del didimoide, ed è questo fatto che può essere la causa prima delle discrepanze tra la teoria e la pratica. Però in molti casi di questo errore può farsi la correzione, e negli altri può aversi il limite massimo non potendo la superficie del suolo anteriore trovarsi più bassa del basamento sedimentario o cristallino della regione. E si potrà ottenere un'approssimazione anche maggiore se altri prodotti vulcanici, diversi da quelli dei due coni, hanno costruita una seconda piattaforma sul primitivo basamento.

Pei coni insulari la ricerca è più delicata, poichè il mare nasconde tutta la parte sommersa. Occorre ricordare che quando il vulcanismo costruisce un edifizio sottomarino con materiali frammentarii essi tendono a consolidarsi e a permanere nelle profondità oceaniche, poichè al disotto dei 50 m. di profondità l'azione delle onde cessa di essere demolitrice, ciò che è dimostrato dai bassifondi non sempre

dovuti a lava continua e rimasti dopo antiche eruzioni sottomarine [1]. Su tali piattaforme una eruzione di materiale abondante che arrivasse a superare gli ultimi cinquanta metri che mancassero per arrivare alla superficie, e su cui altro materiale si deponesse con relativa rapidità, potrebbe costruire un cono emerso stabile, con la parte inferiore sommersa. All'incertezza che deriva da un tal fatto si aggiungano le alternative di sollevamento e d'immersione del fondo del mare, e s'intenderà come altri elementi siano necessarii al problema della ricerca dell'antica piattaforma, dal quale si può dedurre se il didimoide fu ben conservato, o quanta parte l'erosione ne ha portata via. Ma se si può stabilire che esso serbi abbastanza la forma primitiva, da questa si può con un cammino inverso determinare il livello della piattaforma originaria.

CAPITOLO II.

Soluzione grafica.

La rappresentazione grafica del didimoide può esser fatta con un metodo rapido, specialmente se si adopera la carta millimetrata. Tale rappresentazione ci darà un'idea precisa della forma della superficie, e si otterrà facendo rotare i triangoli generatori dei due coni intorno ai loro assi in modo che il triangolo di minore altezza possa penetrare nell'altro e la base del primo possa scorrere su quella del secondo. Per ogni posizione di entrambi avrò le due ordinate da sommare sulla linea d'intersezione de' loro piani. Apparirà così evidente non solo che la superficie è simmetrica rispetto al piano verticale dei due punti eruttivi, ciò che già sapevamo; ma che ogni sua ordinata appartenente ad un piano trasversale è minore di quella che trovasi all'intersezione del medesimo piano col precedente.

Io ho già data la forma simbolica dei quattro casi del problema sulla sezione del piano di simmetria. Ora posso generalizzarla e tradurla in linguaggio ordinario, nel quale i casi si possono ridurre a tre, i due ultimi riunendosi in uno solo.

Dirò quindi che nel primo caso c'è ricoprimento parziale delle falde dei due coni, ma non c'è ricoprimento delle bocche; nel secondo caso le due bocche si ricoprono scambievolmente; nel terzo caso una sola di esse copre l'altra. Ognuno di tali casi ne comprende altri. Difatti mentre spesso le pendenze sono uguali o poco diverse come nei due coni di Salina, in generale non è così, variando la pendenza col materiale eruttato e soprattutto con le condizioni che caratterizzano l'eruzione, ciò che corrisponde ad

$$A \gtreqless A'$$

[1] Il bassofondo di Nerita e gli altri che gli sono vicini tra Sciacca e Pantelleria hanno i punti più alti tra 20 e 65 metri sotto la superficie del mare. La Secca del Vulcano, che è ciò che resta dell'Isola Ferdinandea, si solleva molto dippiù, trovandosi a soli 5 m. sotto di quella superficie. Or è noto che le onde in profondità s'infrangono ordinariamente non oltre i 50 m., raramente si arriva a numeri più forti, come sulle coste della Siria (84 m.). Cfr. O. Krümmel, *Handbuch der Ozeanographie*, Stuttgart, Engelhorus, II. 111, 1911, in cui sono riportati i dati di diversi autori riuniti dal nostro Cialdi in una sua pubblicazione anteriore.

E in ognuna di queste divisioni di secondo ordine si può considerare l'altezza relativa dei due coni

$$a \gtreqless a'$$

che può anche esser causa di differenze per quanto d'importanza assai minore.

Per ottenere questi diversi casi facendoli derivare l'uno dall'altro basta supporre dapprima che i due coni siano situati a distanza tale da non toccarsi affatto, e quindi

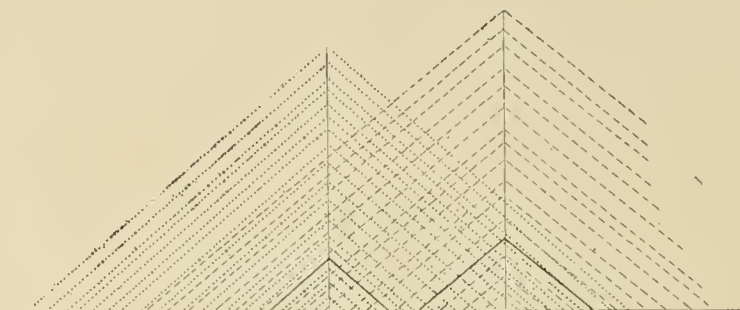
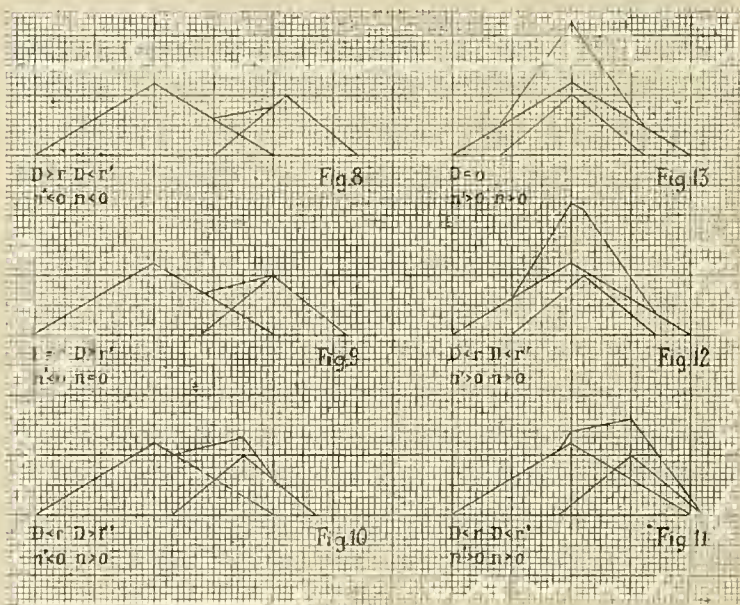



Fig. 7.

far aumentare successivamente l'altezza di uno di essi o di entrambi (fig. 7) o supporre che uno di essi si sposti verso l'altro (figg. da 8 a 13).

Figg. da 8 a 13.

Le ultime due figure mostrano due casi in cui il pendio d'un cono può accentuarsi in alto per un piccolo spostamento dell'asse eruttivo o per una ripresa dell'attività della stessa bocca, ciò che è sempre possibile se non si superano i limiti di pendenza del materiale proiettato come generalmente avviene in pratica. Quando poi tali limiti sono superati, intervengono le prime deformazioni erosive, quelle cioè che sono più o meno contemporanee dell'attività.

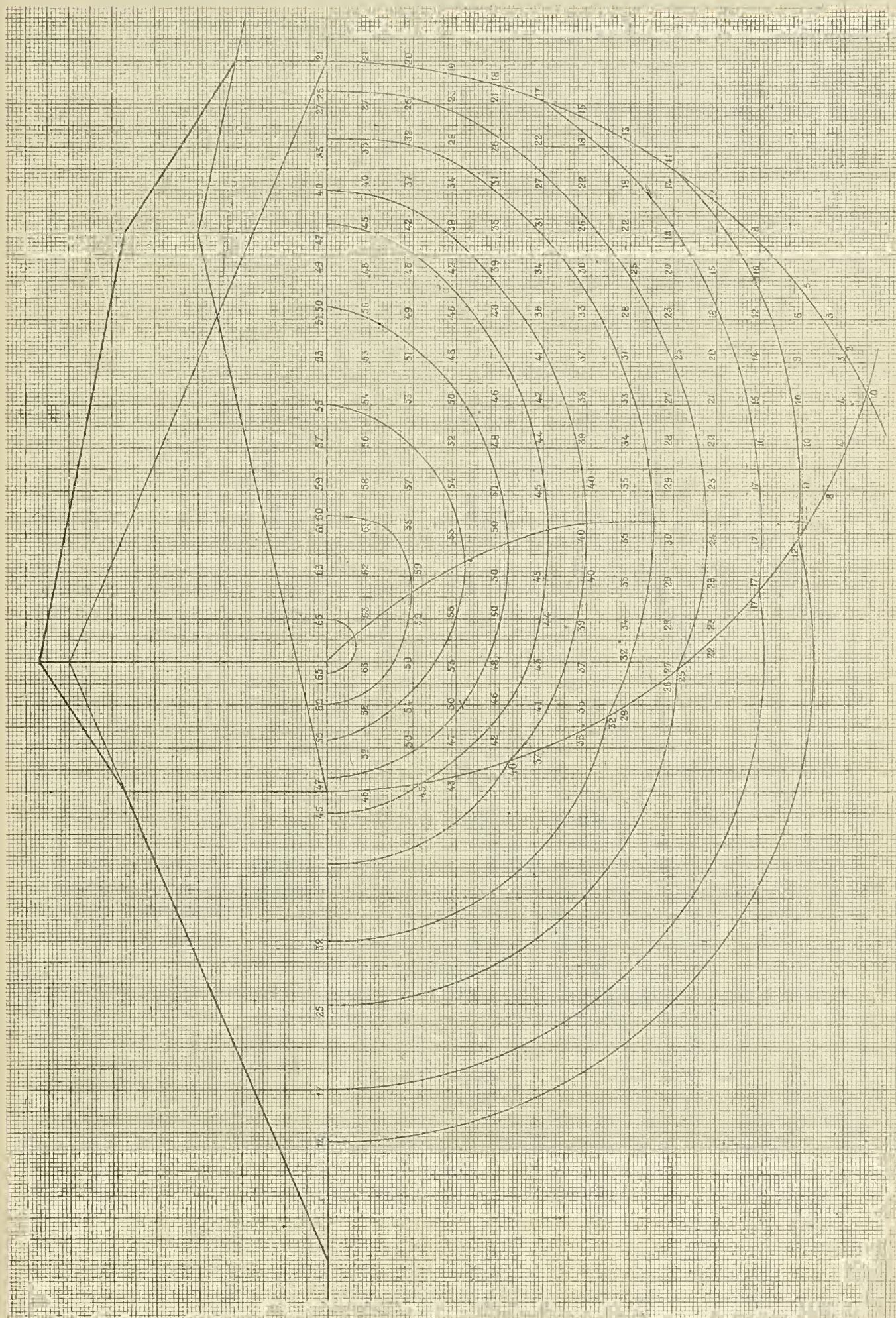



Fig. 14.

Questo modo di far derivare i diversi casi l'uno dall'altro con lo spostamento integrale dei due coni è una concezione teorica di metodo, ma è evidentemente irrealizzabile, allo stesso grado della concezione degli smussamenti di Haüy che fu un'abile trovata per classificare un insieme numeroso e complicato di forme e per definirne e ricordarne i caratteri. Due bocche si possono spostare dalle primitive posizioni, ma deformando gli edifizii da esse antecedentemente costruiti. Invece la derivazione delle diverse forme composte, ottenute con l'accrescimento dell'altezza delle loro forme componenti è realizzabile, ma fino a certi limiti, di là dei quali non si costituiscono più coni nel vero senso della parola. Difatti i coni molto grandi sono dovuti generalmente in parte a spostamenti d'uno stesso asse eruttivo e in parte a più assi

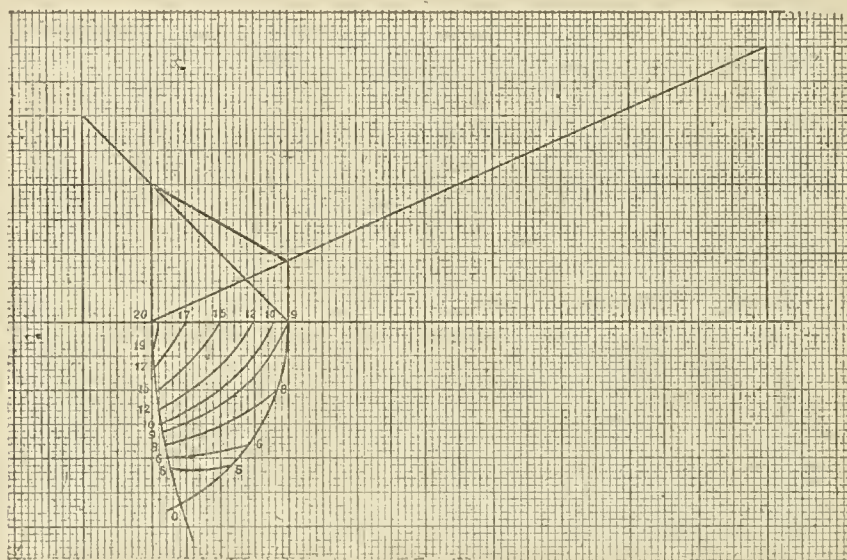



Fig. 15.

vicini e simultanei, e sono perciò edifizii complessi con forme irregolari e complicate da lunghi periodi di attività e dall'erosione che contribuisce potentemente a modificarli anche durante la loro lunga costruzione.

Le figg. da 8 a 13 mostrano i diversi casi che possono darsi deducendoli dalla sezione del didimoide nel piano di simmetria. Nelle figg. 14, 15, 16 e 17 sono poi calcolate un gran numero di ordinate del didimoide e ne sono rappresentate in proiezione orizzontale le curve di livello pei casi più importanti, nel primo dei quali il numero delle ordinate calcolate è maggiore e la rappresentazione è completa, mentre negli altri è più schematica. Inoltre nella fig. 18 sono calcolate le curve trasversali pel caso della fig. 14.

Il rilievo prodottosi, come appare dalle figg. schematiche 8 a 13 e dalle 14 a 18, equivale ad una costruzione che lateralmente è fatta con le parti non comuni del volume dei due coni e nel mezzo con le parti comuni prese una volta sola alle quali è stata accavallata una sella con culmine rettilineo o spezzato nel piano verticale dei due vertici, che si è già visto essere un piano di simmetria. Se la sella si trova tra' due vertici può paragonarsi ad una bardella « a canale » col culmine fatto di un solo segmento di retta. Questo culmine può essere più alto fino a riunire i due vertici o passare per uno di essi, e può essere più alto ancora, nel qual caso è

costituito da tre segmenti di retta e la sella ha due prolungamenti che discendono,

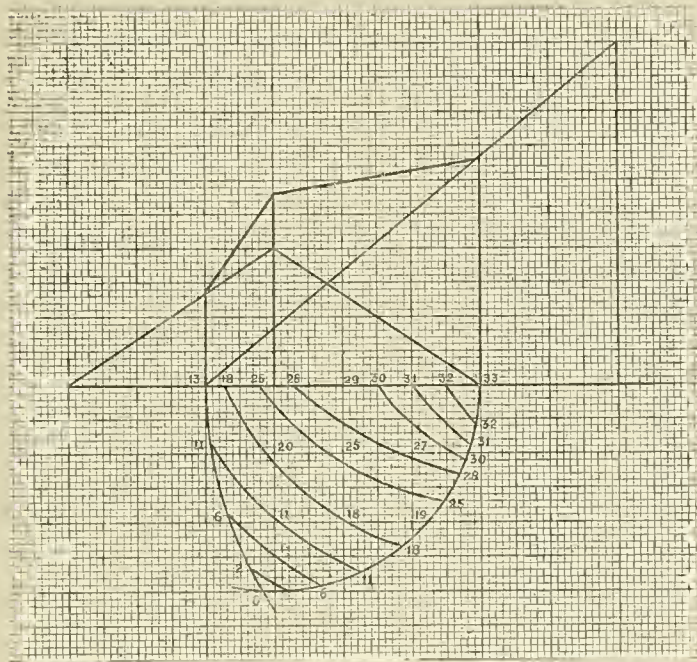



Fig. 16.

davanti e di dietro (destra e sinistra delle figure), sui due coni. A questi si è così

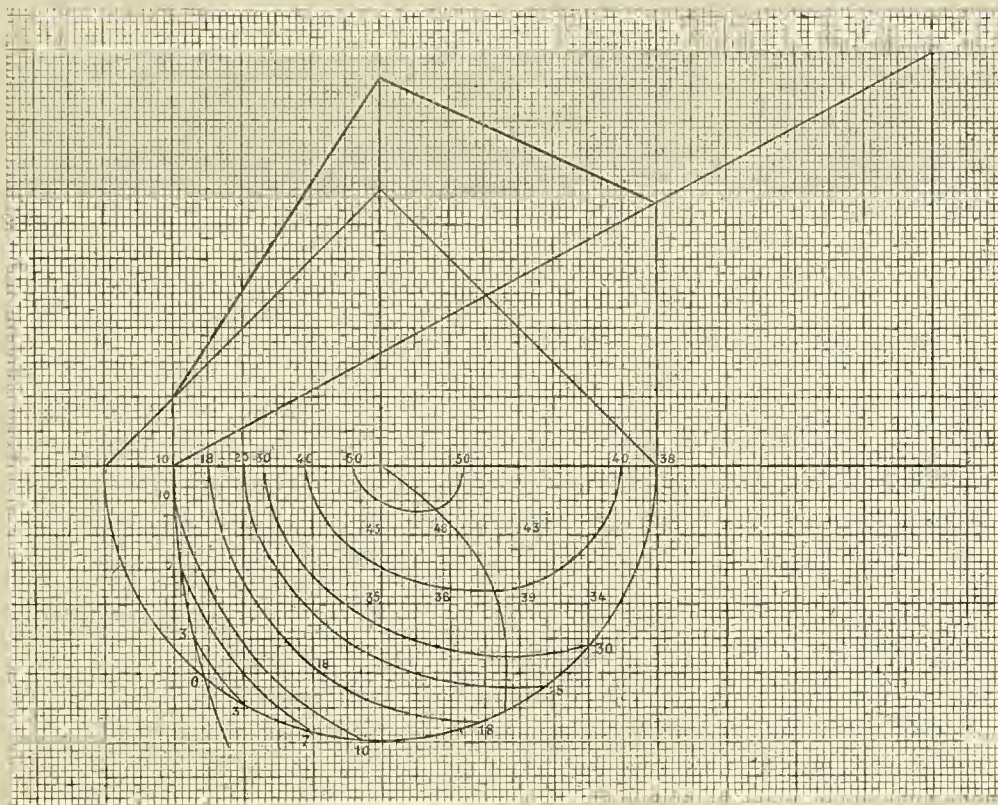



Fig. 17.

sovrapposta una parte con pendii più ripidi. Se invece il volume di uno dei due coni comprende quello dell'altro la sella si riduce ad un coperchio a culmine ret-

tilineo che ricorda la forma del berretto dei soldati quando se ne siano ravvicinati gli orli superiori. Se poi gli assi dei due coni coincidono la sella si trasforma ancora perchè il culmine si riduce ad un punto e l'edifizio risultante a due coni sovrapposti, il più ripido sopra il meno ripido. In generale poi la parte del culmine rettilineo compresa tra due vertici è orizzontale se i due coni sono ugualmente ripidi, altrimenti è inclinata ed è più alta dal lato del cono più ripido.

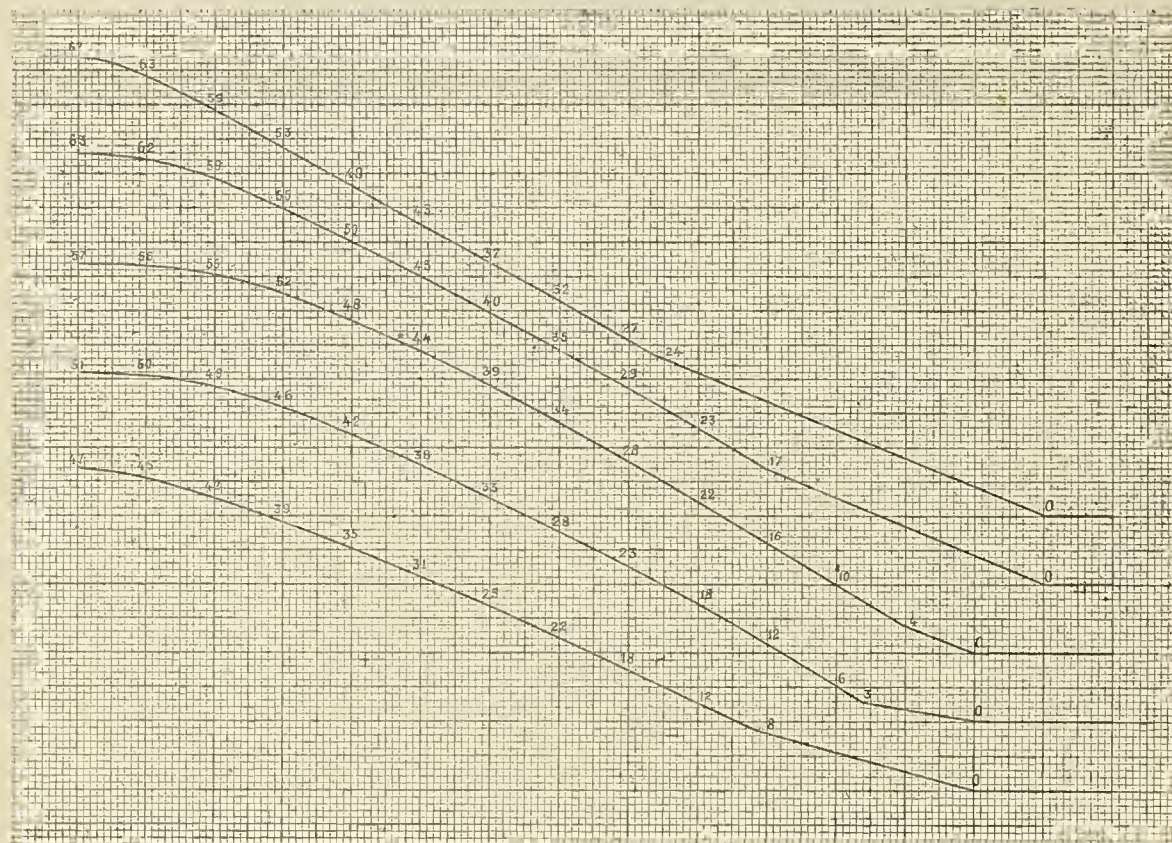



Fig. 18.

Il caso delle due bocche molto vicine, che è quello dell'Etna nell'ipotesi di Lyell, è interessante, ci sia ricoprimento scambievole di vertici o ricoprimento di uno di essi da parte dell'altro. Difatti quando l'erosione avrà fatto scomparire i crateri delle due montagne si sostituirà alle medesime una montagna unica limitata in alto da una cresta rettilinea, e in basso da una base grossolanamente ellittica più o meno allungata. Morfologicamente si avrebbe un cordone molto corto che non sempre è facile distinguere dal cordone che rappresenta un frammento di recinto craterico. Inoltre le due bocche molto vicine che hanno originato la suddetta forma composta possono essere state simultanee se dovute a diramazioni dello stesso asse eruttivo, o successive se dovute a due diverse posizioni del medesimo. Quindi provenienza, percorso ed elaborazione dei materiali sono gli stessi, ed è difficile rinvenirvi differenze se non a grande distanza di tempo, perchè mancano le distanze di spazio.

Le figure 14 ... 17 mostrano pure che le curve di livello del didimoide si concentrano intorno all'asse del cono più ripido e il loro fascio si restringe dal lato dello stesso cono, mentre si allarga dal lato dell'altro.

Quando non c'è ricoprimento le quote della superficie lungo le curve longitudinali vanno crescendo dal lato del cono meno ripido verso quello del cono più ripido; in caso opposto vi è un aumento seguito da diminuzione. La linea dei massimi in basso è sensibilmente retta e si avvicina maggiormente all'asse del cono più ripido; verso di esso s'incurva con la concavità rivolta in basso e va a finire al punto esplosivo corrispondente al detto cono.

Le sezioni trasversali del didimoide (fig. 18) dovute a coni di ordinaria pendenza mostrano dapprima curve che declinano leggermente dai due lati del culmine a causa della loro debole curvatura, la quale si accentua poi per breve tratto ritornando subito debolissima, mentre la pendenza media si accresce. In prossimità degli archi che limitano il didimoide in basso queste curve sono quasi rettilinee. Seguono due segmenti d'iperbole (uno per parte) sopra la corrispondente superficie conica dove non c'è ricoprimento, e questi segmenti sono sensibilmente rettilinei perchè in generale sono abbastanza lontani da' proprii vertici. Si vede dalle sezioni disegnate che con due coni di 13° e di 23° le curve trasversali hanno una pendenza di 24° in corrispondenza del ricoprimento, quindi l'accentuazione della pendenza di cui ho già parlato.

Mentre è indubitato che il didimoide, al pari di qualunque costruzione vulcanica, permette un facile lavoro all'erosione se emissioni laviche non lo hanno rafforzato, la forma arcuata della sua sezione esercita un'azione sia pure debole di difesa. L'erosione lavorerà quindi di preferenza sui fianchi delle falde del didimoide ove esiste una rottura di pendenza al confine tra' materiali di doppia e d'unica provenienza.

CAPITOLO III.

Amplitudine dei ricoprimenti.

1. — Didimoide di Salina.

Si è visto che se gli assi di due coni sono molto vicini si formerà una cresta tra le verticali dei due vertici. Vediamo ora ciò che succede considerando diversi valori del rapporto tra l'altezza a dei medesimi e la distanza D dei loro assi. Supporrò per semplicità una pendenza media di 27° e dirò d la lunghezza del ricoprimento. Sarà

$$d = \mathrm{D} - n - n'$$

Sia, inoltre, h l'altezza del culmine del didimoide.

Se l'altezza dei coni è pari alla metà della distanza degli assi ci sarà ricoprimento completo delle falde a riscontro, e si formerà una cresta semplice da vertice a vertice. Ad esempio dando le lunghezze in metri con

$$a = 1000 \qquad \mathrm{D} = 2000$$
$$h = 1000 \qquad d = 2000$$

Se l'altezza è terza parte della distanza le falde a riscontro saranno parzialmente ricoperte e l'altezza del culmine sarà la metà di quella dei coni, cioè con

$$a = 1000 \qquad D = 3000$$
$$h = 500 \qquad d = 1000$$

Se l'altezza è due settimi della distanza il ricoprimento sarà anche minore e l'altezza del culmine quarta parte di quella dei vertici, cioè con

$$a = 1000 \qquad D = 3500$$
$$h = 250 \qquad d = 500$$

Finalmente se l'altezza è un quarto della distanza non ci sarà ricoprimento, cioè con

$$a = 1000 \qquad D = 4000$$
$$h = 0 \qquad d = 0$$

Se la pendenza fosse $> 27°$ la lunghezza d del ricoprimento diminuirebbe e l'assenza del ricoprimento si raggiungerebbe con valori di $\frac{a}{D}$ più grandi dei precedenti, ossia con gli assi più vicini. E se dalle forme-limiti si passa alle forme effettive le altezze dei ricoprimenti diverrebbero ancora più piccole.

Discuterò ora l'esempio di Salina.

In essa B = Monte Malaspina (Monte dei Porri della Carta, fig. 19), B' = Monte San Salvatore (Monte Fossa delle Felci della Carta). Trascuro il Monte Riva addossato al fianco settentrionale del San Salvatore potendosi considerare come formante la medesima massa col secondo [1].

Le altezze effettive del Malaspina e del San Salvatore sono oggi rispettivamente di 859 m. e 961 m.; ma prolungando le generatrici fino a riprodurre i vertici ipotetici del calcolo si otterrebbe approssimativamente $a = 950$, $a' = 1050$. La pendenza media dei due coni può ritenersi di 27° mentre nelle sole parti più alte raggiunge generalmente i 31°, per declinare a 23° $^1/_2$ nelle più basse. Essa mostra una grande regolarità dalle due cime fino al mare nei versanti che non sono a riscontro e nei versanti a riscontro fino all'interposta sella di Valdichiesa, che costituisce un didimoide tipico.

Solo in qualche punto tale pendenza raggiunge i 35°. Più che l'inclinazione che non è poi soverchiamente eccezionale [2] fa impressione all'occhio la grande regola-

[1] Cronologicamente Monte Riva fu il primo cono dell'isola. Uno spostamento dell'asse eruttivo produsse il San Salvatore. Dipoi si formò il Malaspina che è il più giovane dei tre.

[2] Il versante del San Salvatore diretto verso Arenella è il più ripido dell'isola con 31° di pendenza totale. Alicuri ha 31° di pendenza totale sul versante orientale, mentre sul versante opposto ne mostra 35° o 36°. Ma quest'ultimo è sconvolto dall'erosione a cui è dovuto il più ripido pendio, forse perchè un pendio originario già abbastanza ripido aveva conservato delle condizioni d'instabilità. Stromboli ha 32° sul versante orientale verso la punta del Malpasso, e 35° sul versante opposto alla Sciara del Fuoco.

rità di questi due coni che si levano bruscamente dal mare con la loro uniforme copertura di ginestre, di felci e d'altre piante il cui verde non ha nessuna interruzione, e con la vetta acuminata. Il Malaspina difatti è troncato da un piccolo cratere di soli 250 m. di diametro, e il San Salvatore se ha un cratere molto più vasto (la Fossa delle Felci) ha pure una cima che lo sovrasta d'una novantina di metri. Si spiega quindi la meraviglia di Dolomieu che nel dichiarare il Malaspina il cono più perfetto che egli abbia visto soggiunge che « on est étonné que les ma- « tières dont elle (la montagna) est formée puissent se soutenir sur aussi peu de

Fig. 19.

« talus [1] ». Sarà bene aggiungere che il dotto naturalista stimò di un miglio l'altezza di questo cono, cioè il doppio di quella effettiva, ciò che spiega l'errore nella valutazione del pendio. Dalla Carta potremo inoltre dedurre:

$$D = 3000 \qquad d = 750 \qquad h = 350$$

Il ricoprimento teorico ci darebbe $d = 750$ e l'altezza teorica del culmine $h = 440$. La diminuzione di 90 m. nel valore effettivo di h e il corrispondente accorciamento di d vanno attribuiti non solo all'azione erosiva, ma anche alla differenza tra la forma-limite e il rilievo effettivo, che insieme hanno diminuito di un quinto soltanto l'altezza del didimoide alle sue estremità. Invece l'erosione si concentrò verso la sezione mediana trasversale, ove come era da aspettarsi la sella è incavata

[1] *Voyage aux Iles de Lipari*, Paris, 1783, pag. 90.

sui due versanti e lungo il culmine. Questo si abbassa a 280 m. d'altitudine in una piccola spianata posta 300 m. più a Nord del piano verticale delle due vette, e di là due solchi scendono al mare, a N. verso Malfa e a S. verso Arenella. Questo secondo solco attraversa il piano verticale delle vette a 255 m. d'altitudine. Insomma l'erosione si è limitata a trasformare la bardella a canale in bardella maremmana ordinaria. Non è difficile trovare le cause d'una conservazione così poco comune.

Prima di tutto la parte occidentale del Malaspina è coperta di lave, e se la parte orientale è costituita da materiali frammentarii, essi sono generalmente cementati. Del San Salvatore la parte Sud-occidentale è coperta di lave, la parte occidentale è così coperta solo in basso mentre in alto i materiali frammentarii vi sono scoperti. Così pure questi materiali sono scoperti a Nord in alto, e ad Est sull'intero fianco. Anche su questo cono i materiali frammentarii sono spesso cementati. In Valdichiesa poi i materiali tufici sono scoperti in continuazione di quelli del Malaspina e solo per breve tratto a Sud e a Nord si trovano le lave incise dalle due piccole valli trasversali al didimoide.

La conservazione è quindi dovuta alle cause seguenti. Pei coni la cementazione dei materiali frammentarii che si vedono sugl' interi versanti orientali, e il bosco che dovette ricoprirli lungamente poichè l'uomo dovette tardare a prendere possesso di quest' isola. Più tardi egli non fece che diradare gli alberi, e le ginestre alte e rigogliose e le felci abondanti e le altre piante d'una vegetazione a sviluppo rapido riempirono i vuoti co' cespugli fitti. I bisogni dei pochi abitatori erano allora limitati, mentre la forte pendenza del suolo non ne permetteva la coltivazione. In tempi più vicini a noi la popolazione aumentò fino ai cinque o seimila abitanti odierni, i bisogni crebbero e si apprese a coltivare le coste ripide con quel meraviglioso sistema che si pratica in Sicilia e in Calabria, ma i Salinesi pare avessero capito il grande benefizio di quella vegetazione spontanea e la mantennero e la mantengono con vigile cura. Mentre così veniva tenuta salda quella parte delle pendici ove erano a temere burroni e franamenti importanti, la parte rimanente fu preservata dalla copertura di lava. Quanto al didimoide anch'esso fu preservato dapprima dal bosco, e quando l'isola fu occupata dall'uomo la sola Valdichiesa fu messa a coltura, e la degradazione se vi si accrebbe, fu di molto limitata dal bosco prima, dalla macchia dopo che trattenevano le acque sulle pendici laterali. Ma un altro fattore dovette contribuire a consolidare i materiali incoerenti dell'isola nelle sue parti più basse: una immersione cioè nelle acque del mare, come dirò.

A questo punto potrebbe sollevarsi un'obiezione sulla posizione dell'antico suolo che servì di piattaforma ai due coni. Io l'ho supposto a livello del mare, ma se questa ipotesi fosse errata, nel calcolo precedente si sarebbe del pari introdotto un errore. Io ricorderò difatti che tutti coloro che studiarono Salina, da Cortese [1] a Bergeat, hanno ammesso nella medesima un sollevamento di alcune centinaia

[1] E. Cortese e V. Sabatini. *Descrizione geologico-petrografica delle Isole Eolie*, Mem. Descr. Carta Geol. d'It., vol. VII, Tip. Nazionale, Roma, 1892.

di metri dedotto da segni non dubbii di terrazzamento. Pel primo autore il sollevamento fu di almeno 130 m., pel secondo di almeno 400 m. Tale conclusione è appoggiata da sollevamenti più o meno intensi dedotti anch'essi da terrazzamenti, oltre che dalla natura dei depositi e dei fossili inclusi, sulle vicine coste della Calabria e della Sicilia. Ma, poichè i movimenti del suolo hanno generalmente delle alternative, sorge il dubbio se anteriormente al sollevamento l'isola di Salina non abbia subito un abbassamento. L'osservazione della Carta Idrografica delle Eolie dà effettivamente un fondato sospetto in tal senso. Difatti il fondo del mare intorno a Salina dal lato occidentale e settentrionale declina con una pendenza media che raggiunge i 21° fino alla curva di 500 m., e che raggiunge i 14° fino alla curva di 1000 m., la quale circonda il gruppo Panarèa, Salina, Lipari, Vulcano. A N.O. di questa seconda curva esiste una fossa di oltre 3000 m. di profondità. Ma se si osserva il canale tra Salina e Lipari vi si trovano pendenze sottomarine molto deboli intorno alle due isole, specialmente intorno alla seconda che nella parte emersa mostra alti appicchi. Parrebbe da tale ispezione che la piattaforma comune alle dette isole sia stata molto vicina alla superficie del mare, e se il cono del Malaspina pare discenda di alcune centinaia di metri più in basso dal lato Nord-occidentale è perchè questa parte dell' isola si edificò presso l'orlo della sua piattaforma. Quindi sull'antico fondo del mare si edificò dapprima una lunga piattaforma, con materiale vulcanico eruttato allo stato frammentario ciò che spiega i fianchi abbastanza ripidi di questo basamento, e sopra di esso a partire dalla regione dove le onde fanno sentire la loro azione demolitrice si elevarono i coni attuali con una relativa rapidità almeno fino a superare sufficientemente il livello dell'acqua, e accrescendosi con le eruzioni successive. Se questa deduzione è esatta l'isola dovette subire un'immersione, che ne consolidò i materiali clastici scoperti nelle parti basse, e che fu seguita da un'emersione presso a poco di uguale amplitudine [1].

2. — Conclusione.

Da quanto precede appare evidente che la formazione d'una cresta apprezzabile fra due coni con pendenza ordinaria non è possibile se i medesimi si trovano a distanze superiori a tre volte, tre volte e mezzo la loro altezza, poichè in tali casi si formano didimoidi troppo bassi che l'erosione distrugge in breve tempo o che si confondono con le altre linee morfologiche del terreno quando sussistono ancora in parte. Tale conclusione se è vera per le forme-limiti da me considerate, è anche vera per le altre forme con profili concavi verso l'alto, poichè in esse la costruzione di un didimoide apprezzabile richiederebbe una vicinanza anche maggiore. Nè il ma-

[1] Ad un'eguale conclusione non si può giungere per Alicuri, intorno alla quale per 300 m. di profondità si vedono curve sottomarine serrate. La superficie del basamento si troverebbe ora a 300 m. di profondità e il cono si continuerebbe sott'acqua. Invece Panarèa anche più evidentemente di Salina si solleva da una piattaforma assai prossima all'attuale livello del mare, mentre il cono di Stromboli pare anch'esso in parte sommerso, ma di circa 1000 m., quindi assai più di Alicuri.

teriale periferico modifica tale conclusione, perchè se anche dopo lunghe eruzioni giunge ad avere uno spessore considerevole non potrà mai produrre linee autoctone nel rilievo, ma costituisce un mantello che ricopre e seconda le linee autoctone preesistenti. Un'eccezione è prodotta dall'esistenza di un vento dominante di una certa importanza, ma le linee di rilievo che ne derivano seguiranno allora andamenti paralleli a partire dai diversi coni. Inoltre linee autoctone preesistenti possono essere prodotte da colate di lava, ma in tal caso il loro andamento dipende da cause molteplici ed assume una grande irregolarità, non ubbidendo a nessuna legge definita se se ne toglie una grossolana radialità nelle forme vergini. E se alcune di queste direzioni predominano non c'è alcuna ragione perchè quelle appartenenti a due coni diversi debbano coincidere. Ne deriva la falsità dell'ipotesi di Breislak [1] che supponeva il recinto del Lago di Bolsena dovuto a tre punti eruttivi i cui prodotti avrebbero costruito delle linee di rilievo tra il primo e il secondo, tra il secondo e il terzo e tra il terzo e il primo, in modo da lasciare una cavità nel mezzo, malgrado il giro di alcune decine di chilometri su cui quei punti si trovano.

[1] Tale ipotesi è esaminata in una mia Nota in corso di stampa nel Boll. Com. Geol., intitolata: *L'origine della Conca di Bolsena nelle concezioni di Breislak e di Pareto.*

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali storiche e filologiche.*
Vol. V. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali*
Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI. Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I-XXVII. (1892-1918). Fasc. 11°-12°, Sem. 2°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol. I-XXVII. (1892-1918). Fasc. 5°-6°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I-XII. Fasc. 14.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-10.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. [illegible]; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

P. MAGLIONE & C. STRINI (successori di E. Loescher & C.) — *Roma.*

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

(Anno CCCXVI 1919)

Serie Quinta — Volume XII — Fascicolo XV.

PROBO COMUCCI

FORME CRISTALLINE DELLO ZOLFO SULL'ANTIMONITE

DELL'ISOLA DI TASO

SEP 25 1924
National Museum

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1919

RELAZIONE

letta dal Corrispondente F. Millosevich, relatore, nella seduta del 2 giugno 1918, a nome anche del Socio E. Artini, intorno alla Memoria del dott. P. Comucci, intitolata: *Zolfo sull'antimonite dell'Isola di Taso.*

In questa breve Memoria il dott. P. Comucci espone il risultato dello studio di un esemplare di zolfo sopra antimonite proveniente dall'Isola di Taso nel mare Egeo.

Nei minuti cristallini di zolfo l'A. ha riscontrato la presenza di 26 forme semplici e di numerose combinazioni, per la maggior parte assai complesse. Delle forme tre sono nuove per la specie e sicuramente accertate mediante esatte misure. Descritti tre diversi abiti cristallini, illustrati dai tre disegni che accompagnano la Memoria, l'A. tratta delle zone principali e delle forme che in esse si riscontrano più di frequente e che le caratterizzano, e accenna anche alla presenza di faccie vicinali corrispondenti a certe determinate forme di simbolo semplice. Infine espone alcuni confronti con la forma dello zolfo di altre località e in special modo con quella dello zolfo di Allchar in Macedonia.

Una tabella riassume i risultati delle numerose e accurate misure, nonchè dei calcoli.

Il lavoro del Comucci, molto diligentemente eseguito, porta un nuovo contributo alle nostre conoscenze cristallografiche sullo zolfo e per tale ragione la Commissione lo ritiene degno di essere integralmente pubblicato negli Atti accademici.

Forme cristalline dello zolfo sull'antimonite dell'isola di Taso [1].

Memoria del dott. PROBO COMUCCI

Presentata nella seduta del 2 giugno 1918.

Il dott. Franceschi donava di recente ai Musei di geologia e di mineralogia dell'Istituto di studî superiori di Firenze una assai importante collezione di rocce, minerali e fossili da lui raccolti in svariate località della Macedonia. Fra gli esemplari mineralogici havvene uno proveniente dall'isola di Taso (esso non portava altra indicazione che questa), costituito da grossi cristalli prismatici di stibina, intrecciati fra loro e rivestiti all'esterno da una sottile patina di antimonocra bianca o giallo-brunastra, sulla quale si trovano sparsi abbondanti cristalli di zolfo, ben nitidi, isolati o disposti in serie lineari. Nell'antimonite non si nota alcuna crosta o patina di zolfo, come di frequente avviene, onde, pur non negando che lo zolfo siasi originato in seguito ad un processo di ossidazione per parte della stibina, si ha tuttavia quasi l'impressione che gli individui cristallini siano geneticamente indipendenti da questa.

I cristalli sono, come di solito, di dimensioni molto modeste (1-2 mm.), ma ricchi di forme; solo eccezionalmente si osservano individui della grandezza di mezzo centimetro, essi pure però molto sfaccettati.

Do qui appresso l'elenco delle forme ritrovate studiando al goniometro 18 cristalli, variamente combinati, e con numero di forme oscillanti da un minimo di 14 ad un massimo di 23:

{100} {010} {001}
{110}
{011} {013}
*{1.1.25} *{1.1.10} {119} {117}
{115} {114} {113} {112} {111}
{221} {331} {551}
{131} {133} {135}
{311} {313} {315}
*{511} {122}.

[1] Laboratorio di Mineralogia del R. Istituto di studi superiori. Firenze, dicembre 1917.

Di queste 26 forme le tre segnate con asterisco sono nuove per la specie; e, sebbene la }1.1.10{ e la }511{ siano state osservate ambedue con una sola minutissima faccettina in due distinti cristalli, e la }1.1.25{ soltanto due volte in due diversi individui con esilissime liste, tuttavia ritengo le tre forme come accertate, perchè tutte offrono immagini buone, e la }1.1.25{ anzi addirittura ottime, ed anche perchè, in ogni caso, si ha assai buon accordo fra misura e calcolo. Infatti:

	Trovato	Calcolato
001 : 1.1.25	6° 46′	6° 53′
001 : 1.1.10	16° 58′	16° 48′
100 : 511	9° 52′	10° 7′

L'accordo è forse meno soddisfacente per }511{; e certo esso diverrebbe migliore se assumessimo un simbolo alquanto più complicato.

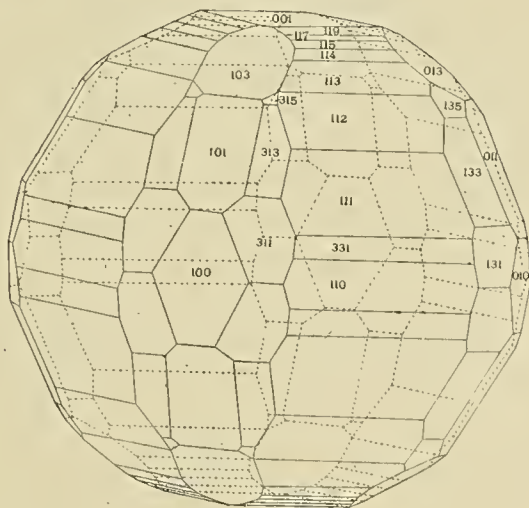



Fig. 1.

L'abito dei cristalli è vario, ma tre sono i tipi più importanti, cioè globulare, prismatico, tabulare. Nel primo caso i cristalli sono impiantati sulla stibina in modo tale da assumere nella parte loro libera forma tondeggiante, con una faccia di }011{ o }101{ o }111{ (le più sviluppate) presso a poco parallela alla superficie d'impianto. Un cristallo, completato e ridotto a modello, di tale tipo è rappresentato dalla fig. I. Quando si ha l'abito prismatico i cristalli sono allungati secondo x, fig. II, o, più di rado, secondo y, ed eccezionalmente nel senso di una delle due zone fra la base e le faccie di }111{. Nel terzo tipo gli individui sono tabulari secondo (001) (fig. III).

Le faccie sono distribuite in poche zone principali facilmente determinabili. La più ricca è [001:110] (figg. I, II, III), nella quale le faccie quasi tutte sono più o meno listiformi, hanno lucentezze minori di quelle spettanti alle altre zone. Tuttavia }113{, frequentissima, è in generale piuttosto estesa e limpida, e più ancora lo è }111{, che però in un cristallo si presentò sostituita da tremie. Tale zona, che con lo studio dello zolfo di Taso si è arricchita, come già abbiamo veduto, di altre due forme }1.1.25{ o }1.1.10{, è anche quella che presenta più frequentemente

faccie vicinali; fatto che mi sembra degno di considerazione, perchè fino ad ora, che io sappia, non rilevato per lo zolfo, o per lo meno poco noto. Fra le tante ricordo solo le seguenti, che hanno dato resultati più attendibili:

	Trovato	Calcolato
001 : 5.5.27	29° 11′	29° 11′
001 : 12.12.25	53° 10′	53° 22′
001 : 31.31.33	70° 30′	70° 33′

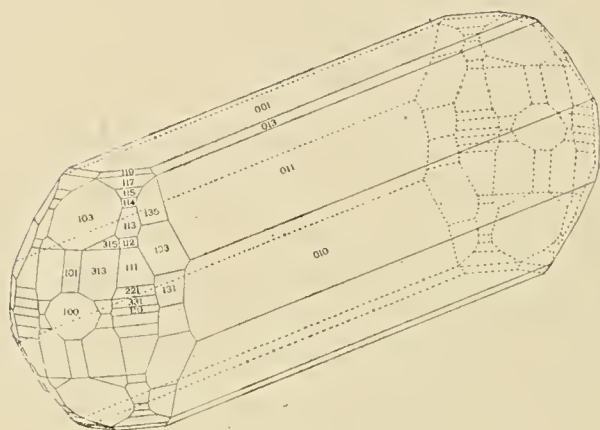



Fig. 2.

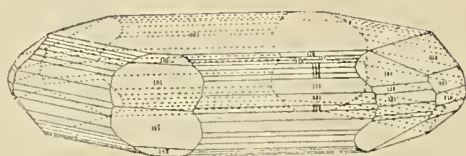



Fig. 3.

Oltre {5.5.27}, altra vicinale di {1.1.5}, che ha dato buona misura, ma appartenente ad una diversa zona [(103) : (115)], porterebbe al simbolo {15.16.77} poichè:

	Trovato	Calcolato
103 : 15.16.77	23° 56′	23° 46′

I domi delle zone [001:100] e [001:010] si presentano con faccie generalmente grandi e ben lucenti, e dànno ottime immagini.

Buone sono anche le faccie delle zone [001 : 130] e [001 : 310], le prime assai più frequenti delle seconde, senza che ciò possa collegarsi ad un abito speciale del cristallo.

Merita speciale menzione anche la zona trasversa [100 : 011] la quale, come è noto, si presenta nello zolfo ricca di forme. Nel minerale di Taso sono presenti {311} {111} {122} {133} e come forma nuova {511}, mentre manca {344} riscontrata in cristalli artificiali da Brezina [1]. Debbo avvertire che la forma {122} fu incontrata una sola volta con apparenza di lista offrente immagine debole ed allargata; peraltro l'angolo di 18° 49′ determinato rispetto a {111} concorda bene con il teorico 18° 52′.

È questa la quarta determinazione di tale forma e sempre su zolfo associato a solfuri in via di decomposizione [2]. Avrei da aggiungere anche la forma nuova {13.1.1}

[1] Brezina (Ak. Wien 1869, 60, 539.

[2] Fu osservata da Pelikan (Tcherm. min. petr. Mitth. 1891. XII, 344) e da Šimek (*Ueber den Schwefel von Kostajnik in Serbien.* Ref. Zeitschr. f. krist. 1912, 50, 639) rispettivamente nello zolfo incrostante le antimoniti di Allehar in Macedonia e di Costajnik in Serbia, e da Millosevich sullo zolfo associato alle galene (*Zolfo ed altri minerali di Malfidano.* Riv. min. crist. ital. 1898, XXI, 45).

per la quale ebbi:

	Trovato	Calcolato
100 : 13.1.1	3° 55′	3° 39′

ma per lo stato non buono dell'unica faccia vista e per il valore alto del simbolo non mi credo autorizzato a dare per sicura tale forma.

Poverissima risulta invece la zona dei prismi verticali, nella quale è presente solo }110{; carattere del resto comune a tutti i cristalli parageneticamente connessi a solfuri.

Nello zolfo di Taso le faccie }110{ sono però molto comuni e anche buone, sebbene poco sviluppate.

È da notarsi che alcune faccie dei cristalli di Taso, quando raggiungono un certo sviluppo e indipendentemente dalla forma a cui appartengono, presentano dei fori circolari o meglio a forma di coppette; un fenomeno analogo fu riscontrato da Pelloux nello zolfo delle Cetine (Siena) ([1]).

Solo le faccie 001 manifestano particolarità sulle quali parmi il caso di fermarmi brevemente. Esse sono talvolta pianissime e lucenti, ma, quando assumono una certa etensione, divengono irregolari, dando al goniometro un'immagine netta, accompagnata da altre non troppo distinte, più o meno lontane. A lente abbassata le faccie presentano come delle rugosità che s'illuminano successivamente con la rotazione del portacristalli, e questo verificasi qualunque sia la zona, secondo la quale le faccie di 001 sono impostate al goniometro.

Vi è dunque come una tendenza in questi cristalli a presentare faccie vicine a }001{.

Così, come si è già veduto, nella zona [001:110] si hanno le faccie }1.1.25{ e }1.1.10{, mentre fino ad ora la bipiramide nota più vicina a }001{ era }119{. Similmente fra }001{ e }315{ ho notato un'altra piccolassima faccetta, il cui simbolo corrisponderebbe a }3.1.52{ perchè:

	Trovato	Calcolato
001 : 3.1.52	8°	7° 58′

e fra }001{ e }103{ una listicina di simbolo }2.0.67{ e fra }001{ e }135{ altra faccetta lineare di simbolo }1.3.123{:

	Trovato	Calcolato
001 : 2.0.67	4° 1′	4°
001 : 1.3.123	2° 51′	2° 51′

I valori angolari sono in buon accordo con quelli calcolati. ma, dato i simboli molto complicati, non do le forme come sicure.

Nella seguente travola trascrivo i valori avuti nelle misure e quelli calcolati in base alle costanti date da v. Kokscharow:

0.81309 : 1 : 1.90339.

([1]) A. Pelloux, *Appunti sopra alcuni minerali delle Cetine di Cotorniano presso Rosia.* Acc. Lincei, 1901, X, 2, 12.

ANGOLI	Numero delle osservazioni	Media delle misure	Limiti delle misure	Valori calcolati	Differenze esp. - calc.
001 : 1 . 1 . 25	2	6° 46′	6° 42′ - 6° 50′	6° 53′	— 7′
001 : 1 . 1 . 10	1	16 58	—	16 48	+ 10′
001 : 119	40	18 32	18 15 - 18 37	18 32	—
001 : 117	10	23 19	23 4 - 23 28	23 19	—
001 : 115	31	31 10	31 28 - 31	31 6 ½	+ 3′ 30″
001 : 114	14	37	37 16 - 36 55	37 2	— 2′
001 · 113	31	45 8	45 27 - 44 55	45 10	— 2′
001 : 112	25	56 25	56 38 - 56 15	56 27 ½	— 2′ 30″
001 : 111	57	71 39	71 56 - 71 22	71 40	— 1′
001 : 221	10	80 34	80 45 - 80 19	80 35 ½	— 1′ 30″
001 : 331	25	83 42	83 54 - 83 32	83 42	—
001 : 551	1	86 14	—	86 12	+ 2′
001 : 110	18	89 59	90 17 - 89 41	90	— 1′
001 : 013	24	32 25	32 39 - 32 10	32 23 ½	+ 1′ 30″
001 : 011	44	62 19	62 28 - 62 3	62 17	+ 2′
001 : 010	21	89 57	90 7 - 89 51	90	— 3′
001 : 103	11	37 53	38 - 37 44	37 58	— 5′
001 : 101	24	66 53	67 15 - 66 47	66 52	+ 1′
001 : 100	9	90	90 6 - 89 51	90	—
001 : 135	20	50 58	51 4 - 50 47	50 59	— 1′
001 : 133	25	60 4	64 19 - 63 51	64 4 ½	— 30″
001 : 131	29	80 52	81 5 - 80 37	80 47 ¾	+ 4′ 25″
001 : 315	4	55 29	55 33 - 55 25	55 30	— 1′
001 : 313	8	67 37	67 43 - 67 24	67 34	+ 3′
001 : 311	10	82 8	82 16 - 81 57	82 10	— 2′
100 : 111	1	42 37	—	42 34	+ 3′
100 : 331	4	39 35	39 38 - 39 33	39 32	+ 3′
100 : 311	1	17	—	17 1	— 1′
100 : 511	1	9 52	—	10 7	— 15′
010 : 111	2	53 7	53 11 - 53 3	53 13	— 6′

ANGOLI	Numero delle osservazioni	Media delle misure	Limiti delle misure	Valori calcolati	Differenze esp. - calc.
010 : 131	7	24°	23° 56′ - 24° 7′	24° 1′	— 1′
111 : 122	1	18° 49′	—	18 52	— 3′
111 : 133	6	27 29	—	27 29	—
111 : 313	5	22 46	22 59 - 22 27	22 46	—
111 : 131	8	29 12	29 19 - 29 3	29 11	+ 1′
111 : 311	2	25 40	25 45 - 25 35	25 32	+ 8′
111 : 13$\bar{1}$	1	39 25	—	39 22	+ 3′
111 : 103	1	45 34	—	45 28	+ 6′
111 : 31$\bar{1}$	1	35 22	—	35 15	+ 7′
011 : 133	7	19 56	19 58 - 19 52	19 57	— 1′
011 : 114	2	44 58	44 59 - 44 56	45 2	— 4′
011 : 103	1	68 31	—	68 23	+ 8′
011 : 115	1	46 42	—	46 32	+ 10′
011 : 13$\bar{1}$	2	42 43	42 44 - 42 42	42 54	— 11′
011 : 135	1	21 33	—	21 41	— 8′
011 : 131	1	28	—	28	—
011 : 101	1	79 17	—	79 28	— 11′
101 : 111	11	36 47	36 49 - 36 44	36 47	—
101 : 313	2	13 59	14 2 - 13 56	14	— 1′
101 : 315	1	17 20	—	17 36	— 16′
101 : 311	1	21 17	—	21 14	+ 3′
101 : 112	1	35 42	—	35 42	—
103 : 114	2	23 34	23 35 - 23 33	23 35	— 1′
103 : 115	1	22 55	—	22 50	+ 5′
133 : 13$\bar{1}$	1	35 5	—	35 8	— 3′
113 : 315	1	21 10	—	20 56	+ 14′
311 : 113	1	42 17	—	42 26	— 9′

Cristalli di zolfo su stibina o altri solfuri in decomposizione sono spessissimo ricordati nella letteratura, per la quale rimando alla recente Nota di Perrier sullo zolfo di Zonda [1].

I miei cristalletti hanno notevole analogia con quelli, pure accompagnanti la stibina, di Kostajnik (Serbia) descritti da Šimek [2]. Questi, pure con abito globulare o tabulare secondo la base, presentano 27 forme delle quali nello zolfo di Taso mancano solo {116} e {334}, mentre si hanno in più le tre piramidi nuove {1.1.25} {1.1.10} e {511}. Ma l'analogia è ancora maggiore con lo zolfo di Saba studiato da Molengraaff [3], e con quello di Zonda (Repubblica Argentina) descritto da Perrier. Infatti dal confronto fra lo zolfo di Saba e quello di Taso risulta che in quest'ultimo sono presenti, tranne {031}, tutte le forme ritrovate da Molengraaff, alle quali vanno poi aggiunte {119} {551} {122} {1.1.25} {1.1.10} {511}; e per quello che riguarda lo zolfo di Zonda tutte le 24 forme trovate da Perrier esistono nello zolfo di Taso con l'aggiunta di {122} {1.1.25} {1.1.10} {511}. I cristalli studiati da Molengraaff e da Perrier non sono geneticamente collegate a nessun solfuro metallico, ma dovuti i primi a reazione fra vapori di acido solforoso e solfidrico, e i secondi a decomposizione di acque solfuree; e ciò verrebbe in certo modo a convalidare l'ipotesi di sopra accennata che lo zolfo che accompagna la stibina di Taso non provenga direttamente da alterazione di questa.

Mi sembra opportuno un raffronto fra lo zolfo di Taso e quello pure in stibina di Allchar in Macedonia. Lo zolfo di Allchar fu descritto prima da Foullon [4]; successivamente Pelikan [5] studiò altri cristalletti assai interessanti, che però solo dubbiosamente ritenne spettare al giacimento di Allchar.

Considerando i cristalli esaminati dall'uno e dall'altro autore si riscontrano differenze notevoli con quelli da me presi in esame. Invero, mentre io ho determinato 28 forme, Foullon ne trovò 13 soltanto fra le quali mancano i tre pinacoidi e tutte le bipiramidi della zona [310 : 001] che, come abbiamo visto, nel nostro caso sono assai frequenti e bene sviluppate. Pelikan aumentò con le sue osservazioni il numero delle forme fino a 18; ma rispetto allo zolfo di Taso risultano sempre mancanti {100} {010} {001} {114} {331} {551} {315} {1.1.25} {1.1.10} {511}. Il discarico risulta dunque molto considerevole, il che è già un buon dato per escludere provenienza comune per questi esemplari di zolfo accompagnanti la stibina della Macedonia.

(1) Acc. Lincei, vol. XXIV, serie 5ª, 1° sem. 1915.
(2) Loco citato.
(3) Groth's Zeitschrift., XIV (1888), 45.
(4) Verh. geol. Reichsanst. (1890), 40, 318; 1892, 42, 175.
(5) Tscherm. Mitth. N.F. 12, 344.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876 84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI. Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XXVII. (1892-1919). Fasc. 7°-8°, Sem. 1°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XXVII. (1862-1918). Fasc. 5°-6°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XII. Fasc. 15.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-10.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. 10; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

P. MAGLIONE & C. STRINI (successori di E. Loescher & C.) — *Roma.*

MEMORIE DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

(ANNO CCCXVI 1919)

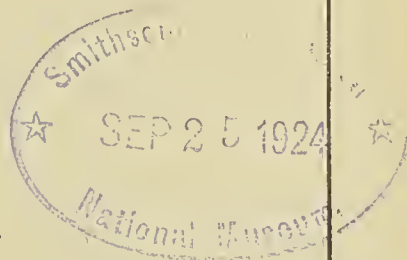
SERIE QUINTA — VOLUME XII — FASCICOLO XVI.

GIOVANNI ZAPPA

DIFFERENZE SISTEMATICHE

TRA IL CATALOGO FONDAMENTALE DI NEWCOMB

E QUELLO DI AUWERS

Smithsonian
SEP 25 1924
National Museum

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1919

Questo fascicolo contiene il frontespizio, separato, e l'indice dell'intiero volume XII.

RELAZIONE

letta dal Corrisp. A. Di Legge, a nome anche del Socio G. Celoria, nella seduta del 7 gennaio 1917, sulla Memoria del prof. Giovanni Zappa, avente per titolo: *Differenze sistematiche tra il Catalogo fondamentale di Newcomb e quello di Auwers.*

Soggetto della Memoria del prof. G. Zappa è il confronto diretto tra i due ben noti cataloghi di stelle fondamentali: il catalogo di Newcomb (*Cat. of fund. stars*, Ast. Pap. of the Amer. Ephem., VIII) ed il catalogo definitivo di Auwers (*Neuer fund. Cat.* Veröff. Rechen-Inst. n. 33) dei quali non si ha che un confronto indiretto, fatto attraverso altri cataloghi, da Battermann e solo per le declinazioni a nord di — 20°. Paragona inoltre l'A. i risultati che egli ottiene direttamente con quelli a cui si giunge per via indiretta.

Le posizioni delle stelle ed i moti proprî sono riferiti all'epoca 1900.0 e le stelle sono divise secondo la declinazione in tre gruppi da + 90° a + 30°, da + 30° a — 20°, da — 20° a — 90°.

Il metodo seguìto dall'A. per valutare le differenze sistematiche tra i due accennati cataloghi, non differisce essenzialmente da quelli usati nei più recenti confronti di cataloghi stellari.

I risultati ottenuti conducono l'A. alle seguenti conclusioni:

1°) I due cataloghi hanno la stessa equazione di grandezza.

2°) Le differenze sistematiche del 3° gruppo hanno un valore molto minore di quello dei primi due gruppi di stelle.

3°) Gran parte delle differenze sono dovute, come era prevedibile, alle divergenze esistenti nei moti proprî assegnati alle stelle nei due cataloghi.

4°) Si devono assumere come valori più precisi delle differenze sistematiche quelli che risultano solo dal confronto diretto.

La via più sicura scelta dall'A. per determinare le differenze sistematiche tra i due importanti cataloghi, la cura e la perizia colla quale ha egli eseguito il lavoro, rendono la sua opera meritevole di essere grandemente apprezzata dagli astronomi.

I Commissarî pertanto riconoscendo che la Memoria del prof. Giovanni Zappa rappresenta un prezioso contributo all'astronomia pratica, ne propongono all'Accademia la inserzione integrale nei suoi Atti.

Differenze sistematiche
tra il catalogo fondamentale di Newcomb e quello di Auwers.

Memoria di GIOVANNI ZAPPA

INTRODUZIONE

Una valutazione delle differenze sistematiche tra il catalogo fondamentale di Newcomb (N_2, vedi Astron. Papers of the Amer. Ephem., VIII) e il definitivo di Auwers (NFK, vedi Veröff. Rechen-Institut, n. 33) è stato fatto da H. Battermann (vedi Beobacht. Ergebn. der Kgl. Sternwarte zu Berlin, n. 12) ma solo attraverso il confronto fatto da L. Boss del suo *Catalogue of 627 Standard Stars* (B_2, vedi Astron. Journ., XXIII, 17) con l'N_2 e con l'A_2 (secondo sistema di Auwers, cioè posizioni di fasc. XIV e XVII Astron. Gesell. + Vorläuf. Verbess. di AN 3508 09) e limitatamente alle stelle da + 80° a — 20° di declinazione. Ad altre valutazioni per via indiretta si può giungere traverso il confronto di N_2 con A_2 fatto per le declinazioni da + 80° a — 20° e da E. Kohlschütter per le declinazioni da — 20° a — 80° (AN 3815) da Fr. Cohn (AN 3742), o col confronto di B_2 col NFK fatto da Auwers accoppiato al suddetto di Boss tra l'N_2 e il B_2 (AN 3929 e 4019). Ma la via maestra è quella offerta dal confronto diretto di N_2 con NFK. I risultati che per essa si ottengono sono esposti nel capitolo che segue, mentre nel successivo si dànno quelli ai quali si perviene per le vie indirette su accennate, e si procede al paragone degli uni e degli altri.

Confronto diretto.

Tutte le stelle comuni a N_2 ed a NFK vennero prese in considerazione secondo le loro posizioni e i loro moti proprî al 1900.0 con l'eccezione di alcune pochissime che presentavano differenze eccezionali, o che, costituite in sistemi, non avevano lo stesso punto di riferimento. Il materiale così disponibile venne diviso in tre grandi gruppi secondo la declinazione da + 90° a + 30°, da + 30° a — 20°, da — 20° a — 90°; i risultati del terzo gruppo hanno generalmente un valore molto minore di quelli dei primi due, anzi diciamo subito che per i forti divarî presentati dalle singole stelle, mal si possono rilevare differenze sistematiche certe per il gruppo australe.

Equazione di grandezza.

Un'equazione di grandezza è stata cercata sia nei $\Delta\alpha$, sia nei $\Delta\mu$ (indichiamo per semplicità con $\Delta\alpha$ le differenze tra le ascensioni rette ridotte all'equatore e con $\Delta\mu$ quelle dei moti proprî secolari anch'esse ridotte all'equatore). Fu tenuto conto delle differenze sistematiche dei $\Delta\alpha$ e $\Delta\mu$ secondo α e secondo δ, per l'importo che più avanti fisseremo. Il risultato è negativo. Raggruppate le stelle secondo le grandezze, si ebbero i seguenti $\Delta\alpha$, corretti come ora si è detto:

	Zona boreale	Zona equatoriale	Zona australe
	s	s	s
gr. 0.0 ... 2.0	+ 0.006 (8)	+ 0.001 (11)	— 0.002 (19)
» 2.0 ... 3.0	+ 0.003 (25)	— 0.001 (41)	— 0.003 (48)
» 3.0 ... 4.0	+ 0.001 (69)	— 0.001 (116)	— 0.002 (66)
» 4.0 ... 5.0	— 0.002 (74)	+ 0.001 (73)	0.000 (45)
» 5.0 ... 6.0	— 0.002 (85)	+ 0.004 (36)	+ 0.018 (18)
oltre 6.0	+ 0.004 (35)	— 0.001 (8)	+ 0.006 (12)

Solamente per la zona boreale si può determinare un'equazione di splendore; se si dà il peso $\frac{1}{2}$ al valore di oltre $6^{M}.0$ si ottiene rispetto alla grandezza 3.5

$$\Delta\alpha_{M} = - 0^{s}.0014 \, [M - 3^{M}.5]$$

ma essa è esigua, non è confermata dalla zona equatoriale, e piuttosto contraddetta dalla australe. Cosicchè si può concludere che i due cataloghi hanno la stessa equazione di grandezza, cioè per il catalogo di Newcomb vale il risultato a cui sono giunti Cohn e Boss per il NFK:

$$\Delta\alpha_{M} = - 0^{s}.0062 \, [M - 3^{M}.5] \, .$$

Per i $\Delta\mu$ si è avuto:

	Zona boreale	Zona equatoriale	Zona australe
M ... M			
0.0 ... 2.0	+ 0.010	+ 0.003	+ 0.064
2.0 ... 3.0	+ 0.002	+ 0.003	+ 0.004
3.0 ... 4.0	— 0.008	— 0.005	— 0.008
4.0 ... 5.0	— 0.013	— 0.008	— 0.008
5.0 ... 6.0	+ 0.002	+ 0.012	+ 0.036
oltre 6.0	— 0.024	— 0.012	— 0.034

dai quali numeri non si può dedurre con certezza un'equazione di splendore, e tuttavia se ne ha il sospetto.

Equazioni secondo la declinazione.

Il procedimento per stabilire le differenze sistematiche secondo la declinazione è stato uguale per tutti e 4 gli elementi: raggruppamento dei valori di cinque in cinque gradi di declinazione, media, perequazione di tre in tre, tenendo conto del numero delle stelle, curva; e successivamente una seconda soluzione, che deriva dalla

prima con l'eliminazione delle differenze sistematiche secondo α: eliminazione che poteva esser tralasciata, visto il suo minimo effetto; essa ha portato solamente il cambiamento di una unità dell'ultima cifra per pochi valori di $\Delta\mu$ e $\Delta\mu'$.

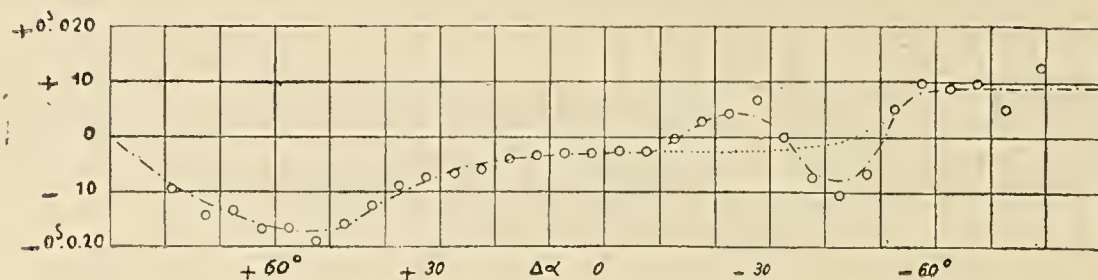



Fig. 1.

Diamo in grafici i valori perequati e le curve tracciate, e in tabelle le differenze sistematiche ottenute. La figura 1 rappresenta i valori delle differenze sistematiche per α, la 2 quelli per μ, la 3 quelli per δ, la 4 quelli per μ'. Notiamo

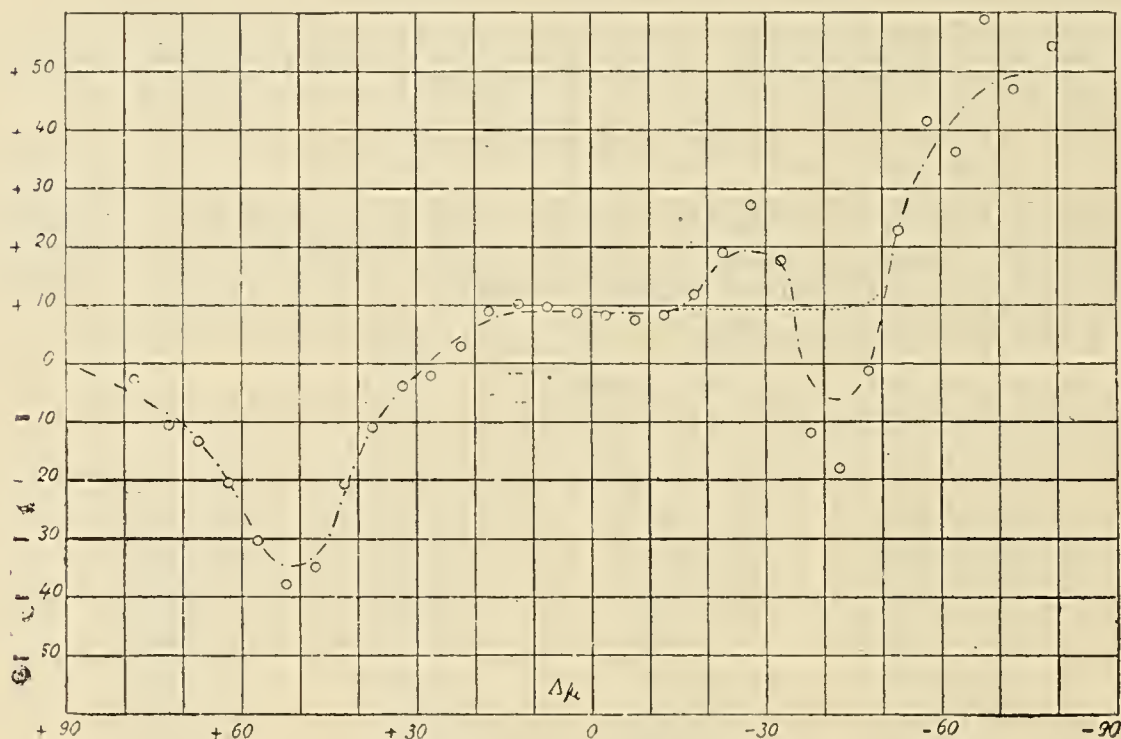



Fig. 2.

subito la somiglianza tra le curve delle coordinate e quelle dei moti proprî corrispondenti; essa però non scompare se ci portiamo 30 anni più indietro, al 1870, vicinissime alla qual data sono le date medie dei due cataloghi; e qualche carattere della curva si mantiene anche per 50 anni prima. Le differenze sistematiche per il 1870 si possono considerare come dello stesso ammontare in media di quelle per il 1900.

La parte tra — 50° e il polo australe della curva dei $\Delta\mu'$ è stata tracciata con l'aiuto di una successiva perequazione: essa è assai incerta. Tanto la curva dei $\Delta\alpha$, quanto quella dei $\Delta\mu$ presentano nella stessa regione tra — 20° e — 50° un'ampia

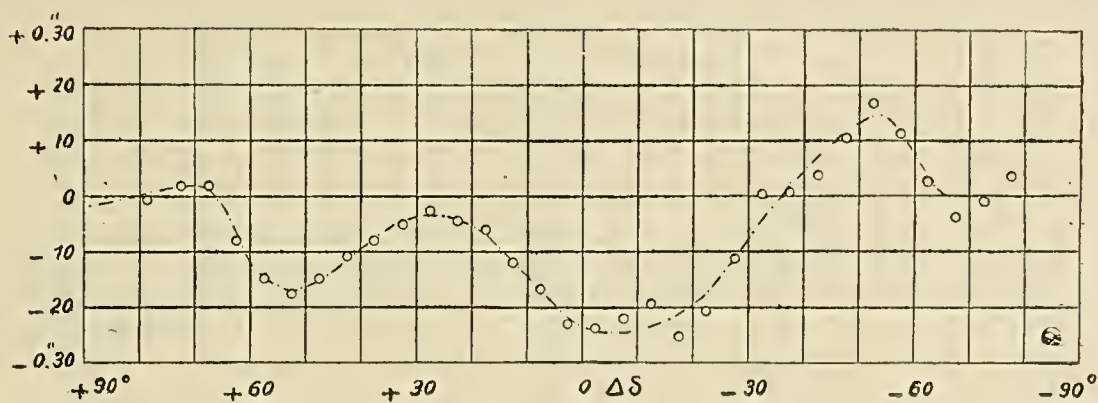



Fig. 3.

ondulazione, che si è perplessi se accettare (curva a punto e tratto) o se rifiutare (curva a punti); ma dati i punti che esse interessano, tenuto conto che rifiutandole

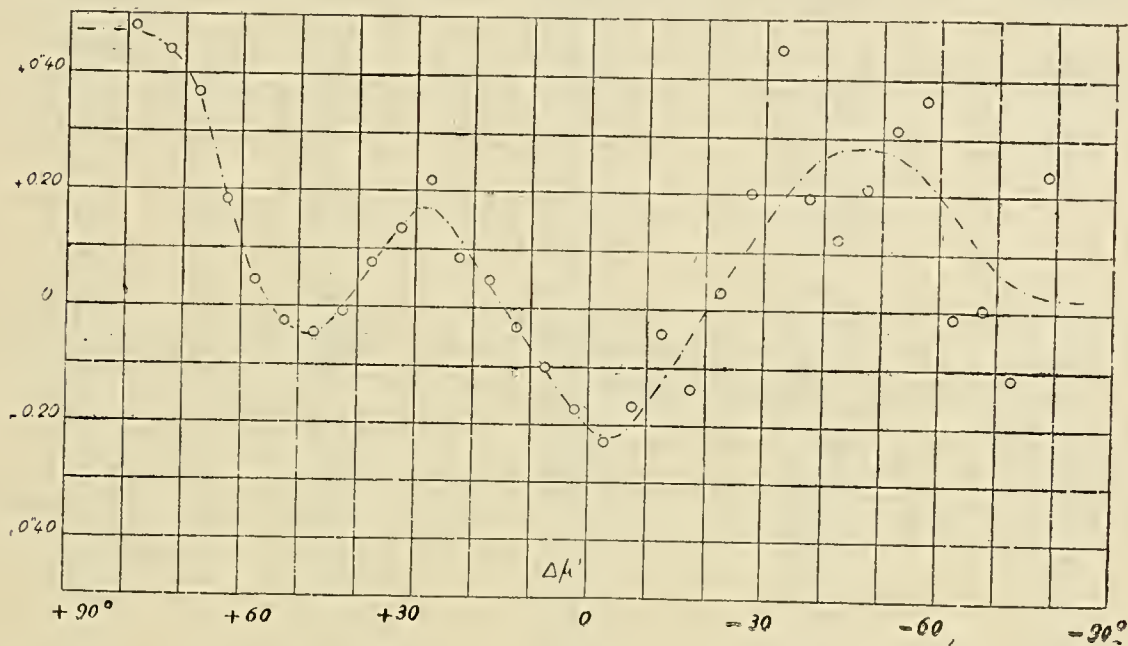



Fig. 4.

si vengono ad ammettere per la regione intorno a — 30° scarti maggiori anche di quelli che si presentano per gli ultimi paralleli australi; e dato il ripetersi di esse nelle due curve, ai anche in quella del 1870 le abbiamo ammesse: e nella tabella seguente compaiono i valori della curva a punto e tratto.

Declin.	$\Delta\alpha$	$\Delta\mu$	$\Delta\delta$	$\Delta\mu'$
+ 90°	0.000 s	0.000 s	— 0.02"	+ 0.47"
+ 85	— .004	— .002	— .01	+ .47
+ 80	— .008	— .004	.00	+ .47
+ 75	— .011	— .007	+ .01	+ .46
+ 70	— .013	— .011	+ .02	+ .41
+ 65	— .015	— .016	— .02	+ .28
+ 60	— .016	— .024	— .12	+ .11
+ 55	— .017	— .033	— .16	.00
+ 50	— .017	— .034	— .16	— .05
+ 45	— .015	— .030	— .14	— .03
+ 40	— .011	— .016	— .09	+ .03
+ 35	— .009	— .007	— .06	+ .11
+ 30	— .007	— .002	— .04	+ .16
+ 25	— .005	+ .002	— .04	+ .15
+ 20	— .004	+ .006	— .05	+ .07
+ 15	— .004	+ .008	— .09	.00
+ 10	— .003	+ .009	— .14	— .08
+ 5	— .003	+ .009	— .20	— .14
0	— .003	+ .009	— .23	— .21
— 5	— .003	+ .009	— .24	— .22
— 10	— .002	+ .009	— .24	— .16
— 15	+ .001	+ .009	— .22	— .09
— 20	+ .003	+ .014	— .20	.00
— 25	+ .004	+ .019	— .15	+ .07
— 30	+ .003	+ .019	— .07	+ .15
— 35	— .003	+ .007	— .01	+ .22
— 40	— .007	— .006	+ .04	+ .26
— 45	— .007	— .005	+ .09	+ .28
— 50	— .001	+ .010	+ .13	+ .28
— 55	+ .007	+ .030	+ .14	+ .25
— 60	+ .008	+ .039	+ .08	+ .20
— 65	+ .009	+ .045	.00	+ .13
— 70	+ .009	+ .048	.00	+ .07
— 75	+ .009	+ .050	.00	+ .04
— 80	+ .009	+ .050	.00	+ .03
— 85	+ .009	+ .050	.00	+ .02
— 90°	+ .009	+ .050	.00	+ .02

Nella tavola precedente sono comprese le costanti (differenze sistematiche medie per tutte le declinazioni). Esse sono:

	$\Delta\alpha$ (1900)	$\Delta\mu$	$\Delta\alpha$ (1870)	$\Delta\delta$ (1900)	$\Delta\mu'$	$\Delta\delta$ (1870)
con le δ da $+90^\circ$ a $+30^\circ$	$-0^s.011$	$-0^s.015$	$-0^s.007$	$-0''.06$	$+0''.22$	$-0''.13$
$+30^\circ$ a -20°	$-$ .003	$+$ .007	$-$ .005	$-$ .15	.05	$-$ .13
-20° a -90°	$+$ .004	$+$ .028	$-$ .004	.00	.13	$-$ .04
$+90^\circ$ a -90°	$-$ .003	$+$ .008	$-$ .005	$-$ .07	$+$ .11	$-$ .10

È da notare la piccola escursione dei $\Delta\delta$ per il 1870 nei diversi gruppi delle declinazioni, cosicchè per quella data il valore medio di tutte le declinazioni non è senza significato.

Equazioni secondo l'ascensione retta.

Anche per la determinazione di queste equazioni, il procedimento è stato uguale per tutti gli elementi: divisione dei valori corretti per l'equazione secondo δ in tre gruppi da $+90^\circ$ a $+30^\circ$, da $+30^\circ$ a -20°, da -20° a -90° di declinazione, distribuzione dei valori di ora in ora, medie, perequazioni di tre in tre e alla fine per ottenere i valori alle ore rotonde, rappresentazione dei risultati con una curva che ne seguisse l'andamento da vicino. I numeri così ottenuti li diremo osservati. Con essi, quali termini noti, furono rappresentati i coefficienti delle equazioni

$$\text{NFK} - \text{N} = a \operatorname{sen} \alpha + b \cos \alpha + c \operatorname{sen} 2\alpha + d \cos 2\alpha$$

secondo il metodo dei minimi quadrati; vale a dire venne ammessa come curva delle differenze sistematiche quella costituita da una sinusoide dell'arco semplice più una sinusoide dell'arco doppio, in generale di diversa ampiezza e di diversa fase.

Per l'intelligenza dei quadri che seguono è da dire che i valori osservati sono quelli ottenuti per ogni ora rotonda, come su si è detto, i valori normali sono quelli dati dalle equazioni del tipo suddetto, i residui le differenze tra quelli e questi nel senso Oss.-Norm.

$\Delta\alpha$

da $+90^\circ$ a $+30^\circ$ $-0''.0022 \text{ sen } \alpha + 0''.0032 \cos \alpha + 0''.0005 \text{ sen } 2\alpha - 0.''0001 \cos 2\alpha$

da $+30^\circ$ a -20° $-0''.0019 \text{ sen } \alpha - 0''\,0026 \cos \alpha - 0''.0021 \text{ sen } 2\alpha - 0''.0011 \cos 2\alpha$

da -20° a -90° $-0''.0013 \text{ sen } \alpha + 0''.0062 \cos \alpha + 0''.0025 \cos 2\alpha + 0''.0050 \cos 2\alpha$

da $+90^\circ$ a $+30^\circ$				da $+30^\circ$ a -20°				da -20° a -90°			
α	oss.	norm.	resid.	α	oss.	norm.	resid.	α	oss.	norm.	resid.
0	+ 0″.003	+ 0″.003	0″.000	0	— 0″.003	— 0″.004	+ 0″.001	0	— 0″.002	— 0″.011	— 0″.013
1	+ .002	+ .003	.000	1	— .004	— .005	+ .001	1	+ .011	+ 011	.000
2	+ .002	+ .002	.000	2	— .004	— .006	+ .001	2	+ .018	+ .010	+ .008
3	+ .001	+ 001	.000	3	— .004	.005	+ .001	3	+ .015	+ .006	+ .009
4	.000	.000	.000	4	— .004	— .001	.000	4	+ .004	+ 002	+ .002
5	— .001	— .001	.000	5	— .003	— .003	000	5	— .005	— .003	— .002
6	— .002	— .002	.000	6	— .001	— .001	— .001	6	— .014	— .006	— .008
7	— .003	— .003	.000	7	.000	+ .001	— .001	7	— .017	— .008	— .009
8	— .004	— .004	.000	8	+ 002	+ .002	000	8	— 0.12	— .009	— .003
9	— .004	— .004	.000	9	+ .004	+ .003	+ .001	9	— .004	— .008	+ .004
10	— 004	— .004	.000	10	+ .006	+ .003	+ .003	10	+ .001	— .006	— .007
11	— .004	— .004	.000	11	+ .005	+ .002	+ .003	11	+ .002	— .003	+ 005
12	— .003	— .003	.000	12	+ .001	+ 002	.000	12	.000	— .001	+ .001
13	— .002	— .002	.000	13	— .001	+ .001	— .002	13	— .004	.000	— .004
14	— 001	— .001	.000	14	— 001	+ .001	— .002	14	— .008	.000	— .008
15	.000	.000	.000	15	+ .001	+ .001	.000	15	— .006	— .001	— .005
16	+ .001	+ .001	.000	16	+ .004	+ .002	+ .003	16	— .001	— .002	+ .001
17	+ .002	+ .002	.000	17	+ .005	+ .003	+ .002	17	+ .002	— .003	+ .005
18	+ .002	+ .002	.000	18	+ .004	+ .003	+ .001	18	— .001	— .004	+ .003
19	+ .003	+ .003	.000	19	+ .003	+ .003	.000	19	— .004	— .003	— .001
20	+ .003	+ .003	.000	20	+ .002	+ .003	— .001	20	— .003	— .001	— .002
21	+ .003	+ .003	.000	21	+ .001	+ .002	— .001	21	+ .005	+ .003	+ .002
22	+ .003	+ .003	.000	22	.000	.000	.000	22	+ .008	+ .006	+ .002
23	+ .003	+ .003	.000	23	— .001	— .002	+ .001	23	+ .002	+ .009	— .007
24	+ .003	+ .003	.000	24	— .003	— .004	+ .001	24	— .002	+ .011	— 013

$\Delta \mu$

da $+90°$ a $+30°$ $-0''.0078 \operatorname{sen} \alpha + 0''.0044 \cos \alpha + 0''.0003 \operatorname{sen} 2\alpha + 0''.0075 \cos 2\alpha$
da $+30°$ a $-20°$ $+0''.0019 \operatorname{sen} \alpha - 0''.0123 \cos \alpha - 0''.0062 \operatorname{sen} 2\alpha - 0''.0029 \cos 2\alpha$
da $-20°$ a $-90°$ $+0''.0027 \operatorname{sen} \alpha + 0''.0048 \cos \alpha + 0''.0009 \operatorname{sen} 2\alpha + 0''.0030 \cos 2\alpha$

da +90° a +30°				da +30° a −20°				da −20° a −90°			
α	oss.	norm.	resid.	α	oss.	norm.	resid.	α	oss.	norm.	resid.
0	+0.012	+0.012	0.000	0	−0.008	−0.015	+0.007	0	−0.008	+0.008	−0.016
1	+ .010	+ .009	+ .001	1	− .014	− .017	+ .003	1	+ .030	+ .008	+ .022
2	+ .006	+ .004	+ .002	2	− .018	− .017	− .001	2	+ .033	+ .008	+ .025
3	.000	− .002	+ .002	3	− .015	− .014	− .001	3	− .010	+ .006	− .016
4	− .007	− .008	+ .001	4	− .009	− .008	− .001	4	− .013	+ .004	− .017
5	− .013	− .013	.000	5	− .002	− .002	.000	5	− .007	+ .002	− .009
6	− .016	− .015	− .001	6	+ .003	+ .005	− .002	6	− .003	.000	− .003
7	− .017	− .015	− .002	7	+ .009	+ 011	− .002	7	+ .001	− .002	+ .003
8	− .016	− .013	− .003	8	+ .014	+ .015	− .001	8	+ .005	− .002	+ .007
9	− .011	− .009	− .002	9	+ .020	+ .016	+ .004	9	+ .004	− .002	+ .006
10	− .002	− .004	+ .002	10	+ .023	+ .016	+ .007	10	− .001	− .002	+ .001
11	+ .005	.000	+ .005	11	+ .019	+ .013	+ .006	11	− .007	− .002	− .005
12	+ .006	+ .003	+ .003	12	+ .005	+ .009	− .004	12	− .007	− .002	− .005
13	+ .003	+ .004	− .001	13	− .006	+ .006	− .012	13	− .003	− .002	− .001
14	− .001	+ .004	− .005	14	− .006	+ .003	− .009	14	.000	− .003	+ .003
15	− .001	+ .003	− .004	15	+ .008	+ .001	+ .007	15	− .001	− .004	+ .003
16	+ .001	+ .001	.000	16	+ .013	+ .001	+ .012	16	− .006	− .005	− .001
17	+ .003	.000	+ .003	17	+ .012	+ .001	+ .011	17	− .012	− .006	− .006
18	+ .004	.000	+ .004	18	.000	+ .001	− .001	18	− .010	− .006	− .004
19	+ .004	+ .002	+ .002	19	− .008	+ .001	− .009	19	− .007	− .004	− .003
20	+ .005	+ .005	.000	20	− .008	− .001	− .007	20	− .002	− .002	.000
21	+ .007	+ .008	− .001	21	− .008	− .004	− .004	21	+ .003	+ .001	+ .002
22	+ .009	+ .011	− .002	22	− .007	− 008	+ .001	22	+ .007	+ .003	+ .004
23	+ .012	+ .013	− .001	23	− .007	− .012	+ .005	23	+ .002	+ .006	− .004
24	+ .012	+ .012	.000	24	− .008	− .015	+ .007	24	− .008	+ .008	− .016

$\Delta\delta$

da $+90^\circ$ a $+30^\circ$ $+0''.006 \operatorname{sen} \alpha - 0''.056 \cos \alpha + 0''.045 \operatorname{sen} 2\alpha + 0''.000 \cos 2\alpha$

da $+30^\circ$ a -20° $-0''.004 \operatorname{sen} \alpha - 0''.009 \cos \alpha - 0''.011 \operatorname{sen} 2\alpha - 0''.022 \cos 2\alpha$

da -20° a -90° $+0''.033 \operatorname{sen} \alpha - 0''.032 \cos \alpha - 0''.088 \operatorname{sen} 2\alpha - 0''.051 \cos 2\alpha$

da $+90^\circ$ a $+30^\circ$				da $+30^\circ$ a -20°				da -20° a -90°			
α	oss.	norm.	resid.	α	oss.	norm.	resid.	α	oss.	norm.	resid.
0	— 0″.06	— 0″.06	0″.00	0	— 0″.03	— 0″.03	0″.00	0	— 0″.03	— 0″.08	+ 0″.05
1	— .04	— .03	— .01	1	— .04	— .04	.00	1	— .08	— .11	+ .03
2	— .01	— .01	.00	2	— .03	— .03	.00	2	— .13	— .11	— .02
3	+ .03	+ .01	+ .02	3	— .01	— .02	+ .01	3	— .12	— .09	— .03
4	+ .03	+ .02	+ .02	4	.00	— .01	+ .01	4	— .07	— .04	— .03
5	+ .02	+ .01	+ .01	5	+ .01	+ .01	.00	5	+ .03	+ .02	+ .01
6	— .01	+ .01	— .02	6	+ .02	+ .02	.00	6	+ .11	+ .08	+ .03
7	— .03	.00	— .03	7	+ .02	+ .02	.00	7	+ .11	+ .13	— .02
8	— .02	— .01	— .01	8	+ .02	+ .02	.00	8	+ .11	+ .15	— .04
9	+ .01	.00	+ .01	9	+ .01	+ .01	.00	9	+ .17	+ .13	+ .04
10	+ .04	+ .01	+ .03	10	— .01	.00	— .01	10	+ .16	+ .10	+ .06
11	+ .06	+ .03	+ .02	11	— .02	— .01	— .01	11	+ .08	+ .04	+ .04
12	+ .06	+ .06	.00	12	.00	— .01	+ .01	12	— .05	— .02	— .03
13	+ .06	+ .07	— .02	13	+ .01	— .02	+ .03	13	— .12	— .07	— .05
14	+ .06	+ .09	— .02	14	.00	— .01	+ .01	14	— -13	— .09	— .04
15	+ .08	+ .08	.00	15	— .01	.00	— .01	15	— .10	— .09	— .01
16	+ .07	+ .06	+ .01	16	— .01	+ .01	— .02	16	— .01	— .06	+ .05
17	+ .04	+ .03	+ .01	17	.00	+ .02	— .02	17	+ .04	— .02	+ .06
18	.00	— .01	+ .01	18	+ .04	+ .03	+ .01	18	+ .05	+ .02	+ .03
19	— .04	— .04	.00	19	+ .04	+ .03	+ .01	19	+ .04	+ .05	— .01
20	— .07	— .07	.00	20	+ .03	+ .02	+ .01	20	— .01	+ .06	— .07
21	— .09	— .09	.00	21	+ .01	+ .01	.00	21	— .02	+ .04	— 0.6
22	— .09	— .09	+ .01	22	— .01	— .01	.00	22	+ .02	+ .01	+ .01
23	— .08	— .08	.00	23	— .02	— .02	.00	23	+ .02	— .04	+ .06
24	— .06	— .06	— .01	24	— .03	— .03	.00	24	— .03	— .08	+ .05

$\varDelta\mu'$

da $+90°$ a $+30°$ $+0''.069 \operatorname{sen} \alpha - 0''.083 \cos \alpha + 0''.145 \operatorname{sen} 2\alpha + 0''.052 \cos 2\alpha$

da $+30°$ a $-20°$ $+0''.015 \operatorname{sen} \alpha - 0''.047 \cos \alpha - 0''.036 \operatorname{sen} 2\alpha + 0''.010 \cos 2\alpha$

da $-20°$ a $-90°$ $+0''.162 \operatorname{sen} \alpha - 0''.352 \cos \alpha - 0''.257 \operatorname{sen} 2\alpha - 0''.069 \cos 2\alpha$

da +90° a +30°				da +30° a — 20°				da — 20° a — 90°			
α	oss.	norm.	resid.	α	oss.	norm.	resid.	α	oss.	norm.	resid.
0	— 0″.02	— 0″.03	+ 0″.01	0	— 0″.04	— 0″.04	0″.00	0	— 0″.24	— 0″.42	+ 0″.18
1	+ .05	+ .05	— .01	1	— .11	— .05	— .06	1	— .37	— .49	+ .12
2	+ .12	+ .12	.00	2	— .09	— .06	— .03	2	— .52	— .48	— .04
3	+ .17	+ .14	+ .03	3	— .06	— .06	.00	3	— .55	— .39	— .16
4	+ .15	+ .12	+ .04	4	— .02	— .05	+ .03	4	— .30	— .22	— .08
5	— .01	+ .07	— .08	5	+ .02	— .02	+ .04	5	+ .11	.00	+ .11
6	— .07	+ .02	— .08	6	+ .05	.00	+ .05	6	+ .30	+ .23	+ .07
7	— .04	— .03	— .01	7	+ .08	+ .04	+ .04	7	+ .30	+ .44	— .14
8	.00	— .05	+ .06	8	+ .08	+ .06	+ .02	8	+ .32	+ .58	— .26
9	+ .05	— .04	+ .09	9	+ .04	+ .08	— .04	9	+ .77	+ .62	+ .15
10	+ .08	+ .01	+ .07	10	— .01	+ .08	— .09	10	+ .86	+ .58	+ .28
11	+ .06	+ .07	— .01	11	+ .02	+ .08	— .06	11	+ .61	+ .45	+ .16
12	+ .02	+ .14	— .12	12	+ .13	+ .06	+ .07	12	+ .20	+ .28	— .08
13	+ .05	+ .18	— .13	13	+ .14	+ .03	+ .11	13	— .19	+ .11	— .30
14	+ .21	+ .19	+ .02	14	+ .02	+ .01	+ .01	14	— .24	— .03	— .21
15	+ .25	+ .16	+ .10	15	— .04	— .01	— .03	15	— .17	— .12	— .05
16	+ .17	+ .08	+ .09	16	— .07	— .03	— .04	16	.00	— .15	+ .15
17	.00	— .02	+ .01	17	— .08	— .03	— .05	17	+ .14	— .13	+ .27
18	— .15	— .12	— .03	18	— .01	— .02	+ .01	18	+ .08	— .09	+ .17
19	— .26	— .21	— .05	19	+ .02	— .02	+ .04	19	— .10	— .06	— .04
20	— .30	— .25	— .05	20	— .02	— .01	— .01	20	— .28	— .06	— .22
21	— .26	— .25	.00	21	— .02	— .01	— .01	21	— .39	— .11	— .28
22	— .18	— .21	+ .03	22	+ .02	— .01	+ .03	22	— .24	— .20	— .04
23	— .10	— .13	+ .03	23	+ .03	— .02	+ .05	23	— .18	— .32	+ .14
24	— .02	— .03	+ .01	24	— .04	— .04	.00	24	— .24	— .42	+ .18

Si deve ritenere che la rappresentazione ammessa è capace di racchiudere l'effetto delle differenze sistematiche, ma occorre stabilire se per tutti i gruppi e per tutte le coordinate essa è sufficientemente libera dall'effetto degli errori accidentali. A tal fine giovano la rappresentazione grafica ed il calcolo degli errori medî o probabili secondo il metodo dei minimi quadrati; per questo abbiamo determinato gli errori medi:

M, di un valore osservato nell'ipotesi ch'esso sia solo frutto di errori accidentali;
m, di un valore osservato nell'ipotesi ch'esso comprenda anche l'effetto delle differenze sistematiche ammesse;
m_z dell'ampiezza di ciascuna sinusoide;
m_φ della fase di ciascuna sinusoide;
e valutato z valore dell'ampiezza di ciascuna sinusoide.

Si ha, per w_i valore osservato generico, v_i residuo generico, $n = 24$ numero dei valori,

$$M = \sqrt{\frac{\Sigma w_i^2}{n-1}}$$

$$m = \sqrt{\frac{\Sigma v_i^2}{n-4}}$$

$$m_z = \frac{m}{\sqrt{12}}$$

$$m_\varphi = \frac{m_z}{z} .$$

Così si sono ottenuti i valori seguenti. Gli indici d, s, indicano rispettivamente sinusoide dell'arco doppio, dell'arco semplice.

	$\Delta\alpha$			$\Delta\mu$			$\Delta\delta$			$\Delta\mu'$		
	boreali	equator.	australi	boreali	equator.	australi	boreali	equator.	australi	boreali	equator.	australi
M	0″.0027	0″.0032	0″.0084	0″.0089	0″.0121	0″.0113	0″.054	0″.020	0″.092	0″.150	0″.065	0″.385
m	0.0002	0.0016	0.0062	0.0026	0.0067	0.0106	0.015	0.012	0.045	0.066	0.051	0.191
z_s	0.0039	0.0032	0.0063	0.0090	0.0121	0.0055	0.056	0.010	0.046	0.108	0.049	0.387
z_d	0.0005	0.0024	0.0056	0.0075	0.0068	0.0031	0.045	0.025	0.102	0.154	0.037	0.308
m_z	0.0001	0.0005	0.0019	0.0008	0.0026	0.0032	0.005	0.004	0.011	0.020	0.015	0.057
$m_{\varphi s}$	0.03	0.16	0.30	0.09	0.21	0.58	0.09	0.40	0.30	0.18	0.31	0.15
$m_{\varphi d}$	0.20	0.21	0.34	0.11	0.38	1.03	0.11	0.16	0.14	0.13	0.41	0.19

Ma questi numeri dipendono dalla curva ausiliaria tracciata per passare ai valori per le ore rotonde; conviene dunque aggiungere ad essi i grafici che conten-

gono i punti osservati quali risultano subito dopo la perequazione, e la curva (sinusoide dell'arco semplice + sinusoide dell'arco doppio) calcolata per la rappresentazione degli errori sistematici. Sono dati nelle figure 5, 6, 7 e 8; di ognuna la parte inferiore si riferisce alle stelle del 1° gruppo l'intermedia a quelle del 2° l'ultima

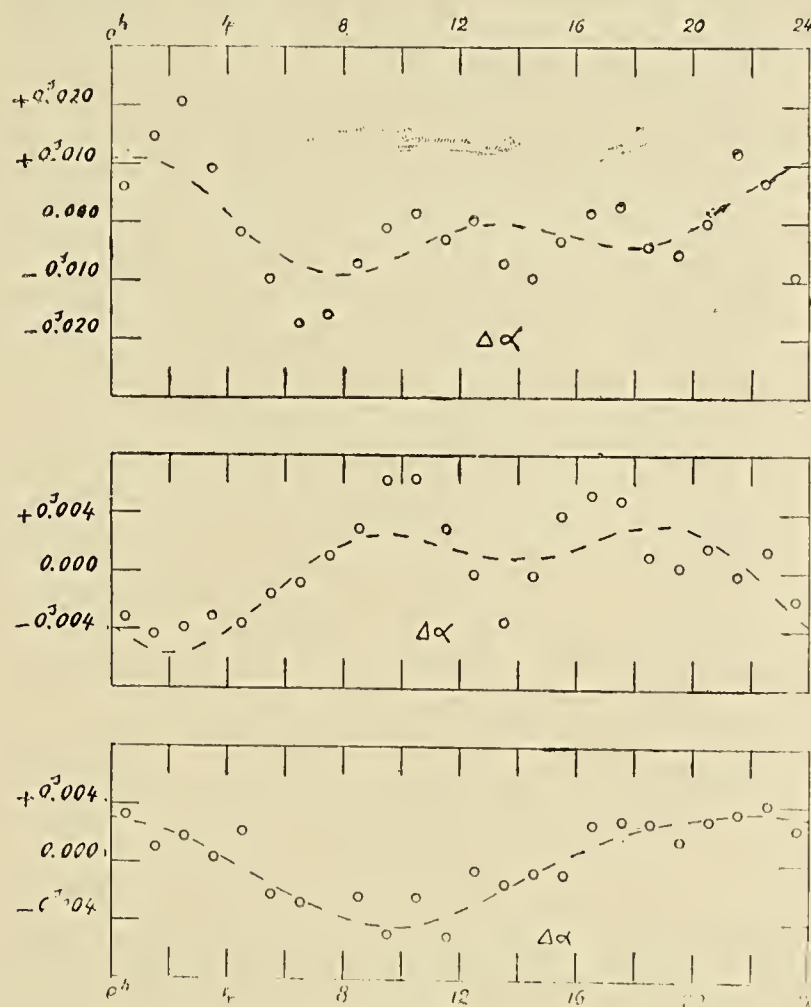



Fig. 5.

a quelle del 3°. Ebbene, dall'esame di essi e della tabella precedente si ha che di quasi nessun valore è la curva calcolata per $\Delta\mu$ della regione australe, di scarso quella di $\Delta\alpha$ australe e $\Delta\mu'$ equatoriale, di discreto quelle di $\Delta\alpha$ equatoriale e $\Delta\mu$ equatoriale, $\Delta\delta$ equatoriale e australe, di buon valore le altre segnatamente quelle di $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$ boreali. Una rappresentazione più complessa della considerata non parve doversi prendere in considerazione per l'entità degli errori accidentali.

La regione australe non può ricever luce dalle altre due, come quella che si basa su un materiale quasi interamente diverso, per modo che dopo aver detto per essa che i numeri ottenuti e dati nelle tabelle precedenti si possono considerare all'ingrosso come le differenze sistematiche tra N_2 e N F K almeno per la declinazione e il suo moto proprio, ci resterà solo da considerare le due regioni, boreale ed equatoriale.

A prima vista si notano questi due fatti: la notevole analogia tra le curve di $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$ rispettivamente con quelle di $\Delta\mu$ e $\Delta\mu'$, la nessuna analogia per uno

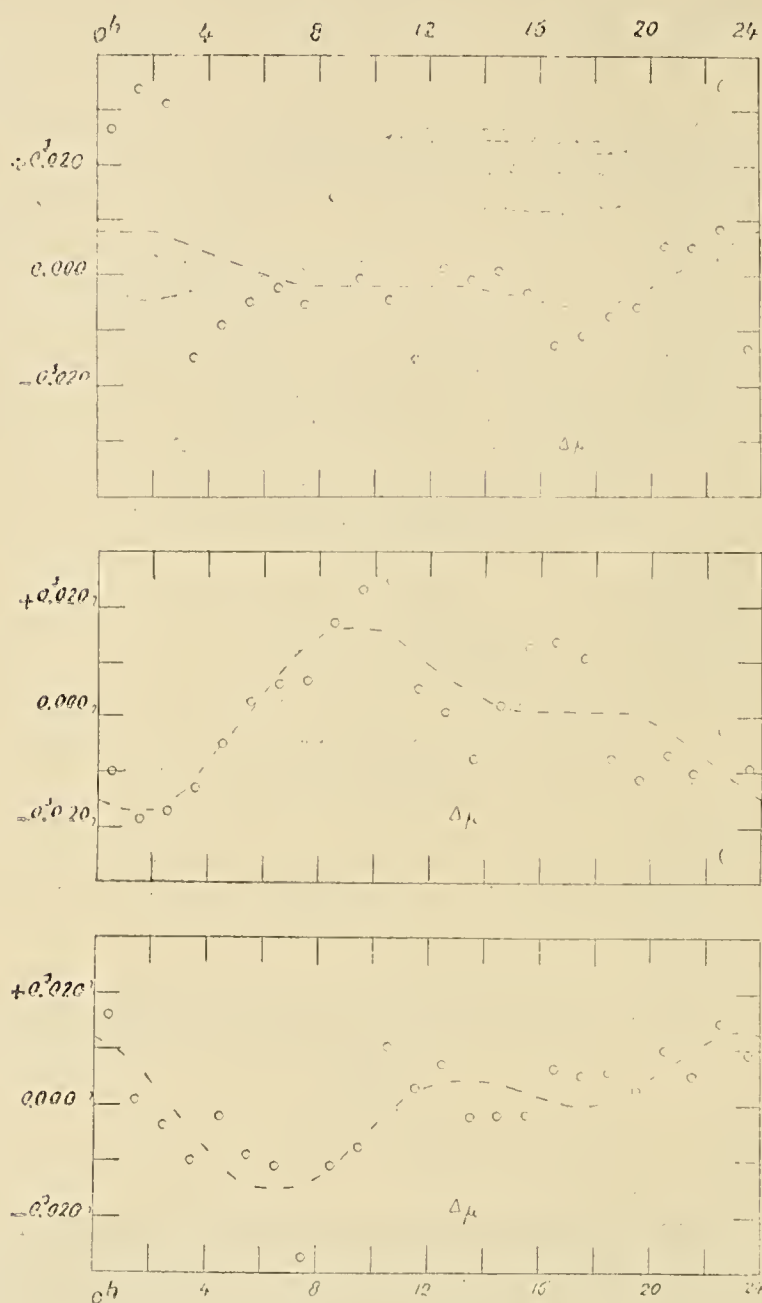



Fig. 6.

stesso elemento tra le curve delle regioni boreali e quelle delle equatoriali. Il primo prevedibile specie dopo ciò che si è veduto per le differenze sistematiche secondo la declinazione; il secondo alquanto sorprendente dato il divario non piccolo. Le curve dei $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$ conservano il loro andamento (meno $\Delta\delta$ australe) anche per il 1870; per tal data le correzioni sono in media $^2/_3$ di quelle al 1900.

Per mettere bene in luce la relazione tra i valori della regione boreale e quelli della equatoriale, abbiamo proceduto ad una nuova ricerca delle differenze

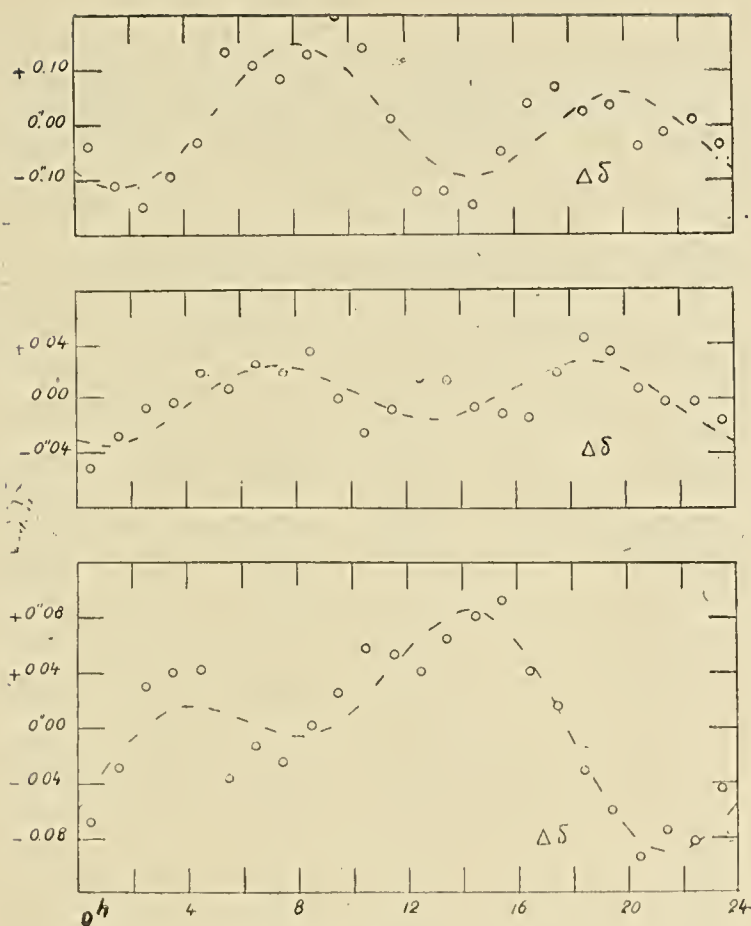



Fig. 7.

sistematiche per una regione intermedia, quella tra $+55^\circ$ e $+5^\circ$. I risultati sono riferiti in maniera analoga ai precedenti nelle tabelle seguenti e nel grafico relativo.

	$\Delta\alpha$	$\Delta\mu$	$\Delta\delta$	$\Delta\mu'$
M	0.″0033	0.″0092	0.″025	0.″075
m	0.0022	0.0079	0.005	0.018
z_s	0.0030	0.0093	0.023	0.079
z_d	0.0021	0.0012	0.025	0.058
m_z	0.0009	0.0032	0.002	0.007
$m_{\varphi s}$	0,30	0.34	0,09	0,09
$m_{\varphi\delta}$	0,43	2,67	0,08	0,12

0h
4
8
12
16
20
24
0 80
0 60
0 40
0 20
0 00
-0 20
-0 40
-0 60
-0 80
+0."10
0."00
-0."10
+0 30
+0 20
+0."10
0 00
-0 10
-0 20
-0 30
Δμ'

Fig. 8.

Zona da + 55° a + 5°

$\Delta\alpha$ — $0^s.0028$ sen α — $0^s.0012$ cos α + $0^s.0012$ sen 2α — $0^s.0017$ cos 2α

$\Delta\mu$ — 0 .0070 sen α — 0 .0062 cos α + 0 .0006 sen 2α — 0 0011 cos 2α

$\Delta\delta$ + 0''.011 sen α — 0''.020 cos α + 0''.023 sen 2α — 0.''011 cos 2α

$\Delta\mu'$ + 0 .076 sen α — 0 .022 cos α + 0 .053 sen 2α — 0 .023 cos 2α

$\Delta\alpha$ cos δ				100 $\Delta\mu$ cos δ				$\Delta\delta$				100 $\Delta\mu'$			
α	osserv.	calc.	res.	α	osserv.	calc.	res.	α	osserv.	calc.	res.	α	osserv.	calc.	res.
	s	s	s		s	s	s		''	''	''		''	''	''
0	— 0.003	— 0.003	0.000	0	— 0.008	— 0.007	— 0 001	0	— 0.03	— 0.03	0.00	0	— 0.01	— 0.04	+ 0.03
1	— .003	— .003	000	1	— .009	— .009	000	1	— .01	— .02	+ .01	1	+ .03	+ 01	+ .02
2	— .003	— .002	— .001	2	— .009	— .009	000	2	+ .01	00	+ .01	2	+ .06	+ .05	+ .01
3	— .002	— .002	000	3	— .009	— .009	000	3	+ .02	+ .02	00	3	+ .08	+ .09	— .01
4	000	— .001	+ .001	4	— .007	— .008	+ 001	4	+ .03	+ .02	00	4	+ .10	+ .11	— .01
5	000	— .001	+ .001	5	— .006	— .007	+ .001	5	+ 02	+ .03	00	5	+ .10	+ .11	— .01
6	— .001	— .001	000	6	— .007	— .006	— .001	6	+ .02	+ .02	— .01	6	+ .10	+ .10	00
7	— .003	— .002	— .001	7	— .013	— .005	— .008	7	+ .01	+ .01	00	7	+ .08	+ .07	+ .01
8	— .004	— .002	— .002	8	— .013	— .003	— .010	8	+ .01	+ .01	00	8	+ .06	+ .04	+ .02
9	— .001	— .002	+ .001	9	— .005	— .001	— .004	9	00	00	00	9	+ .02	+ .02	00
10	+ .003	— .002	+ .005	10	+ .008	+ .001	+ .007	10	00	00	+ .01	10	— .01	00	— .01
11	+ .003	— .002	+ .005	11	+ .013	+ 003	+ .010	11	+ .01	00	00	11	— .02	— .01	— .01
12	+ .001	000	+ .002	12	+ .008	+ .005	+ .003	12	+ .01	+ .01	00	12	— .01	00	— .01
13	— .002	+ .001	— .003	13	— .004	+ .007	— .011	13	+ .01	+ .02	— .01	13	00	+ .01	— .01
14	— .002	+ .003	— .004	14	— .006	+ .009	— .015	14	+ .02	+ .03	— 01	14	+ .01	+ .01	00
15	+ .003	+ .004	— .001	15	+ .006	+ .010	— .004	15	+ .02	+ .03	00	15	+ .02	+ .02	00
16	+ .006	+ .005	+ .001	16	+ .015	+ .010	+ .005	16	+ .03	+ .02	00	16	+ .02	00	+ .02
17	+ 0.07	+ .005	+ .002	17	+ .016	+ .010	+ .006	17	+ .02	+ .02	00	17	00	— .02	+ .02
18	+ .006	+ .004	+ .001	18	+ .012	+ .008	+ 004	18	00	00	00	18	— .04	— .05	+ .01
19	+ .004	+ .003	+ .001	19	+ .004	+ .006	— .002	19	— .01	— .02	+ .01	19	— .10	— .08	— .02
20	+ .003	+ .002	+ .001	20	— .002	+ .003	— .005	20	— .03	— .04	00	20	— .15	— .11	— .04
21	+ .001	000	+ .001	21	— .004	000	— .004	21	— .05	— .04	— .01	21	— .15	— .12	— .03
22	000	— .001	+ .001	22	— .006	— .003	— .003	22	— .05	— .05	— .01	22	— .12	— .12	00
23	— .002	— .003	+ .001	23	— .007	— .005	— .002	23	— .05	— .04	00	23	— .08	— .09	+ .01
24	— .003	— .003	000	24	— .008	— .007	— .001	24	— .03	— .03	00	24	— .01	— .04	+ .03

Dalle tabelle e dal grafico dato nella figura 9 si ha che sono di scarso valore le curve di $\Delta\alpha$ e $\Delta\mu$, di buon valore quelle di $\Delta\delta$ e $\Delta\mu'$.

Se si confrontano ora le differenze sistematiche calcolate per le tre zone boreale, intermedia, equatoriale, si ha che quelle della zona intermedia sono all'ingrosso

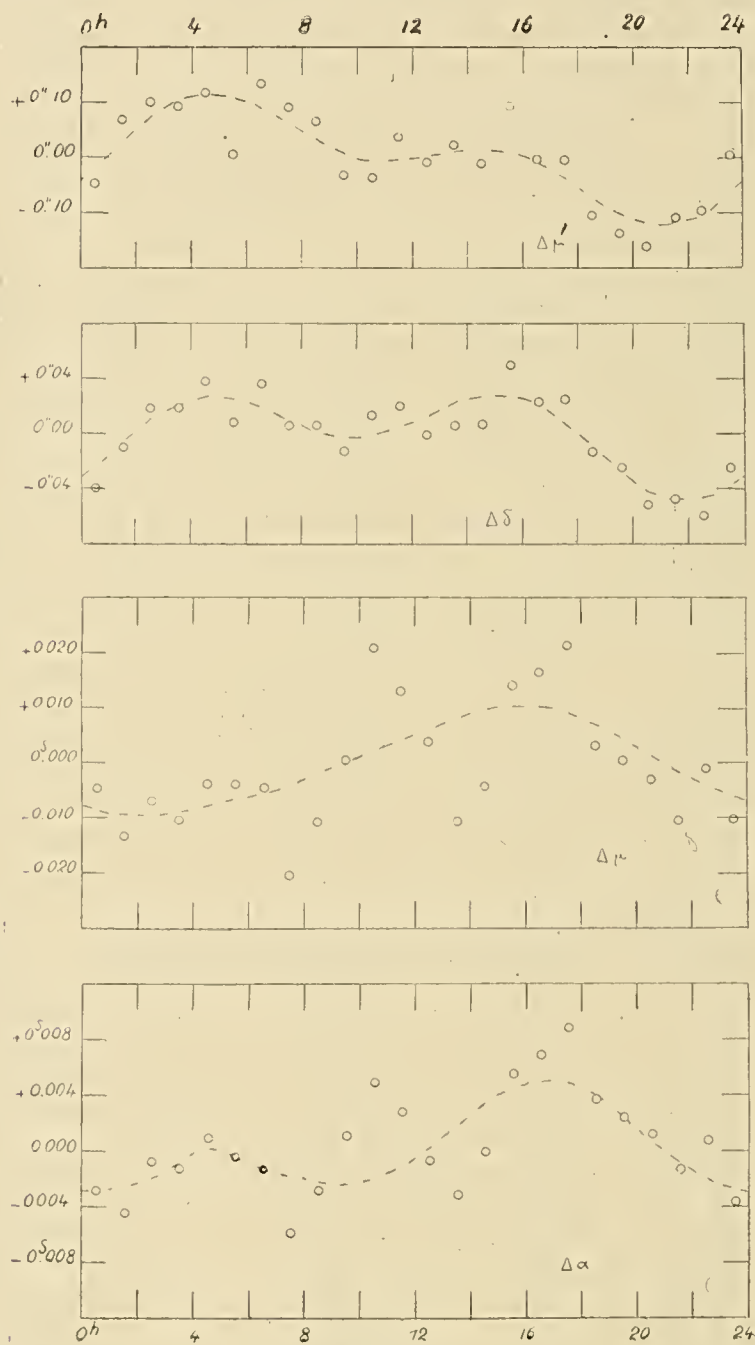



Fig. 9.

intermedie alle altre due. Si conferma così che le differenze secondo α dipendono anche dalla declinazione. È impossibile, dato l'ammontare degli errori accidentali, determinare con precisione la forma di tal dipendenza, ma si può farlo con discreta approssimazione.

Abbiamo accettato i valori trovati come appartenenti alle declinazioni medie ($+55°$, $+30°$, $+5°$) e cercato se sulla loro base si può ammettere rottilinea la variazione dei $\Delta\alpha$ secondo la declinazione. Per questo siamo ricorsi ad una rappresentazione grafica e, considerata separatamente ogni terna di valori che si ha per ciascuna ora di ascensione retta per ogni elemento, abbiamo tracciato per ognuna la retta più probabile, tenendo conto nel tracciarla della bontà dei valori, se cioè essi provengono da curve di scarso, di discreto o di buon valore, e da regioni delle curve in cui la rappresentazione dei valori osservati è buona o pur no. Si ebbero così per ogni elemento 24 rette di diversa inclinazione, ma abbastanza regolarmente variabile con l'ascensione retta. Ebbene gli scostamenti dei punti da esse sono tutti dell'ordine degli errori accidentali di cui si devono considerare affetti i punti. e sono maggiori là dove le curve da cui provengono sono meno buone. Ne segue che si possono accettare tali rette come rappresentanti i $\Delta\alpha$, $\Delta\mu$, $\Delta\delta$, $\Delta\mu'$ in funzione delle declinazioni nella regione da $+60°$ a $0°$. Ed allora, curata bene la regolarità della variazione dell'inclinazione delle rette con l'ascensione retta con minimi ritocchi alle rette già tracciate, si sono dedotti i valori, che hanno conservato si può dire gli scostamenti primitivi, dei quattro elementi per le declinazioni $0°$ $+20°$ $+40°$ $+60°$: con essi si interpolano immediatamente gli intermedî, mentre per la determinazione di quelli oltre gli estremi si può solo ricorrere con l'inevitabile incertezza all'estrapolazione. Nei quadri che seguono si trovano i valori così ottenuti. Se si vuol lasciar da parte la variazione con la declinazione si possono ammettere come correzioni medie secondo l'ascensione retta quelle della declinazione $+20°$.

α \ δ	$\Delta\alpha$ +60°	$\Delta\alpha$ +40°	$\Delta\alpha$ +20°	$\Delta\alpha$ 0°	α \ δ	$\Delta\mu$ +60°	$\Delta\mu$ +40°	$\Delta\mu$ +20°	$\Delta\mu$ 0°
h	s	s	s	s	h	s	s	s	s
0	+ 0.003	0.000	— 0.002	— 0.005	0	+ 0.014	+ 0.003	— 0.008	— 0.018
1	+ .004	000	— .003	— .006	1	+ .010	000	— .010	— .020
2	+ .003	000	— .003	— .006	2	+ .005	— .003	— .011	— .020
3	+ .002	— .001	— .003	— .006	3	— .001	— .006	— .011	— .016
4	+ .001	— .001	— .003	— .004	4	— .008	— .008	— .008	— .008
5	000	— .001	— .002	— .003	5	— .014	— .009	— .005	000
6	— .002	— .002	— .001	— .001	6	— .017	— .009	— .001	+ .007
7	— .003	— .002	000	+ .001	7	— .018	— .008	+ .002	+ .012
8	— .004	— .002	000	+ .002	8	— .016	— .005	+ .005	+ .016
9	— .005	— .002	+ .001	+ .004	9	— .012	— .002	+ .007	+ .017
10	— .005	— .002	+ .001	+ .004	10	— .007	+ .001	+ .008	+ .016
11	— .005	— .002	000	+ .003	11	— .002	+ .003	+ .008	+ .014
12	— .004	— .002	000	+ .002	12	+ .002	+ .005	+ .007	+ .010
13	— .002	— .001	000	+ .002	13	+ .004	+ .005	+ .006	+ .007
14	000	000	+ .001	+ .001	14	+ .004	+ .005	+ .005	+ .005
15	+ .001	+ .001	+ .001	+ .002	15	+ .004	+ .004	+ .004	+ .003
16	+ .002	+ .002	+ .002	+ .003	16	+ .003	+ .003	+ .003	+ .003
17	+ .002	+ .002	+ .003	+ .003	17	+ .003	+ .003	+ .003	+ .003
18	+ .003	+ .003	+ .003	+ .003	18	+ .003	+ .003	+ .003	+ .003
19	+ .003	+ .003	+ .003	+ .003	19	+ .004	+ .003	+ .002	+ 002
20	+ .003	+ .003	+ .002	+ .002	20	+ .006	+ .003	+ .001	— .001
21	+ .002	+ .002	+ .001	+ .001	21	+ .009	+ .004	— .001	— .005
22	+ .001	+ .001	000	— .001	22	+ .012	+ .004	— .003	— .010
23	+ .001	000	— .001	— .003	23	+ .014	+ .004	— .005	— .015
24	+ .003	000	— .002	— .005	24	+ .014	+ .003	— .008	— .018

$\Delta\delta$					$\Delta\mu'$				
α \ δ	+60°	+40°	+20°	0°	α \ δ	+60°	+40°	+20°	0°
h 0	− 0″.06	− 0″.04	− 0″.03	− 0″.02	h 0	− 0″.03	− 0″.04	− 0″.05	− 0″.06
1	− .02	− .03	− .03	− 03	1	+ .06	+ .02	.02	− .06
2	00	− .01	− .02	− 03	2	+ .13	+ .07	+ .01	− .05
3	+ .02	+ .01	00	− .02	3	+ .16	+ .10	+ .04	− .02
4	+ .03	+ .02	+ 0.1	00	4	+ .15	+ .11	+ .08	+ .05
5	+ .02	+ .02	+ .02	+ .02	5	+ .09	+ .09	+ .09	+ .08
6	+ .01	+ .02	+ .02	+ .03	6	+ .03	+ .06	+ .08	+ .10
7	00	+ .01	+ .02	+ .03	7	− .02	+ .02	+ .06	+ .10
8	− .01	00	+ .01	+ .02	8	− .05	00	+ .05	+ .10
9	00	00	00	00	9	− .05	− .01	+ .04	+ 08
10	+ .01	00	00	− .01	10	− .02	00	+ .02	+ .03
11	+ .03	+ .01	00	− .02	11	+ .05	+ .02	00	− .02
12	+ .06	+ .03	00	− .03	12	+ .10	+ .05	00	− .06
13	+ .08	+ .04	00	− .03	13	+ .15	+ .08	00	− .08
14	+ .09	+ .05	+ .01	− .03	14	+ .18	+ .09	00	− .09
15	+ .08	+ .05	+ .02	− .02	15	+ .16	+ .08	− .01	− .09
16	+ .06	+ .04	+ .02	− .01	16	+ .09	+ .04	− .01	− .06
17	+ .03	+ .02	+ .02	+ .01	17	− .02	− .02	− .02	− .02
18	− .01	00	+ .01	+ .02	18	− .11	− .07	− .03	+ .01
19	− .05	− .02	00	+ .03	19	− .19	− .12	− .05	+ .03
20	− .08	− .04	− .01	+ .03	20	− .25	− .16	− .06	+ .04
21	− .10	− .06	− .02	+ .02	21	− .28	− .18	− .07	+ .03
22	− .10	− .07	− .03	+ .01	22	− .23	− .15	− .07	+ .01
23	− .08	− .06	− .03	00	23	− .14	− .10	− .06	− .03
24	− .06	− .04	− .03	− .02	24	− .03	− .04	− .05	− .06

Confronti indiretti
e paragone del loro resultato con quello dei confronti diretti.

Come cataloghi intermediarî dei confronti indiretti abbiamo considerato i cataloghi fondamentali, abbiamo cioè lasciato da parte tutti i cataloghi d'osservazione.

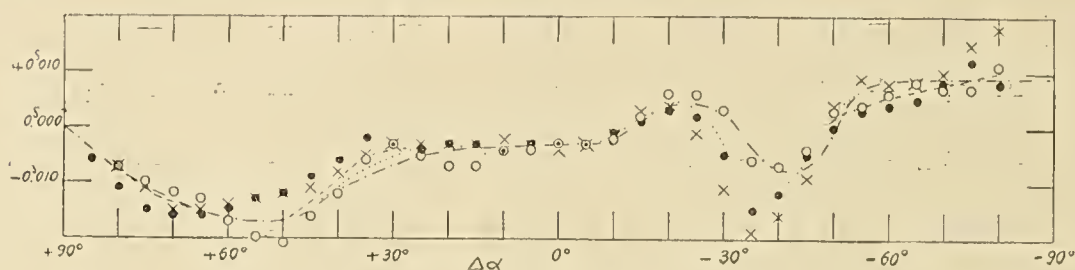



Fig. 10.

Non vi è nessun dubbio che la considerazione di questi ultimi, e più precisamente quella delle correzioni sistematiche attribuite da ciascun autore a ciascun catalogo,

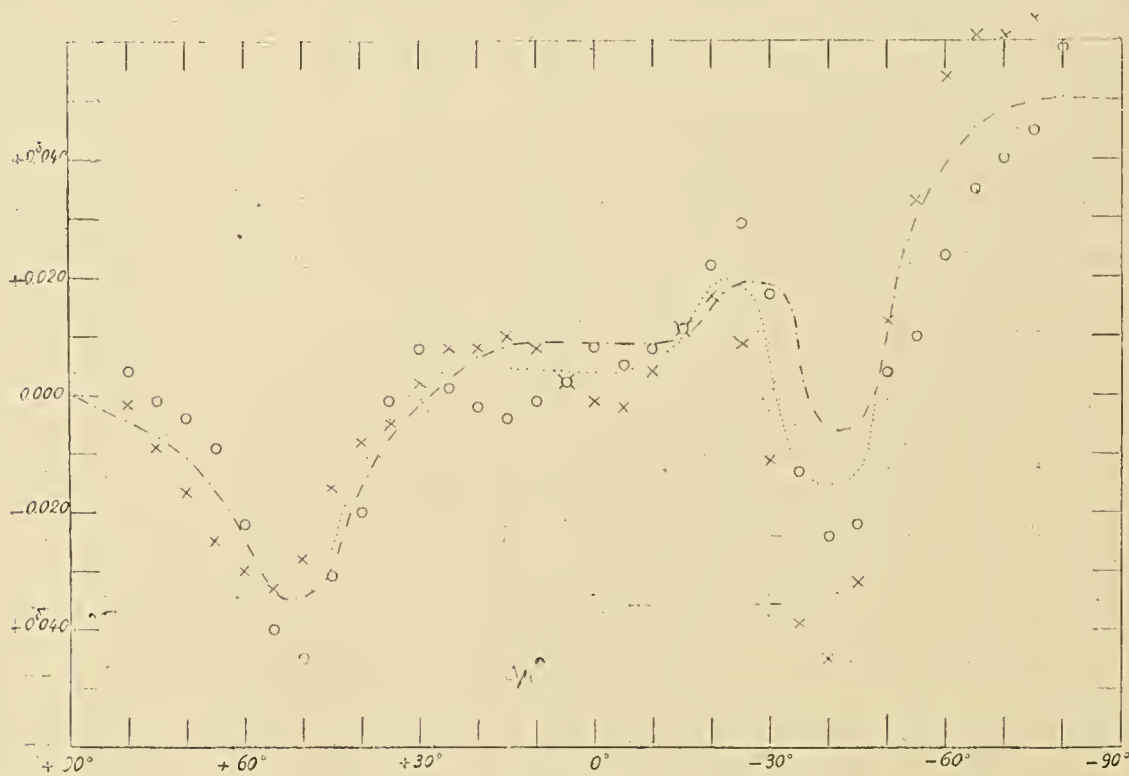



Fig. 11.

può portare a risultati interessanti. In tal modo si giungerebbe ad ottenere le differenze sistematiche dei cataloghi di Auwers e di Newcomb, ammesse per così dire dai loro autori, una volta che tutta l'elaborazione verrebbe a compiersi sulle diffe-

renze sistematiche da loro ammesse per i varî cataloghi. Occorrerebbe tener conto non solo del peso dato da Auwers e da Newcomb ad ogni catalogo, ma anche del numero delle stelle che da ogni catalogo essi hanno tratto ad intervalli, come ogni ora d'ascensione retta, e ogni cinque gradi di declinazione, e soprattutto sarebbe necessario che i due cataloghi poggiassero sul medesimo materiale. Ora i due cataloghi NFK e N_2 differiscono specialmente per il materiale: il primo comprende circa un decennio di osservazioni recenti in più.

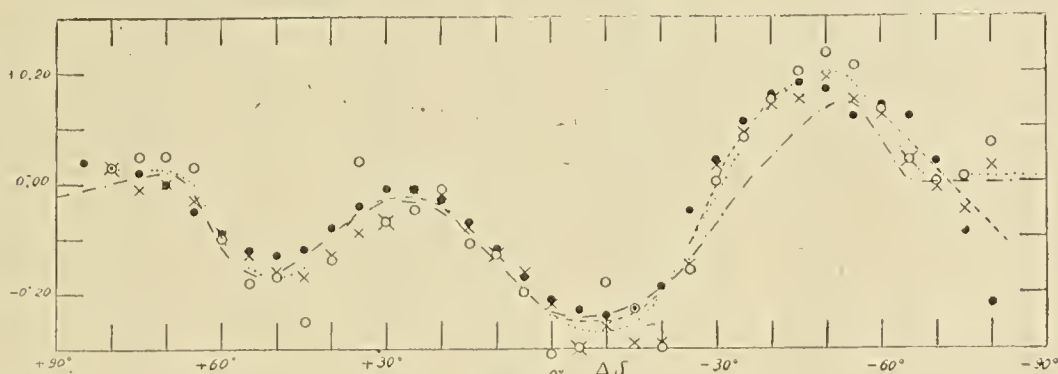



Fig. 12.

Già da principio abbiamo accennato ai confronti dell'N_2 con altri cataloghi fondamentali. Sulla loro base si hanno i seguenti confronti indiretti:

C) $\quad \Delta + (A_2 - N_2)_C$

B) $\quad \Delta + (A_2 - B_2)_B + (B_2 - N_2)_B$

B') $\quad (NFK - B_2)_A + (B_2 - N_2)_B$.

Con Δ indichiamo le riduzioni di Auwers di AN 3927 con le quali si può ritenere che si passi dal suo sistema A_2 al NFK; con A, B, C indichiamo gli autori dei confronti e così rispettivamente Auwers, Boss e Cohn, per δ da $+80$ a -20, Kohlschütter per δ da $-20°$ a $-80°$. I confronti di Auwers sono limitati ad α e δ, quelli di Cohn ad α e δ ma sia per il 1900 sia per il 1915, quindi se ne deducono le differenze in μ e μ', tanto più che non occorre introdurre correzioni per le costanti di precessione, e con qualche sicurezza secondo le δ, ma non secondo le α, data la loro complessità e la loro piccolezza. Qui sopra abbiamo indicato con A_2 il secondo catalogo di Auwers (A_1 + vorläufige Verbesserung): la parte australe A_s (Fundamental Catalog für Sud Zonen AN 3431) è cosa distinta e per esso valgono altre Δ date anch'esse in AN 3927.

Cominciamo con le differenze secondo la declinazione, diamo nei quadri che seguono le B e le C, e dove vi sono, le B′, e di più le $\frac{1}{2}(B + C')$, o le $\frac{1}{2}(B + C)$ ottenute tracciando una curva traverso il medio di C e B′, o per i moti proprî C e B; per le α e δ, per le quali si hanno le B e le B′, le differenze tra $\frac{1}{2}(C + B')$ e $\frac{1}{2}(C + B)$ sono minime. Nei grafici, che compaiono nelle figure 10, 11, 12, 13

sono segnate con cerchi vuoti le C, con cerchi pieni le B', con crocette le B; la curva a punti e tratti è la curva dei risultati del confronto diretto dato più indietro, e di

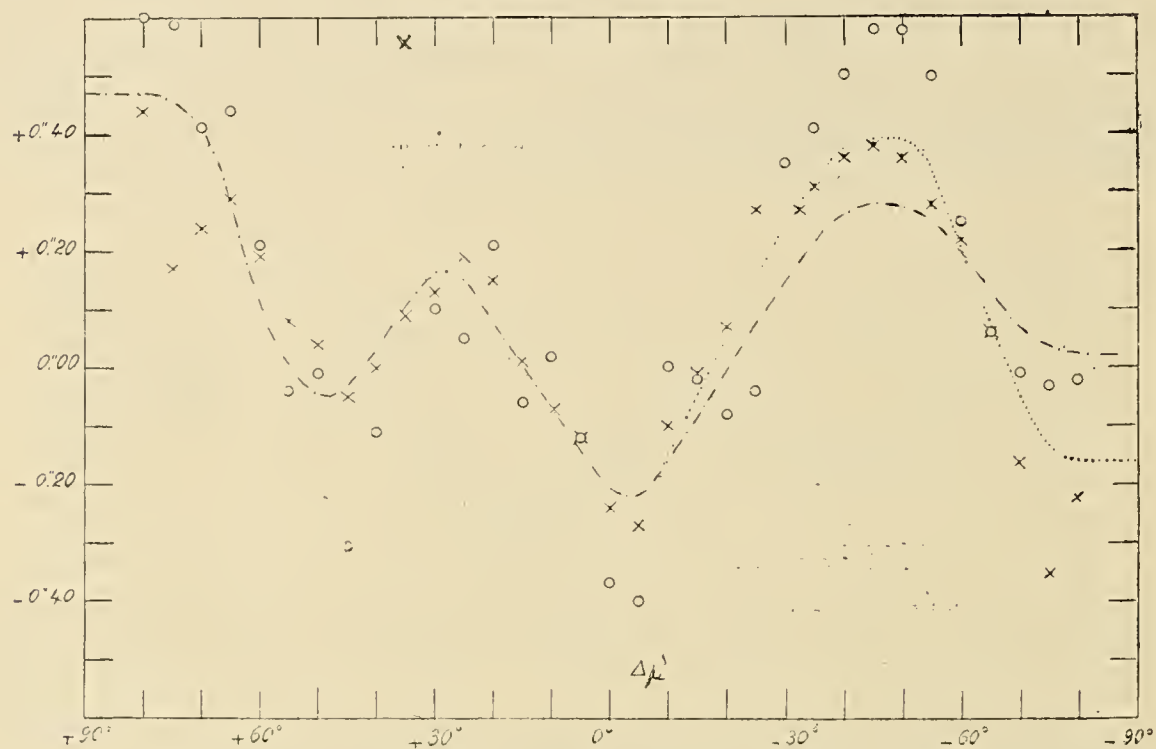



Fig. 13.

nuovo in questi quadri, colonna D. La curva a punti è quella di $\frac{1}{2}(B+C)$, la curva a trattini quella di $\frac{1}{2}(B'+C)$; è da avvertire che i valori B per le δ da $+80$ a -20 sono stati presi dalla pubblicazione di Battermann già citata.

		$\Delta\alpha$						$\Delta\mu$		
δ	B	C	B′	$\frac{B+C}{2}$	D	δ	B	C	$\frac{B+C}{2}$	D
°	s	s	s	s	s	°	s	s	s	s
+ 80	— 0.007	— 0.007	— 0.011	— 0.008	— 0.008	+ 80	— 0.002	+ 0.004	— 0.004	— 0.004
+ 75	— .011	— .010	— .015	— .012	— .014	+ 75	— .009	— .001	— .007	— .007
+ 70	— 0.15	— .012	— .016	— .013	— .013	+ 70	— .017	— .004	— .011	— .011
+ 65	— .015	— .013	— .016	— .015	— .015	+ 65	— .025	— .009	— .016	— .016
+ 60	— .014	— .017	— .015	— .016	— .016	+ 60	— .030	— .025	— .024	— .024
+ 55	— .013	— .020	— .013	— .017	— .017	+ 55	— .033	— .040	— .033	— .033
+ 50	— .012	— .021	— .012	— .017	— .017	+ 50	— .028	— .045	— .034	— .034
+ 45	— .011	— .016	— .009	— .013	— .015	+ 45	— .016	— .031	— .026	— .030
+ 40	— .008	— .012	— .006	— .009	— .011	+ 40	— .008	— .020	— .013	— .016
+ 35	— .005	— .006	— .002	— .006	— .009	+ 35	— .005	— .001	— .004	— .007
+ 30	— .003	— .003	— .003	— .004	— .007	+ 30	+ .002	+ .008	+ .001	— .002
+ 25	— .003	— .005	— .004	— .004	— .005	+ 25	+ .008	+ .001	+ .004	+ .002
+ 20	— .003	— .007	— .003	— .004	— .004	+ 20	+ .008	— .002	+ .005	+ .006
+ 15	— .003	— .007	— .003	— .004	— .004	+ 15	+ .010	— .004	+ .005	+ .008
+ 10	— .002	— .004	— .004	— .003	— .003	+ 10	+ .008	— .001	+ .005	+ .009
+ 5	— .003	— .003	— .003	— .003	— .003	+ 5	+ .002	+ .002	+ .004	+ .009
0	— .004	— .003	— .003	— .003	— .003	0	— .001	+ .008	+ .004	+ .009
— 5	— .003	— .003	— .003	— .003	— .003	— 5	— .002	+ .005	+ .004	+ .009
— 10	— .001	— .002	— .001	— .001	— .002	— 10	+ .004	+ .008	+ .006	+ .009
— 15	+ .003	+ .002	+ .001	+ .002	+ .001	— 15	+ .011	+ .012	+ .011	+ .009
— 20	+ .004	+ .006	+ .003	+ .004	+ .003	— 20	+ .017	+ .022	+ .018	+ .014
— 20	+ .004	+ .006	+ .003	+ .004	+ .003	— 20	+ .017	+ .035	+ .018	+ .014
— 25	— .001	+ .006	+ .002	+ .004	+ .004	— 25	+ .009	+ .029	+ .018	+ .019
— 30	— .011	+ .003	— .005	— .003	+ .003	— 30	— .011	+ .017	+ .005	+ .019
— 35	— .019	— .006	— .015	— .010	— .003	— 35	— .039	— .013	— .012	+ 007
— 40	— .016	— .007	— .012	— .010	— .007	— 40	— .045	— .024	— .015	— .006
— 45	— .009	— .004	— .005	— .006	— .007	— 45	— .032	— .022	— .013	— .005
— 50	+ .004	+ .003	000	+ .002	— .001	— 50	+ .012	+ .004	+ .010	+ .010
— 55	+ .009	+ .004	+ .003	+ .001	+ .007	— 55	+ .033	+ .010	+ .030	+ 030
— 60	+ .008	+ .006	+ .004	+ .006	+ .008	— 60	+ .054	+ .024	+ .039	+ .039
— 65	+ .008	+ .008	+ .005	+ .007	+ .009	— 65	+ .060	+ .035	+ .045	+ .045
— 70	+ .010	+ .007	+ .008	+ .008	+ .009	— 70	+ .061	+ .040	+ .048	+ .048
— 75	+ .015	+ .007	+ .012	+ .009	+ .009	— 75	+ .064	+ .045	+ .050	+ .050
— 80	+ .018	+ .011	+ .008	+ .010	+ .009	— 80	+ .077	+ 0.59	+ .050	+ .050

$\Delta\delta$						$\Delta\mu'$				
δ	B	C	B′	$\frac{B+C}{2}$	D	δ	B	C	$\frac{B+C}{2}$	D
+ 80°	+ 0″.03	+ 0″.03	+ 0″.03	+ 0″.03	0″.00	+ 80°	+ 0″.44	+ 0″.60	+ 0″.47	+ 0″.47
+ 75	— .01	+ .05	+ .02	+ .02	+ .01	+ 75	+ .17	+ .59	+ .46	+ .46
+ 70	0	+ .05	00	+ .02	+ .02	+ 70	+ .24	+ .41	+ .41	+ .41
+ 65	— .03	+ .03	— .05	00	— .02	+ 65	+ .29	+ .44	+ .28	+ .28
+ 60	— .08	— .10	— .09	— .09	— .12	+ 60	+ .19	+ .21	+ .11	+ .11
+ 55	— .13	— .18	— .12	— .16	— .16	+ 55	+ .08	— .04	00	00
+ 50	— .16	— .17	— .13	— .18	— .16	+ 50	+ .04	— .01	— .05	— .05
+ 45	— .17	— .25	— .12	— .16	— .14	+ 45	— .05	— .31	— .03	— .03
+ 40	— .13	— .14	— .08	— .11	— .09	+ 40	00	— .11	+ .03	+ .03
+ 35	— .09	+ .04	— .04	— .05	— .06	+ 35	+ .09	+ .57	+ .11	+ .11
+ 30	— .07	— .07	— .01	— .03	— .04	+ 30	+ .13	+ .10	+ .16	+ .16
+ 25	— .01	— .05	— .01	— .03	— .04	+ 25	+ .19	+ .05	+ .15	+ .15
+ 20	— .02	— .01	— .03	— .04	— .05	+ 20	+ .15	+ .21	+ .07	+ .07
+ 15	— .08	— .11	— .07	— .09	— .09	+ 15	+ .01	— .06	00	00
+ 10	— .13	— .13	— .12	— .14	— .14	+ 10	— .07	+ .02	— .08	— .08
+ 5	— .16	— .20	— .17	— .20	— .20	+ 5	— .12	— .12	— .14	— .14
0	— .22	— .31	— .21	— .24	— .23	0	— .24	— .37	— .21	— .21
— 5	— .30	— .30	— .23	— .25	— .24	— 5	— .27	— .40	— .22	— .22
— 10	— .26	— .18	— .24	— .25	— .24	— 10	— .10	00	— .14	— .16
— 15	— .29	— .23	— .23	— .24	— .22	— 15	— .01	— .02	— .03	— .09
— 20	— .29	— .30	— .19	— .20	— .20	— 20	+ .07	— .08	+ .07	00
— 20	— .37	— .31	— .19	— .20	— .20	— 20	+ .06	— .33	+ .07	00
— 25	— .15	— .16	— .05	— .13	— .15	— 25	+ .27	— .04	+ .16	+ .07
— 30	+ .03	00	+ .04	— .01	— .07	— 30	+ .45	+ .35	+ .25	+ .15
— 35	+ .09	+ .08	+ .11	+ .08	— .01	— 35	+ .31	+ .41	+ .32	+ .22
— 40	+ .14	+ .15	+ .16	+ .15	+ .04	— 40	+ .36	+ .50	+ .38	+ .26
— 45	+ .15	+ .20	+ .18	+ .18	+ .09	— 45	+ .38	+ .58	+ .40	+ .28
— 50	+ .19	+ .23	+ .17	+ .20	+ .13	— 50	+ .36	+ .58	+ .39	+ .28
— 55	+ .15	+ .21	+ .12	+ .18	+ .14	— 55	+ .28	+ .50	+ .34	+ .25
— 60	+ .12	+ .13	+ .14	+ .12	+ .08	— 60	+ .22	+ .25	+ .21	+ .20
— 65	+ .04	+ .04	+ .12	+ .07	00	— 65	+ .06	+ .05	+ .08	+ .13
— 70	— .01	00	+ .04	+ .02	00	— 70	— .16	— .01	— .05	+ .07
— 75	— .05	+ .01	— .09	— .02	00	— 75	— .35	— .03	— .13	+ .04
— 80	+ .03	+ .07	— .22	— .08	00	— 80	— .22	— .02	— .16	+ .03

Newcomb ha determinato le differenze secondo δ delle δ e dei μ' del suo catalogo e quelle dell'A_1 (Auwers, Publ. A G. XIV) col 1° catalogo di Boss B_1 limitato alle declinazioni (Boss: Declinations of Fixed Stars) da esse si possono ricavare le NFK — N_2 quando si ammettono valide le Δ_N per passare dalle A_1 al NFK, il che può farsi con una discreta approssimazione, e si suppongono coincidenti i due sistemi B_1 e B_2 il che è forse più lontano dal vero. Accettate queste ipotesi si ottengono i numeri seguenti che hanno lo stesso andamento dei precedenti:

δ	$\Delta\delta$	$\Delta\mu'$	δ	$\Delta\delta$	$\Delta\mu'$
+80°	−0″.02	+0″.43	+25°	−0″.04	−0″.02
75	− .02	+ .45	+20	− .04	+ .03
70	+ .07	+ .57	+15	− .10	− .02
65	+ .09	+ .52	+10	− .13	.00
60	+ .02	+ .35	+ 5	− .11	+ .04
55	− .11	+ ·04	0	− .16	− .09
50	− .16	− .25	− 5	− .19	− .21
45	− .22	− .36	−10	− .16	− .09
40	− .09	+ .09	−15	− .26	− .10
35	− .09	+ .03	−20	− .34	− .18
+30	− .10	− .09			

Dal confronto dei risultati diretti con gli indiretti si ha tutta la conferma desiderabile di quelli. Le deviazioni della curva $\frac{1}{2}(B + C)$ dalla D sono piccolissime per le declinazioni da +80° a −20°, e piccole per quelle da −20° a −80°. In questa seconda parte dove è più da temere la persistenza degli errori accidentali specie ai massimi e minimi di ondulazioni ampie e ristrette in un breve intervallo di declinazione, la curva del confronto diretto è più regolare, appunto per massimi e minimi meno pronunciati.

Passiamo alle differenze secondo l'ascensione retta, più difficili a determinare per il loro importo e per la loro natura. Le differenze base del confronto indiretto sono ancora le $N_2 - A_2$ di Cohn e Kohlrausch e le $N_2 - B_2$ di L. Boss: e da esse come precedentemente siamo passati alle NFK — N_2 traverso le A_2, e per le α e δ anche dalle $N_2 - B_2$ di Boss alle NFK — N_2 con le NFK — B_2 di Auwers. Cohn, nelle sue differenze, considera la dipendenza dalla declinazione nelle $\Delta\alpha$ e nelle $\Delta\delta$, (non studia i moti proprî), ma mentre per le seconde dà i valori ogni 15° di declinazione, per le prime riporta i valori ottenuti per le diverse zone di 30°, e poi dà il valore medio per tutte le declinazioni. Si deve ritenere che egli accetta la dipendenza dalla declinazione per i $\Delta\delta$, ma dubita di quella per i $\Delta\alpha$. L. Boss tanto per le $N_2 - B_2$ quanto per le $A_2 - B_2$ considera le diverse zone da +80° a +40°, da +40° a −22°, da −22° a −70° di declinazione, ma per l'ascensione retta e il suo moto proprio lascia da parte i due estremi ed elabora solo la 2ª zona;

mentre per la declinazione e il suo moto proprio elabora tutte e tre le zone, giunge a sinusoidi diverse (egli adotta la rappresentazione a sinusoide semplice), ma alla fine almeno per le declinazioni da $+80°$ a $-22°$ adotta un valore medio. Il Kohlrausch dà i valori per la zona australe per $\Delta\delta$ e $\Delta\mu'$, e pone uguali a zero i termini per $\Delta\alpha$ e $\Delta\mu$, perchè irregolarissimi.

Tutto questo materiale abbiamo elaborato ricavandone i valori delle NFK — N_2. Per semplicità dei valori di Cohn abbiamo considerato solo quelli per $\delta = 60°$ e $\delta = 0°$ e i medî, dove son dati, una volta che la dipendenza dalla declinazione non può esser lontana dalla lineare. Per ciascuna declinazione abbiamo determinato la curva, sinusoide ad arco semplice + sinusoide ad arco doppio, che meglio rappresentava i valori ottenuti, analogamente a come si è fatto per il confronto diretto. Ed ecco le tabelle dei risultati; come precedentemente, con le lettere C, K, B, B' si indicano i valori dedotti sulla base delle differenze ottenute rispettivamente da Cohn, Kohlschütter, Boss con A_2, Boss con NFK, e con D quelli del risultato diretto. Cominciamo coi valori separati: da Cohn si hanno solo di due in due ore, così diamo con lo stesso intervallo anche quelli di Boss: a ciascuna zona dei quali attribuiremo la declinazione media. Ecco quelli di Cohn, sempre per il 1900: mancano i valori per μ e μ' che non son dati e non si possono dedurre con una certa sicurezza dai valori di α o di δ per il 1875 e il 1900.

$\Delta\delta$

per $\delta = 60°$

α	C	D
0h	— 0.″09	— 0.″06
2	— .06	00
4	— .03	+ .03
6	00	+ .01
8	+ .04	— .01
10	+ .07	+ .01
12	+ .09	+ .06
14	+ .09	+ .09
16	+ .05	+ .06
18	00	— .01
20	— .06	— .08
22	— .09	— .10
24	— .09	— .06

per $\delta = 0°$

α	C	D
0h	— 0.″01	— 0.″02
2	00	— .03
4	00	00
6	00	+ .03
8	— .01	+ .02
10	— .02	— .01
12	— .01	— .03
14	00	— .03
16	+ .02	— .01
18	+ .02	+ .02
20	+ .01	+ .03
22	00	+ .01
24	— .01	— .02

$\Delta\alpha$

per $\delta = 60°$

α	C	D
1^h	$+0.001^s$	$+0.003^s$
3	— .001	+ .003
5	— .002	+ .001
7	— .003	— .002
9	— .003	— .004
11	— .001	— .005
13	000	— .004
15	+ .001	000
17	+ .002	+ .002
19	+ .002	+ .003
21	+ .002	+ .003
23	+ .001	+ .001
1	+ .001	+ .003

per $\delta = 0°$

α	C	D
1^h	-0.005^s	-0.005^s
3	— .005	— .006
5	000	— .004
7	+ .005	— .001
9	+ .007	+ .002
11	+ .003	+ .004
13	— .002	+ .002
15	— .004	+ .001
17	— .002	+ .003
19	+ .001	+ .003
21	+ .002	+ .001
23	— .001	— .003
1	— .005	— .005

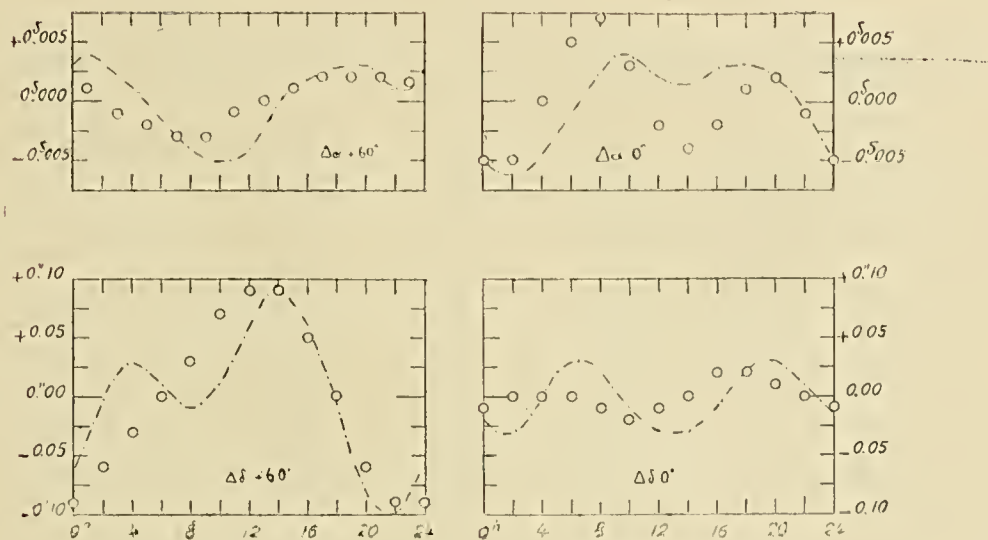



Fig. 14.

Ad essi corrisponde il grafico della figura 14.

Ecco quelli da Boss per i due primi gruppi

$\Delta\delta$

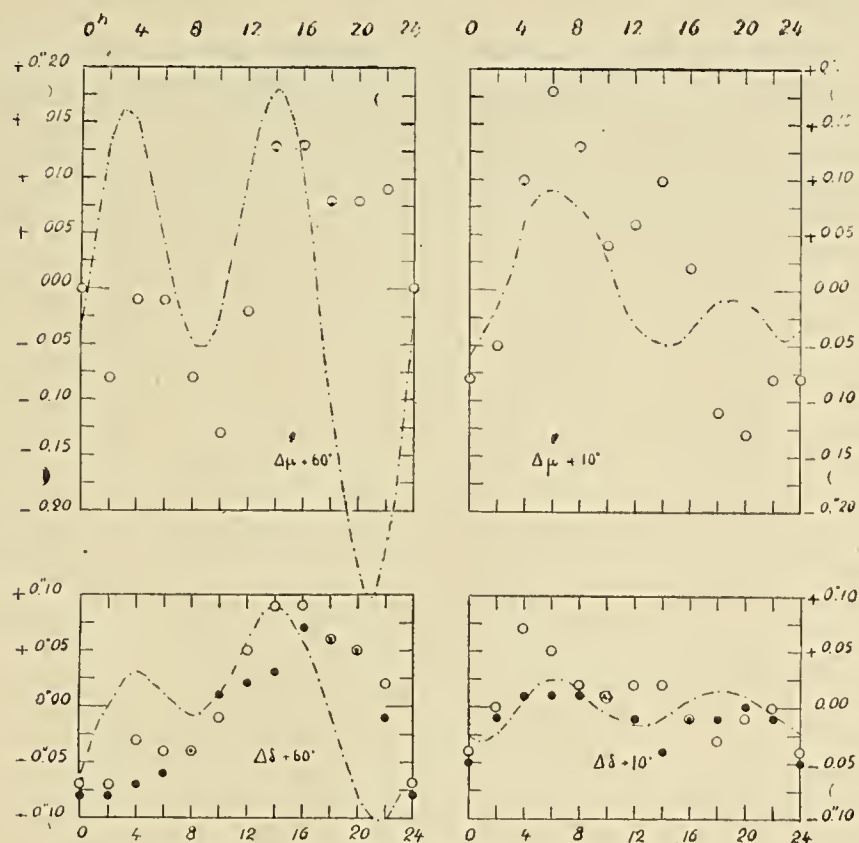
	+60°			+10°		
α	B	B′	D	B	B′	D
0h	— 0″.07	— 0″.08	— 0″.06	— 0″.04	— 0″.05	— 0″.02
2	— .07	— .08	00	00	— .01	— .02
4	— .03	— .07	+ .03	+ .07	+ .01	+ .01
6	— .04	— .06	+ .01	+ .05	+ .01	+ .03
8	— .04	— .04	— .01	+ .02	+ .01	+ .02
10	— .01	+ .01	+ .01	+ .01	+ .01	00
12	+ .05	+ .02	+ .06	+ .02	— .01	— .01
14	+ .09	+ .03	+ .09	+ .02	— .04	— .01
16	+ .09	+ .07	+ .06	— .01	— .01	00
18	+ .06	+ .06	— .01	— .03	— .01	+ .01
20	+ .05	+ .05	— .08	— .01	00	+ .01
22	+ .02	— .01	— .10	00	— .01	— .01
24	— .07	— .08	— .06	— .04	— .05	— .02

$\Delta\mu'$

	+60°		+10°	
	B	D	B	D
0h	0″.00	— 0″.03	— 0″.08	— 0″.06
2	— .08	+ .13	— .05	— .02
4	— .01	+ .15	+ .10	+ .06
6	— .01	+ .03	+ .18	+ .09
8	— .08	— .05	+ .13	+ .08
10	— .13	— .02	+ .04	+ .03
12	— .02	+ .10	+ .06	— .03
14	+ .13	+ .18	+ .10	— .04
16	+ .13	+ .09	+ .02	— .03
18	+ .08	— .11	— .11	— .01
20	+ .08	— .25	— .13	— .01
22	+ .09	— .23	— .08	— .03
24	.00	— .03	— .08	— .06

Ad essi corrisponde il grafico della fig. 15, dove il cerchietto pieno indica i B′, e il vuoto i B. Ecco infine gli australi da Boss e da Kohlschütter

Fig. 15.

$\varDelta\delta$

α	B	B′	K	D
h	″	″	″	″
0	— 0.11	— 0.10	— 0.12	— 0.08
2	— .03	— .06	— .08	— .11
4	+ .04	00	— .01	— .04
6	+ .09	+ .10	+ .13	+ .08
8	+ .13	+ .16	+ .18	+ .15
10	+ .11	+ .17	+ .14	+ .10
12	+ .04	+ .05	+ .04	— .02
14	— .06	— .15	— .06	— .09
16	— .07	— .15	— .06	— .06
18	— .03	— .04	— .01	+ .02
20	00	— .02	+ .03	+ .06
22	— .05	— .08	— .04	+ .01
24	— .11	— .10	— .12	— .08

Ad essi corrisponde la fig. 16, dove il cerchio vuoto indica i B, il pieno i B′, la crocetta i K. In tutte le quattro figure le curve rappresentano i risultati del confronto diretto.

Le condizioni in cui ci troviamo nel paragone secondo le ascensioni rette sono diverse da quelle del paragone secondo le declinazioni; il materiale spesso per la suddivisione in gruppi è più scarso, e d'altra parte non si hanno per i diversi elementi i valori C e B o B′ in modo da formare dei $\frac{1}{2}(C + B)$. Già per i D le costanti delle sinusoidi sono spesso risultate con incertezza non piccolissima, e senza

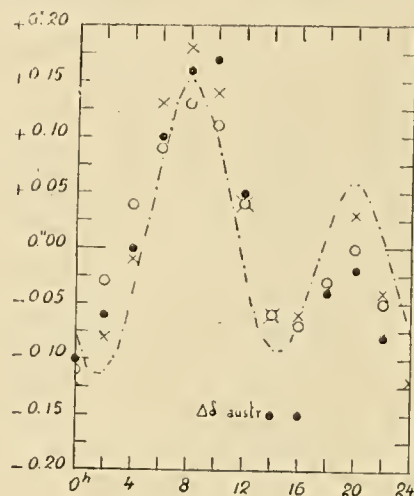



Fig. 16.

dubbio più grande è l'incertezza dei risultati indiretti inevitabilmente meno immuni dagli effetti degli errori accidentali. Per ciò che riguarda le α e le δ, l'esame delle tabelle e dei grafici mostra che le caratteristiche delle curve del confronto diretto sono confermate dall'indiretto, e così sono confermate anche le loro variazioni secondo la declinazione. Per i μ non abbiamo risultati indiretti, per i μ' abbiamo solo le B: che in verità non concordano molto con i diretti e difatti a $\delta = + 60°$, di fronte alla curva a due massimi e due minimi pronunciati del risultato diretto, si ha qui una curva a un solo massimo e minimo per l'indiretto e se le posizioni di questo massimo e questo minimo corrispondono rispettivamente a quelli di un massimo e di un minimo della prima curva, manca la corrispondenza proprio col minimo principale della curva del confronto diretto, minimo così nitidamente determinato e della cui esistenza non si può dubitare. Migliore è l'accordo per $\delta = + 10°$, mentre la curva per questa declinazione era risultata originariamente incerta. E si deve tener presente che le curve del confronto diretto per i moti proprî anche secondo le ascensioni rette, a gruppi separati hanno l'andamento delle corrispondenti coordinate; tenuto presente questo, tenuto presente che sono mancati i B′ e i C, cioè i confronti migliori, si intende come lo scarso accordo si debba imputare essenzialmente alla deficenza dei risultati indiretti.

Della zona australe da — 20° a — 80° abbiamo dato la tabella e il grafico solo dei $\varDelta\delta$, per i quali si avevano i B, i B′ e i C: per i $\varDelta\alpha$ si potevano avere

solo i C, partendo o dalla conclusione di Kohlschütter $\Delta\alpha = 0$ o dai valori da esso ottenuti di tre in tre ore, d'andamento molto irregolare: ebbene con i $\Delta\alpha = 0$ non si ha accordo con la curva dei valori diretti, e poco accordo si ha deducendo dai

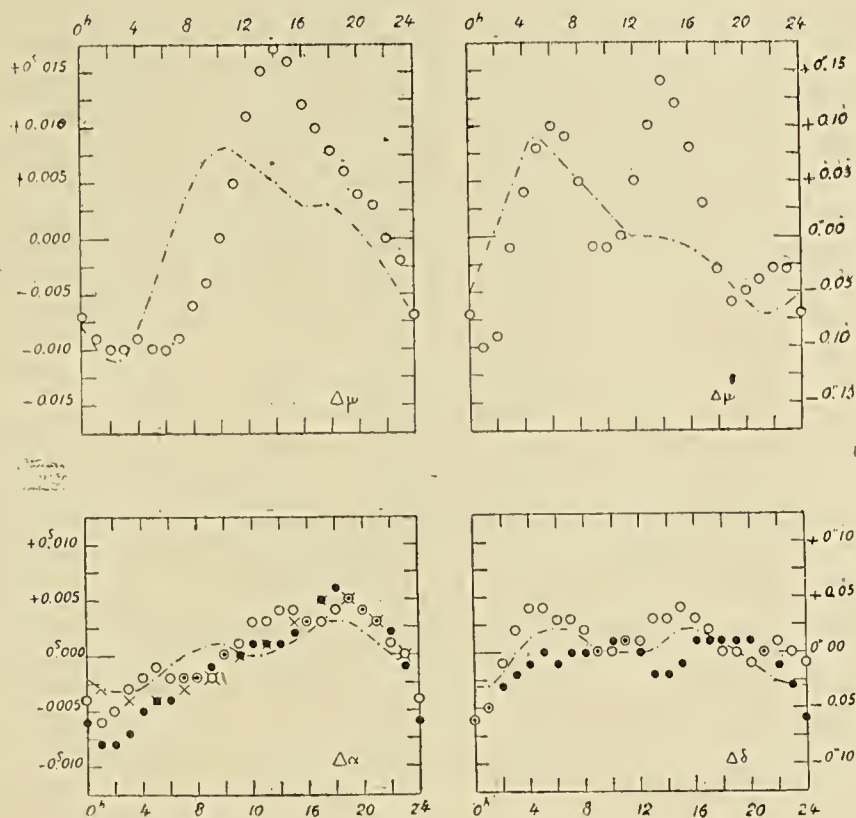



Fig. 17.

singoli valori una curva sinusoidale a due termini, e uno maggiore prendendo i singoli valori.

Passiamo ai risultati medî che si possono riguardare come valevoli da $\delta = +60°$ a $\delta + 0°$: ecco le tabelle, ed i grafici corrispondenti sono nella figura 17: i cerchi vuoti indicano i B, i pieni i B', le crocette i C, le curve i D, cioè i valori diretti ottenuti per $\delta = +20°$.

α	Δα B	Δα B′	Δα D	Δμ B	Δμ D	Δδ B	Δδ B′	Δδ D	Δμ′ B	Δμ′ D
h	s	s	s	s	s	″	″	″	″	″
0	— 0.004	— 0.006	— 0.002	— 0.007	— 0.008	— 0.06	— 0.06	— 0.03	— 0.07	— 0.05
1	— .006	— .008	— .003	— .009	— .010	— .05	— .05	— .03	— .10	— .02
2	— .005	— .008	— .003	— .010	— .011	— .01	— .03	— .02	— .09	+ .01
3	— .003	— .007	— .003	— .010	— .011	+ .02	— .02	00	— .01	+ .04
4	— .002	— .005	— .003	— .009	— .008	+ .04	— .01	+ .01	+ .04	+ .08
5	— .001	— .004	— .002	— .010	— .005	+ .04	00	+ .02	+ .08	+ .09
6	— .002	— .004	— .001	— .010	— .001	+ .03	— .01	+ .02	+ .10	+ .08
7	— .002	— .002	000	— .009	+ .002	+ .03	00	+ .02	+ .09	+ .06
8	— .002	— .002	000	— .006	+ .005	+ .02	00	+ .01	+ .05	+ .05
9	— .002	— .001	+ .001	— .004	+ .007	00	00	00	— .01	+ .04
10	000	000	+ .001	000	+ .008	00	+ .01	00	— .01	+ .02
11	+ .001	000	000	+ .005	+ .008	+ .01	+ .01	00	00	00
12	+ .003	+ .001	000	+ .011	+ .007	+ .01	00	00	+ .05	— .01
13	+ .003	+ .001	000	+ .015	+ .006	+ .03	— .02	00	+ .10	00
14	+ .004	+ .001	+ .001	+ .017	+ .005	+ .03	— .02	+ .01	+ .14	00
15	+ .004	+ .002	+ .001	+ 016	+ .004	+ .04	— .01	+ .02	+ .12	— .01
16	+ .003	+ .003	+ .002	+ .012	+ .003	+ .03	+ .01	+ .02	+ .08	— .01
17	+ .003	+ .005	+ .003	+ .010	+ .003	+ .02	+ .01	+ .02	+ .03	— .02
18	+ .004	+ .006	+ .003	+ .008	+ .003	00	+ .01	+ .01	— .03	— .03
19	+ .005	+ .005	+ .003	+ .006	+ .002	00	+ .01	00	— .06	— .05
20	+ .004	+ .004	+ .002	+ .004	+ .001	— .01	+ .01	— .01	— .05	— .06
21	+ .003	+ .003	+ .001	+ .003	— .001	00	00	— .02	— .04	— .07
22	+ .001	+ .002	000	000	— .003	+ .01	— .01	— .03	— .03	— .07
23	000	— .001	— .001	— .002	— .005	00	— .03	— .03	— .03	— .06
24	— .004	— .006	— .002	— .007	— .008	— .01	— .06	— .03	— .07	— .05

Δα

α	C	D
h	s	s
1	— 0.003	— 0.003
3	— .004	— .003
5	— .004	— .002
7	— .003	000
9	— .002	+ .001
11	000	000
13	+ .001	000
15	+ .003	+ .001
17	+ .005	+ .003
19	+ .005	+ .003
21	+ .003	+ .002
23	000	— .001
1	— .003	— .003

L'accordo tra i risultati del confronto diretto e quelli dell'indiretto per i risultati medî è buono per $\Delta\alpha$. $\Delta\delta$ e $\Delta\mu$, non buono neppur questo per $\Delta\mu'$; per quest'ultimo elemento si ha un fatto singolare: il confronto indiretto dà come risultato medio una curva molto simile a quella che il diretto ha dato per $\delta = 60°$, a due massimi e due minimi pronunciati, mentre il risultato diretto medio, quello per $\delta = +20°$, si può dire a un solo massimo e a un solo minimo e deriva in prevalenza dal materiale della zona intermedia $+55°$ $+5°$, che ha dato con sicurezza la curva del $\Delta\mu'$. È difficile trarre da questo fatto conseguenza migliore della seguente: che il $\Delta\mu'$ è l'elemento che più difficilmente si determina almeno con i confronti che derivano dalle $B_2 - N_2$ e $B_2 - A_2$.

Conclusione.

Può sorgere la questione se si debbano conglobare i risultati del confronto diretto con quelli dell'indiretto. Ora le stelle comuni al NFK e all'N_2 comprendono, si può dire tutte le stelle del NFK e la metà di quelle dell'N_2. Le stelle comuni all'A_2 ed al NFK comprendono si può dire tutto A_2 e la metà del NFK, le stelle comuni all'A_s e al NFK i $\frac{2}{3}$ di A_s e $\frac{1}{3}$ del NFK; quelle comuni al NFK e al B_2 $\frac{1}{2}$ del NFK e i $\frac{2}{3}$ di B_2, le stelle comuni al B_2 ed all'N_2 comprendono, si può dir, tutto il B_2 e $\frac{1}{3}$ dell'N_2 e le stelle comuni all'A_s e al N_2 sono la metà di quelli dell'A_s e $\frac{1}{7}$ di quelle dell'N_2. Ne segue che i confronti indiretti si basano su un materiale minore e compreso quasi interamente in quello del confronto diretto: se nel confronto N_2 B_2 si ha un certo numero di stelle ($\frac{1}{3}$ di B_2) che non compaiono nel confronto diretto, il confronto B_2 NFK poggia solo su $\frac{2}{3}$ di B_2 e un terzo di NFK. D'altra parte nei confronti indiretti si ha un maggior cumulo di errori accidentali, tanto maggiore quanto più numerosi sono i cataloghi interposti. Per contro nel confronto indiretto l'interferire degli errori accidentali con le differenze sistematiche è, come sempre, diverso da quello del confronto diretto, e sono in gran parte diverse le persone che hanno proceduto alla separazione di essi. Per questo ha grande valore la conferma dei risultati del confronto diretto, mediante quella dell'indiretto. Praticamente poi abbiamo trovato tanto maggior accordo tra i due risultati quanto migliore era il risultato del confronto indiretto, e dove l'accordo è stato più scarso, nelle differenze del moto proprio in declinazione secondo l'ascensione retta, abbiamo motivo di ammettere il risultato del confronto diretto dalla somiglianza con le curve corrispondenti della declinazione, conforme a ciò che ci risulta in tutti i casi, anche per l'ascensione retta. Così concludiamo che si devono accettare come differenze tra il NFK e l'N_2 quelle che ci ha dato il confronto diretto, con la fiducia che nei singoli casi abbiamo messo in luce.

INDICE DEL VOL. XII — SERIE 5ª

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol IV. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I-VIII. (1876-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III-XIX.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI. Vol. I-VII. (1884-91).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-VII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-X.

Serie 5ª — RENDICONTI *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XXVII. (1892-1919). Fasc. 9°-10°, Sem. 1°.
RENDICONTI *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XXVII. (1862-1918). Fasc. 5°-6°.
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I-XIII. Fasc. 1.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol. I-XII. Vol. XIV. Vol. XV. Fasc. 1-10.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese. Essi formano due volumi all'anno, corrispondenti ognuno ad un semestre.

Il prezzo di associazione per ogni volume e per tutta l'Italia è di L. 10; per gli altri paesi le spese di posta in più.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dai seguenti editori-librai:

ULRICO HOEPLI. — *Milano, Pisa* e *Napoli.*

P. MAGLIONE & C. STRINI (successori di E. Loescher & C.) — *Roma.*